# Discrete Mathematics

*Express*

# Chapter 1. 이산수학의 개요

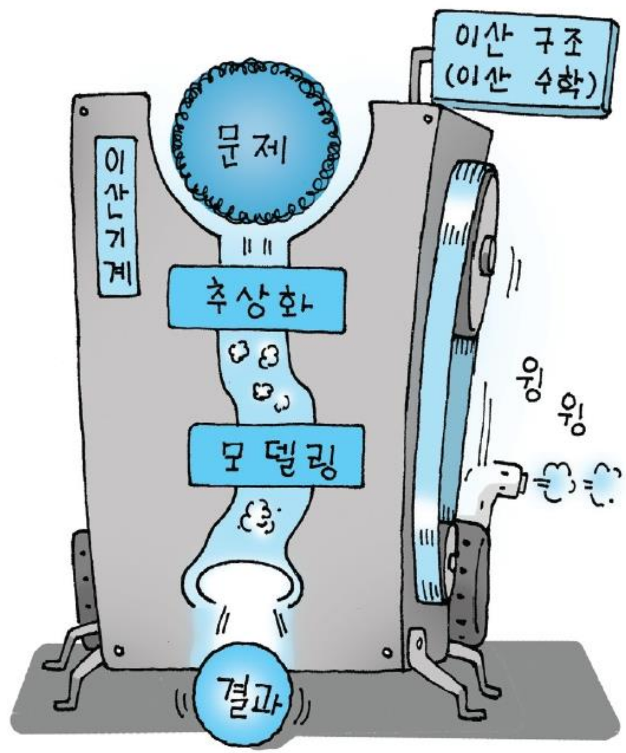
## 개요

- 이산수학과 관련된 전반적인 논제들을 고찰함
- 이산수학을 학습하는 필요성을 몇 가지 살펴봄
- 이산적 개념과 연속적 개념을 특징을 중심으로 비교함
- 수학적 모델링을 통하여 실 세계 문제를 수학적으로 매핑하는 개념을 방정식의 간단한 예를 통해 고찰함
- 문제 해결을 위한 효과적인 모델링 방법을 알아봄
- 이산수학의 다양한 응용 분야를 살펴봄

# CONTENTS

# 1. 이산수학의 개요

- 과학 기술과 공학적 응용의 핵심은 수학임
- 이산수학(Discrete Mathematics)을 통하여 해결하고자 하는 복잡한 문제들을 추상화(abstraction)함
- 논리적으로 엄밀하게 판단하고, 정확한 방법으로 모델링(modeling)함

