

Модели и моделирование

Храмов Д. А.

23.01.2019

1. Основные определения

Модель

Модель — представление объекта, системы или понятия (идеи) в некоторой форме, отличной от формы их реального существования.

Модель — упрощенное представление, отражающее наиболее характерные (интересующие) свойства объекта исследований.

Модель служит для...

1. Прогнозирования поведения объекта.
2. Объяснения его устройства/поведения.
3. Обучения работе с объектом.
4. Передачи информации об объекте.

Виды моделей

Модель может:

1. являться копией объекта исследований, выполненной из другого материала и в другом масштабе (**макет, физическая модель**);
2. отображать некоторые характерные свойства объекта в абстрактной форме (**математическая модель**).

Макетирование



Моделирование из глины (Источник: “Как создают дизайн Ford”)

От математической модели к компьютерной программе

При использовании математического моделирования поведение системы описывается на языке математики, то есть с помощью уравнений (дифференциальных, алгебраических) и методов их решения (как правило, численных).

Математические уравнения вместе с методами их решения формулируются в виде **алгоритма** — последовательности операций, позволяющей решить задачу за конечное число этапов вычислений.

Алгоритм преобразуется в компьютерную программу, реализованную на том или ином языке программирования.

Имитационная модель = компьютерная модель

Имитационная модель — компьютерная программа, которая описывает структуру и/или воспроизводит поведение реальной системы во времени.

Мы рассматриваем только компьютерные модели. Поэтому термины “имитационное моделирование” и “компьютерное моделирование” будем считать синонимами и говорить просто о “моделях”.

Что мы понимаем под “моделированием”

Моделирование — это процесс, включающий создание модели и ее применение для изучения некоторой проблемы или явления.

- ▶ Модель — это упрощенное представление объекта исследований.
- ▶ Модели позволяют объяснять и прогнозировать поведение объекта исследований.
- ▶ Математическая модель отображает в абстрактной форме некоторые характерные свойства объекта.
- ▶ Компьютерная модель — математическая модель, реализованная в форме компьютерной программы.

2. Место моделирования в процессе принятия решений

Процесс принятия решений:

1. Постановка цели.
2. Поиск информации.
3. Определение вариантов решений.
4. Оценка вариантов и выбор наилучшего решения.

Постановка цели

Цель — желаемый результат, которого мы хотим достичь.

Насколько грамотно мы сформулировали цель? Проверяем, пользуясь принципом SMART. Цель должна быть:

1. **Specific** — конкретной. Необходимо четко сформулировать, что должно быть достигнуто. (*Выучить английский язык*)
2. **Measurable** — измеримой. Ваш планируемый результат, должен быть измерим в каких-то цифрах, быть «реально осязаемым». (*Сдать экзамен TOEFL*)
3. **Action-oriented** — опирающейся на действия самого человека, а не на независимые от него факторы или других людей. (*Для этого мне необходимо пойти на курсы*)
4. **Realistic** — реалистичной. Вы должны учесть имеющиеся у вас ресурсы. (*Кроме курсов, занятия потребуют не меньше получаса времени в день, а надо еще и работать*)
5. **Time-limited** — ограниченной во времени. Важно определить конечный срок выполнения работы. (*К маю будущего года*)

Место моделирования

1. Постановка цели.
2. Поиск информации.
3. Определение вариантов решений. *Какое из решений на интересует? При каких параметрах системы оно достигается? Какие сценарии поведения системы нас интересуют?*
4. Оценка и выбор наилучшего из решений. *Что такое “наилучший”? Какой критерий для оценки качества решения использовать? Решений может быть много.*

- ▶ При создании модели необходимо представлять себе ее место в ходе решения конкретной задачи. Иногда это позволяет значительно упростить модель.
- ▶ Модели позволяют выработать варианты решения проблемы и выбрать наилучший из них.

3. Что дает компьютер?

