게임 수학 – 강의 5
벡터의 연산 응용

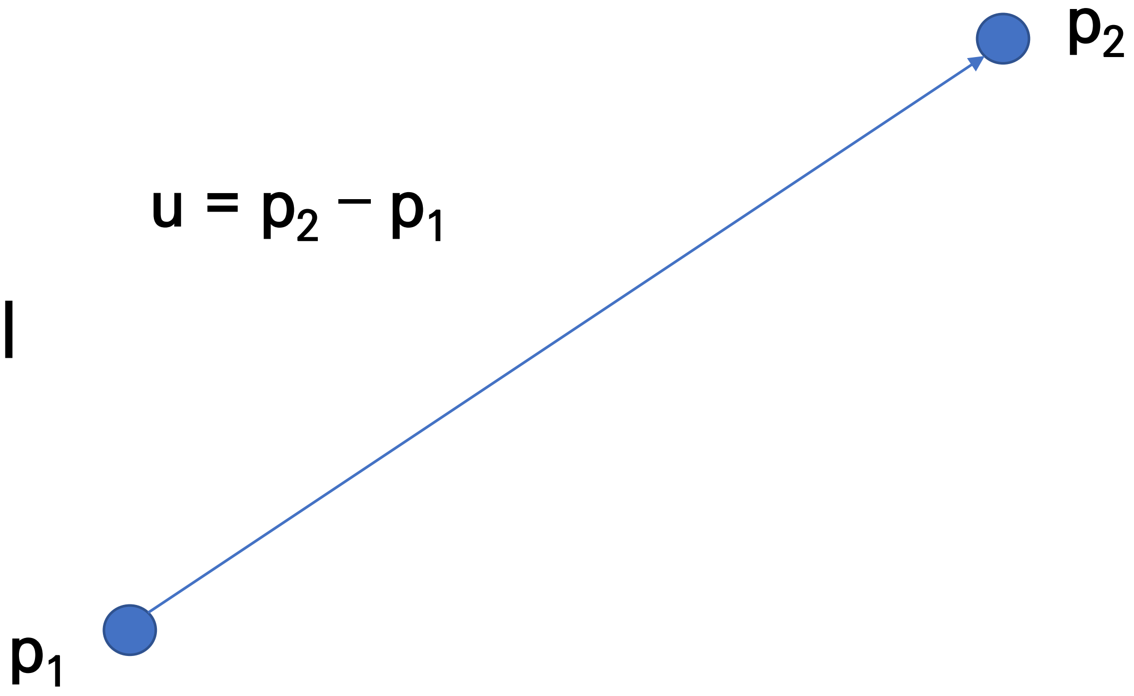
동명대학교 게임공학과

강영민

벡터는 다양한 문제에 활용 가능

- 기하 객체의 충돌 문제 등에 활용
  - 충돌의 감지: 두 객체 상호간의 거리 문제

두 점 사이의 거리
= 두 점을 잇는 벡터의 크기
= || u ||



두 점 사이의 충돌

- 점이 정확이 0의 거리에 있는 것은 드문 일
  - 실제로는 임계 거리 이내로 근접했는지 검사

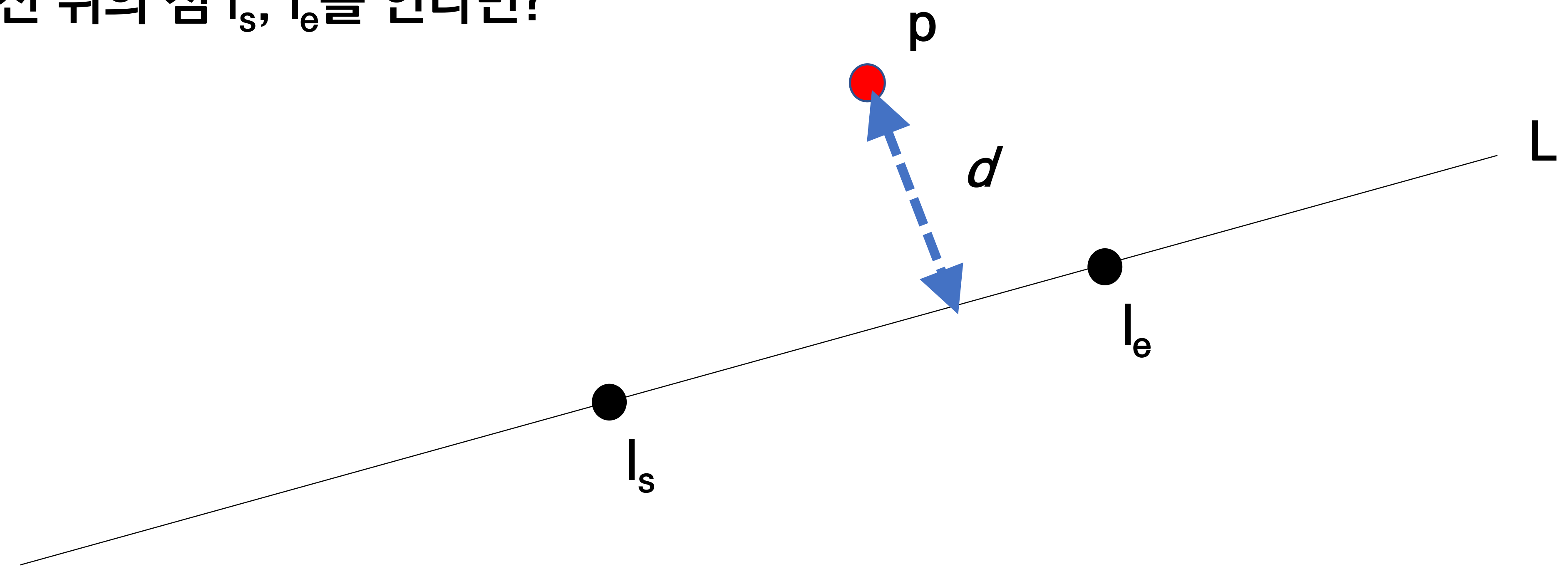
점과 점의 충돌은 두 점이 허용되는 거리 ϵ 이내로 근접했는지를 검사하는 것이다. 충돌 검사의 대상이 되는 두 점을 각각 $\mathbf{P}$과 $\mathbf{Q}$라고 하면, 검사는 다음과 같이 두 점 사이의 거리 $\mathcal{D}(\mathbf{P},\mathbf{Q})$가 ϵ보다 작은지를 검사하는 것이다.

$$\mathcal{D}(\mathbf{P},\mathbf{Q})^2 = (\mathbf{P}.x - \mathbf{Q}.x)^2 + (\mathbf{P}.y - \mathbf{Q}.y)^2 + (\mathbf{P}.z - \mathbf{Q}.z)^2 < \epsilon^2$$

이때, $\mathbf{P}_x$, $\mathbf{P}_y$, $\mathbf{P}_z$는 각각 점 P 위치 벡터의 x, y, z 성분이다.