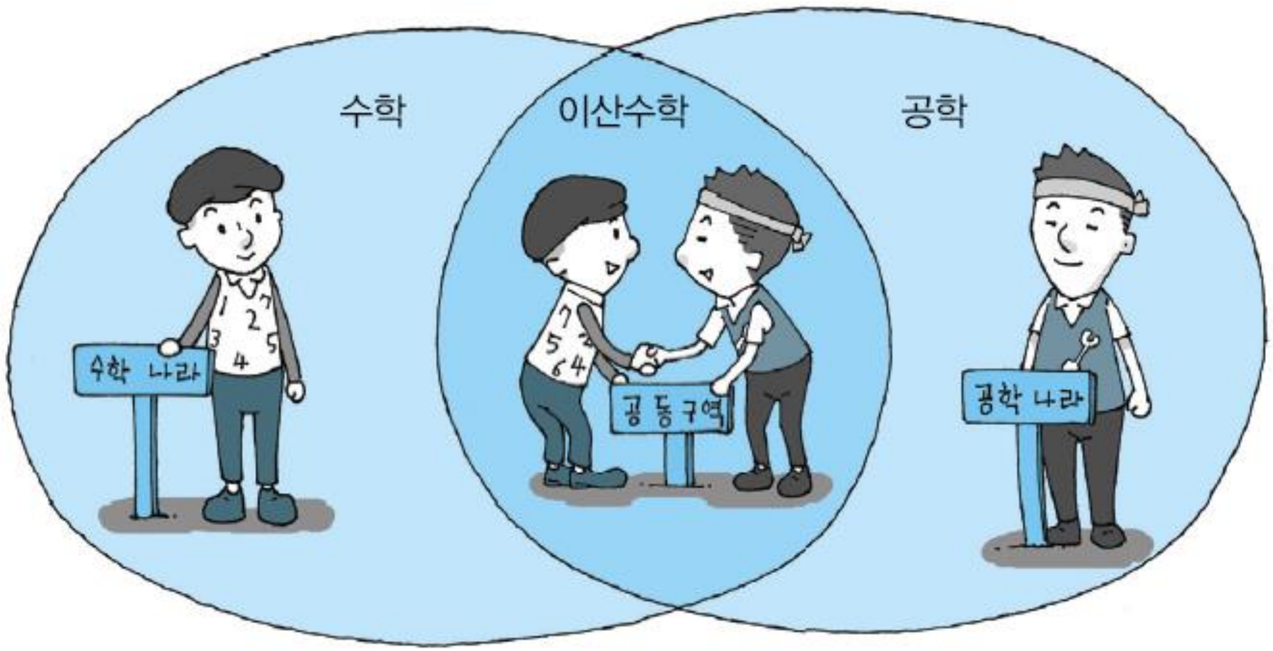


# 1.1 이산수학이란 무엇인가?

정의 1-1　이산수학(Discrete Mathematics, 離散數學)은 연속의 개념을 사용하지 않고 이산적인 수학 구조에 대해 연구하는 학문인데, 주로 집합, 정수, 관계, 그래프, 형식 언어와 같은 개념을 다룬다. 즉, 이산적인 대상물들을 분석하여 응용의 기반으로 삼는 학문이다.

- 수학의 영역에는 미적분학, 대수학, 기하학, 위상수학, 복소수론, 해석학 등이 있음
- 공학 분야에는 이산수학, 선형대수, 미적분학, 공업수학 등이 기초와 응용에 있어서 매우 중요한 역할을 담당함
- 전체 수학 중에서 자료의 성질과 그것을 다루는 방법에 따라 이산수학과 연속수학으로 나눔

# 1.1 이산수학이란 무엇인가?




〈그림 1.1〉 이산수학의 개념도

# 1.1 이산수학이란 무엇인가?


〈그림 1.2〉 이산수학의 공학적 응용

# 1.1 이산수학이란 무엇인가?

## 이산수학을 학습하는 중요한 이유

① 수학적인 논리와 이산수학의 기초를 익혀 창의적인 사고의 폭을 넓힘

② 여러 가지 공학 분야 학습에 필요한 이산수학적인 사고와 내용을 배움

③ 자료구조, 알고리즘, 오토마타, 형식 언어, 컴파일러 그리고 운영체제 등을 포함하는 많은 전산 분야의 수학적 바탕을 확립함

④ 수학적 구조를 이해함으로써 다양한 응용 분야로의 바탕을 확립함

⑤ 복잡한 현상들을 간략하고 정확하게 추상화시킴으로써 정교한 학문적 탐구가 가능함

⑥ 추상적 모델의 개념적 이해를 도울 수 있음

# 1.1 이산수학이란 무엇인가?

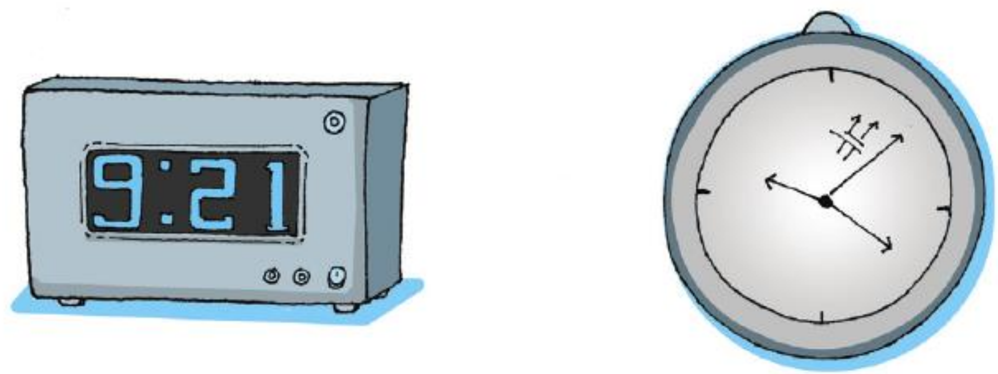
여기서 잠깐!!

이산수학을 경우에 따라 이산구조, 이산구조론 또는 전산수학이라고 말하기도 하는데 교과목의 내용이나 기본 개념은 거의 동일하다.

