DINHNGHIA.VN

Hệ phương trình hai ẩn là gì? Bài tập và Cách giải hệ phương trình 2 ẩn

Hệ phương trình 2 ẩn là gì? Ví dụ, bài tập và cách giải hệ phương trình 2 ẩn? Trong phạm vi bài viết dưới đây, hãy cùng DINHNGHIA.VN tìm hiểu về chủ đề này nhé!

Mục lục [show]

Định nghĩa hệ phương trình hai ẩn?

Hệ phương trình hai ẩn là gì? Lý thuyết và phương pháp giải hệ phương trình hai ẩn sẽ được cụ thể qua nội dung dưới đây.

Khái quát về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng : $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$
- => Trong đó, $a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{R}$
- Minh họa tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:

Gọi (d): ax + by = c; (d'): a'x + b'y = c'. Khi đó ta có

- $(d) \parallel (d')$ thì hệ vô nghiệm
- $(d) \times (d')$ thì hệ có nghiệm duy nhất
- $(d) \equiv (d')$ thì hệ có vô số nghiệm
- Hệ phương trình tương đương
- => Hai hệ phương trình tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Là hệ gồm hai phương trình bậc nhất hai ẩn, có dạng : $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

- Dùng định thức (Phương pháp này thường dùng trong biện luận nghiệm hệ phương trình)

Đặt $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

* Nếu $D=D_x=D_y=0$ thì hệ có vô số nghiệm

* Nếu $D=0, D_x \neq 0\ hoac\ D_y \neq 0$ thì hệ vô nghiệm.

---

* Nếu $D \neq 0$ thì hệ có 1 nghiệm $\begin{cases} x=\dfrac{D_x}{D} \\ y=\dfrac{D_y}{D} \end{cases}$

Phương pháp giải hệ phương trình hai ẩn bậc nhất

Phương pháp thế

- Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới trong đó có một phương trình một ẩn
- Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ

Ví dụ 1: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=4 \end{cases}$

Cách giải:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3(y+3) - 4y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3y + 9 - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là (8;5)

Phương pháp cộng đại số

- Nhân cả hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau.
- Áp dụng quy tắc cộng đại số để được phương trình mới, trong đó có một phương trình mà hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (phương trình một ẩn)
- Giải phương trình một ẩn vừa thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\begin{cases} x - 5y = 19\,(1) \\ 3x + 2y = 6\,(2) \end{cases}$

Cách giải:

Nhân cả 2 vế của phương trình (1) với 3 ta được: $\begin{cases} 3x - 15y = 57 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$

Trừ từng vế của (1) cho (2) ta có: $-17y = 51 \Rightarrow y = -3$

Thay y = -3 vào (1) được: $x - 5.(-3) = 19 \Leftrightarrow x = 4$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $\begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế	Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số
$\begin{cases}3x-2y=4\\2x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2(5-2x)=4\\y=5-2x\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}3x-10+4x=4\\y=5-2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=14\\y=5-2x\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=5-2.2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$	$\begin{cases}3x-2y=4\\2x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=4\\4x+2y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=14\\2x+y=5\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\2.2+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (2;1)	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (2;1)

Một số dạng hệ phương trình đặc biệt

Hệ phương trình đối xứng loại 1

Hệ hai phương trình hai ẩn x và y được gọi là đối xứng loại 1 nếu ta đổi chỗ hai ẩn x và y đó thì từng phương trình của hệ không đổi.

Cách giải:

Đặt $S=x+y; P=xy\,(S^2\geq 4P)$

Giải hệ để tìm S và P

Với mỗi cặp (S;P) thì x và y là hai nghiệm của phương trình $t^2-St+P=0$

Ví dụ 3: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x+y+2xy=2\\x^3+y^3=8\end{cases}$

Cách giải:

Đặt S = x + y, P = xy. Khi đó phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S+2P=2 \\ S(S^2-3P)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=\frac{2-S}{2} \\ S(S^2-\frac{6-3S}{2})=8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2S^3+3S^2-6S-16=0 \Leftrightarrow (S-2)(2S^2+7S+8)=0 \Leftrightarrow S=2 \Rightarrow P=0$$

Suy ra x, y là nghiệm của phương trình $t^2-2t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=2 \end{array}\right.$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là (0;2) hoặc (2;0)

Hệ phương trình đối xứng loại 2

- Hệ hai phương trình x và y được gọi là đối xứng loại 2 nếu ta đổi chỗ hai ẩn x và y thì phương trình bày trở thành phương trình kia và ngược lại
- Cách giải
- Trừ vế theo vế hai phương trình trong hệ để được phương trình hai ẩn
- Biến đổi phương trình hai ẩn vừa tìm được thành phương trình tích
- Giải phương trình tích ở trên để biểu diễn x theo y (hoặc y theo x)
- Thế x bởi y (hoặc y bởi x) vào 1 trong hai phương trình trong hệ để được phương trình một ẩn.
- Giải phương trình một ẩn vừa tìm được rồi suy ra nghiệm của hệ

