

Bachelorarbeit

Thema: Analyse und Vergleich ausgewählter Filterapproximationen
zur Anwendung im Audiobereich (Niederfrequenzbereich)

vorgelegt von: Dima Korschunov

Studiengang: ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIONSTECHNIK

Studienprofil: ELEKTRONISCHE SCHALTUNGSTECHNIK
UND SIGNALVERARBEITUNG (ESS)

verantwortlicher Hochschullehrer: Prof. Dr.-Ing. René Sallier

betrieblicher Betreuer: M.Sc. Jens Voigt

Ausgabetermin: 01. Januar 2025

Abgabetermin: 14. April 2025

Leipzig, 16. Mai 2025

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iii
Tabellenverzeichnis	vi
Abkürzungsverzeichnis	vii
1 Einleitung	1
1.1 Vorwort	1
1.2 Motivation	1
1.3 Ziel der Arbeit	2
2 Stand der Technik	2
2.1 5 WAYS JB Audio	2
2.2 GOLIATH PLUS Phillip Bush Engineering	3
2.3 LD Systems X 223	3
3 Theoretischer Teil	4
3.1 Übertragungsfunktion	4
3.2 Normierung	5
3.3 Grenzfrequenz	5
3.4 Bandbreite	5
3.5 Resonanzfrequenz	6
3.6 Gütefaktor	6
3.7 Passive Filter	7
3.7.1 RC Glieder	8
3.7.2 RLC Glieder	9
3.8 Systemfunktion	11

3.9	Biquadratische Systemfunktion	11
3.10	Verzerrung	11
3.11	Stabilität	12
3.12	Sprungantwort	13
3.13	Filter Toleranzschema	13
3.14	Operationsverstärker	15
3.15	Aktive Filter	16
3.16	Digitalpotentiometer / SPI	19
4	Methodik	20
4.1	Filter im Niederfrequenzbereich	20
4.1.1	Relevante Approximationen	21
4.1.2	Auswahl Kriterien	23
4.2	Theoretische Analyse	26
4.2.1	Charakteristische Eigenschaften	26
4.2.2	Amplituden- und Phasenfrequenzgang	29
4.2.3	Gruppenlaufzeit	32
4.3	Simulation	35
4.3.1	Simulationsumgebung	35
4.3.2	Sprungantwort	37
4.3.3	Pol- Nullstellen Diagramm	38
4.4	Praktische Realisierung und Validierung	39
4.4.1	Grundstruktur	39
4.4.2	Digitalpotentiometer	40
4.4.3	Desktop Applikation	42
4.4.4	Mikrocontroller	45

5	Ergebnisse	47
5.1	Justage	47
5.2	Messaufbau	49
5.3	Messergebnisse	50
6	Diskussion	54
6.1	Justage	54
6.2	Messaufbau	54
6.3	Messergebnisse	55
7	Zusammenfassung und Ausblick	58
8	Eidesstattliche Erklärung	59
Literaturverzeichnis		60
Anhang		61
A	Messaufbau	61
B	Leiterplatten Entwurf	62
C	Elektronischer Anhang	63
D	Schaltplan	64

Abbildungsverzeichnis

1	JB Audio 5 WAYS PRE-AMP Frontansicht	2
2	GOLIATH-PLUS Frontansicht	3
3	LD Systems X 223	4
4	Passive Filter Netzwerke	7
5	Bodediagramm Passive RC Filter Netzwerken	8

6	Bodediagramm Passive RCL Filter Netzwerke	9
7	Bodediagramm Passive RCL Filter Netzwerken	10
8	Betragsfunktion Tiefpass 2. Ordnung, 1. $Q=1.3$, 2. $Q=\frac{1}{\sqrt{2}}$, 3. $Q=0.5$ 4. idealer Tiefpass	13
9	Normiertes Filter Toleranzschema anhand eines Tiefpass 2. Ordnung	14
10	Ersatzschaltbild Idealer OPV	15
11	Grundstruktur 2. Grades	16
12	Knotenspannungsanalyse	17
13	Sallen-Key Grundstruktur mit Substituierten Schaltelementen	18
14	8-Bit-Widerstandsnetzwerk[1]	19
15	SPI Steuerung [3]	19
16	Blockschaltbild Mehrwegelautsprechersystem, Übertragungsfunktion der jeweiligen Filter $G_i(j\omega)$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$	20
17	Amplitudengang Filtertyp a) 2. Ordnung, b) 4. Ordnung, Kurve 1: Tschebyscheff Tiefpass mit 3dB Welligkeit, Kurve 2: Butterworth Tiefpass, Kurve 3: Bessel-Tiefpass	21
18	Sprungantwort Filtertyp a) 2. Ordnung, b) 4. Ordnung, Kurve 1: Tschebyscheff Tiefpass mit 3dB Welligkeit, Kurve 2: Butterworth Tiefpass, Kurve 3: Bessel-Tiefpass	22
19	Qualitatives Bodediagramm vor und nach der Wiedergabe des Nutzsignals über ein Mehrwegelautsprechersystem	24
20	Frequenzweiche a) Butterwortfilter 4. Ordnung b) Butterwortfilter 4. Ordnung c) Besselfilter 4. Ordnung d) Linkwitz-Riley-Filter 4. Ordnung	25
21	Blockschaltbild Kasskadierter Systeme $H(s) = \text{Systemfunktion}$, $x_e = \text{Eingangsgröße}$, $x_a = \text{Ausgangsgröße}$	29
22	Blockschaltbild	30
23	Bandpass aus Linkwitz Riley Tief- und Hochpass 4. Ordnung	30

24	Phasen- und Dämpfungsverzerrung des Bandbass	31
25	Phasengang und normierte Gruppenlaufzeit der Frequenzweiche aus Abb.23	33
26	Phasengang und normierte Gruppenlaufzeit der Frequenzweiche aus Abb.23 mit abweichendem Gütefaktor $Q = 1.71$	34
27	Zusammenhänge kennzeichnender Funktionen im Zeit- und Frequenzbereich	35
28	Frequenzweiche aus Abb.22 in Simulink	36
29	Bandpass Untersystem in Simulink	36
30	Sprungantwort Teilbandpässe und Summe der Frequenzweiche	37
31	Sprungantwort vom Bandpass 1) 150Hz - 800Hz, Bandpass 2) 150hz-2.8kHz, Bandpass 3) 800Hz - 4kHz, Bandpass 4) 2.8kHz - 4kHz	38
32	Pol-Nullstellen Diagramm	39
33	Grundstruktur Bandpass	40
34	Digitalpotentiometer MCP4361-103E/ST	41
35	Zusammensetzung Digitalpotentiometer	41
36	Allgemeine SPI-Befehlsstruktur[1]	41
37	Desktop Applikation	42
38	Bildschirmausgabe	43
39	Programmablaufplan Dekstopapplikation	44
40	Arduino Nano	45
41	Programmablaufplan Mikrocontroller	46
42	RedPitaya Messaufbau	49
43	Sub-Bass Bandpass, Messung (—) Simulation (---)	50
44	Bass Bandpass, Messung (—) Simulation (---)	51
45	Mitten Bandpass, Messung (—) Simulation (---)	52

46	Höhen Bandpass, Messung (—) Simulation (---)	53
47	Vergrößerte Darstellung des Amplitudengang a) Sub-Bass-Bandpass b) Bass-Bandpass c) Mitten-Bandpass d) Höhen-Bandpass	56
48	Vergrößerte Darstellung des kalibrierten Amplitudengang a) Sub-Bass-Bandpass b) Bass-Bandpass c) Mitten-Bandpass d) Höhen-Bandpass	57
49	Messaufbau Ansicht von Oben	61
50	Messaufbau Vergrößerte Ansicht	61
51	Top Layer	62
52	Top Layer Bestückt	62
53	Bottom Layer	62
54	Bottom Layer Bestückt	63
55	Datenträger Ordnerstruktur	63

Tabellenverzeichnis

1	a) Übertragungsfunktion b) Betragsfunktion c) Grenzfrequenz	8
2	a) Übertragungsfunktion b) normierte Betragsfunktion c) Resonanzfrequenz ω_r , Gütfaktor Q	9
3	a) Übertragungsfunktion b) normierte Betragsfunktion c) Resonanzfrequenz ω_r , Gütfaktor Q d) obere und untere Grenzfrequenz	10
4	a) Substituierte Admittanz b) Systemfunktion $\underline{H}(s)$ c) Widerstandswert R_1 und R_2 bei vorgabe von C_1 und C_2	18
5	Auszug aus Filterkatalog [8, S. 391 ff.]	23
6	Widerstandsabgleich	48
7	Kapazitätsabgleich	48
8	Gegenüberstellung zur Überprüfung der Genauigkeit	48