- **이산수학에 대한 학습이 매우 중요한 이유**
  - 컴퓨터가 이산적 개념을 적용하는 디지털 컴퓨터이고, 이들의 사용이 계속적으로 증가함
  - 컴퓨터공학, 정보통신학, 소프트웨어 등의 소위 정보기술(Information Technology: IT) 분야에서 시스템을 설계하거나 컴퓨터를 이용해서 문제를 해결함
  - 이산수학과 관련된 지식은 전자공학, 기계공학 등 여러 공학 분야에도 상당히 중요한 학문적 기반임

## 1.2 이산적 개념과 연속적 개념

- 아날로그 시계는 끊김이 없는 연속적인 시각을 나타냄
- 디지털 시계는 일정한 속도로 생성되는 펄스에 따라 시간과 분을 숫자로 변환함




〈그림 1.3〉 디지털 시계와 아날로그 시계

# 1.2 이산적 개념과 연속적 개념

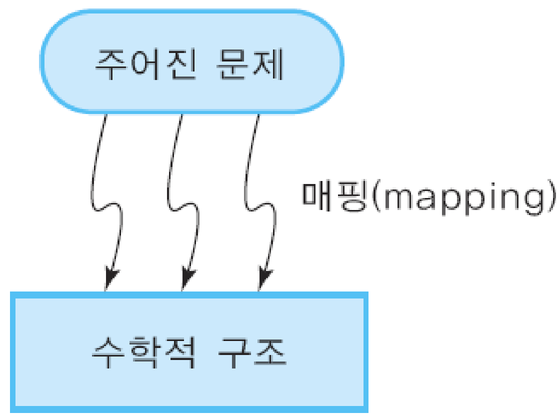
- 이산적이란 '연결되지 않고 떨어져 있는' 원소들로 구성됨
- 연속적이란 '끊김이 없이 연결된' 것임
- 이산수학과 연속수학은 서로 상반된 의미의 수학 분야임

〈표 1.1〉 이산수학과 연속수학

| | 이산수학 | 연속수학 |
|---|---|---|
| 영역 | 정수 영역 | 실수 영역 |
| 연속성 | 분리된 원소들 | 연속적인 원소들 |
| 집합 | 유한 집합 | 유한 집합 + 무한 집합 |
| 컴퓨터 | 디지털 컴퓨터 | 아날로그 컴퓨터 |

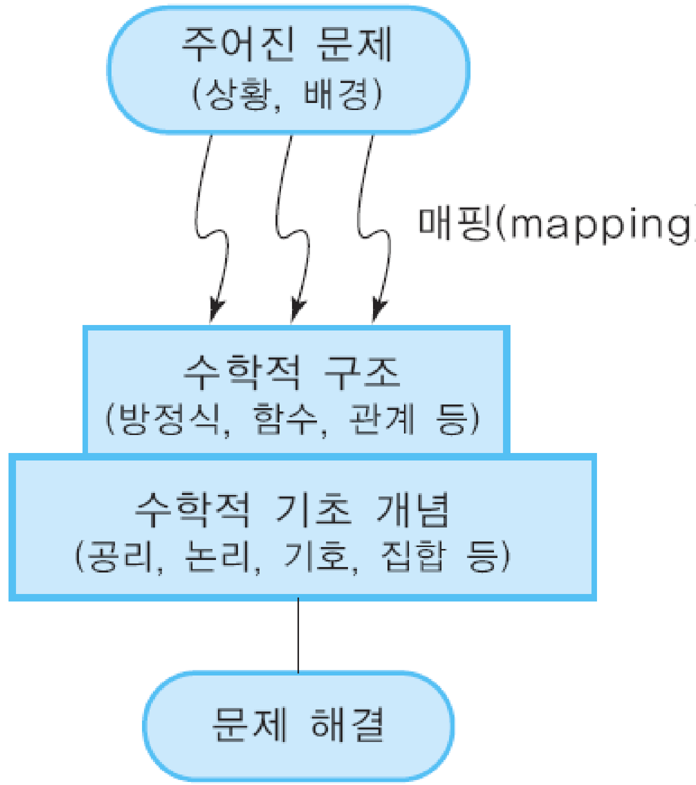
- **수학적 모델링**

  주어진 문제들을 해결하기 위하여 수학적 구조에 매핑(mapping)시켜 보다 체계적으로 문제를 해결하는 방법론임




〈그림 1.4〉 수학적 모델링

- 수학적 모델링의 구체적인 다이어그램 에서의 3가지 요소들
  - 주어진 문제의 상황과 배경
  - 주어진 문제와 수학적 구조와의 매핑
  - 수학적 기초 개념을 이용한 문제 해결




〈그림 1.5〉 수학적 모델링의 구체적인 다이어그램

이와 같이 수학적 모델링을 실제 문제 해결에 이용할 수 있는 예를 살펴보자.

