

正交实验设计的意义及其方法和要点

军事医学科学院 胡良平

随着科学技术的发展,科研水平正在不断提高,因而对科研设计的要求也越来越高。许多科研课题都要求由静态(单因素)研究转向动态(多因素)研究,即在许多重要因素同时变化的条件下,来研究事物的变化规律,使科学研究的结论更加符合客观实际。常用的多因素设计类型很多,但当因素的个数多于四个,特别是因素之间存在交互作用时,最有效的设计方法可能就是正交实验设计了。

一、正交实验设计的意义

提高设计水平是改进生产、促进科研的关键性措施。实验设计主要是对实验因素作合理的、有效的安排,最大限度地减少实验误差,使达到高效、快速和经济的目的。此外,正交实验设计还有如下较为特殊的意义:其一,对因素的个数 NF 没有严格的限制, $NF \geq 1$;其二,因素之间有、无交互作用均可利用此设计;其三,可通过正交表进行综合比较,得出初步结论,也可通过方差分析得出具体结论,并可得出最优的生产条件;其四,根据正交表和试验结果可以估计出任何一种水平组合下实验结果的理论值;其五,利用正交表从多种水平组合中一下挑出具有代表性的试验点进行试验,不仅比全面试验大大减少了试验次数,而且通过综合分析,可以把好的试验点(即使不包括在正交表中)找出来;其六,利用正交表的实验,可以把实验室的小规模实验结果原样拿到现场应用,即使其他因素改变,因素效应,也能保持一贯,即使把规模条件改变,其效应也能再现。

二、正交实验设计的方法和要点

(一) 认识一下正交表

正交表是已经制作好的规格化的表,是正交法的基本工具。正交表可分为同水平的和混合水平的两大类,常用的同水平的正交表有 2^n 、 3^n 、 4^n 、 5^n 四型,它们是: $L_4(2^3)$ 、 $L_8(2^7)$ 、 $L_{16}(2^{15})$ 、 $L_{32}(2^{31})$ 、 $L_{64}(2^{63})$ 、 $L_9(3^4)$ 、 $L_{27}(3^{13})$ 、 $L_{81}(3^{40})$ 、 $L_{16}(4^5)$ 、 $L_{64}(4^{21})$ 、 $L_{25}(5^8)$ 、 $L_{125}(5^{31})$ 。常用的混合水平的正交表有: $L_8(4^1 \times 2^4)$ 、 $L_{16}(4^4 \times 2^3)$ 、 $L_{32}(4^8 \times 2^7)$ 、 $L_{18}(3^7 \times 2^1)$ 、 $L_{54}(3^{25} \times 2^1)$ 、 $L_{50}(5^{11} \times 2^1)$ 等。正交表一般分成表头(列号)和表身(水平的标志)。

(二) 怎样利用正交表进行设计

所谓正交设计,实际上就是把本试验所涉及的诸因素和不可忽略的交互作用合理地安排到正交表的表头中去,设计后的正交表是日后进行试验和统计分析的基础和依据。在进行表头设计之前,首先应借助专业知识(或预试验或阅读参考文献)确定本试验需要考虑哪些因素,它包括试验因素和区组因素;不可忽略的交互作用大约有哪几个,肯定影响不大的交互作用尽量不要列入,以便在同型正交表中选择较小者,试验次数会相应减少,结合专业知识确定因素的水平数,以便在两大类正交表中选择其中某一类,或考虑是否需要采取拟因子法设计,即解决把水平数较多的因子排入水平数较少的正交表中的问题。

1. 选择正交表的原则

常用的2水平正交表就有五种,对某一2水平试验问题而言,究竟选哪一个为好呢?首先应计算一下自由度。正交表的总自由度等于

其行数减一。因素和交互作用的自由度之和等于它们所占列数乘以水平数减一，该和应小于等于正交表的总自由度；其次从误差估计的精度方面考虑，如果正交表各列全部排满，并且不想做重复试验，只能用影响较小的一个或几个因素或交互作用的数值来作为误差的估计值，显然，对误差的估计精度不会高。解决的办法有两个：其一，选取稍大一号的正交表，假如初步选取的表为 $L_8(2^7)$ ，那么选 $L_{16}(2^{15})$ 即可；其二，每个试验号下做两次或两次以上重复试验。当水平数较少时，前一种办法较好，当水平数较多时，后一种办法较好，如 $L_{25}(5^8)$ 与 $L_{125}(5^{81})$ ，若前者做两次重复试验，总试验次数等于50，而后者不做重复试验，其试验次数也多达125。第三，必须考虑不应使主效应与不可忽略的二因素交互作用混杂，这是进行表头设计时的关键。应根据正交表中交互作用列出现的规律设计表头（简单的办法是找到具有表头设计的正交表，有时，即使表中还有空白列，也不能安排与其他因素有交互作用的因素，必须选择稍大的正交表，而不能用重复试验的办法来弥补。