Abkürzungsverzeichnis

Abk. Abkürzung

Abb. Abbildung

Abs. Abschnitt

AUX Auxiliary (Hilfseingang/-ausgang)

CAD Computer-Aided Design (Computerunterstütztes Entwerfen)

Digi-Pot Digitales Potentiometer

DUT Device Under Test (zu prüfendes Gerät)

IDE Integrated Development Environment (Integrierte Entwicklungsumgebung)

LR-Filter Linkwitz-Riley Filter

OPV Operationsverstärker

SDI Serial Data In (Serielle Dateneingang)

SPI Serial Peripheral Interface (Serielle Peripherieschnittstelle)

Tab. Tabelle

TP Testpunkt

1 Einleitung

1.1 Vorwort

Es ist mittlerweile zehn Jahre her, dass ich zum ersten Mal eine Soundsystem-Session besucht habe – eine Veranstaltung, die sich durch die unkonventionelle Bedienung und den eigenständigen Bau von Lautsprechersystemen auszeichnet. Im Gegensatz zu herkömmlichen Tanzveranstaltungen, bei denen alle technischen Einstellungen im Vorfeld festgelegt werden, geht es bei einer Soundsystem-Session darum, den Klang der Musik aktiv zu verändern und anzupassen. Dafür werden speziell angefertigte Preamps¹ genutzt, die eine individuelle Klanganpassung ermöglichen.

Ich kann mich genau erinnern, wie mich die Technik und die Möglichkeiten, die dadurch entstehen, begeistert haben. Die Frage, wie solche Geräte aufgebaut sind und wie sie funktionieren, hat mich dazu bewegt das Elektrotechnikstudium zu beginnen. Umso mehr freue ich mich, dass mir im Rahmen der Bachelorarbeit die Gelegenheit geboten wurde, einen eigenen Vorverstärker zu entwerfen.

Mein besonderer Dank gilt allen Menschen, die mir während der Entwicklung des Geräts mit Rat und Tat zur Seite standen, sowie denen, die ihr Wissen in Fachbüchern festgehalten haben und somit wertvolle Grundlagen für mein Verständnis und die damit einhergehende Entwicklung des Vorverstärkers lieferten.

1.2 Motivation

Es wird angestrebt, einen funktionsfähigen Vorverstärker zu entwickeln, dessen zentrales Element die integrierte Frequenzweiche ist und dessen Umsetzung den Abschluss des Projekts bildet. Neben dem Bau des Vorverstärkers wird großer Wert darauf gelegt, die schaltungstechnischen Grundlagen und Zusammenhänge herzuleiten und anzuwenden. Die Abschlussarbeit soll des weiteren einen Zusammenhang zwischen dem im Grundstudium vermittelten Wissen und der praktischen Umsetzung herstellen.

¹Subkultureller Ausdruck für Vorverstärker (englisch: preamplifier, kurz preamp)

1.3 Ziel der Arbeit

In der Praxisphase wurde die Analyse von elektronisch verstellbaren Filtern untersucht, was die Grundlage für die Entwicklung des Vorverstärkers gebildet hat. Die darauf aufbauende Bachelorarbeit beschäftigt sich mit dem Vergleich ausgewählter Filterapproximationen zur Entwicklung einer Frequenzweiche, die das zentrale Element des Vorverstärkers darstellt. Ziel dieser Arbeit war es, eine Filterapproximation zu evaluieren, mit der das Eingangssignal für ein Mehrweglautsprechersystem verzerrungsfrei aufgeteilt werden kann. Des Weiteren soll die ausgewählte Filterapproximation mit Hilfe von digitalen Potentiometern realisiert und die Auswirkung der eingehenden Werte-Diskretisierung untersucht werden.

2 Stand der Technik

Im folgenden Abschnitt wird anhand ausgewählter Geräte der Stand der Technik erläutert. Es zeigt sich, dass zwar Vorverstärker existieren, die den Anforderungen der Szene gerecht werden, deren Möglichkeiten zur Anpassung der Filtercharakteristik jedoch eingeschränkt sind.

2.1 5 WAYS JB Audio

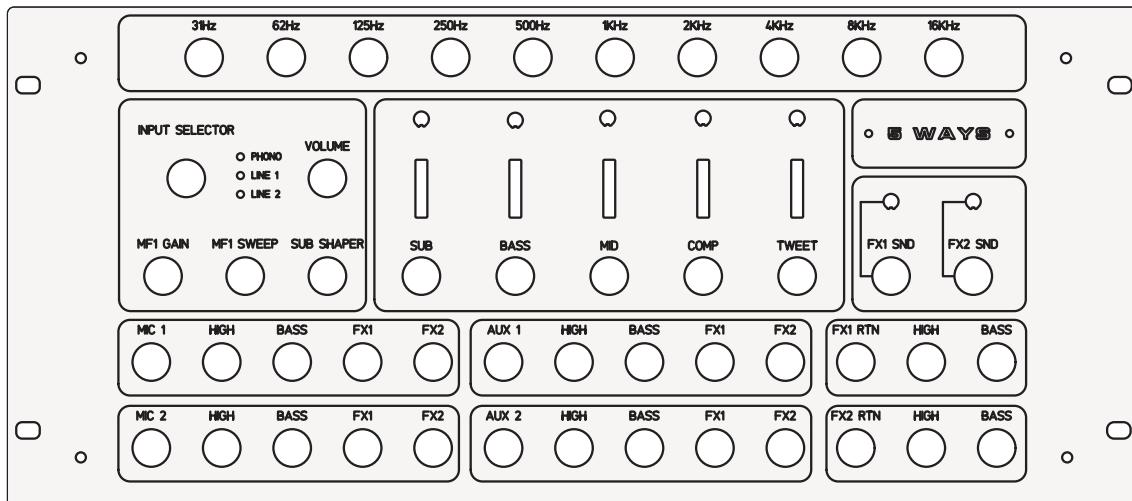


Abbildung 1: JB Audio 5 WAYS PRE-AMP Frontansicht

Der 5-WAY PRE-AMP von JB Audio ist ein Vorverstärker mit einer Aktiven 5-Wege Frequenzweiche die das Eingangssignal in fünf festgelegte Frequenzbereiche aufteilt. Jeder dieser Bereiche verfügt über eine eigene Lautstärkeregelung sowie

einen Schalter zum Stummschalten. Des Weiteren ist das Gerät mit einem Line- und Phonoeingang für Eingangssignale von CD- oder Plattenspielern sowie zwei Mikrofoneingängen ausgestattet. Für jede Frequenzstufe gibt es separate Ausgänge sowie einen Breitbandausgang. Die Konfiguration kann flexibel angepasst werden, sodass der Pre Amp einen 4-, 3- oder 2-Wege-Betrieb unterstützt. Die Filtercharakteristik wird vom Hersteller nicht angegeben und es besteht keine Möglichkeit zur Einstellung.

2.2 GOLIATH PLUS Phillip Bush Engineering

Der Goliath Plus Preamp ist ein Vorverstärker mit einer aktiven 3-Wege-Frequenzweiche, die das Eingangssignal in drei festgelegte Frequenzbereiche unterteilt. Das Eingangssignal kann über zwei Aux-Wege an externe Geräte zur Weiterverarbeitung durch Effektgeräte gesendet werden. Des Weiteren verfügt das Gerät jeweils über zwei Mikrofon-, Phono- und Line-Eingänge für verschiedene Eingangssignale. Die Ausgangsstufe verfügt für jedes Frequenzband über einen separaten Ausgang sowie einen Breitband-Ausgang. Die Filtercharakteristik wird vom Hersteller nicht angegeben und es besteht keine Möglichkeit zur Einstellung.