윤아가 친구들과 어울려 학교 앞 주점에서 회식을 하려고 한다. 친구들은 총 7명이고, 예산은 5만 원이다. 파전은 한 개당 5,000원이고, 동동주는 한 개당 4,000원이며, 막걸리는 한 통당 2,500원이다. 안주값과 술값의 비율을 1:1로 하고 술은 1인당 1개로 하고자 한다면, 윤아네 친구들은 예산에 맞게 어떻게 주문해야 할까?

이것을 식으로 나타내면

$$5,000 \times x_1 + 4,000 \times x_2 + 2,500 \times x_3 = 50,000$$

$$5,000 \times x_1 = 25,000$$

$$x_2 + x_3 = 7$$

이 3개의 선형방정식을 풀어 파전 5개, 동동주 5개, 막걸리 2통을 주문하면 됨

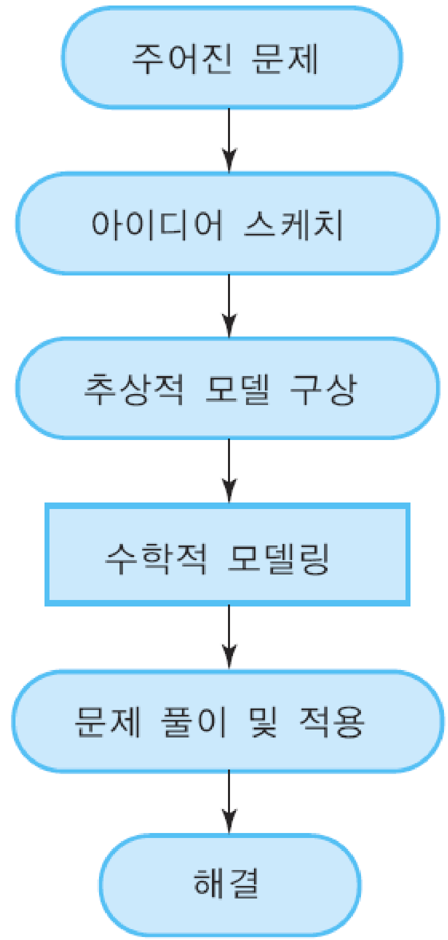
- 앞의 문제 예와 수학적 모델링과 연계한 3가지 요소
  - 주어진 문제는 예산에 맞게 주문할 안주와 술의 개수를 구하는 것임
  - 문제를 수학적 구조를 이용하여 방정식으로 설정함
  - 방정식을 풀어서 문제를 해결한다. 그 결과 파전 5개, 동동주 5개, 막걸리 2통이라는 값을 구할 수 있음

# 1.4 문제 해결을 위한 모델링

- 문제를 해결하는 효과적인 모델링
  - 주어진 문제의 전제 조건들과 상황에 대하여 아이디어를 스케치함
  - 추상적 모델을 구상하게 되고, 그 과정이 끝나면 수학적 모델링 수행함
  - 결과를 주어진 문제에 적용함