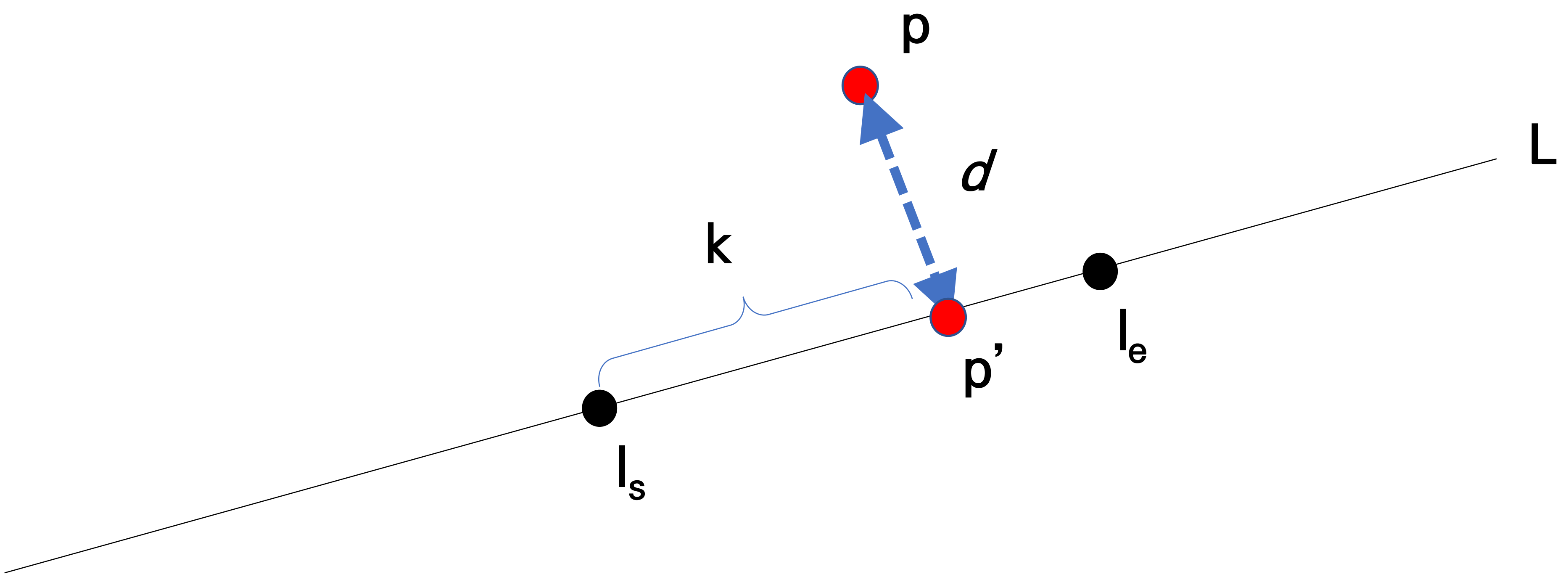
점과 직선의 거리

- 직선 L과 점 p의 거리: d
  - 직선 위의 점 l_s, l_e를 안다면?



