

게임 수학 강의 노트 02 - 벡터 기초

강영민

동명대학교

2016년 2학기

벡터란 무엇인가?

- 벡터의 의미

- 벡터(vector)는 ‘나르다’라는 의미의 라틴어 동사 ‘vehere’에서 유래
- ‘무엇인가를 나르는 것’이라는 의미
- 벡터라는 것은 무엇인가를 옮겨 놓는 역할을 수행한다.

- 수학과 물리학에서의 개념

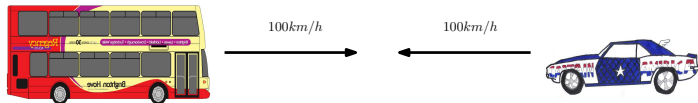
- 크기와 방향으로 결정되는 양(量, quantity)
- 방향량(方向量)이라고도 함.
- 예: 힘(force)은 크기만으로는 그 성질을 온전히 표현할 수 없고, 방향도 같이 고려해야 하므로 벡터로 표현된다.

벡터

수학자들은 자연 현상의 많은 것들이 수로 표현될 수 있음을 알았는데, 하나의 숫자로 충분히 표현할 수 있지만 하나 이상의 수가 필요한 경우도 있다. 이러한 양을 벡터(vector)라고 부른다.

벡터의 개념

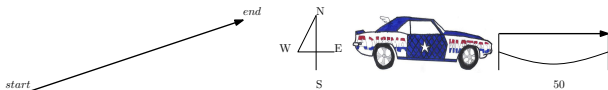
- 물리적 현상 등을 표현할 때 - 대상을 양(量, quantity)으로 표현
- 이 양은 스칼라(scalar) 혹은 벡터(vector)
 - 스칼라 값은 오로지 크기만으로 완전히 그 양을 표현할 수 것으로서 물체의 질량, 소요된 시간, 길이, 열량 등이 해당
 - 벡터(vector)는 이와 달리 크기와 함께 방향도 같이 존재하는 양으로 힘, 속도, 변위와 같은 양이 바로 여기에 해당
- 속도(速度, velocity)와 속력(速力, speed)
- 속도는 벡터, 속력은 스칼라



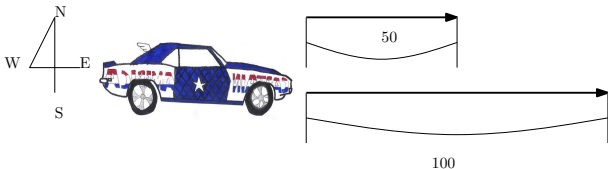
동일한 속력으로 서로 마주 보며 달리는 차량의 속도

화살표를 이용한 벡터 표현

- 벡터를 표현하는 가장 직관적인 방법은 화살표를 이용
- 화살표: 시점(始點)과 종점(終點)으로 구성
- 화살표의 방향은 벡터의 방향을 시각적으로 표현하고, 화살표의 길이는 벡터의 크기를 시각적으로 표현



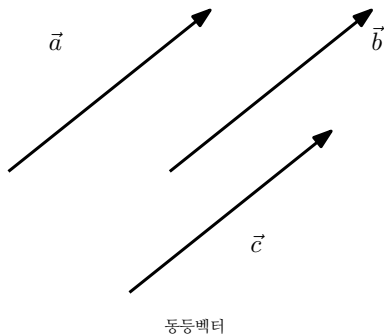
벡터의 시각적 표현과 달리는 자동차 속도 표현의 예



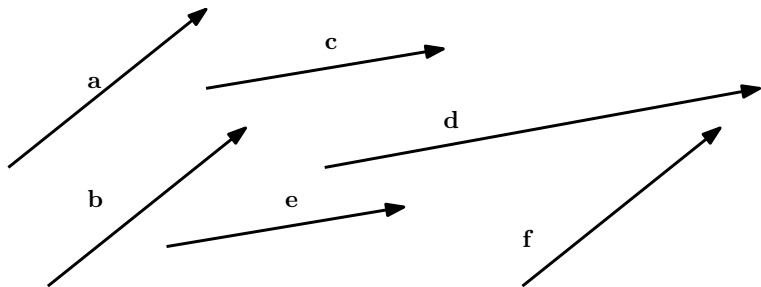
속력이 두 배로 늘어난 자동차의 속도

동등벡터(equivalent vector)