Ví dụ 4: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$

Cách giải:

Trừ vế với vế của hai phương trình của hệ, ta được:

$$x^2 - y^2 = x - y \Leftrightarrow (x - y)(x + y - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x = 1 - y \end{array}\right.$$

Với $x = y \Rightarrow x^2 = 3x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Với $x = 1 - y \Rightarrow y^2 = 3y + 2(1 - y) \Leftrightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = -1 \Rightarrow x = 0 \\ y = 2 \Rightarrow x = -1 \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm (x;y) = (0;0), (3;3), (-1;2), (2;-1)

Hệ phương trình đẳng cấp bậc hai

Hệ phương trình đẳng cấp bậc hai có dạng: $\begin{cases} f(x;y) = a \\ g(x;y) = b \end{cases}$

Trong đó f(x;y) và g(x;y) là phương trình đẳng cấp bậc hai, với a và b là hằng số.

Cách giải:

Xét xem x = 0 có là nghiệm của hệ phương trình không

Nếu x = 0, ta đặt y = tx rồi thay vào hai phương trình trong hệ

Nếu x = 0 không là nghiệm của phương trình ta khử x rồi giải hệ tìm t

Thay y = tx vào một trong hai phương trình của hệ để được phương trình một ẩn (ẩn x)

Giải phương trình một ẩn trên để tìm x từ đó suy ra y dựa vào y = tx

Ví dụ 5: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 + 3xy + y^2 = 15\,(1) \\ x^2 + xy + 2y^2 = 8\,(2) \end{cases}$

Cách giải:

Khử số hạng tự do từ hệ ta được: $x^2 + 9xy – 22y^2 = 0\,(3)$

Đặt x = ty, khi đó $(3) \Leftrightarrow y^2(t^2 + 9t - 22) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ t = 2 \\ t = -11 \end{array}\right.$

Với y = 0, hệ có dạng: $\begin{cases} 2x^2 = 15 \\ x^2 = 8 \end{cases}$ vô nghiệm

Với t = 2, ta được x = 2y $(2) \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = 1 \\ y_2 = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -1 \end{cases} \end{array}\right.$

Với t = -11 ta được x = -11y, $(2) \Leftrightarrow y^2 = \frac{1}{14} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y_3 = \frac{1}{\sqrt{14}} \\ y_4 = \frac{-1}{\sqrt{14}} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_3 = \frac{-1}{\sqrt{14}} \\ y_3 = \frac{1}{\sqrt{14}} \end{cases} \\ \begin{cases} x_2 = \frac{1}{\sqrt{14}} \\ y_2 = \frac{-1}{\sqrt{14}} \end{cases} \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình có 4 cặp nghiệm.

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Ví dụ về bất phương trình bậc nhất hai ẩn: $\begin{cases} 5x + 4y > 9 \\ 2x - y < 22 \end{cases}$
- Trong mặt phẳng tọa độ, ta gọi tập hợp các điểm có tọa độ thỏa mãn mọi bất phương trình trong hệ là miền nghiệm của hệ. Vậy miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ
- Để xác định miền nghiệm của hệ, ta dùng phương pháp biểu diễn hình học như sau:
- Với mỗi bất phương trình trong hệ, ta xác định miền nghiệm của nó và gạch bỏ miền còn lại.
- Sau khi làm như trên lần lượt đối với tất cả các bất phương trình trong hệ trên cùng một mặt phẳng tọa độ, miền còn lại không bị gạch chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Trên đây là lý thuyết và cách giải hệ phương trình 2 ẩn. Hy vọng với những kiến thức mà DINHNGHIA.VN đã cung cấp sẽ hữu ích cho bạn trong quá trình học tập của bản thân cũng như nắm vững cách giải hệ phương trình 2 ẩn. Chúc bạn học tốt!

Related Articles

- Viết phương trình mặt phẳng trong không gian Oxyz: Lý thuyết và Bài tập
- Cách viết phương trình mặt cầu trong không gian Oxyz
- Chuyên đề Cách viết phương trình tiếp tuyến và Các dạng bài tập
- Hình chóp đều: hình chóp đều tam giác, hình chóp đều tứ giác
- Quỹ tích là gì? Phương pháp giải bài toán tìm quỹ tích
- Hàm số bậc hai là gì? Hàm số bậc hai và các bài toán liên quan

Trả lời

Email của bạn sẽ không được hiển thị công khai. Các trường bắt buộc được đánh dấu *

Tên *

Email *

Trang web

Lưu tên của tôi, email, và trang web trong trình duyệt này cho lần bình luận kế tiếp của tôi.

Phản hồi