점과 직선의 거리

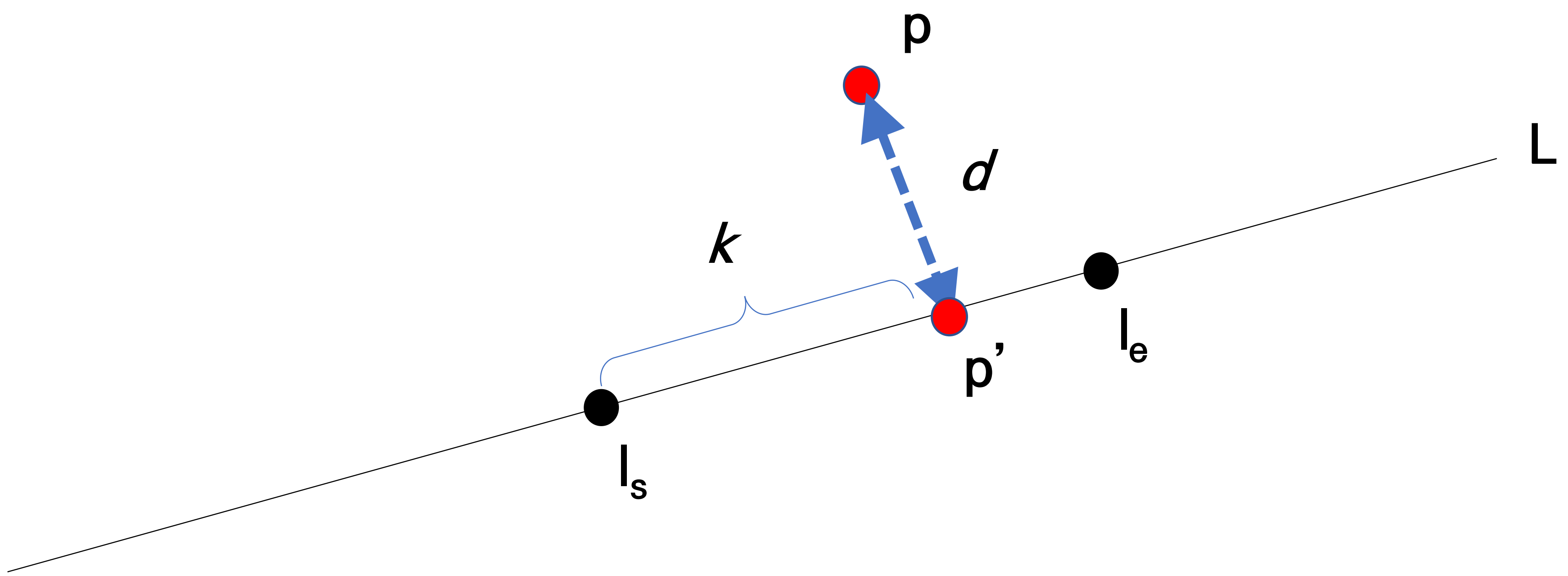
- 점 p에서 직선 L에 내린 수선의 발 p'를 구하자



l_s에서 p'까지의 거리 k는 l_s에서 p로 가는 벡터가 직선 L에 내린 그림자의 길이
→ 내적으로 구할 수 있음

점과 직선의 거리

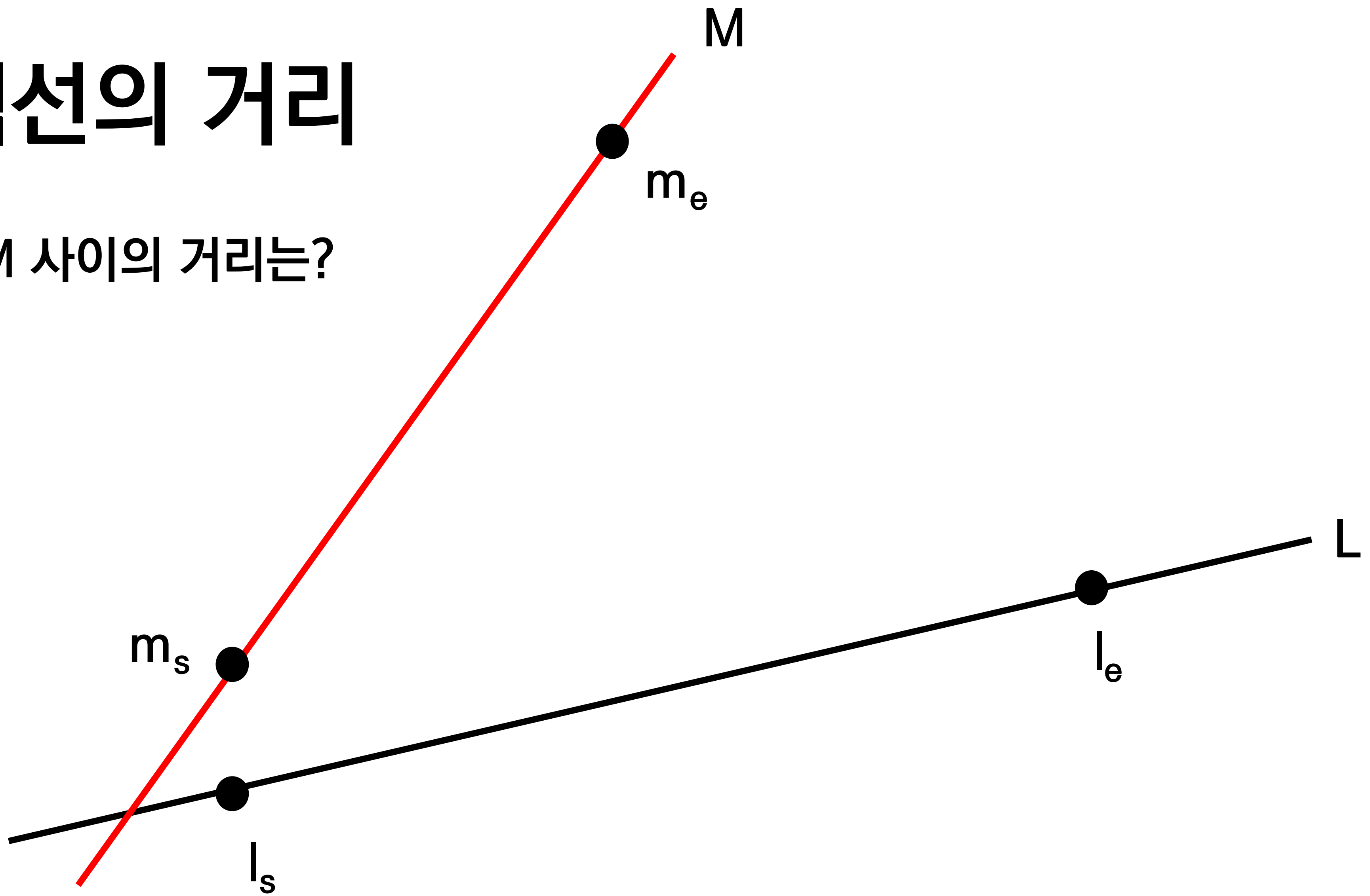
- 점 p에서 직선 L에 내린 수선의 발 p’를 구하자



$u = p - l_s$
$v = l_e - l_s$ ⟶ $k = u \cdot v \,/\, ||v||$ ⟶ $p' = ls + k\ v \,/||v||$