- 벡터의 표기법
 - \vec{a} , \mathbf{a}
- 동등벡터
 - 크기와 방향이 같으면 모두 동등한 벡터로 간주



동등벡터 찾기

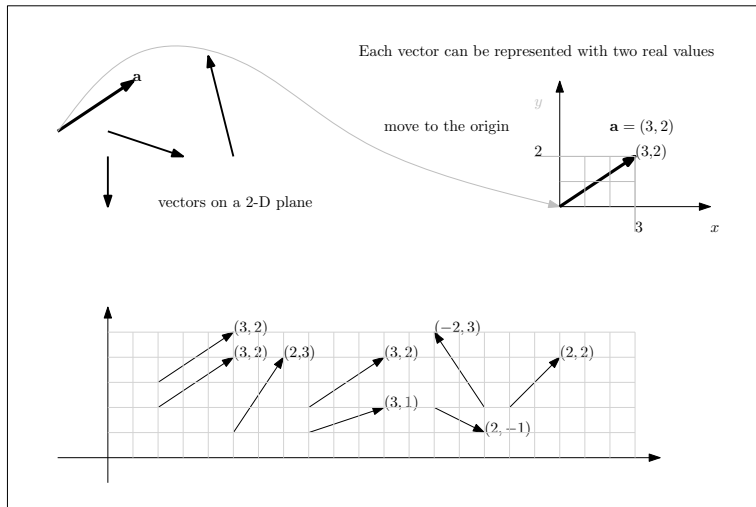


동등벡터 찾기

벡터의 수학적 표현

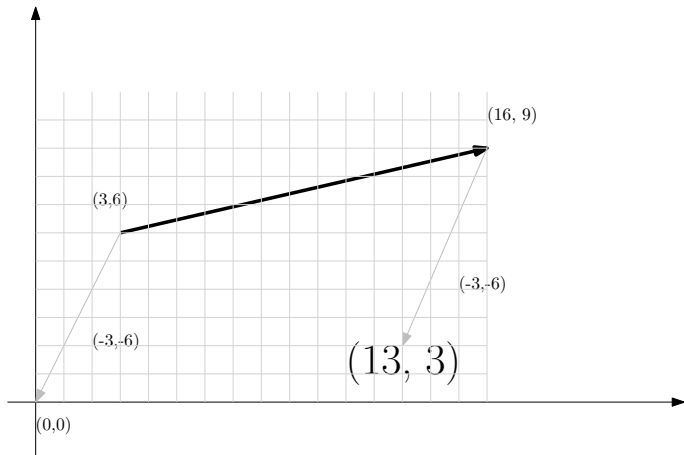
- 벡터: 화살표가 그려지는 공간의 차원(次元,dimension)에 따라 결정되는 개수의 성분
 - n -튜플(tuple)
 - $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$
 - n 개의 차원을 가진 공간에서 그려지는 화살표 = n 차원 벡터

