

Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 6

Uni Bonn, SS 2023

Aufgabe 21. Beweise oder widerlege:

- (a) Die Abbildung $\mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{1\}, z \mapsto z^9 + 1$ lässt sich zu einer Abbildung $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{1\}$ erweitern.
- (b) Die Abbildung $\mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C} \setminus \{1\}, z \mapsto z^9 + 1$ lässt sich zu einer Abbildung $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ erweitern.

Aufgabe 22. Sei folgendes Diagramm ein Pushout von topologischen Räumen

$$\begin{array}{ccc} S^n & \xrightarrow{u} & X \\ i \downarrow & & \downarrow f \\ D^{n+1} & \xrightarrow{v} & X \end{array},$$

wobei i die Inklusion, $n \geq 2$ und X wegweise zusammenhängend ist.

Beweise oder widerlege, dass Y wegweise zusammenhängend ist und f für jeden Grundpunkt $x \in X$ einen Isomorphismus $\pi_1(f, x): \pi_1(X, x) \rightarrow \pi_1(Y, f(x))$ induziert.

Aufgabe 23. Sind die Fundamentalgruppoiden von X und Y für folgende Räume äquivalent?

- (a) $X = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ und $Y = S^1 \times D^3$;
- (b) $X = S^1 \times S^1$ und $Y = S^2 \setminus \{(0, 0, 1), (0, 0, -1)\}$;
- (c) $\mathbb{CP}^3 \times \mathbb{RP}^4$ and $\mathbb{CP}^3 \amalg \mathbb{RP}^4$.

Aufgabe 24. Konstruiere einen wegweise zusammenhängenden kompakten topologischen Raum, dessen Fundamentalgruppe isomorph zu $\mathbb{Z}/2023$ ist.