Компьютер позволяет выполнять расчеты

- ▶ быстрее;
- ▶ дешевле;
- ▶ иным способом, чем это было в “докомпьютерную эпоху”.

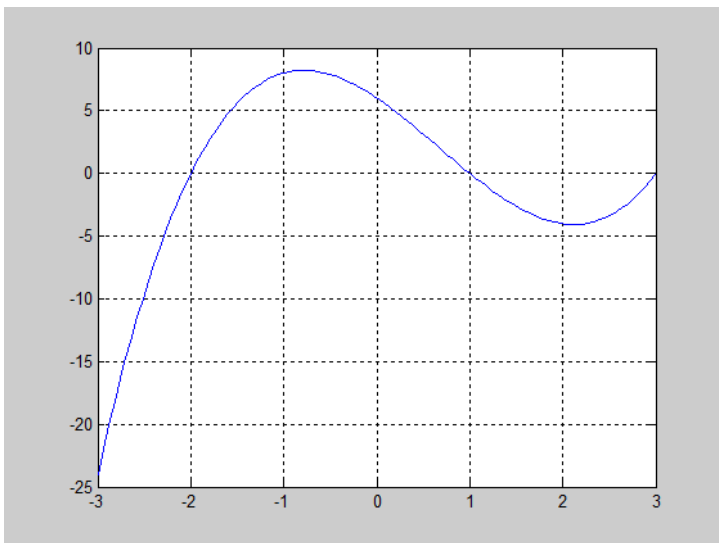
Поиск корней уравнения

Найдем корень уравнения

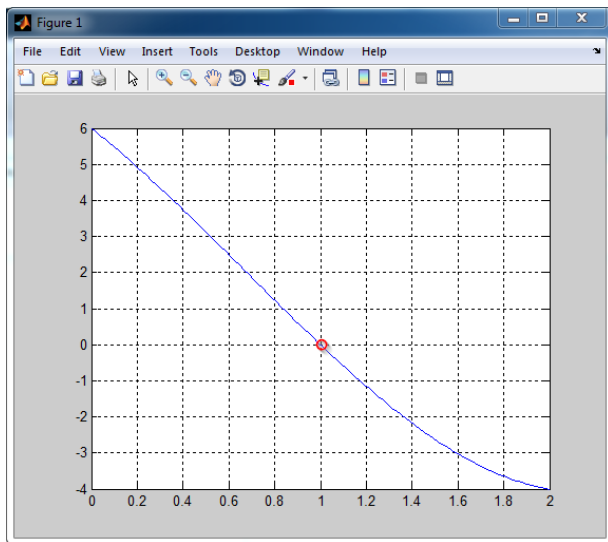
$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0,$$

расположенный на промежутке $[0; 2]$ с точностью до 0.01.

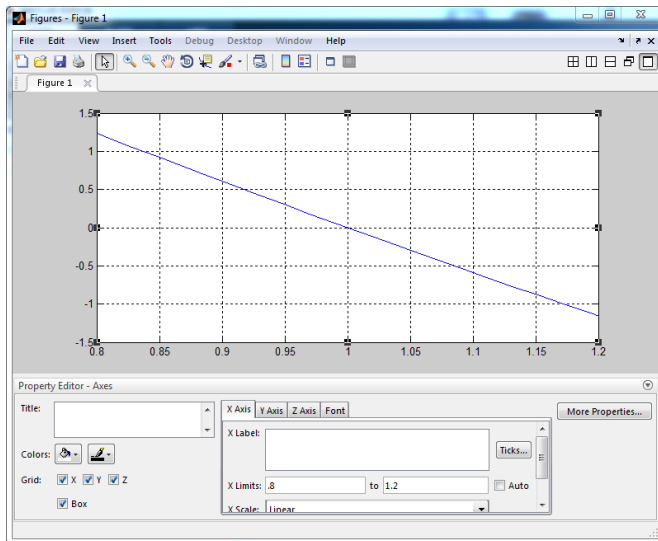
Строим график



Ограничиваем область поиска корня



Сужаем окрестность корня пока не достигнем нужной точности



Меню Edit/Axes Properties...