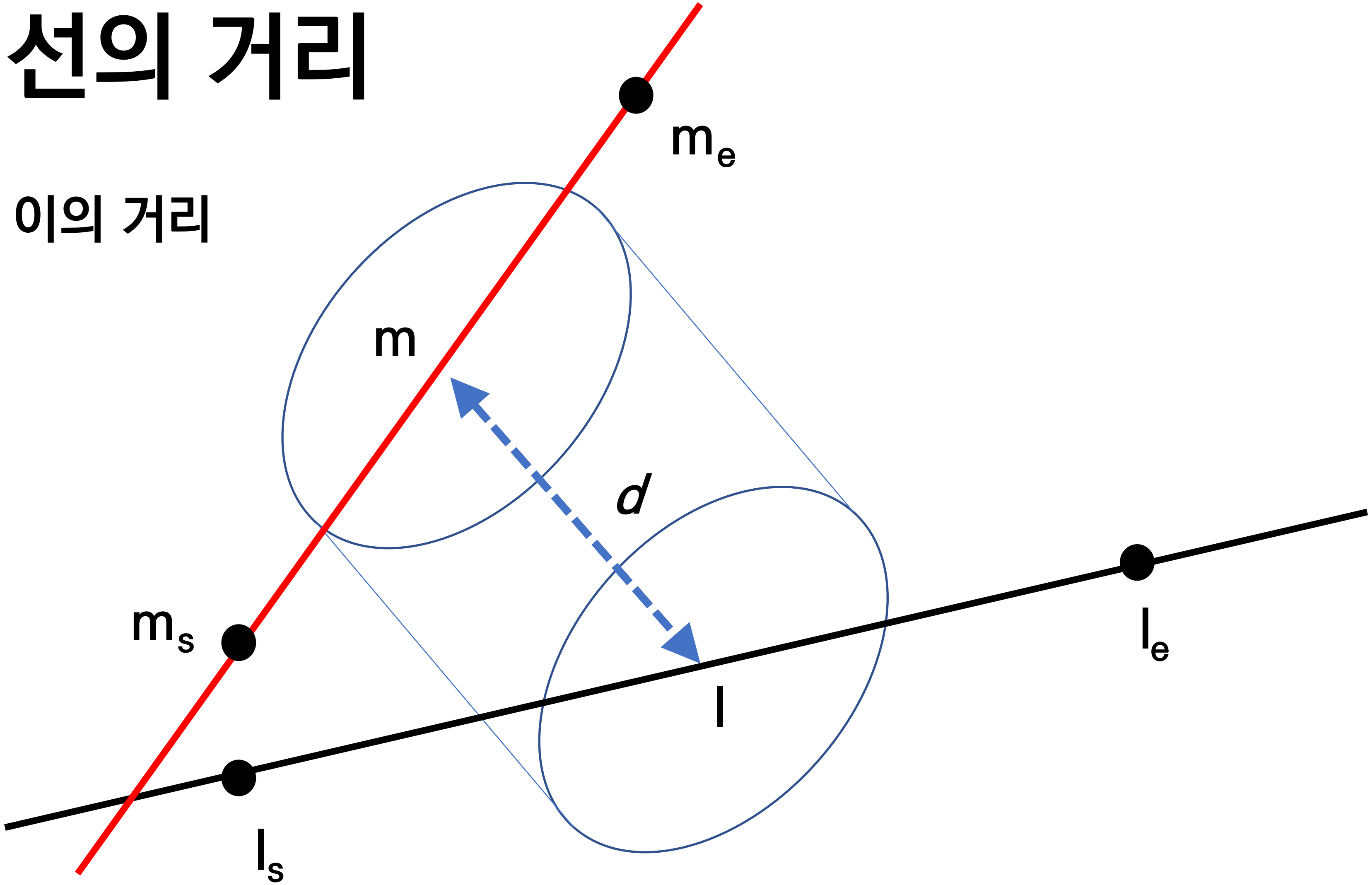
직선과 직선의 거리

두 직선 L과 M 사이의 거리는?