따라서 효과적인 모델링을 통해 정확하고 효율적인 문제 해결이 가능함

# 1.4 문제 해결을 위한 모델링

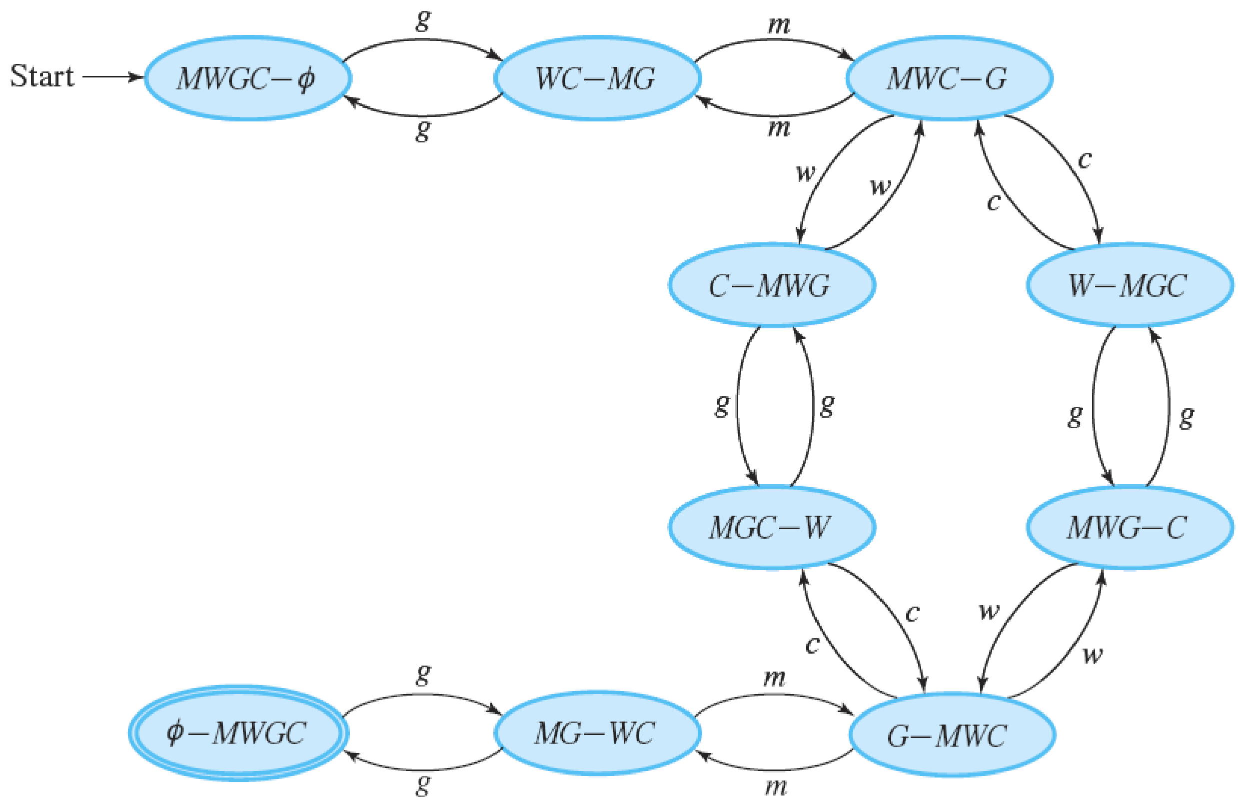



〈그림 1.6〉 효과적인 문제 해결 방법

# 1.4 문제 해결을 위한 모델링

## 문제 해결을 위한 모델링의 예

- 어떤 사람이 늑대, 염소 그리고 양배추와 더불어 강의 오른쪽 기슭에 있다고 가정함
- 사람은 한 번에 늑대나 염소 또는 양배추 중 하나만 선택하여 강의 오른쪽 기슭이나 왼쪽 기슭을 왕복할 수 있음
- 사람 혼자서 건널 수도 있음
- 사람이 늑대와 염소를 어느 한쪽 기슭에 같이 남겨 둔다면 늑대는 사람이 없는 틈을 타서 염소를 잡아먹음
- 염소와 양배추만 한쪽 기슭에 남겨 둔다면 염소는 양배추를 먹음
- 어떻게 염소나 양배추가 먹히지 않고 사람에 의해 강을 무사히 건너갈 수 있을까?




〈그림 1.7〉 사람, 늑대, 염소, 양배추 문제의 전이 다이어그램

# 1.4 문제 해결을 위한 모델링

- Start로 표시된 시작 상태에서 이중의 원으로 표시된 최종 상태에 이르는 방법은 2가지가 있음
- 똑같은 수의 단계를 거친 수많은 해답들 중에서 이 2개의 간결한 해답을 제외하면 다른 해답들은 불필요한 사이클을 포함함
- G−MWC에서 MGC−W나 MWG−C로 되돌아갈 수도 있음

- **문제 해결 방법**
  - 추상적 모델링 단계와 수학적 모델링 단계에서 강을 건너는 상황을 문자로 표현함
  - 상태의 전이 그래프로 그렸다는 점
  - 이 방법론은 이산수학의 여러 가지 문제들에 적용 가능함

