Universidade Federal do Ceará
Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Elétrica Disciplina: Lab. de Controle de Sistemas Dinâmicos
Profs.: Bismark C. Torrico / Laurinda L N dos Reis

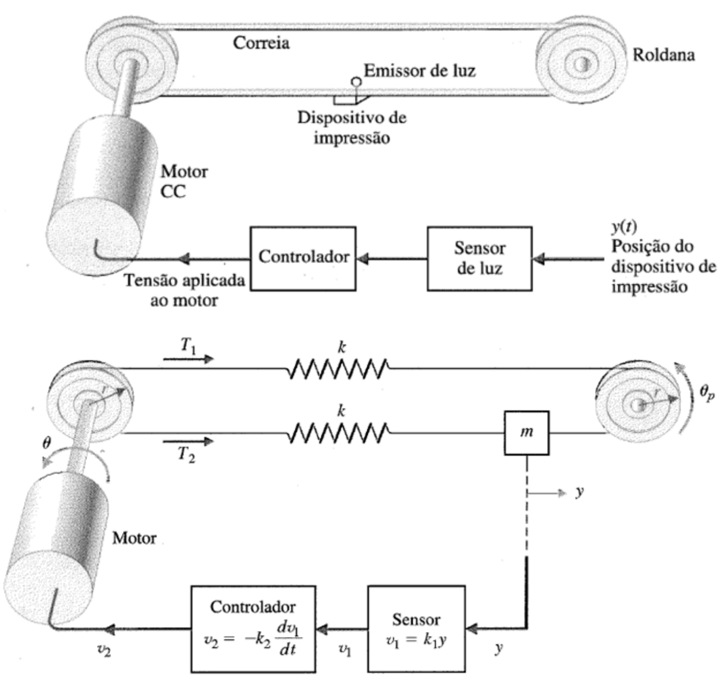
LABORATÓRIO #3 Modelagem de Sistemas em espaço de estados

Objetivos

1. Construir, com o auxílio de programas matemáticos, modelos por representação em espaço de estados de sistemas físicos.
2. Familiarizar-se com programas apropriados para o estudo de sistemas de controle.
3. Implementar/simular modelos em ambiente de simulação com interface visual amigável.
4. Enviar para josesergio@alu.ufc.br até 12/12/2024 às 07:59.

---

1) Considere o seguinte sistema de uma impressora.



Legenda:
k = constante de mola da correia;
r = raio da roldana;
θ = rotação angular do motor;
θ_p = rotação angular da roldana;
m = massa do dispositivo de impressão;
y = posição do dispositivo de impressão;
v_1 = saída do sensor de posição;
v_2 = saída do controlador de posição;

Equações de movimento para o sistema, considerando que $y = r\theta_p$. As tensões T_1 e T_2 são determinadas através de:

$$T_1 = k(r\theta - r\theta_p) = k(r\theta - y)$$

$$T_2 = k(y - r\theta)$$

A tensão líquida aplicada ao corpo de massa m é:

$$T_1 - T_2 = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

Onde:

$$T_1 - T_2 = k(r\theta - y) - k(y - r\theta) = 2k(r\theta - y)$$

Considerando que a indutância do motor é nula (L=0) a corrente de campo $i = \frac{v_2}{R}$ e o torque do motor $T_m = K_m i$. Dessa forma:

$$T_m = \frac{K_m}{R} v_2$$

Onde K_m é a constante mecânica do motor. O torque do motor fornece torque para acionar as correias mais as perturbações de carga, de modo que:

$$T_m = T + T_d$$

O torque T aciona o eixo da polia de modo que:

$$T = r(T_1 - T_2) - b\frac{d\theta}{dt} = J\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Representar em espaço de estados o modelo da impressora, adotando: $x_1 = \theta,\ x_2 = \dot{\theta},\ x_3 = y\ e\ x_4 = \dot{y}$.

Considerando que $T_d \cong 0$ (sem controle), $T = T_m$.

$$\frac{K_m}{R} v_2 - r(2k(r\theta - y)) - b\frac{d\theta}{dt} = \frac{Jd^2\theta}{dt^2}$$

Então a equação de $\dot{x}_2$ é:

$$\dot{x}_2 = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{2kr^2}{J}x_1 - \frac{2kr}{J}x_3 + \frac{b}{J}x_2 + 0x_4 + \frac{km}{rJ}v_2$$

E $\dot{x}_4$ por:

$$T_1 - T_2 = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{T_1 - T_2}{m} = -\frac{2kr}{m}x_1 - \frac{2k}{m}x_3 + 0x_2 + 0x_4$$

Resta apenas definir $\dot{x}_1 = x_2$ e $\dot{x}_3 = x_4$ e $y = x_3$. Na forma matricial em espaço de estados o modelo do sistema em malha aberta dica na forma:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2kr^2 & -b & 2kr & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{2kr}{m} & 0 & -\frac{2k}{m} & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_m}{RJ} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_2$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

<u>ROTEIRO</u>

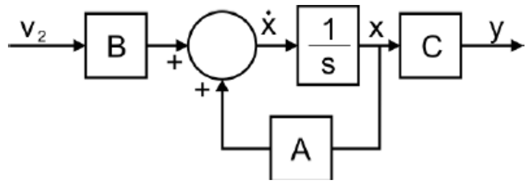
1) Estude as funções ‘ss’ e ‘ss2tf’.

2) Obtenha a representação em espaço de estados do sistema em malha aberta (use o comando *ss*).

3) Obtenha a função de transferência Y(s)/V(s) (use o comando *ss2tf*) e comente sobre os erros numéricos do Matlab. Compare a resposta do sistema em espaço de estados com o sistema em função de transferência. (use o comando step).

4) Obtenha a função de transferência pólo/zero (ZPK) (use o comando *ss2zp*).

5) Monte o seguinte diagrama de blocos usando o SIMULINK e simule a resposta do sistema. Compare com a resposta obtida no MATLAB por linha de código e comente sobre.



6) Repetir 5) utilizando o bloco "State-Space" no Simulink.

7) Repetir 5) em malha fechada considerando realimentação unitária.