2차원 벡터



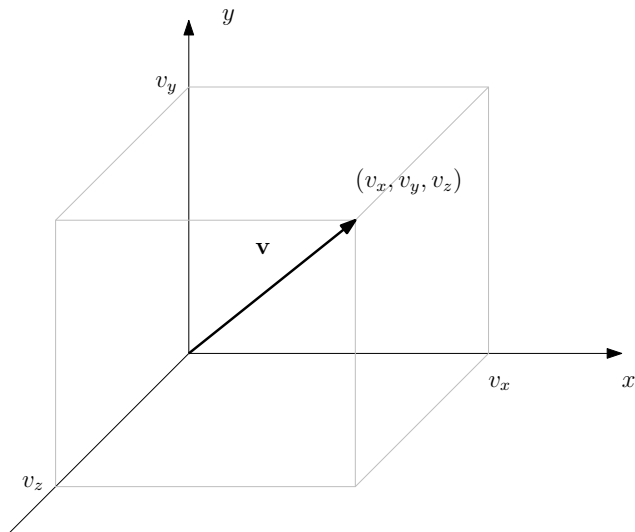
시점을 원점으로 옮기기

시점이 원점이 아닌 벡터는 시점을 원점으로 끌어 오면 된다. 벡터의 시점은 $(3,6)$ 의 좌표에 놓여있고, 끝점은 $(16,9)$ 이다. 시작점을 원점으로 옮기는 것은 $(-3,-6)$ 만큼의 이동을 하는 것이다. 따라서 끝점은 $(13,3)$ 의 위치로 이동하게 된다. 그러므로 이 벡터는 $(13,3)$ 으로 표현된다.

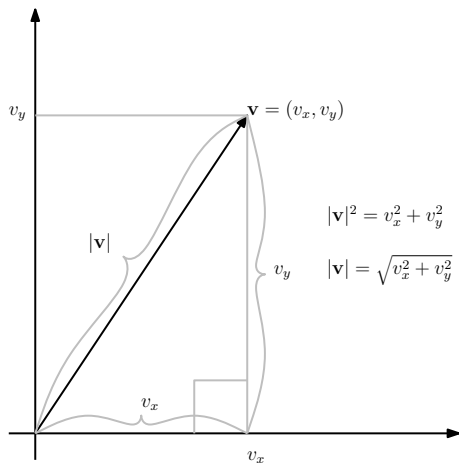


3차원 벡터

3차원 벡터는 지금까지 살펴본 2차원 벡터에 축(軸, axis)을 하나 더하기만 하면 된다.



벡터의 크기

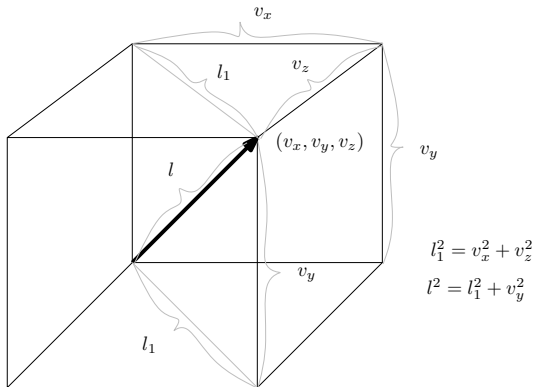


어떤 벡터 \mathbf{v} 가 (v_x, v_y) 로 표현될 때 이 벡터의 크기는 v_x 와 v_y 로 어떻게 구할 수 있을까? 그 값은 '길이'에 대한 상식적 정의에 따라, 스칼라 값이며 양(陽, positive)의 값이 된다. 이렇게 양의 길이(positive length)를 벡터에 할당하는 것을 놈(norm)이라 하며, 어떤 벡터 \mathbf{v} 의 놈은 $\|\mathbf{v}\|$ 로 표현한다. 유클리드 기하에 의해 얻어지는 길이는 Euclidean Norm이라고 한다. 이는 피타고라스의 정리를 이용하여 쉽게 구할 수 있다.

3차원 벡터의 크기

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



벡터의 정규화

- 정규화

- 단위 벡터는 길이가 1인 벡터.
- 어떤 벡터의 방향과 일치하는 단위벡터를 구하는 작업은 종종 많은 응용에서 필요.
- 이러한 작업은 벡터의 길이를 1로 만드는 것과 같다.
- 이를 정규화(normalization)이라고 한다.

