

Массивы. Логическая индексация

Храмов Д. А.

11.04.2019

1. Массивы

Обращение к элементам массива

Массив формируется по строкам:

```
A = [1,2,3; 4,5,6;7,8,9];
```

A =

1	2	3
4	5	6
7	8	9

A(1,2) % элемент 1-й строки и 2-го столбца (2)

A(:,1) % 1-й столбец

A(2:3,:) % строки 2 и 3

A(3,[1,3]) % элементы 1-го и 3-го столбца 3-й строки

A(5) % ?

Создание массивов: [], eye

```
>> A = []
```

```
A =
```

```
[]
```

```
>> B = eye(2)
```

```
B =
```

```
1    0  
0    1
```

```
>> B1 = eye(2,3)
```

```
B1 =
```

```
1    0    0  
0    1    0
```

Создание массивов: ones, zeros

```
>> C = ones(2)
```

```
C =
```

```
1    1  
1    1
```

```
>> D = zeros(1,3)
```

```
D =
```

```
0    0    0
```

Создание массивов: rand

`rand()` создает случайную величину, равномерно распределенную на интервале $[0;1]$.

```
>> rand
```

```
ans =
```

```
0.8147
```

```
>> rand(2,1)
```

```
ans =
```

```
0.9058
```

```
0.1270
```

Случайная величина, равномерно распределенная на интервале $[a;b]$:

```
ab = a + (b-a)*rand()
```

Задача 1.

Создать заданную матрицу A, воспользовавшись только числами, арифметическими действиями и функциями `zeros`, `ones`, `eye`.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 2 & 4 & 4 \\ 0 & 8 & 0 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 8 & 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Задача 2.

Создать заданную матрицу B, воспользовавшись только числами, арифметическими действиями и функциями `zeros`, `ones`, `eye`.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & -5 & 0 & 2 & 2 \\ -5 & -3 & -5 & 2 & 0 & 2 \\ -5 & -5 & -3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Удаление строк и столбцов массива

```
A = [1,2,3; 4,5,6; 7,8,9];
```

```
A(:,1) = 0; % обнуление 1-го столбца
```

```
A(:,1) = []; % удаление 1-го столбца
```

```
A =
```

2	3
5	6
8	9

Объединение матриц

```
x = (1:0.1:2)';  
logs = [x log(x)]
```

```
logs =
```

1.0000	0
1.1000	0.0953
1.2000	0.1823
...	...

```
A = [1,2,3];
```

```
A = [A,4];    % сообразуясь с формой массива!
```

Еще о задании векторов

```
v = 1:0.1:2
```

Сколько элементов в `v`? Ответ даст `length(v)`.

Создадим вектор из 10 элементов в диапазоне от `[1;2]`:

```
u = linspace(1,2,10)
```

```
u =
```

```
Columns 1 through 8
```

```
1.0000    1.1111    1.2222    1.3333    1.4444    1.5556    1.6667    1.777
```

```
Columns 9 through 10
```

```
1.8889    2.0000
```

Создание многомерных массивов

```
A = [5 7 8; 0 1 9; 4 3 6];
```

3-е измерение уже есть! $A(:, :, 1)$ — это та же самая матрица A.

Добавим в 3-е измерение A еще один слой:

```
A(:, :, 2) = [1 0 4; 3 5 6; 9 8 7];
```

```
size(A)
```

```
ans =
```

```
3      3      2
```

Создание многомерных массивов: `cat()`

`cat` (*conCATenation*) объединяет матрицы A и B вдоль измерения `dim`:

```
C = cat(dim, A, B)
```

```
A = [1 2; 3 4];
```

```
B = [5 6; 7 8];
```

```
c1 = cat(1, A, B)
```

```
c1 = [1 2; 3 4; 5 6; 7 8]
```

```
c2 = cat(2, A, B)
```

