

Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
Физтех-школа физики и исследований им.Ландау

Лабораторная работа №2.2.1

(Лабораторный практикум по общей физике)

Исследование взаимной диффузии газов

Работу выполнил:
Климанов Даниил, группа Б02-115

г. Долгопрудный, 2022

Цель работы: 1) Регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов; 2) Определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

Оборудование: измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с гелием; манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

1 Теоретическое введение:

В системе, состоящей из двух компонентов a и b , плотность потока вещества определяется законом Фика:

$$J_a = -D_{ab} \cdot \frac{\partial n_a}{\partial x}; J_b = -D_{ba} \cdot \frac{\partial n_b}{\partial x} \quad (1)$$

, где $D_{ab} = D_{ba}$ - коэффициент взаимной диффузии.

В данной работе исследуется диффузия примеси лёгкого газа (гелия) на фоне воздуха. Концентрация воздуха в опыте предполагается значительно большей, чем концентрация гелия. Относительное изменение концентрации воздуха полагаем малым.

Если трубка между полостями достаточно тонкая, то выравнивание концентраций компонентов в сосудах происходит благодаря диффузии в трубке. Рассмотрим стационарный поток в каждый момент времени:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{\Delta n}{l} \Rightarrow J = -DS \cdot \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (2)$$

$$J = -DS \cdot \frac{n_1 - n_2}{l} = -DS \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \quad (3)$$

Первое соотношение - допущение, что n - линейная функция координаты x , а второе выражение - следствие первого.

Если $\Delta n_1, \Delta n_2$ - изменение концентраций в сосудах за время Δt , то заметим, что:

$$V_1 \cdot \Delta n_1 + V_2 \cdot \Delta n_2 = 0 \quad (4)$$

$$V_1 \cdot \Delta n_1 = -V_2 \cdot \Delta n_2 = J \Delta t = -DS \cdot \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (5)$$

$$1 \quad (6)$$

Следовательно:

$$V_1 \cdot \frac{dn_1}{dt} = -DS \cdot \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (7)$$

$$V_2 \cdot \frac{dn_2}{dt} = -DS \cdot \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (8)$$

$$\Rightarrow \frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -DS \cdot \frac{n_1 - n_2}{l} \cdot \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}(\Delta n) = -\frac{DS}{l} \cdot \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \cdot \Delta n \quad (10)$$

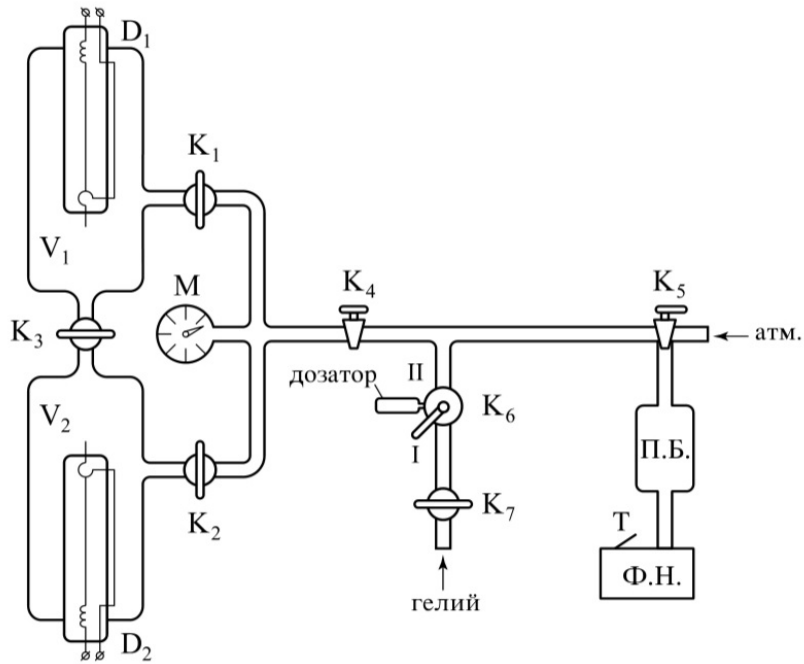


Рис. 1. Установка для исследования взаимной диффузии газов

Это дифференциальное уравнение, решением которого является следующая функция времени: $\Delta n = n_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$, где $\tau = const$ задаётся следующим соотношением:

$$\tau = \frac{V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{l}{S} \cdot \frac{1}{D} \quad (11)$$

2 Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рисунке 1. Параметры установки и условия проведения эксперимента указаны в таблице ниже:

$V_1, \text{см}^3$	$V_2, \text{см}^3$	$P_{atm}, \text{торр}$	$\frac{L}{S}, \text{см}^{-1}$
420 ± 10	420 ± 10	757,2	$9,0 \pm 0,1$

Показания гальванометра N зависят от времени по тому же экспоненциальному закону, что и изменение концентрации.