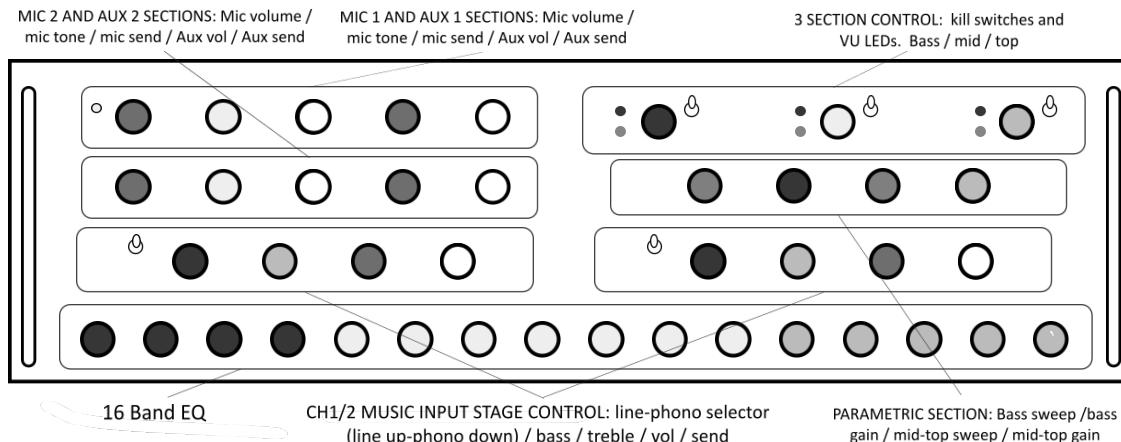


Abbildung 2: GOLIATH-PLUS Frontansicht

2.3 LD Systems X 223

Klassische Vorverstärker, die den Ansprüchen der Soundsystem Szene genügen, sind in handelsüblichen Versandhäusern nicht erhältlich. Durch die Zusammenschaltung einer Frequenzweiche mit einem Mischpult ist es jedoch möglich, die gewünschte Handhabung zu erzeugen. Aus dem Grund soll die Kombination aus einem beliebigen

Mischpult mit der analogen Frequenzweiche der Firma LD Systems aus Abb. 3 vorgestellt werden. Die Ausgänge der Weiche werden dabei auf separate Kanalzüge des Mischpults gelegt wodurch die Frequenzbänder unabhängig von einander angepasst werden können. Die LD Systems X 223 ermöglicht die Trennung von drei Frequenzbändern mit einer fest eingestellten Filterapproximation 4. Ordnung nach Linkwitz-Riley. Je nach Ausstattung des Mischpults erweitert sich die Funktionspalette des Aufbaus. Die einfache Ausführung der Frequenzweiche schränkt jedoch die Flexibilität bei der Steuerung größerer Lautsprechersysteme ein.

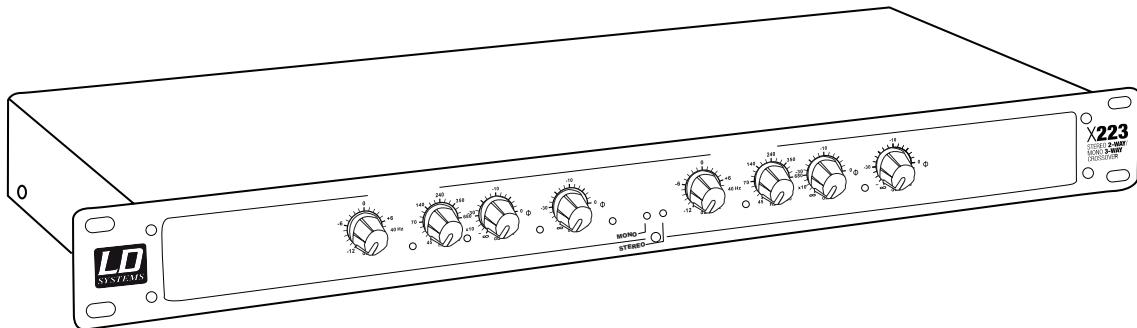


Abbildung 3: LD Systems X 223

3 Theoretischer Teil

Die im theoretischen Teil beschriebenen Zusammenhänge dienen dazu, die Grundlagen der Aufgabenstellung zu erläutern sowie einen Bezug zu den in der Methodik und anschließenden Diskussion gezogenen Schlussfolgerungen und Zusammenhängen herzustellen.

3.1 Übertragungsfunktion

Die Untersuchung des Frequenzverhaltens ist eine geeignete Methode zur Bestimmung des Übertragungsverhaltens analoger Schaltungen. An den Eingang wird eine Spannung konstanter Amplitude und variabler Frequenz angelegt um so das Verhalten der Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz darzustellen.[2, S. 16]

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{\underline{X}_2(j\omega)}{\underline{X}_1(j\omega)} \quad (1)$$

Gl.(1) beschreibt das Verhältnis der Ausgangssignalfunktion $\underline{X}_2(j\omega)$ zur Eingangssignalfunktion $\underline{X}_1(j\omega)$ und besitzt im Allgemeinen komplexe Werte. Wie in Gl.(2) zu

sehen ist wird für die grafische Darstellung der Übertragungsfunktion diese entweder in Betrag und Phase oder in Realteil und Imaginärteil zerlegt. Die logarithmische Darstellung des Betrags der Übertragungsfunktion stellt den Amplitudenfrequenzgang $A(j\omega)$ dar. Die Darstellung der Phase der Übertragungsfunktion ist im Phasenfrequenzgang $\varphi(j\omega)$ ersichtlich [7, S. 35].

$$\underline{A}(j\omega) = 20 \lg |\underline{G}(j\omega)| ; \quad \varphi(j\omega) = \arctan \frac{\text{Im} \{ \underline{G}(j\omega) \}}{\text{Re} \{ \underline{G}(j\omega) \}} \quad (2)$$

3.2 Normierung

Um die Unabhängigkeit der Filtercharakteristik von der Schaltungsdimensionierung zu gewährleisten, wird die Frequenzachse der Übertragungsfunktion normiert dargestellt . Dabei wird die Frequenzachse auf einen Ausdruck normiert, die für das System charakteristisch ist [9, S. 329].

3.3 Grenzfrequenz

Die Definition der 3dB-Grenzfrequenz ist in der Praxis zwar üblich, jedoch völlig willkürlich ausgewählt und tritt auf, wenn das Ausgangssignal an einem ohmschen Widerstand die Hälfte der Maximalleistung abgibt.[11, S. 33]

$$P_a = \frac{1}{2} P_{max}; \quad \frac{U_a^2}{R} = \frac{1}{2} \frac{U_{max}^2}{R}; \quad \frac{U_a}{U_{max}} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -3 \text{dB} \quad (3)$$

3.4 Bandbreite

Um die Übertragungseigenschaften eines Bandpassfilter besser beschreiben zu können, wurde der Begriff der Bandbreite B eingeführt.[2, S. 38] Dieser beschreibt den Bereich, der durch die obere und untere Grenzfrequenz begrenzt wird.

$$B = f_{g2} - f_{g1} = \frac{1}{2\pi} (\omega_{g2} - \omega_{g1}) \quad (4)$$

3.5 Resonanzfrequenz

Zur Beschreibung schwingungsfähiger Systeme, die mindestens zwei Energiespeicher unterschiedlicher Energieformen enthalten, wird die Resonanzfrequenz herangezogen. Diese kennzeichnet jene Frequenz, bei der der Imaginärteil der Impedanzfunktion des Schwingkreises null ist. [9, S. 315] Für die passiven RLC-Filter aus Abs. 3.7 gilt:

$$2\pi f_r = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

3.6 Gütefaktor

Eine weitere allgemeine Festlegung zur Beschreibung bzw. Normierung einer Übertragungsfunktion ist der Gütefaktor, oder einfach Güte genannt. Dieser entspricht dem Quotienten aus Blind- und Wirkkomponente bei der Resonanzfrequenz f_r bzw. dem Verhältnis von Bandbreite B zur Resonanzfrequenz f_r . [9, S. 312]

$$Q = \frac{\text{Blindkomponente}}{\text{Wirkkomponente}} = \frac{f_r}{B} \quad (6)$$

3.7 Passive Filter

Im Folgenden sollen die Grundlagen passiver Filterschaltungen beschrieben werden, die zur weiterführenden Entwicklung komplexer Filtertypologien dienen.