Задача. Найти корень уравнения

$$x^3 - x^2 - 5x + 6 = 0,$$

расположенный на промежутке $[1; 1.5]$ с точностью до 0.01.

4. Особенности компьютерной арифметики

Сложение

Попробуем вычесть на компьютере числа $10^{16} + 1$ и 10^{16} :

$$10^{16} + 1 - 10^{16} = 0$$

$$10^{16} - 10^{16} + 1 = 1$$

Т.е. сложение/вычитание чисел на компьютере **может оказаться некоммутативным**.

Поскольку это происходит с арифметическими действиями, то и результат вычисления функции на компьютере отличается от принятого в математике:

$$\cos \pi/2 = 0, \text{ а } \cos(\text{pi}/2) = 6.1232\text{e-}17.$$

Предел

Второй замечательный предел:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \approx 2.718...$$

Пробуем:

```
n = [1 1e3 1e7 1.2e11 1.2e13 1.7e14 1e15 3e15 5e15 8e15  
      1e16 1e19];  
(1+1./n).^n
```

Получаем:

```
[2.0000, 2.7169, 2.7183, 2.7183, 2.7161, 2.6683, 3.0350,  
 3.7896, 3.0350, 5.9083, 1.0000, 1.0000]
```

Источник проблем лежит в несовпадении машинной арифметики с обычной из-за конечности разрядной сетки ЭВМ.

ПРК “Пэтриот”, 25.02.1991 — ошибка при перехвате иракских ракет

Время измерялось системными часами в десятках секунд, а затем умножалось на $1/10$ чтобы получить результат в секундах. Вычисление производились с 24-разрядными числами.

$1/10$ — бесконечная двоичная дробь, которая обрезалась после 24-го разряда. Появлялась ошибка округления, из-за которой батарея противоракет, находившаяся на боевом дежурстве около 100 часов, накапливала погрешность в определении времени в 0.34 с.

Ракета “Scud” (P-17) летит со скоростью около 1676 м/с и за 0.34 с. пролетает около 0.5 километра. В итоге система ПРО не реагировала на подлетающую ракету, считая что та находится за пределами охраняемого участка.

Источник: <http://www-users.math.umn.edu/~arnold/disasters/patriot.html>

Проверим?

Что будет, если сравнить

`0.3 == 0.3`

А это?

`0.4 - 0.1 == 0.3`

Что подлетало: Р-17



Куда прилетело



Ариан-5, 4.06.1996 — взрыв после 40 секунд полета

The rocket was on its first voyage, after a decade of development costing \$7 billion. The destroyed rocket and its cargo were valued at \$500 million. The cause of the failure was a software error in the inertial reference system. Specifically a 64 bit floating point number relating to the horizontal velocity of the rocket with respect to the platform was converted to a 16 bit signed integer. The number was larger than 32768, the largest integer storeable in a 16 bit signed integer, and thus the conversion failed.

Источник: <http://www-users.math.umn.edu/~arnold/disasters/ariane.html>

- ▶ Основы точности расчетов закладываются на этапе выбора математической модели. Исходя из этого, выбираются численные методы и программные средства.
- ▶ Во время вычислений нашей целью является не испортить точность, заложенную в модели и исходных данных.
- ▶ Цель вычислений состоит в том, чтобы получить результат с заданной точностью.

Ссылки

- ▶ Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука, М.: Мир, 1978.

Вспоминаем математику

- ▶ Бёрд Дж. Инженерная математика: Карманный справочник. М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2008. 544 с.

Где искать

- ▶ Папка /Литература
- ▶ Library Genesis: gen.lib.rus.ec

Контактная информация

Преподаватель: Храмов Дмитрий Александрович

e-mail: dkhramov@mail.ru

веб-сайт: dkhramov.dp.ua

skype : d_khramov