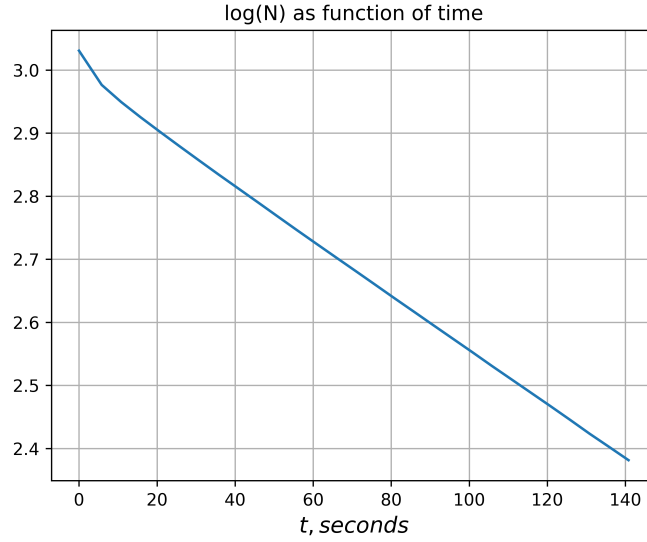


Figure 1: График для $P_1 = 44.7$ торр

3 Выполнение измерений

Из выражения (11) следует:

$$\begin{cases} D = \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{l}{S}\right) \cdot \frac{V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2} = [V_1 = V_2 = V] = \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{l}{S}\right) \cdot \frac{V}{2} \\ \sigma D = \sqrt{\left(\frac{l}{S} \cdot \frac{V}{2}\right)^2 \cdot \sigma^2\left(\frac{1}{\tau}\right) + \left(\frac{1}{\tau} \cdot \frac{V}{2}\right)^2 \cdot \sigma^2\left(\frac{l}{S}\right) + \left(\frac{1}{\tau} \cdot \frac{l}{S}\right)^2 \cdot \sigma^2\left(\frac{V}{2}\right)} \end{cases} \quad (12)$$

Все величины, кроме $\left(\frac{1}{\tau}\right)$ - параметры, указанные на установке, поэтому для того, чтобы узнать коэффициент взаимной диффузии $D[\text{см}^2/\text{с}]$ и его погрешность, следует найти $\left(\frac{1}{\tau}\right)$ из графиков в координатах $(\ln N, t)$, поскольку:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln(N) = \ln(N_0) - \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot t \quad (13)$$

, где N_0 - начальные показания гальванометра. Следовательно, $-\left(\frac{1}{\tau}\right)$ - коэффициент наклона графиков в координатах $(\ln N, t)$.

4 Обработка измерений

Как видно, графики имеют вид линейных функций, следовательно, изменение концентрации и показания гальванометра зависят от времени по экспоненциальному