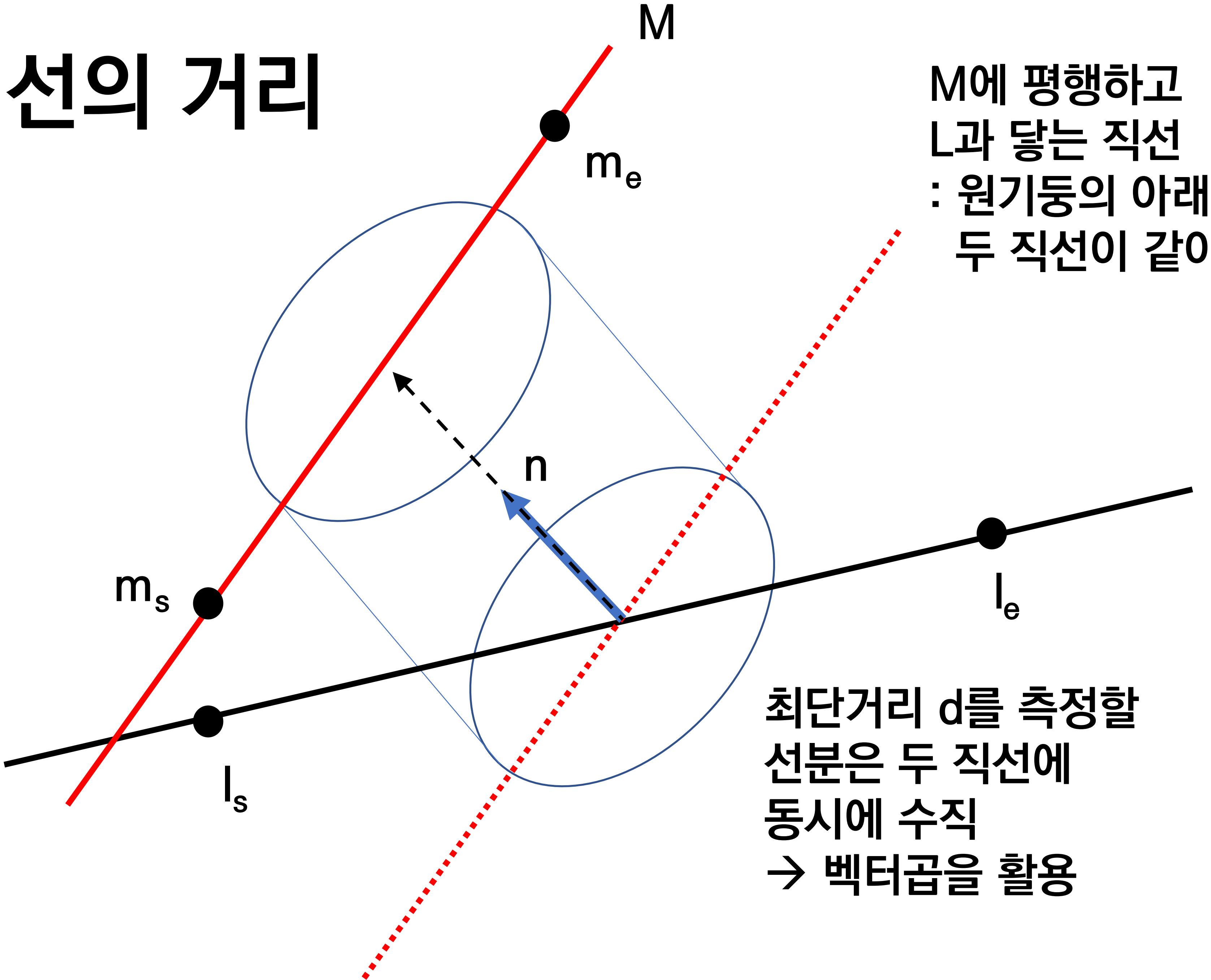


직선과 직선의 거리

최근접점 m, l 이의 거리



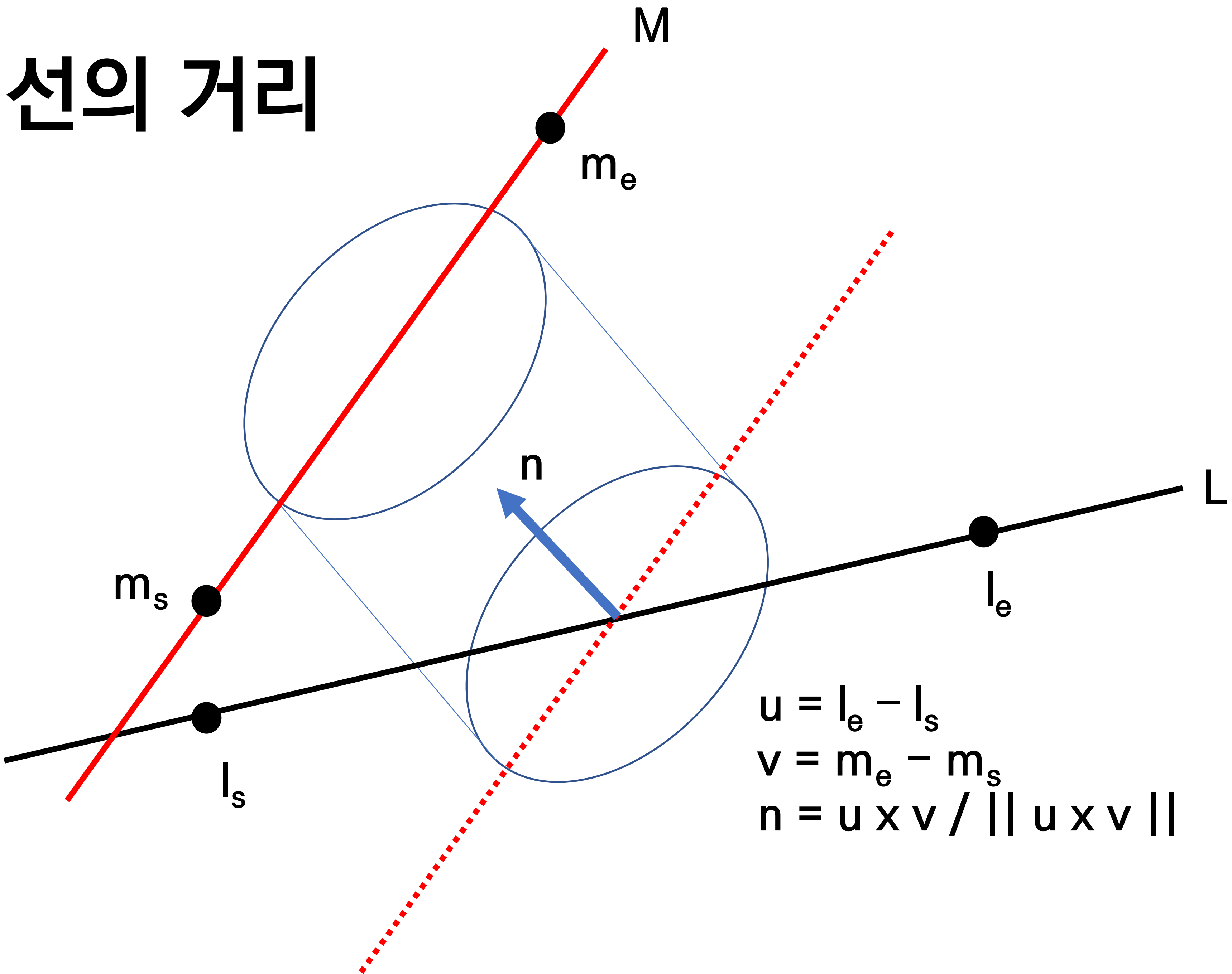
직선과 직선의 거리



M에 평행하고
L과 닿는 직선
: 원기둥의 아래쪽 면에