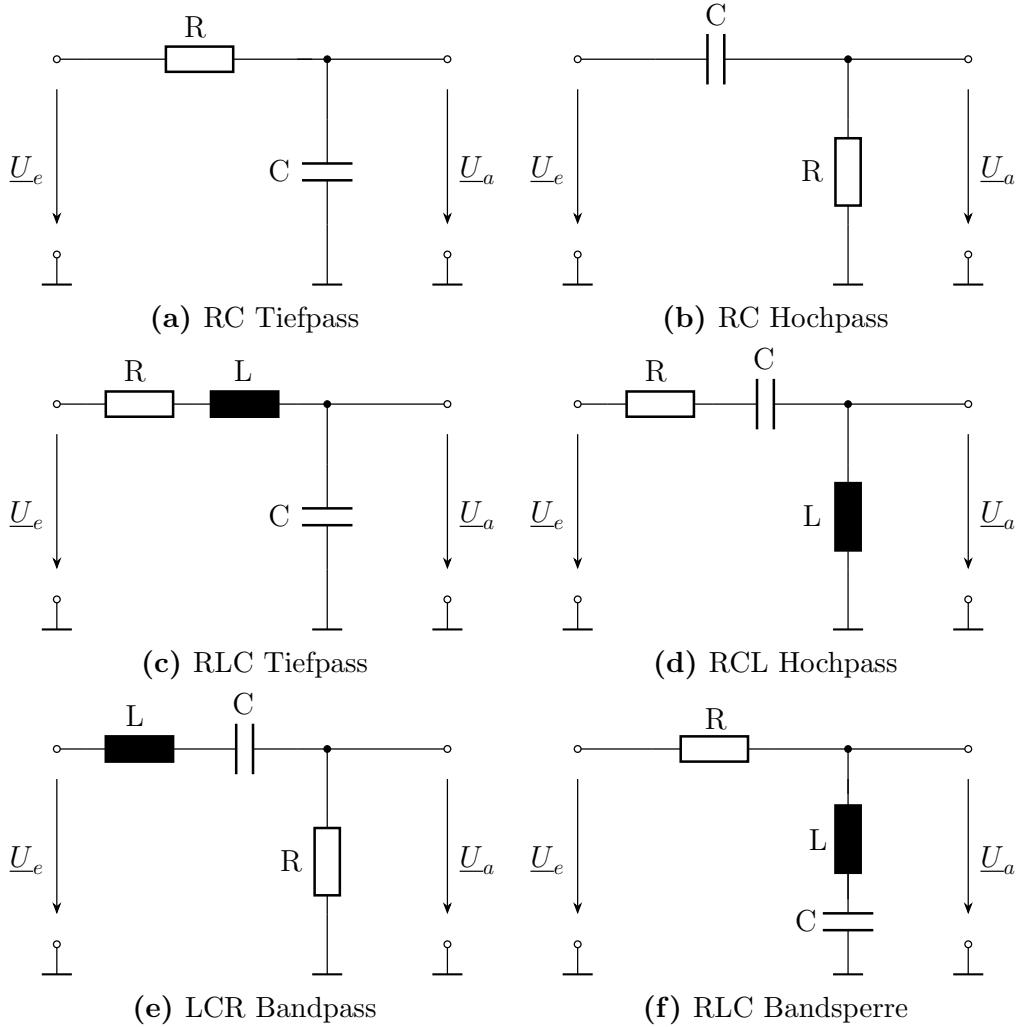


Abbildung 4: Passive Filter Netzwerke

Wie in Abb. 4 zu sehen ist, basieren die Filterschaltungen auf der Verwendung passiver Bauelemente. Die dazugehörigen Übertragungsfunktionen und charakteristischen Frequenzen sowie die daraus resultierenden Bodediagramme sind auf den nachfolgenden Seiten in Abs. 3.7.1 und Abs. 3.7.2 aufgelistet. Die Übertragungsfunktion lässt sich in den Durchlass- und Sperrbereich unterteilen. Im Sperrbereich sinkt die Betragsfunktion in Abhängigkeit von der Frequenz mit $n \cdot 20$ dB pro Dekade, wobei n die Ordnung des Filters angibt [7, S. 256 ff.].

3.7.1 RC Glieder

Tiefpass 1. Ordnung

$$\text{a)} \quad \underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\text{b)} \quad |\underline{G}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}$$

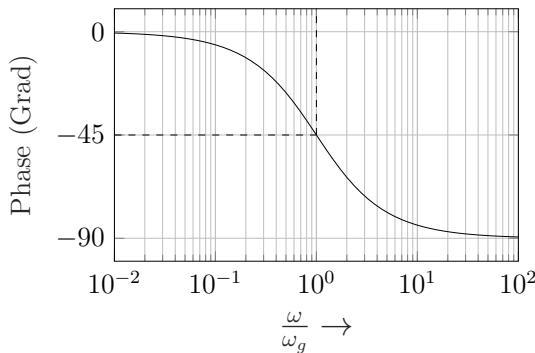
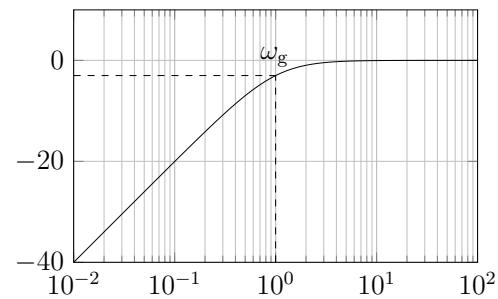
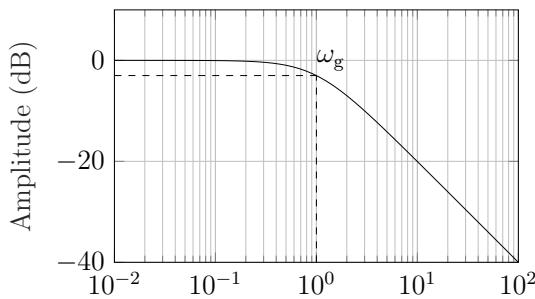
$$\text{c)} \quad |\underline{G}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \omega_g = \frac{1}{RC} \quad |\underline{G}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad \omega_g = \frac{1}{RC}$$

Hochpass 1. Ordnung

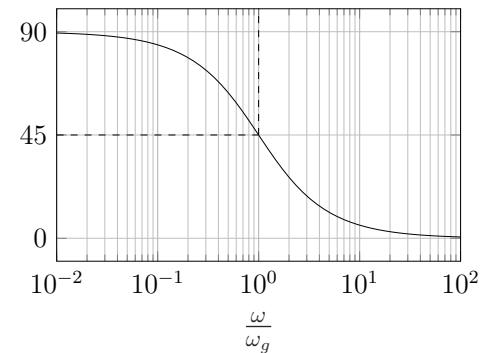
$$\underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$|\underline{G}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}}$$

Tabelle 1: a) Übertragungsfunktion b) Betragsfunktion c) Grenzfrequenz



(a) RC Tiefpass



(b) RC Hochpass

Abbildung 5: Bodediagramm Passive RC Filter Netzwerken

3.7.2 RLC Glieder

Tiefpass 2. Ordnung

$$a) \underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 - (\omega^2 LC) + j\omega RC}$$

$$b) |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2}}$$

$$c) \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Hochpass 2. Ordnung

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{Q \frac{\omega}{\omega_r}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

Tabelle 2: a) Übertragungsfunktion b) normierte Betragsfunktion
c) Resonanzfrequenz ω_r , Gütefaktor Q