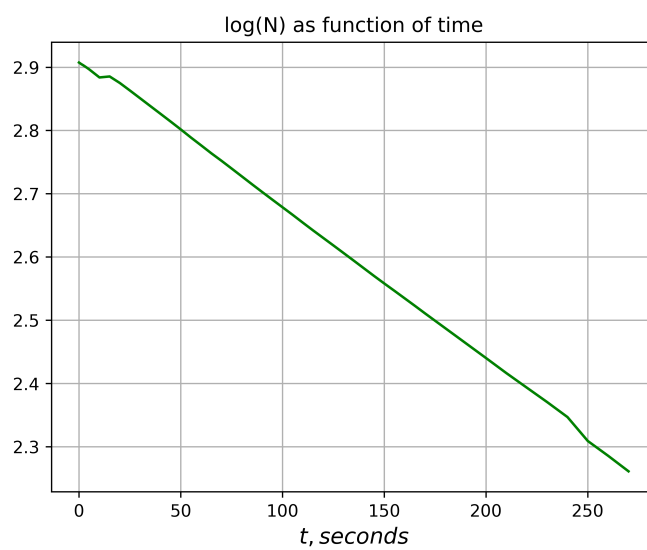


Figure 2: График для $P_2 = 78.3$ торр

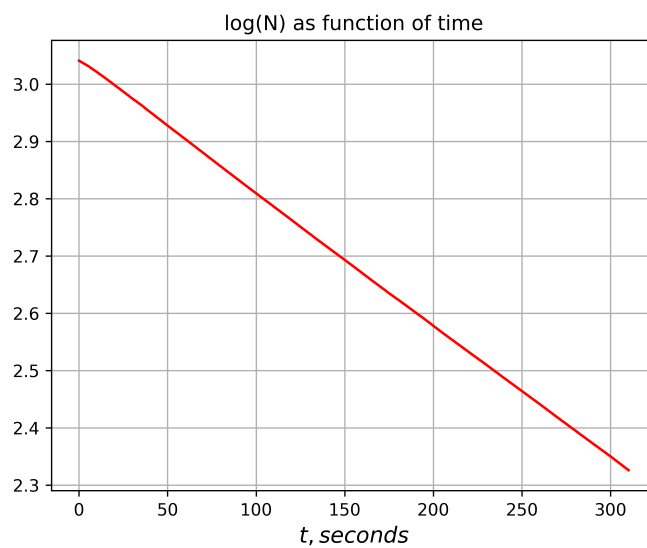


Figure 3: График для $P_3 = 90$ торр

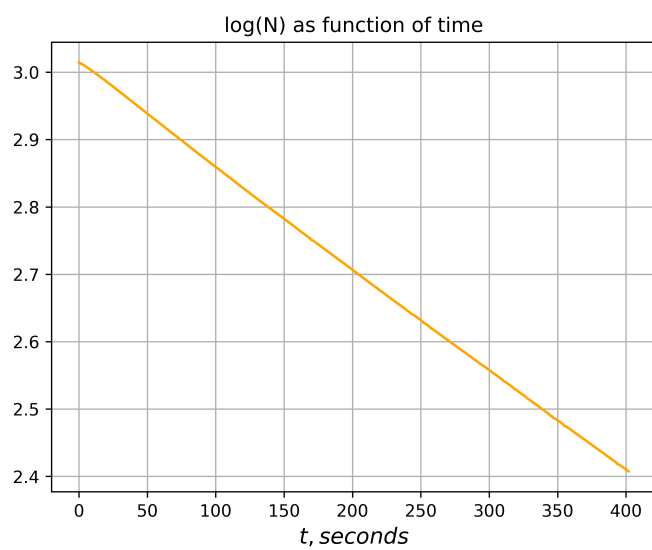


Figure 4: График для $P_4 = 130.5$ торр

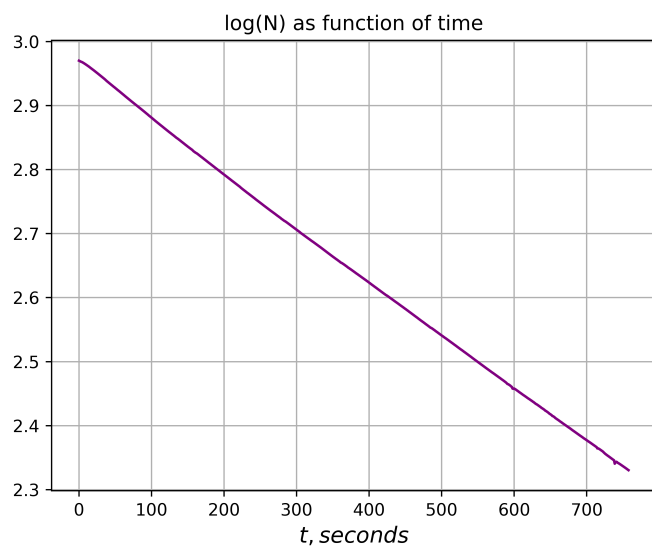


Figure 5: График для $P_5 = 261.1$ торр

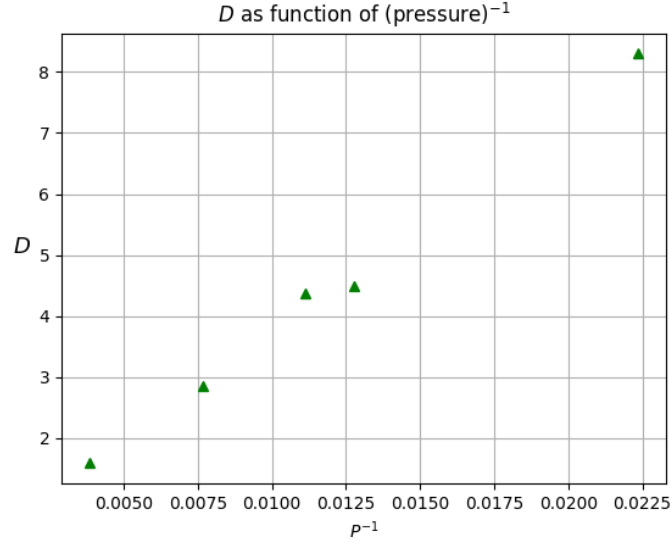


Figure 6: Зависимость коэффициентов диффузии от обратного давления

закону. Значения и погрешности коэффициентов наклона будем рассчитывать по МНК. $b_i = (-1) \cdot (\frac{1}{\tau})_i \text{ с}^{-1}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$$\begin{cases} b_1 = -(441 \pm 3, 2) \cdot 10^{-5} \Rightarrow D_1 = (8, 3 \pm 0, 6) \\ b_2 = -(2400 \pm 9, 1) \cdot 10^{-6} \Rightarrow D_2 = (4, 5 \pm 0, 2) \\ b_3 = -(2320 \pm 2, 6) \cdot 10^{-6} \Rightarrow D_3 = (4, 38 \pm 0, 12) \\ b_4 = -(1510 \pm 1) \cdot 10^{-6} \Rightarrow D_4 = (2, 85 \pm 0, 08) \\ b_5 = -(8400 \pm 6) \cdot 10^{-7} \Rightarrow D_5 = (1, 58 \pm 0, 04) \end{cases} \quad (14)$$

Аналогичным способом найдём коэффициент наклона и свободный коэффициент графика $D(P^{-1})$:

$$\begin{cases} D = a_0 + k \cdot (\frac{1}{P}) \\ \Rightarrow a_0 \approx 0.14; k = (362, 15 \pm 13, 18) \end{cases} \quad (15)$$

, откуда получаем, что $D_{atm} \approx (0, 62 \pm 0, 02) \text{ см}^2/\text{с}$.

4.1 Оценка длины свободного пробега и размера молекул:

Оценим длину свободного пробега и размер молекулы, считая, что взаимная диффузия обеспечивается в основном гелием. По формуле коэффициента диффузии и соотношению для средней скорости (λ - длина свободного пробега, k - постоянная

Больцмана):

$$\begin{cases} \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \\ D = \frac{1}{3}\bar{v}\lambda \Rightarrow D = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cdot \lambda \\ \pi n d^2 \lambda = 1 \\ P = nkT \Rightarrow d^2 = \frac{kT}{\pi\lambda P} \end{cases} \quad (16)$$