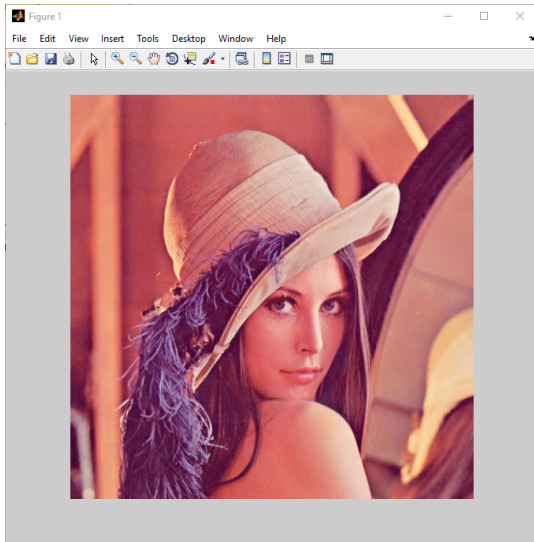
```
c2 = [1 2 5 6; 3 4 7 8]
```

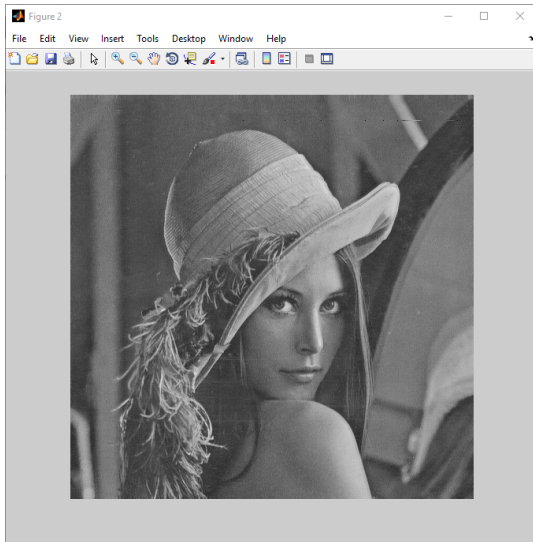
```
c3 = cat(3, A, B)
```

```
size(c3) % 2x2x2
```

Пример: обработка изображений

```
% загрузим картинку
A = imread('lena.png');
% покажем ее
imshow(A)
% превратим изображение в монохромное
A(:, :, [1,2]) = [];
figure
imshow(A)
```





Изменение формы массива: reshape

Синтаксис: `Y = reshape(X,M,N)`

- ▶ Преобразование формы идет по столбцам (колонкам).
- ▶ `M`, `N` — количество строк и столбцов соответственно в формируемом массиве.
- ▶ Число элементов в массивах `X` и `Y` должно совпадать.

```
A = [1 2 3; 4 5 6];
```

```
B = reshape(A,3,2)
```

```
B = [1 5; 4 3; 2 6]
```

Еще операции над массивами...

Размеры

- ▶ `length(x)` — длина вектора;
- ▶ `[i,j] = size(A,dim)` — размерность матрицы;
- ▶ Создать матрицу того же размера, что и `A`: `B = ones(size(A))`.

Максимумы/минимумы

- ▶ `max`, `min` — для матрицы: поиск максимальных (минимальных) элементов по столбцам;
- ▶ `max(max(A))` — максимум для матрицы `A`.

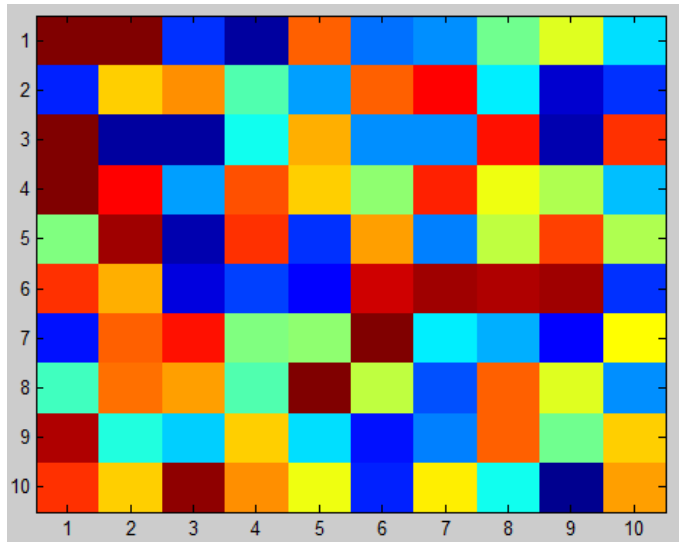
Другое

- ▶ `sum`, `prod` — сумма и произведение элементов массива;
- ▶ `round` — округление, `fix` — усечение.

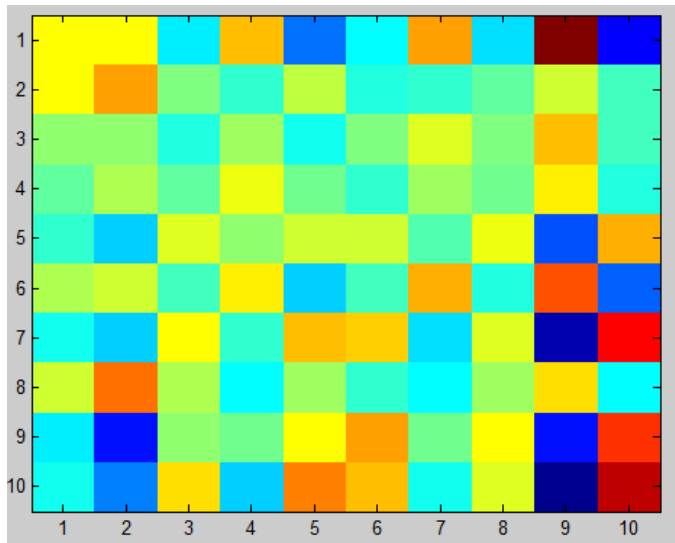
Обращение матриц: inv

```
A = rand(10) % создадим случайную матрицу размера 10x10  
Ai = inv(A); % обратим её  
E = A*Ai;
```