2. 正交表内安排的原则

(1) 对同水平正交表而言，每个因素各占一列，二因素交互作用占水平数减一列。

(2) 忽略三因素以上的交互作用，从而在表头设计中，只表示出主效应和不可忽略的2因素交互作用（按照需要，也可以寻找能安排3因素以上交互作用的列）。

(3) 2因素交互作用应认为大致都有存在的可能性，应避免把它安排进和主效应相同的列。

(4) 在安排了以上二个条件后，就可对主效应进行全部评价（称之为可能估计），2因素交互作用也希望将其尽可能多数构成“可能估计”，即不与其他2因素交互作用同列。

(5) 区组因素从第一群列开始放入，分割法各单位也按群号顺序进行安排。

(三) 正交实验设计的要点

1. 关于挑因素

影响试验结果的每种原因或要素，称作因素。正交试验中不可能也没有必要对每种因素都加以考察。在能控制住用量的各因素中，要考察哪些因素呢？考虑到（I）如果漏掉重要因素，可能大大降低试验效果；（II）正交表是安排多因素试验的得力工具，不怕因素多；（III）有时增加一、二个因素，并不增加试验次数。因此，一般倾向于多考察些因素，除了事先能肯定作用很小的因素不安排以外，凡可能起作用或情况不明或意见有分歧的因素都值得考察。另外，必要时将区组因素加以考虑，可以提高试验的精度。

2. 关于选水平

如何确定水平数？对“质量因素”，应选入的水平常常是早就定下来的。如要比较的品种有3种，该因素的水平数只能取3。如“温度”、“反应时间”等这类“数量因素”的水平数的确定，就可以灵活些了。通常取2或3水平，只是在有特殊要求的场合，才考虑取4以上的水平。

数量因素的水平幅度应该怎样确定才好呢？水平的幅度过窄，结果可能得不到任何有用的信息；而过宽时，结果会出现危险或试验无法进行下去。最好结合专业知识或通过预试验，对数量因素的水平变动范围有一个初步了解，只要认为技术上是可能的，一开始就应尽可能取得宽些。随着试验反复进行，技术情报的积累，再把水平的幅度逐渐缩小。

正交表条件均衡地分散在排列完全的水平组合之中，如同一张编织得很好的鱼网，往往直接捕捞到“大鱼”，或提供关于“大鱼”活动“区域”的信息。在水平的幅度较宽的条件做试验，如同撒下一张大网，取得经验后，缩小水平的幅度，再做试验，就如同撒下另一张小网，将会硕果累累。

3. 关于重复试验和重复取样

重复试验和重复取样在概念上和数据处理时都是有区别的，使用时须慎重。除了上文提到的场合下要进行重复试验（或取样）外，当用动物作为试验对象时，也应考虑进行重复试验。

(或取样),这是由于动物的个体差异很大,通过重复试验,可使误差的估计更加精确,使试验结果更加可靠。另外,试验顺序最好按随机化原则重新确定。

4. 关于试验数据的统计分析

正交实验设计一般用于研究多因素、多水平的情况,从设计到试验都不是轻而易举之事。因此,在对试验数据进行统计分析时,最好用方差分析的方法,对试验作出科学的评价,给出更多有用的信息。由于设计和计算都较复杂,建议利用电子计算机来实现。

笔者已编写出“同水平正交试验的设计和数据处理”的计算机程序,包括 2^n 、 3^n 、 4^n 、 5^n 、 7^n 、 8^n 、 9^n 这七型正交表,它们又分别有5、3、2、2、1、1、1种正交表,每种正交表根据因素和交互作用的多少,又有多种不同的表头设计。数据处理部分能输出如下信息:

(1) 原始数据

(2) 初步方差分析结果

(3) 合并误差后的方差分析结果

(4) 所有显著因素的各水平的均值

(5) 所有显著交互作用的各水平组合下的均值

(6) 最优生产条件,即最佳水平组合。

参 考 文 献

1. 胡良平,选择多因素设计类型的一般原则,中国卫生统计 1988; 5(2):37.
2. 本书编写组,正交试验设计法,新一版,上海:上海科学技术出版社,1979: 10—109.
3. [日]田口玄一著,魏钢禄、王世芳译,《上》实验设计法,第一版,北京:机械工业出版社,1987: 170—188.
4. [日]奥野忠一、芳贺敏郎著,牛长山、张永照译,试验设计方法,第一版,北京:机械工业出版社,1985: 3—8, 169—241, 315—327.
5. 中国现场统计研究会三次设计组全国总工会电教中心编著,正交法和三次设计,第一版,北京:科学出版社,1985: 1—50.
6. 中国科学院数学研究所概率统计室编,常用数理统计表,第一版,北京:科学出版社,1979: 43—63.

• 简讯 •

第六届全国多元分析学术会议在西安召开

1988年10月24日至29日在古城西安召开了第六届全国多元分析学术会议。来自全国科研、高校、医疗、工矿等单位的114名代表参加了会议。

这次会议共收到论文120篇,反映了我国多元统计分析研究在广度与深度方面都有了较大的进展。理论方面,在分布理论、数据分析、数量化分析、统计计算以及传统的多元分析等方面都做出了较好的工作;应用方面,除了在气象、地质、地震、医学、工

业等方面的工作外,这次宣读的论文还涉及了一些新的领域、新的课题,如人口、教育、体育训练、干部管理、学术活动评价、公安侦破、著作权的研究等新颖而有实际意义的工作。

这次会议开的紧凑,活跃,内容丰富,讨论热烈,是一次加强联系、相互学习的良好机会。

(曹秀堂)