Примем молярную массу гелия $\mu = 0.004$ кг/моль; $R = 8.31$ Дж/(моль·К); $T \approx 296$ К; $k = 1.3 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Следовательно, для λ и d имеем:

$$\lambda = \frac{3 \cdot D_{atm} \cdot \sqrt{\pi\mu}}{\sqrt{8RT}} = \frac{3 \cdot 0,62 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3,14 \cdot 0.004}}{\sqrt{8 \cdot 8,31 \cdot 296}} \approx 1,48 \cdot 10^{-7} \quad (17)$$

$$\sigma\lambda = \frac{3 \cdot \sqrt{\pi\mu}}{\sqrt{8RT}} \cdot \sigma(D_{atm}) \approx 5 \cdot 10^{-9} \quad (18)$$

$$d = \sqrt{\frac{kT}{\pi\lambda P_{atm}}} \approx \sqrt{\frac{1,3 \cdot 10^{-23} \cdot 296}{3,14 \cdot 1,48 \cdot 10^{-7} \cdot 100860}} \approx 2,86 \cdot 10^{-10} \quad (19)$$

$$\sigma d = \sqrt{\frac{kT}{\pi \cdot P}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda^{3/2}} \cdot \sigma(\lambda) \approx \sqrt{\frac{1,3 \cdot 10^{-23}}{3,14 \cdot 100860}} \cdot \frac{1}{2 \cdot (1,48 \cdot 10^{-7})^{3/2}} \cdot (5 \cdot 10^{-9}) \approx 2,8 \cdot 10^{-13} \quad (20)$$

В итоге (значения величин приведены в метрах):

$$\begin{cases} \lambda = (148 \pm 5) \cdot 10^{-9} \\ d = (2860 \pm 2,8) \cdot 10^{-13} \end{cases} \quad (21)$$

5 Итоги

В работе исследовалось явление взаимной диффузии газов, и были сделаны численные оценки величин коэффициента диффузии, длины свободного пробега и размера молекулы гелия. Также были проверены утверждения из теоретического введения, например, по виду построенных графиков можно было убедиться в том, что зависимость изменения концентрации от времени действительно экспоненциальная.

References

- [1] Под редакцией проф. А.Д. Гладуна - Лабораторный практикум по термодинамике. Том 1