두 직선이 같이 놓임

최단거리 d를 측정할
선분은 두 직선에
동시에 수직
→ 벡터곱을 활용

직선과 직선의 거리

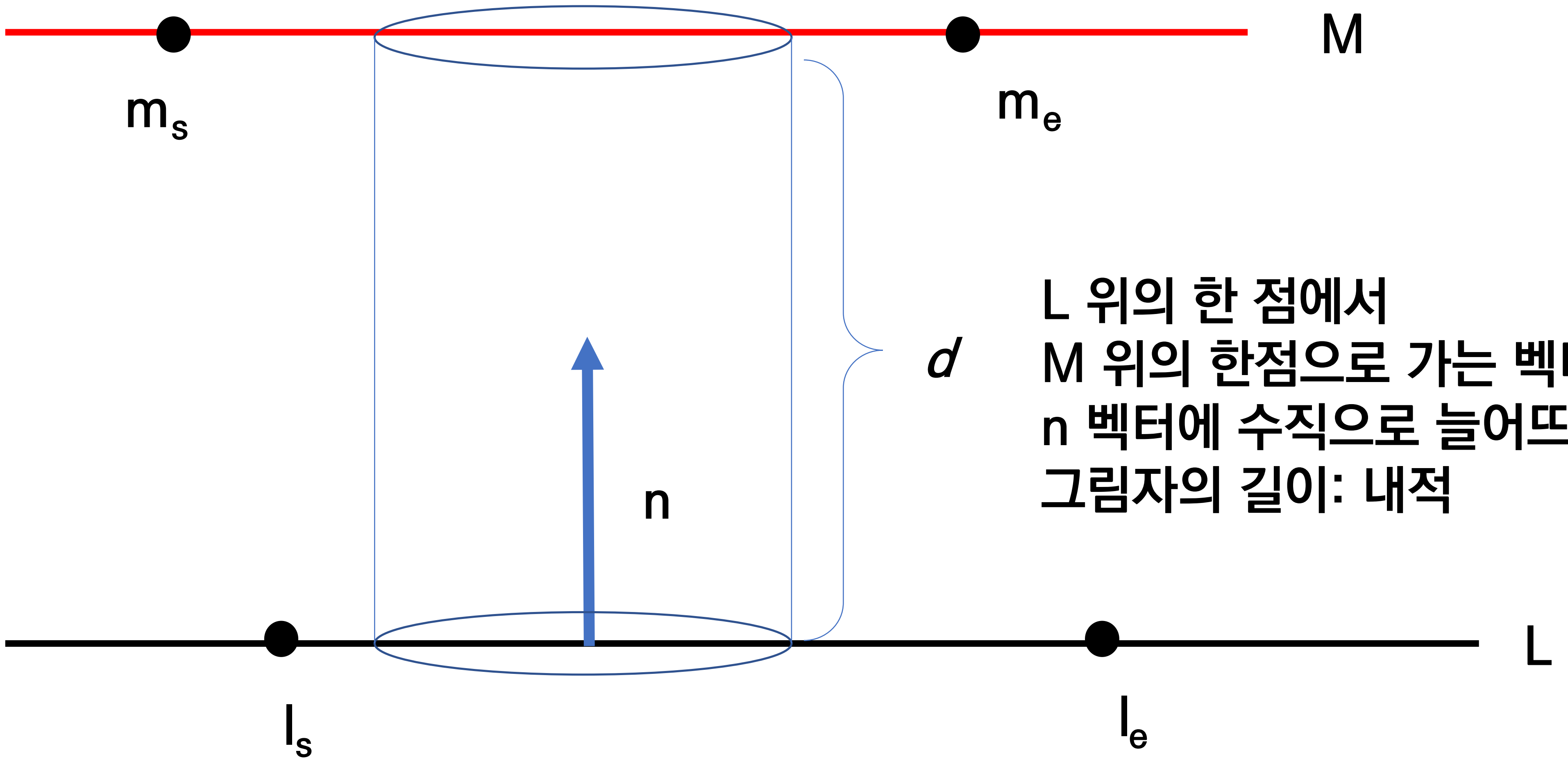


$u = l_e - l_s$

$v = m_e - m_s$

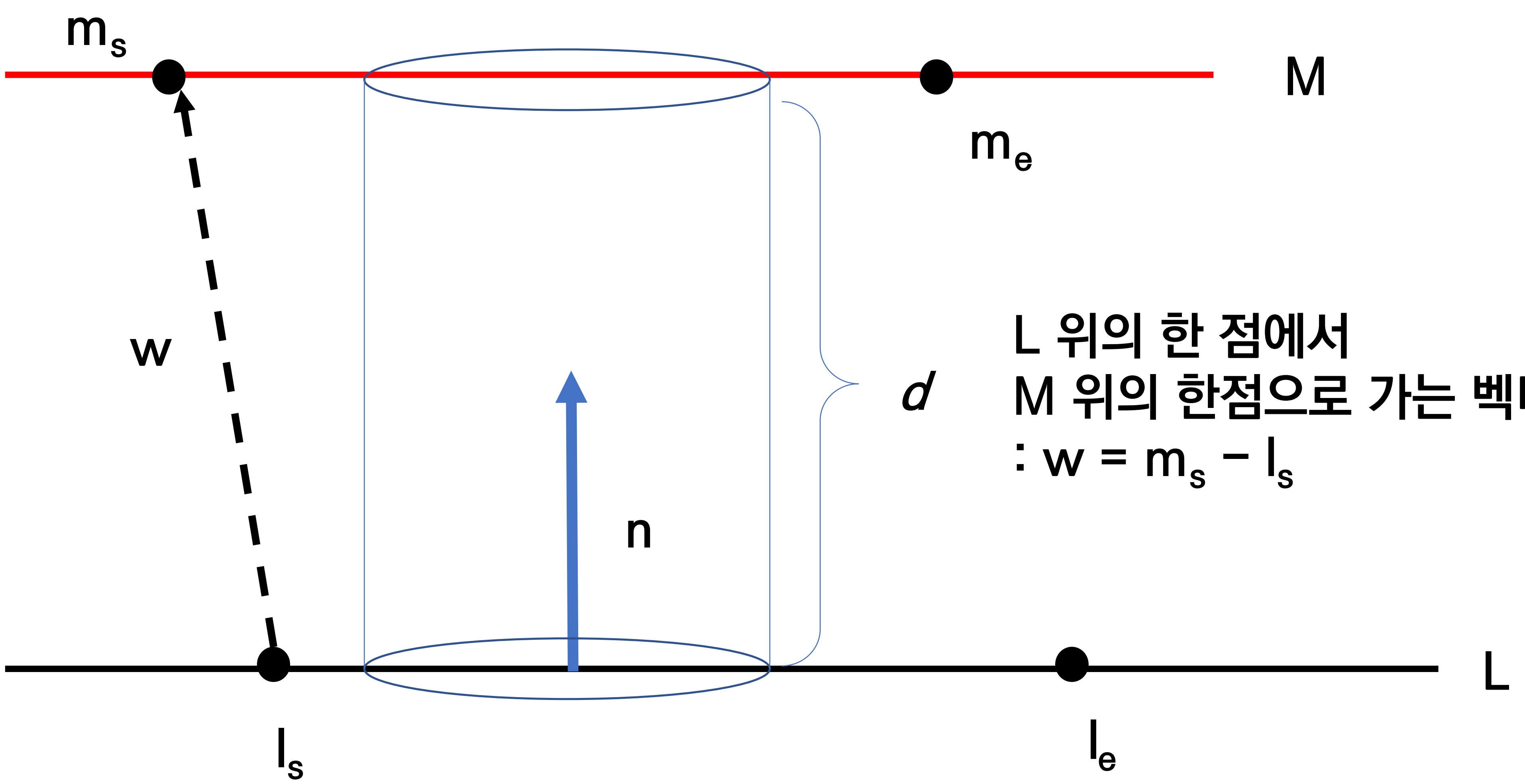