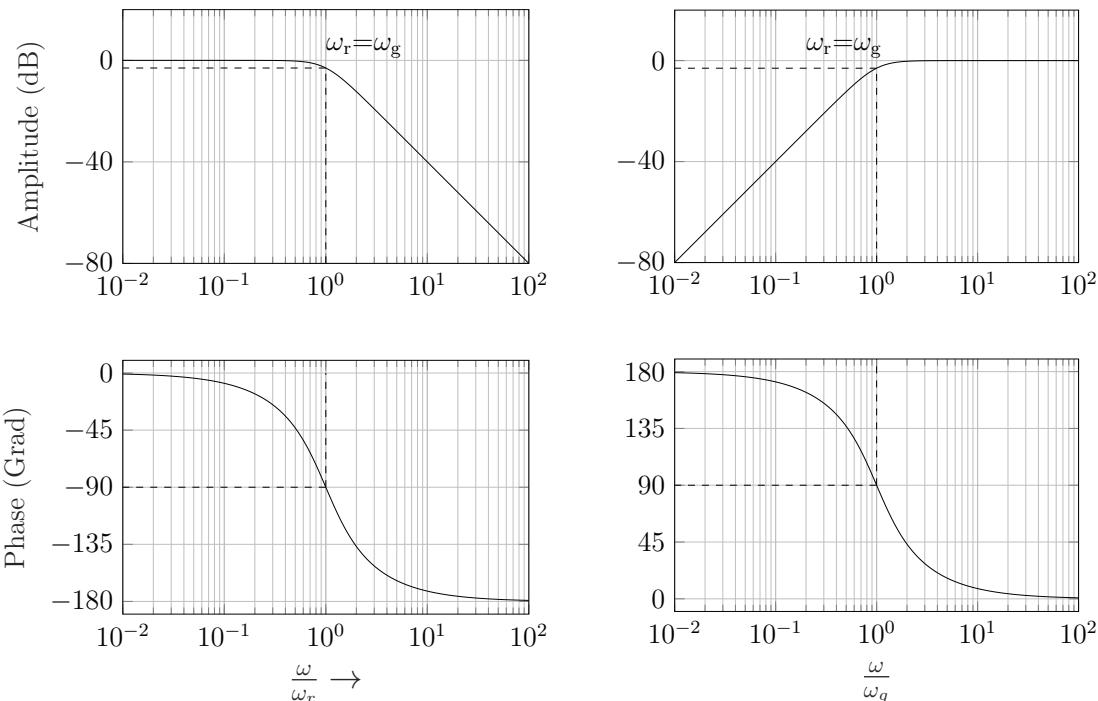


Abbildung 6: Bodediagramm Passive RCL Filter Netzwerke

Die RCL-Filter stellen einen Reihenresonanzkreis dar, der zu Spannungsüberhöhungen führen kann. Um eine Hoch- bzw. Tiefpasscharakteristik mit einer Grenzfrequenz von 3 dB zu erhalten, muss die Güte den Wert aus Gl. (3) annehmen.

Bandpass 1. Ordnung

$$a) \quad \underline{G}(j\omega) = \frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$b) \quad |\underline{G}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)^2}}$$

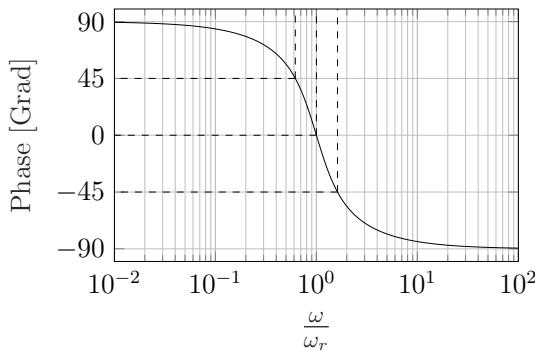
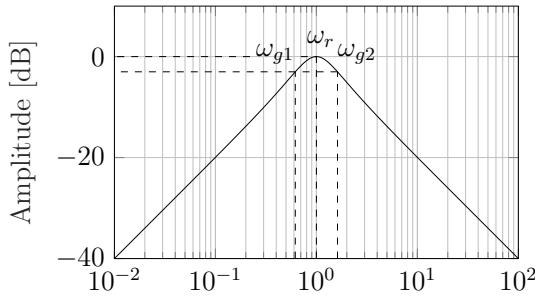
$$c) \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$d) \quad \omega_{g1/2} = \pm \frac{\omega_r}{2Q} + \sqrt{\omega_r^2 + \left(\frac{\omega_r}{2Q} \right)^2} \quad \omega_{g1/2} = \pm \frac{\omega_r}{2Q} + \sqrt{\omega_r^2 + \left(\frac{\omega_r}{2Q} \right)^2}$$

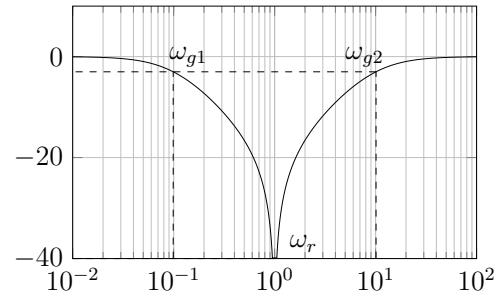
Tabelle 3: a) Übertragungsfunktion b) normierte Betragsfunktion

c) Resonanzfrequenz ω_r , Gütefaktor Q

d) obere und untere Grenzfrequenz



(a) LCR Bandpass



(b) RLC Bandsperre

Abbildung 7: Bodediagramm Passive RCL Filter Netzwerken

3.8 Systemfunktion

In Erweiterung des mit Gl. (2) eingeführten Begriffs der komplexen Übertragungsfunktion $\underline{A}(j\omega)$ entsteht die Systemfunktion $\underline{H}(s)$ eines zu untersuchenden Netzwerks durch den Übergang von der variablen Größe $j\omega$ auf die komplexe Variable s . Beide Begriffe sind eng miteinander verknüpft und können durch einfachen Ersatz der Variablen ineinander überführt werden.

$$\text{mit } \underline{X}(s) = \mathcal{L}\{x(t)\} \quad \text{und} \quad \underline{Y}(s) = \mathcal{L}\{y(t)\} \quad (7)$$

$$\underline{A}(j\omega) |_{j\omega=s} = \underline{H}(s) = \frac{\underline{Y}(s)}{\underline{X}(s)} \quad (8)$$

Dabei sind die Ausdrücke $\underline{X}(s)$ und $\underline{Y}(s)$ definiert als die Laplace-Transformierten der Zeitfunktionen $x(t)$ bzw. $y(t)$. Im Gegensatz zur Übertragungsfunktion $\underline{A}(j\omega)$, die Eingangs- und Ausgangsspektrum miteinander verknüpft, ist die Systemfunktion keiner unmittelbaren physikalischen Deutung zugänglich [11, S. 9].

3.9 Biquadratische Systemfunktion

Die in Abs. 3.7 behandelten RCL Filter zweiter Ordnung haben eine Gemeinsamkeit hinsichtlich ihrer Systemfunktion. Die Nennerpolynome sind identisch, wenn diese in ihre Normalform gebracht worden sind, was zu einer verallgemeinerten Darstellung der Systemfunktion $\underline{H}(s)$ führt und Biquadratische Systemfunktion genannt wird.[11, S. 22]

$$\underline{H}(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2}{1 + R C s + L C s^2} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2}{1 + b_1 s + b_2 s^2} \quad (9)$$

3.10 Verzerrung

Durch Umstellen der Gl. (1) ergibt sich ein weiterer Zusammenhang für die Übertragungsfunktion.

$$\underline{X}_1(j\omega) \underline{G}(j\omega) = \underline{X}_2(j\omega); \quad (10)$$

Das Produkt aus der Übertragungsfunktion $\underline{G}(j\omega)$ und der Eingangsgröße $\underline{X}_1(j\omega)$ beschreibt eine lineare Änderung, auch Verzerrung genannt, der Ausgangsgröße $\underline{X}_2(j\omega)$.

Dabei wird unterschieden zwischen Phasenverzerrungen, bei denen der Phasengang verändert wird, und Dämpfungsverzerrungen, die eine Veränderung des Amplitudengangs beschreiben.

Ein System wird als linear beschrieben, wenn es nur Frequenzanteile erzeugen kann, die ursprünglich im Signal enthalten sind; andernfalls ist es nichtlinear.[10, S. 308] Zur Beschreibung der Phasenverzerrung von Übertragungssystemen wird die Phasen- bzw. die Gruppenlaufzeit genutzt. Diese sind wie folgt definiert:

$$\tau_p(\omega) = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega}; \quad \tau_g(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (11)$$

Die Phasenlaufzeit gibt, normiert auf die Kreisfrequenz, die Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal an. Sie stellt die Verzögerung eines Signals einer bestimmten Frequenz innerhalb des Systems dar. Die Ableitung beziehungsweise die Steigung der Phasenlaufzeit wird als Gruppenlaufzeit bezeichnet und gibt an, mit welcher Zeitverzögerung eine Gruppe signaltragender Frequenzen durch ein Filter hindurchläuft [7, S. 258]. Um die Gruppenlaufzeiten besser miteinander vergleichen zu können, werden diese ebenfalls normiert. Für ein Tiefpassfilter gilt mit der Periodendauer der Grenzfrequenz T_g :

$$T_{gr} = \frac{\tau_g}{T_g} = \tau_g f_g = \frac{\omega_g}{2\pi} \tau_g = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{d\frac{\omega}{\omega_g}} \quad (12)$$

3.11 Stabilität

Die Stabilität eines elektrischen Systems ist definiert als die Voraussetzung, dass ein System nach einer sprungförmigen Änderung eines Eingangssignals für $t \rightarrow \infty$ eine Ruhelage einnimmt und beibehält, solange es nicht von außen angeregt wird. Bezogen auf die Systemfunktion aus Gl. (7) bedeutet dies, dass alle Nullstellen des Nennerpolynoms negative Realteile besitzen. Es ist üblich, die Nullstellen des Nennerpolynoms als Polstellen der Systemfunktion zu bezeichnen und deren Zahlenwert in der komplexen s-Ebene graphisch darzustellen. Liegt die graphische Darstellung der Pole in der linken Halbebene der s-Ebene, dann ist das System stabil. [12, S. 220 ff.]

