



Tìm kiếm..

# Áp dụng Thuật toán Euclid tính nhanh ước chung lớn nhất & Bội số chung nhỏ nhất

# Áp dụng Thuật toán Euclid tính nhanh ước chung lớn nhất & Bội số chung nhỏ nhất



Euclid  
(325–265 BC)

“*Thuật toán Euclid*” là một trong những thuật toán cổ nhất được biết đến, từ thời Hy Lạp cổ đại, sau đó được Euclid (Ơ-clit) hệ thống và phát triển nên thuật toán mang tên ông. Về số học, “Thuật toán Euclid” là một thuật toán để xác định ước số chung lớn nhất (GCD – Greatest Common Divisor) của 2 phân tử thuộc vùng Euclid (ví dụ: các số nguyên). Khi có UCLN ta cũng tính nhanh được BSCNN. Thuật toán này không yêu cầu việc phân tích thành thừa số 2 số nguyên.

## 1/ Thuật toán Oclit – dùng để tìm USCLN của 2 số nguyên bất kỳ.

Để tìm USCLN của hai số nguyên  $a$  và  $b$  bất kỳ ta dùng cách chia liên tiếp hay còn gọi là “vòng lặp” như sau:

- **Bước 1:** Lấy  $a$  chia cho  $b$ :  
Nếu  $a$  chia hết cho  $b$  thì  $USCLN(a,b) = b$ .  
Nếu  $a$  không chia hết cho  $b$  (dư  $r$ ) thì làm tiếp bước 2.

- **Bước 2:** Lấy  $b$  chia cho số dư  $r$ :  
Nếu  $b$  chia hết cho  $r$  thì  $USCLN(a,b) = r$   
Nếu  $b$  chia cho  $r$  dư  $r_1$  ( $r_1 \neq 0$ ) thì làm tiếp bước 3.

- **Bước 3:** Lấy  $r$  chia cho số dư  $r_1$ :  
Nếu  $r$  chia cho  $r_1$  dư 0 thì  $UCLN(a,b) = r_1$ .  
Nếu  $r$  chia cho  $r_1$  dư  $r_2$  ( $r_2 \neq 0$ ) thì làm tiếp bước 4.

- **Bước 4:** Lấy  $r_1$  chia cho số dư  $r_2$ :  
Nếu  $r_1$  chia hết cho  $r_2$  thì  $USCLN(a,b) = r_2$ .  
Nếu  $r_1$  cho cho  $r_2$  dư  $r_3$  ( $r_3 \neq 0$ ) thì làm tiếp như trên đến khi số dư bằng 0.

**Số dư cuối cùng khác 0 trong dãy chia liên tiếp như trên là  $USCLN(a,b)$ .**

**Ví dụ** Tính ước số chung lớn nhất của 91 và 287.

- Trước hết lấy 287 (số lớn hơn trong 2 số) chia cho 91:

$$287 = 91 \cdot 3 + 14 \text{ (91 \& 14 sẽ được dùng cho vòng lặp kế)}$$

Ta thấy bất kỳ số nào chia hết bởi 287 và 91 cũng sẽ chia hết bởi

$$287 - 91 \cdot 3 = 14.$$

Tương tự, số chia hết bởi 91 và 14 cũng chia hết bởi  $91 \cdot 3 + 14 = 287$ .

Do đó,  $USCLN(91, 287) = USCLN(91, 14)$ .

→ Bài toán trở thành tìm  $USCLN(91, 14)$ . Lặp lại quy trình trên cho đến khi phép chia không còn số dư như sau:

$$91 = 14 \cdot 6 + 7 \text{ (14 \& 7 sẽ được dùng cho vòng lặp kế)}$$

$$14 = 7 \cdot 2 \text{ (không còn số dư \rightarrow \textbf{kết thúc}, \text{nhận } 7 \text{ làm kết quả})}$$

$$\text{Thật vậy: } 7 = USCLN(14, 7) = USCLN(91, 14) = USCLN(287, 91)$$

$$\textbf{Cuối cùng } USCLN(287, 91) = 7$$

## 2/ Tính BSCNN nhanh nhất

Để việc giải toán về BCNN & UCLN được nhanh, Nếu biết áp dụng “*Thuật toán Euclid*”:

Biết rằng: hai số nguyên  $a, b$  có BCNN là  $[a, b]$  và UCLN là  $(a, b)$  thì

$$\begin{array}{c} |a \cdot b| = [a, b] \times (a, b) \\ \swarrow \quad \searrow \\ [a, b] = \frac{|a \cdot b|}{(a, b)} \quad \text{hay} \quad (a, b) = \frac{|a \cdot b|}{[a, b]} \end{array}$$

Nghĩa là: Tích 2 số nguyên  $|a \times b| = UCLN(a, b) \times BSCNN(a, b)$

**Ví dụ:** có  $a = 12; b = 18 \rightarrow USCLN(12, 18) = 6$  thì:

$$BSCNN(12, 18) = (12 \times 18) : 6 = 36$$

Nếu làm theo cách phân tích thừa số nguyên tố thì phải tính:

$$12 = 2^2 \times 3; \quad 18 = 2 \times 3^2 \rightarrow BSCNN(12, 18) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

**Nhận xét:** Với cặp số nguyên có nhiều chữ số thì việc phân tích ra thừa số nguyên tố mất nhiều thời gian; trong khi lấy tích số có thể bấm máy tính cầm tay khá nhanh và dễ hơn.

Tin tức - Tags: bội chung, bội chung nhỏ nhất, bội số, thuật toán Euclid, ước chung, ước chung lớn nhất

Công thức toán học giúp bạn tìm được “người vợ hoàn hảo”

Những cụm từ tiếng Anh quen thuộc trong hội thoại chốn công sở

9 phương pháp giảng dạy học mới năm 2018

Một số giải pháp bồi dưỡng năng khiếu cho trẻ 5-6 tuổi

Một số giải pháp tạo hứng thú cho học sinh trong giờ học môn Tin học lớp 11 ở trường THPT

Đổi mới phương pháp dạy học môn Đạo đức lớp 2

Trẻ không cần học giỏi – Thái Bá Tân

---