## 1.5 이산수학의 응용 분야

- 이산수학을 이용하여 해결할 수 있는 문제의 종류
  - 그래프를 통한 통신 네트워크의 분석
  - 행렬과 행렬식을 통한 일차 방정식의 수립과 해법
  - 논리적인 사고를 통한 상황의 논리적 분석
  - 부울 대수와 스위치 이론을 통한 하드웨어의 이해
  - 오토마타를 통한 이론적 기계 작동의 기본 원리를 이해
  - 문법과 언어에 대한 이해
  - 트리 개념을 적용한 실세계 문제 풀이
  - 이산적인 확률을 통한 통계적 분석
  - 교통망에서 두 도시를 연결하는 최단 거리
  - 다양한 증명 방법을 통한 엄밀한 증명
  - 알고리즘의 이해와 분석

# 요약

- 우리는 이산수학을 통하여 해결하고자 하는 복잡한 문제들을 추상화하고, 논리적으로 엄밀하게 판단하며, 정확한 방법으로 모델링하려고 한다.
- 컴퓨터 관련 학문이나 공학을 전공하는 학생들에게 이산수학은 기초적인 이해의 폭을 넓혀주며, 실제 문제에서 어떻게 응용되는지를 직관적으로 이해하게 하는 등 매우 유용한 학문적 기반을 마련해줄 것이다.
- 이산수학은 이산적인 수학 구조에 대해 연구하는 학문인데, 주로 집합, 정수, 관계, 그래프, 형식 언어와 같은 개념을 다룬다. 즉, 이산적인 대상물들을 분석하여 응용의 기반으로 삼는 학문이다.
- 이산수학의 개념은 이산이라는 개념과 수학이라는 개념이 결합된 개념이다. 이산수학에서는 논리, 명제, 집합, 증명법, 관계, 함수, 그래프, 트리, 순열, 이산적 확률, 재귀적 관계, 행렬, 행렬식, 부울 대수, 논리 회로, 알고리즘, 오토마타, 형식 언어 등을 다룬다.
- 우리가 이산수학을 학습하는 주요 이유는 수학적인 논리와 이산수학의 기초를 익혀 창의적인 사고의 폭을 넓히고 전산 분야의 수학적 바탕을 확립하기 위해서이다. 또한 수학적 구조의 이해, 복잡한 현상들의 추상화, 추상적 모델의 개념적 이해 등을 들 수 있다.

# 요약

- 이산수학은 컴퓨터공학, 정보통신, 소프트웨어 등의 소위 정보기술 분야와 전자공학, 기계공학 등 여러 공학 분야 연구의 중요한 학문적 기반이 된다.
- 컴퓨터 관련 학문에서는 이산수학에 관해 학습함으로써 컴퓨터 시스템, 알고리즘, 컴퓨터 구조 등을 보다 빨리 이해하고 응용할 수 있다.
- 이산적이란 말은 '연결되지 않고 떨어져 있는' 원소들로 구성된 것이라는 의미인데, 예를 들면 디지털 시계는 이산적이고, 아날로그 시계는 연속적이다.
- 수학적 모델링이란 우리가 만나는 문제들을 해결하기 위하여 그것을 수학적 구조와 매핑시켜서 보다 체계적으로 문제를 해결하는 방법론을 말한다.
- 수학적 모델링은 다음과 같은 3개의 요소로 이루어진다.

  (1) 주어진 문제의 상황과 배경

  (2) 주어진 문제와 수학적 구조와의 매핑

  (3) 수학적 기초 개념을 이용한 문제 해결
- 주어진 문제를 해결하는 효과적인 모델링은 문제의 전제 조건들과 상황에 대하여 먼저 아이디어를 스케치하고, 그것에 대해 추상적 모델을 구상하고, 그 과정이 끝나면 수학적 모델링을 하는 것이다. 그 후 그것을 바탕으로 식을 푼 결과를 주어진 문제에 적용한다.

# 응용

- **이산수학의 생활 속의 응용 분야**
  - 네트워크의 분석
  - 논리적 분석
  - 기계 작동의 원리 이해
  - 엄밀한 증명
  - 통계적 분석
  - 선형방정식의 수립과 해법
  - 문법과 언어에 대한 이해
  - 하드웨어의 이해
  - 알고리즘의 이해와 분석
  - 두 도시를 연결하는 최단거리 구하기