3.12 Sprungantwort

Die Sprungantwort beschreibt die praktisch realisierbare Reaktion eines Systems zum Zeitpunkt $t = 0$ auf eine sprungförmigen Änderung der Eingangsgröße. Es gilt gemäß der Definition der Systemfunktion aus Gl.(8):

$$\underline{H}(s) = s \mathfrak{L} \{g(t)\} \quad \text{mit} \quad y(t) = g(t) \quad \text{für} \quad x(t) = \varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & (t \leq 0) \\ 1, & (t > 0) \end{cases} \quad (13)$$

Die Systemfunktion $H(s)$ ist die Laplace-Transformierte der Zeitfunktion $g(t)$ am Ausgang, multipliziert mit der Variablen s , für den Sonderfall einer sprungförmigen Erregung am Eingang.[11, S. 10]

3.13 Filter Toleranzschema

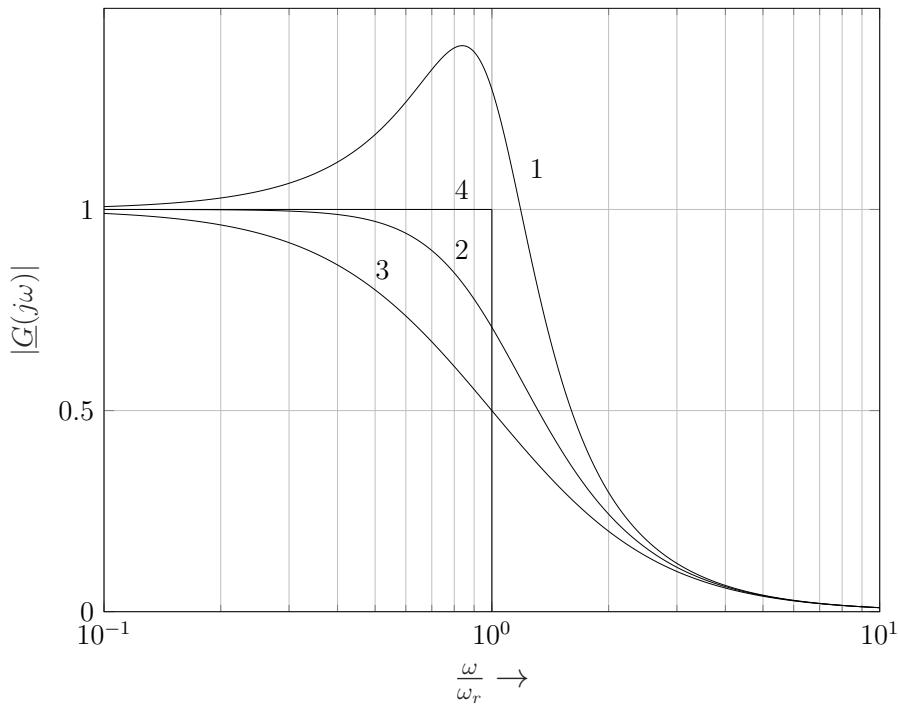


Abbildung 8: Betragsfunktion Tiefpass 2. Ordnung,
1. $Q=1.3$, 2. $Q=\frac{1}{\sqrt{2}}$, 3. $Q=0.5$ 4. idealer Tiefpass

Wie in Abs. 3.7.1 beschrieben, hat das Tiefpassfilter die Aufgabe, Signalanteile im Durchlassbereich möglichst unverändert zu übertragen und im Sperrbereich möglichst vollständig zu unterdrücken. Dies kann jedoch nur mit einer Approximation an die idealisierte Wunschcharakteristik geschehen.

Zur Veranschaulichung soll dafür die Übertragungsfunktion des Tiefpassfilter 2. Ordnung aus Abs. 3.7.2 durch die Güte Q ver stellt werden.[11, S.39]

Im Gegensatz zum idealen Tiefpass zeigen die von der Güte Q abhängigen Übertragungsfunktionen einen weicheren Verlauf. Da der ideale Tiefpass nicht realisierbar ist, werden die zulässigen Abweichungen davon in Form eines Toleranzschemas vorgeschrieben.

Dabei wird die Amplitude auf den zulässigen Maximalwert und die Frequenzachse auf die individuell zu wählende Durchlassfrequenz normiert.

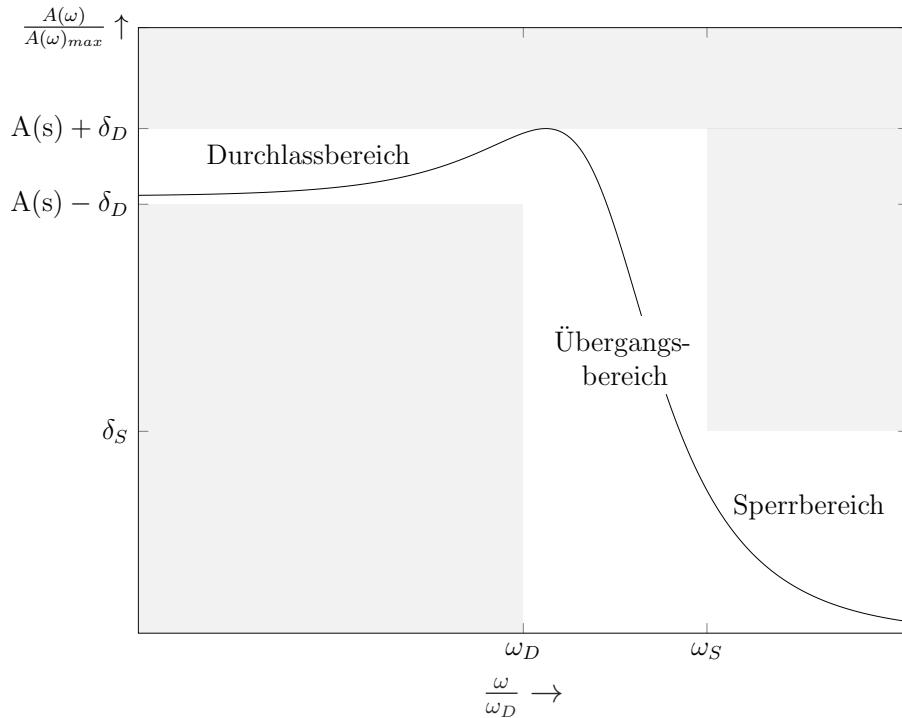


Abbildung 9: Normiertes Filter Toleranzschema
anhand eines Tiefpass 2. Ordnung

Der Durchlassbereich wird durch die Länge bis zur Durchlass-Kreisfrequenz ω_D definiert. Die Breite dieses Bereichs ergibt sich aus der zulässigen Welligkeit δ_D . Der im Toleranzschema ausgewiesene Sperrbereich wird durch die Kreisfrequenz ω_S festgelegt, bei der die Betragsfunktion den festgelegten Wert δ_S nicht überschreiten darf. [7, S. 259]

3.14 Operationsverstärker

Es ist üblich, Operationsverstärker (Abk. OPV), die in Filterschaltungen integriert sind, als Elemente mit idealisierten Eigenschaften zu betrachten. Die dadurch verursachten Ungenauigkeiten spielen praktisch keine Rolle, solange die Voraussetzungen für die Idealisierung ausreichend erfüllt sind. Aus dieser Vorgabe resultieren folgende Eigenschaften, die der OPV erfüllen muss:

- Differenzeingang mit hohem Eingangswiderstand im Bereich von 10^5 bis $10^{10} \Omega$
- Sehr niedrige, vernachlässigbare Eingangsströme
- Niedriger Ausgangswiderstand im Bereich von 50 bis 500 Ω
- Frequenzunabhängiges Übertragungsverhalten im Durchlassbereich
- Ausschließliche Differenzverstärkung $U_a = v_D \cdot U_D$

Eine nahezu ideale Lösung dafür ist der mit Gegenkopplung betriebene Operationsverstärker in Abb. 11 mit Signaleinspeisung am nicht-invertierenden P-Eingang. Das dazugehörige Ersatzschaltbild des idealen Operationsverstärkers ist in Abb. 10 zu sehen. [11, S. 116 ff.]

