

# Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 7

Uni Bonn, SS 2023

**Aufgabe 25.** Beweise  $\pi_1(\mathbb{RP}^2) \cong \mathbb{Z}/2$ .

**Aufgabe 26.** (a) Finde heraus und formuliere, was die Definition der Einhängung  $\Sigma X$  eines topologischen Raumes  $X$  ist.

(b) Beweise für einen wegweise zusammenhängenden topologischen Raum  $X$ , dass  $\Sigma X$  einfach zusammenhängend ist.

(c) Beweise für einen topologischen Raum  $X$ , dass  $\Sigma(\Sigma X)$  einfach zusammenhängend ist.

**Aufgabe 27.** Für  $k = 1, 2$  sei  $(X_k, x_k)$  ein wegweise zusammenhängender punktierter Raum derart, dass es eine offene Umgebung  $U_k \subseteq X_k$  von  $x_k$  gibt, die punktiert homotopieäquivalent zu  $\{x_k\}$  ist. Weiterhin sei  $\pi_1(X \vee Y)$  isomorph zu  $\mathbb{Z}$ .

Beweise oder widerlege, dass dann einer der beiden Räume  $X_1$  und  $X_2$  einfach zusammenhängend ist.

**Aufgabe 28.** Sei folgendes Diagramm ein Pushout, wobei  $i_1$  und  $i_2$  die Inklusionen sind

$$\begin{array}{ccc} (S^1 \times S^1) \vee S^2 & \xrightarrow{i_1} & (S^1 \times D^2) \vee S^2 \\ i_2 \downarrow & & \downarrow \\ (S^2 \times S^1) \vee S^2 & \longrightarrow & X. \end{array}$$

Beweise oder widerlege, dass  $X$  einfach zusammenhängend ist.