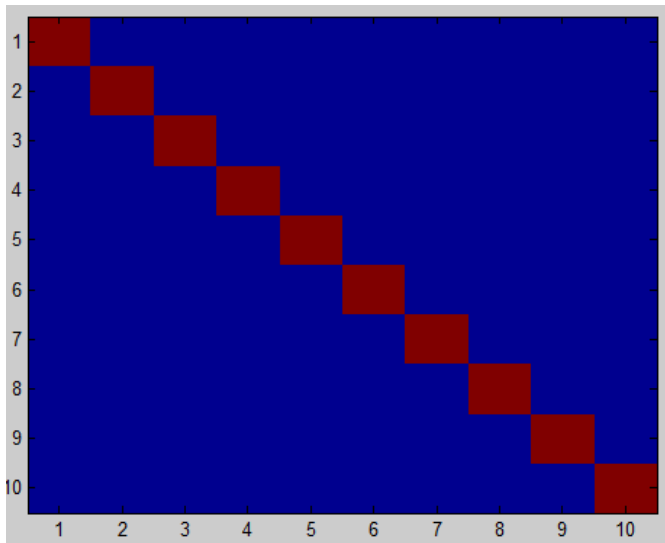
imagesc(A)



imagesc(Ai)



imagesc(E)



Задача 3.

Из элементов матрицы A , составить матрицу B , используя только операции выделения диапазона ($:$) и транспонирования ($'$) и вывести ее на экран. Сохранить текст программы в m -файле.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ -8 & -8 & -8 & -8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

Задача 4.

Пусть x — одномерный массив. Верно ли записано на языке MATLAB математическое выражение? Если нет, то исправить ошибку.

№	Выражение $f(x)$	Запись на MATLAB
1	$x^3 \cos 2x^2 + x$	<code>x.^3*cos(2*x^2)+x</code>
2	$\frac{1+x^2+2x}{x \cos x^2}$	<code>(1+x.^2+2*x)/(x.*cos(x.^2))</code>
3	$2x^2 e^{x^2}$	<code>2*x.^2.*exp(x.^2)</code>
4	$-x + x^3/3x$	<code>-x+x.^3/3*x</code>
5	$\frac{1+3x \sin x}{x^2}$	<code>(1+3*x.*sin(x))/x.^2</code>

Задача 5.

При движении тела, брошенного под углом к горизонту, координаты тела изменяются по закону

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_0 t \cos \alpha, \\y &= y_0 + v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2},\end{aligned}$$

- ▶ (x_0, y_0) — координаты точки старта — $(0,0)$;
- ▶ v_0 — начальная скорость движения тела — 20 м/с;
- ▶ α — угол бросания — 35 градусов к горизонту;
- ▶ $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ — ускорение силы тяжести;
- ▶ t — время.

Построить график движения тела для первых 2.3 секунд его полета. Шаг по времени — 0.01 с.

2. Логическая индексація

Логический тип данных, сравнения и операции

Логический тип данных (logical) представляет состояния ИСТИНА и ЛОЖЬ с помощью чисел 1 и 0 соответственно.

- ▶ **Сравнения:** == (тождество), <, >, <=, >=, ~= (не равно)
- ▶ **Операции:** & (И), | (ИЛИ), ~(НЕ)

Важно! '==' — тождество, а '=' — присваивание.

Есть еще && (И) и || (ИЛИ) — они применяются для скаляров и реализуют короткий цикл вычислений (второй операнд оценивается только в том случае, когда результат не определяется полностью первым операндом).

Обращение к элементам массива

Обращаться к элементам массива можно:

1. по их номерам (числовым индексам);
2. с помощью **логической индексации**.

A	6	7	8	9	10
LI	0	0	1	0	1

Логический индекс (маска) — это массив, имеющий тот же размер, что и исходный A, но состоящий из 0 и 1. Единицы указывают на выбранные элементы исходного массива A.