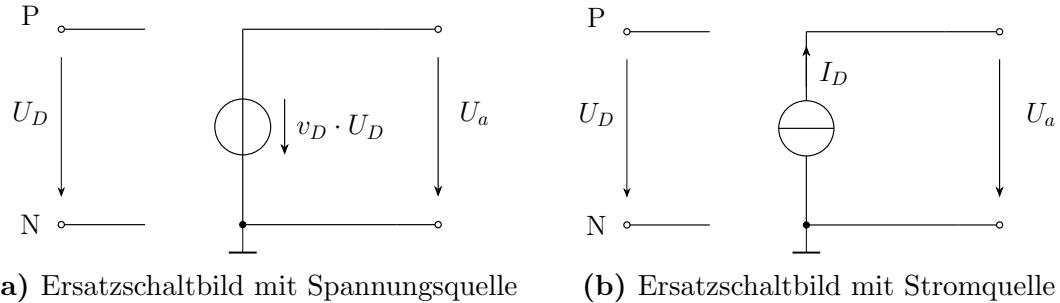


Abbildung 10: Ersatzschaltbild Idealer OPV

3.15 Aktive Filter

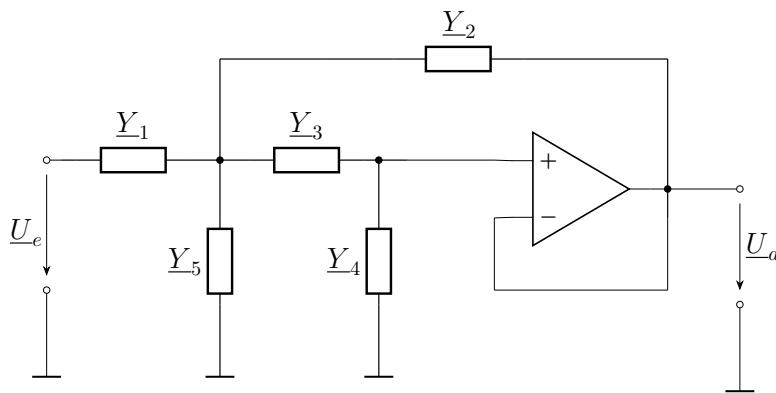


Abbildung 11: Grundstruktur 2. Grades

Durch die Implementierung von Operationsverstärkern in RC-Schaltungen können Filter höherer Ordnung approximiert werden. Solche Schaltungen werden als aktive Filter bezeichnet. [8, S. 376 ff.] Die Toleranzempfindlichkeit der aktiven Filtersysteme nimmt mit zunehmender Komplexität zu, weshalb in der Praxis die Umsetzung von Grundschatungen zweiter Ordnung und deren Kettenschaltung bevorzugt wird. [7, S. 262] Das in Abb. 11 dargestellte Netzwerk stellt eine von R. P. Sallen und E. L. Key vorgestellte Filterschaltung dar, mit der sich Hoch- und Tiefpass-Netzwerke 2. Ordnung bilden lassen. Die dafür notwendige Systemfunktion lässt sich mithilfe der Knotenspannungsanalyse und der daraus resultierenden Knoten-Leitwertmatrix herleiten, wobei folgende allgemeine Bildungsvorschrift gilt. [6, S. 121 ff.]

- Die Matrix ist symmetrisch zur Hauptdiagonalen. Alle Hauptdiagonalelemente sind positiv, die übrigen Matrixelemente sind negativ.
- Jedes Hauptdiagonalelement ist die Summe der Leitwerte, die mit einem Pol am jeweiligen Knoten verbunden sind.
- Jedes der übrigen Elemente ist die negative Summe der Leitwerte, die vom aktuellen Knoten zu den jeweiligen Nachbarknoten führen.
- Die Elemente der rechten Seite des Gleichungssystems werden durch die Quellenströme gebildet.
- Die Spalten der Matrix entsprechen den Knoten der Schaltung.

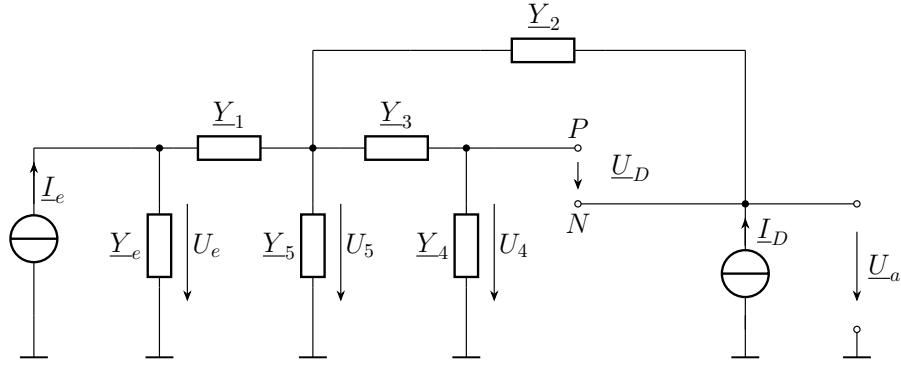


Abbildung 12: Knotenspannungsanalyse

Wie in Abb. 12 zu sehen ist, wurde der Operationsverstärker durch sein Ersatzschaltbild dargestellt und alle Spannungsquellen in ihre äquivalenten Stromquellen umgewandelt. Aus dieser Darstellung lässt sich nun die Leitwertmatrix bilden:

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_e + \underline{Y}_1 & -\underline{Y}_1 & 0 & 0 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_5 & -\underline{Y}_3 & -\underline{Y}_2 \\ 0 & -\underline{Y}_3 & \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 & 0 \\ 0 & -\underline{Y}_2 & 0 & \underline{Y}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_e \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_4 \\ \underline{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_e \\ 0 \\ 0 \\ \underline{I}_D \end{bmatrix} \quad (14)$$

Für die vereinfachte Schaltungsanalyse gilt für den idealen OPV, dass $v_D \rightarrow \infty$ geht, woraus sich ergibt, dass $U_a = U_D = 0$ sind. Daraus resultiert, dass die 4. Zeile der Leitwertmatrix gestrichen werden kann. Des Weiteren befinden sich die Knoten K_3 und K_4 bzw. die Zeilen 3 und 4 der Admittanzmatrix am selben Potential und können somit zusammengefasst werden.

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_e + \underline{Y}_1 & -\underline{Y}_1 & 0 \\ -\underline{Y}_1 & \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_5 & -\underline{Y}_3 - \underline{Y}_2 \\ 0 & -\underline{Y}_3 & \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_e \\ \underline{U}_5 \\ \underline{U}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Mit dem Produkt aus der inversen Leitwertmatrix $[\underline{Y}]^{-1}$ und dem Vektor der Einströmungen $[\underline{I}]$ lässt sich der Spannungsvektor ermitteln, aus dem sich dann die Werte für \underline{U}_a und \underline{U}_e entnehmen lassen. Dies führt zur Systemfunktion $\underline{H}(s)$ der Grundstruktur aus Abb.11.

$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Y}_1 \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 \underline{Y}_3 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_4 + \underline{Y}_2 \underline{Y}_4 + \underline{Y}_3 \underline{Y}_4 + \underline{Y}_3 \underline{Y}_5 + \underline{Y}_4 \underline{Y}_5} \quad (16)$$

Durch die Substitution der Admittanzen in Gl. (16) lassen sich nun die Grundstrukturen für das Hoch- und Tiefpassfilter 2. Ordnung ermitteln.