$n = u \times v \,/\, \| u \times v \|$

직선과 직선의 거리



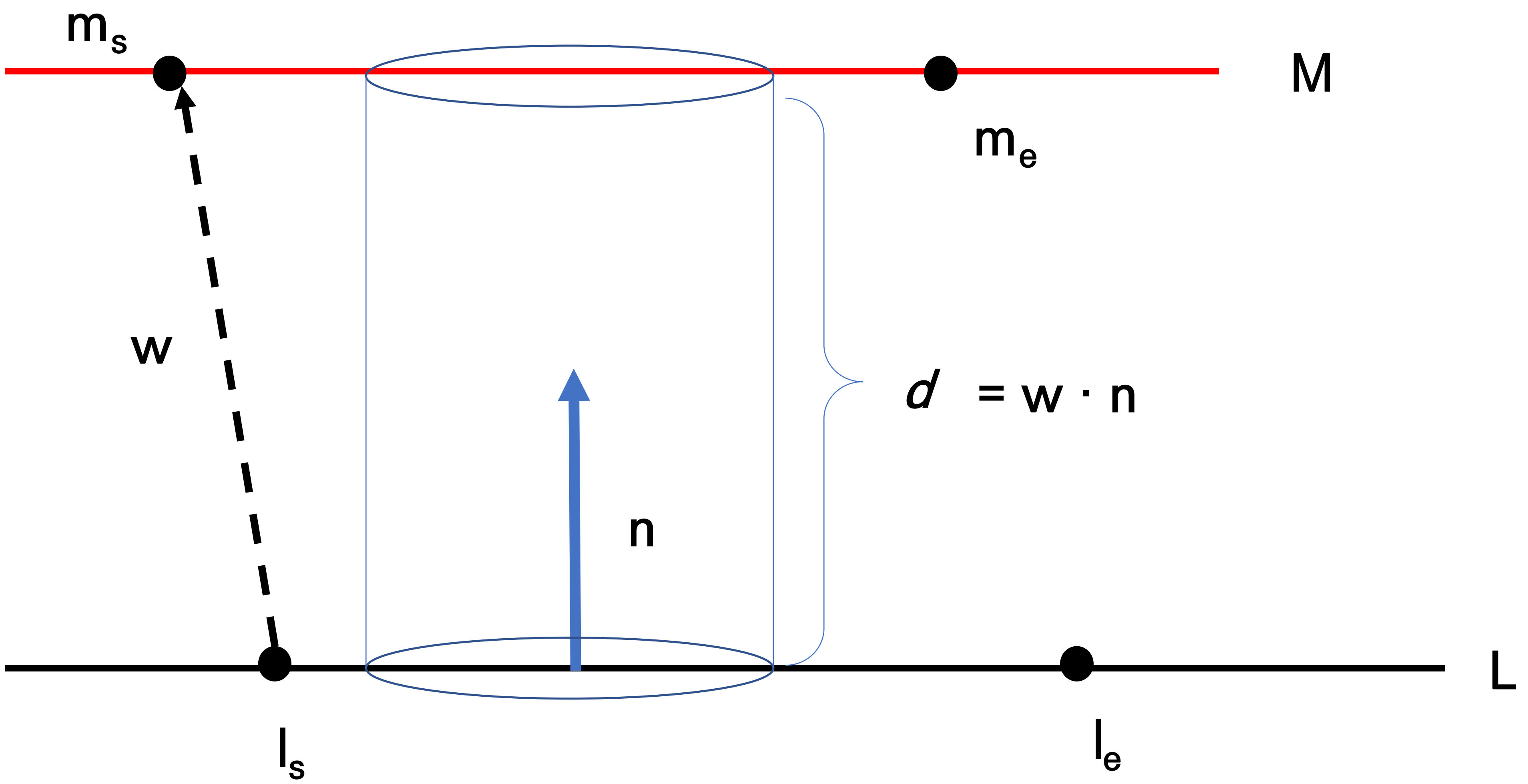
L 위의 한 점에서
M 위의 한점으로 가는 벡터가
n 벡터에 수직으로 늘어뜨리는
그림자의 길이: 내적