Выберем 3-й и 5-й элементы массива A:

- ▶ $A([3,5])$
- ▶ $A([0,0,1,0,1])$

Это дает нам векторизацию условий

Пусть у нас есть массив D:

```
D = [-0.2 1.0 1.5 3.0 -1.0 4.2 3.14];
```

Выберем из него положительные элементы

```
D >= 0
```

```
ans = 0 1 1 1 0 1 1
```

Положительные элементы D — 1, отрицательные — 0.

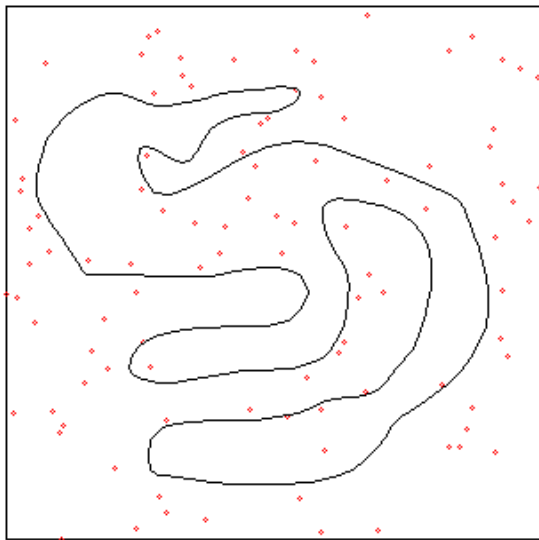
Сколько всего положительных элементов в D?

```
sum(D >= 0)
```

Выделим массив из положительных элементов D:

```
P = D(D>=0);
```

Пример. Как оценить площадь фигуры



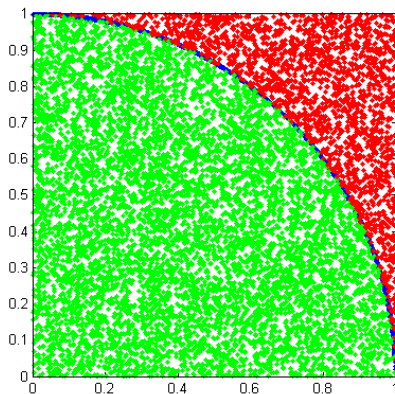
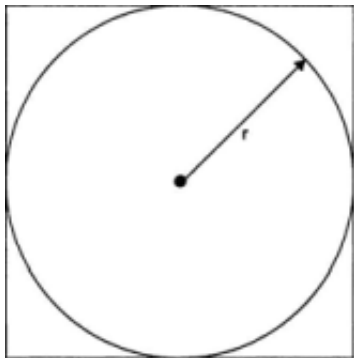
Источник: http://mathonweb.com/entertain/monte/t_monte.htm

Алгоритм оценки площади фигуры

1. Помещаем фигуру в другую, с известной площадью (прямоугольник).
2. Генерируем n точек со случайными координатами внутри прямоугольника.
3. Подсчитываем, сколько точек попало внутрь фигуры n_s .

$$\text{Площадь_фигуры} = \text{Площадь_прямоугольника} * n_s / n$$

Пример. Вычисление π



$$\frac{n_s}{n} \approx \frac{S_{circle}}{S_{square}} = \frac{\pi r^2}{a^2} \Rightarrow$$

$$\pi \approx 4 \frac{n_s}{n}$$

$a = 2r$ — длина стороны квадрата.


```
% Задаем число точек
n = 1e6;
% Генерируем точки внутри квадрата
x = rand(1,n);
y = rand(1,n);
% Задаем абсциссы четверти круга
fun = sqrt(1-x.^2);
% Счетчик попаданий внутрь окружности
ns = sum(y <= fun);
pi_ = 4*ns/n
```

Выгода от логической индексации

Конструкция

```
ns = 0;  
for i=1:n  
    if y(i) <= fun(i)  
        ns = ns + 1;  
    end  
end
```

заменяется на:

```
ns = sum(y <= fun);
```

Think vectorized

Девиз Matlab: “Думай векторно” (Think vectorized), т.е. думай о массиве в целом, а не об отдельных элементах.

Благодаря логической индексации в Matlab реже используются условные операторы и циклы.

Замена условных операторов и циклов операциями над массивом в целом называется **векторизацией**.

Но: пишете как вам проще — чтобы это работало. Когда программа заработает правильно, будете думать об улучшениях.

Задача 6.

Используя логическую индексацию, запишите функцию

$$y = \begin{cases} +1, & \text{если } x \geq 0, \\ -1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

и продемонстрируйте ее работу на примере вектора

$$x = [1 \ -3 \ 0 \ 4 \ 3 \ -5 \ -7];$$

Запишите вектор y для заданного входного вектора x .

Список задач

- ▶ Задача 1
- ▶ Задача 2
- ▶ Задача 3
- ▶ Задача 4
- ▶ Задача 5
- ▶ Задача 6