직선과 직선의 거리

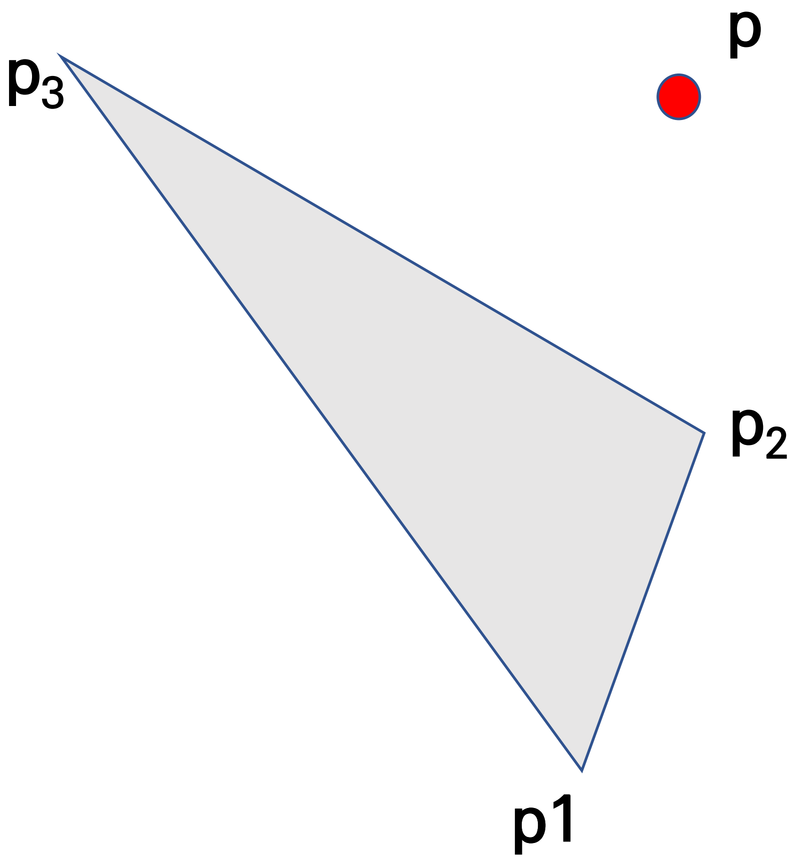


L 위의 한 점에서
M 위의 한점으로 가는 벡터
: $w = m_s - l_s$

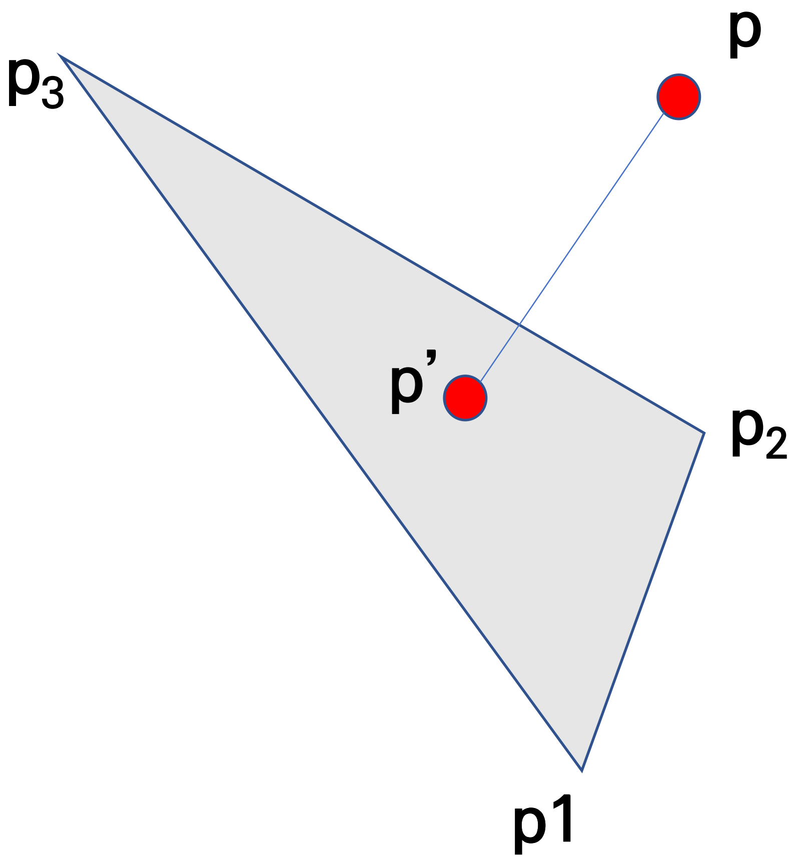
직선과 직선의 거리



평면과 점 사이의 거리



평면과 점 사이의 거리: 한 가지 방법

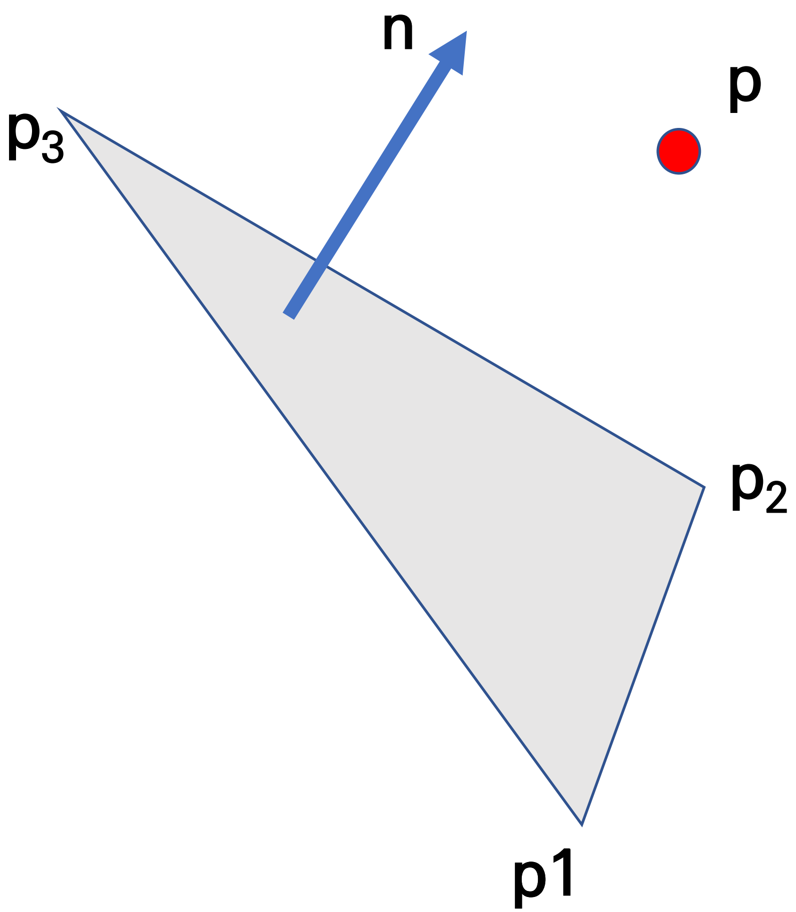


점 p에서 평면 위로 수선의 발을 내린다.
그리고 이 수선의 발 p'와 p의 거리 계산

… 가능하지만,
수선의 발을 구하는 계산 등이 필요

좀 더 간단한 방법은?

평면과 점 사이의 거리: 법선 벡터 이용하기

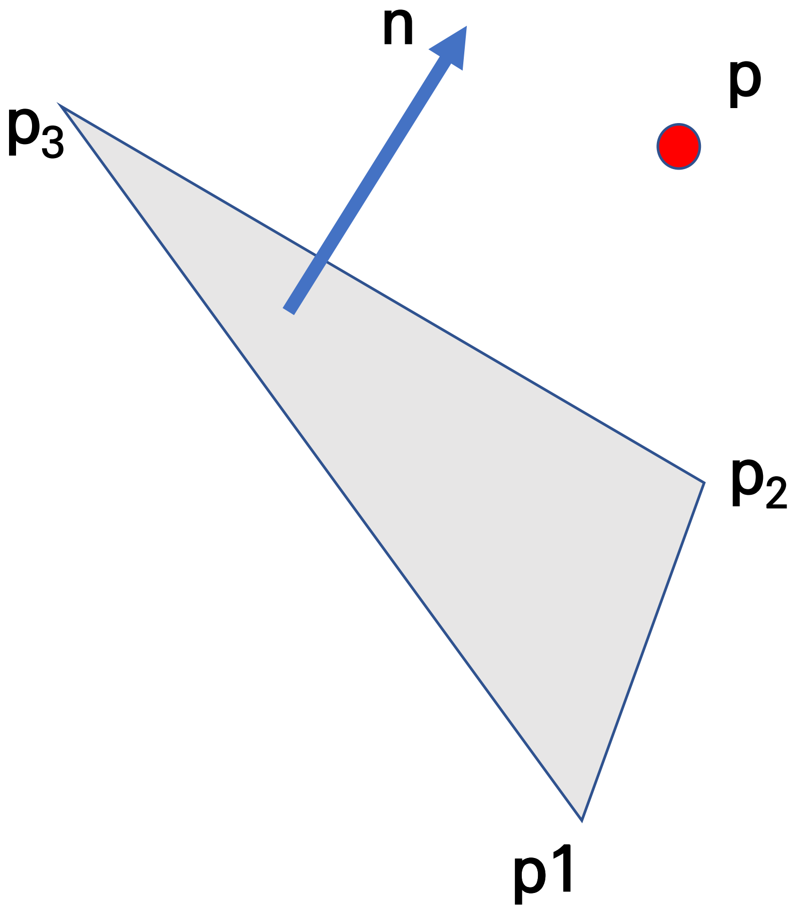


평면의 법선 벡터를 안다면?

점과 평면의 거리는…

평면 위의 한 점에서 점 p로 가는 벡터가 법선에 떨어뜨리는 그림자의 길이 (내적)

평면과 점 사이의 거리: 법선 벡터 이용하기



평면의 법선 벡터
: 평면에 수직인 단위 벡터

평면 위의 두 벡터를 가위곱하여 정규화

$u = p_2 - p_1$
$v = p_3 - p_1$

$n = u \times v \,/\, \|u \times v\|$

$d = n \cdot (p - p_1)$