Tiefpass 2. Ordnung

$$\text{a)} \quad \underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1}; \quad \underline{Y}_2 = sC_1; \quad \underline{Y}_3 = \frac{1}{R_2} \quad \underline{Y}_4 = sC_2; \quad \underline{Y}_5 = 0$$

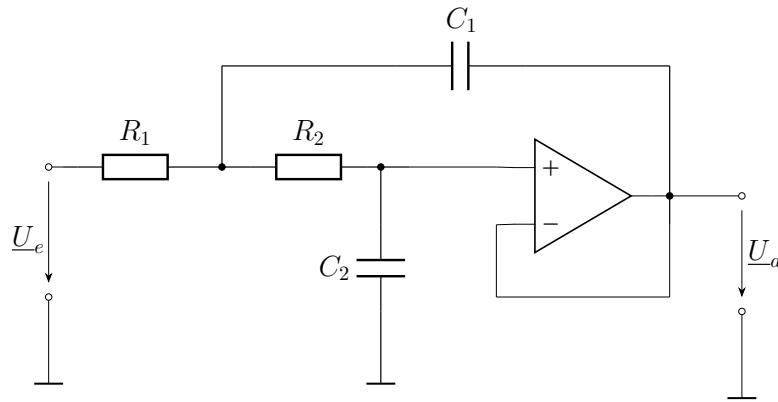
Hochpass 2. Ordnung

$$\underline{Y}_1 = sC_1; \quad \underline{Y}_2 = \frac{1}{R_1}; \quad \underline{Y}_3 = sC_2 \quad \underline{Y}_4 = \frac{1}{R_2}; \quad \underline{Y}_5 = 0$$

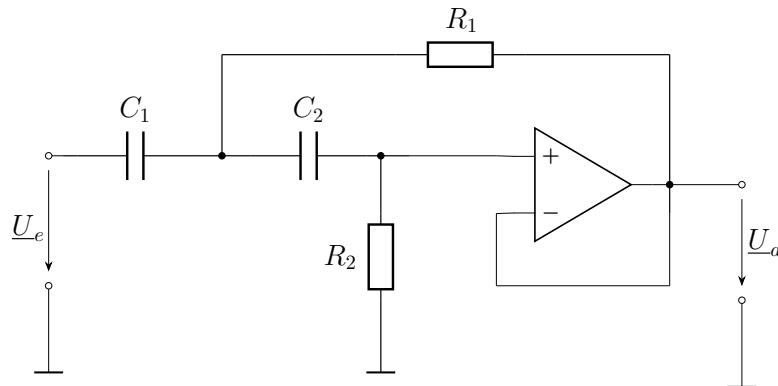
$$\text{b)} \quad \frac{1}{1 + (R_1 + R_2)C_2s + C_1C_2R_1R_2s^2} \quad \frac{C_1C_2R_1R_2s^2}{1 + (C_1 + C_2)R_1s + C_1C_2R_1R_2s^2}$$

$$\text{c)} \quad R_1 = \frac{aC_1 \pm \sqrt{a^2C_1^2 - 4bC_1C_2}}{2\omega_g(C_1C_2)} \quad R_1 = \frac{aC_1 \pm \sqrt{a^2C_1^2}}{2b\omega_gC_1(C_1 + C_2)} \\ R_2 = \frac{b}{\omega_g^2C_1C_2R_1} \quad R_2 = \frac{1}{\omega_g^2R_1C_1C_2b}$$

Tabelle 4: a) Substituierte Admittanz b) Systemfunktion $\underline{H}(s)$
c) Widerstandswert R_1 und R_2 bei vorgabe von C_1 und C_2



(a) Sallen-Key-Tiefpass 2. Ordnung



(b) Sallen-Key-Hochpass 2. Ordnung

Abbildung 13: Sallen-Key Grundstruktur mit Substituierten Schaltelementen[11, S. 162]

3.16 Digitalpotentiometer / SPI

Ein Digitalpotentiometer (Digi-Pot) besteht, wie in Abb. 14 dargestellt, aus einer integrierten Schaltung, die auf einem 8-Bit-Widerstandsnetzwerk basiert und mit einem digitalen Steuersignal diskrete Werte annehmen kann. Diese Technologie wird unter anderem verwendet, um die Charakteristik von Filternetzwerken zu beeinflussen und das Filter somit einstellbar zu machen. Eine Möglichkeit, Digi-Pots anzusteuern, ist das Serial Peripheral Interface (SPI). Dabei handelt es sich um eine serielle Schnittstelle, die zur Kommunikation mit Peripheriegeräten oder Mikrocontrollern genutzt wird. Wie in Abb. 15 gezeigt, ermöglicht das SPI den Einsatz mehrerer Digi-Pots mit einem Controller.

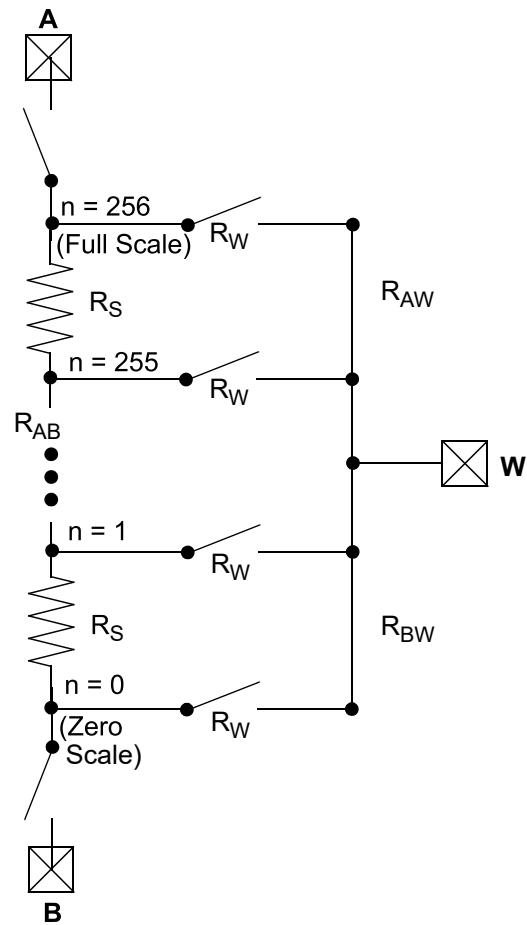


Abbildung 14:
8-Bit-Widerstandsnetzwerk[1]

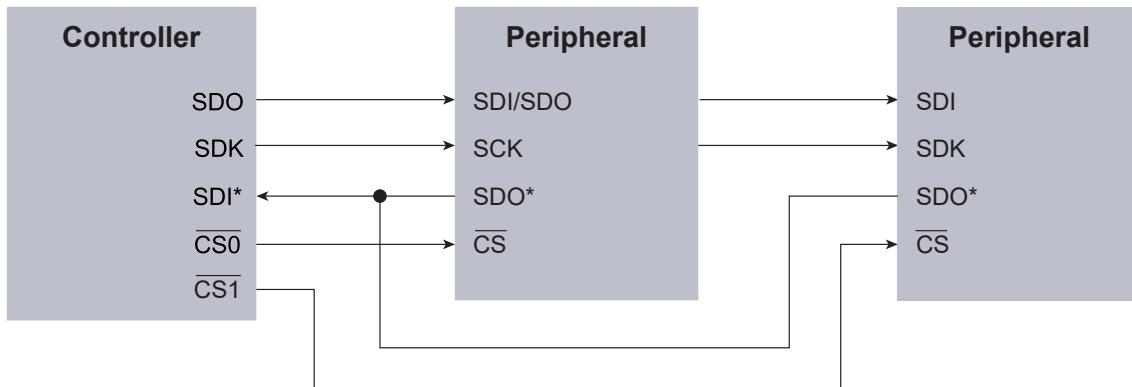


Abbildung 15: SPI Steuerung [3]

Dafür wird die sogenannte Chip-Select-Leitung \overline{CS} auf logisch 0 gesetzt, was dem jeweiligen Digi-Pot signalisiert, dass es über die SDI-Leitung Daten empfangen kann.

4 Methodik

Im folgenden Kapitel wird die methodische Herangehensweise beschrieben, um die gestellte Aufgabenstellung zu lösen und die darin enthaltenen Fragestellungen zu beantworten. Dabei wird sowohl eine theoretische als auch eine praktische Betrachtung vorgenommen.

4.1 Filter im Niederfrequenzbereich

In der Tontechnik haben elektrische Filter die Aufgabe, nicht benötigte Frequenzanteile eines Audiosignals sowie Störgeräusche zu dämpfen. Des Weiteren können Filter eingesetzt werden, um das Audiosignal klanglich zu verändern oder Fehler im Frequenzgang zu korrigieren [4, S. 316 ff.]. Letzteres wird Equalizing genannt und soll nicht Bestandteil dieser Arbeit sein. Der Frequenzumfang von Audiosignalen liegt im für den Menschen wahrnehmbaren Bereich zwischen 16 Hz und 20 kHz. Um dieses breitbandige Signal in Schall umwandeln zu können, bedarf es eines Mehrwegelautsprechersystems. Die dafür notwendige Filterschaltung, zur Aufteilung des Audiosignals in die verschiedenen Frequenzbereiche des Lautsprechersystems, wird in der Tontechnik als Frequenzweiche bezeichnet. [4, S. 117]

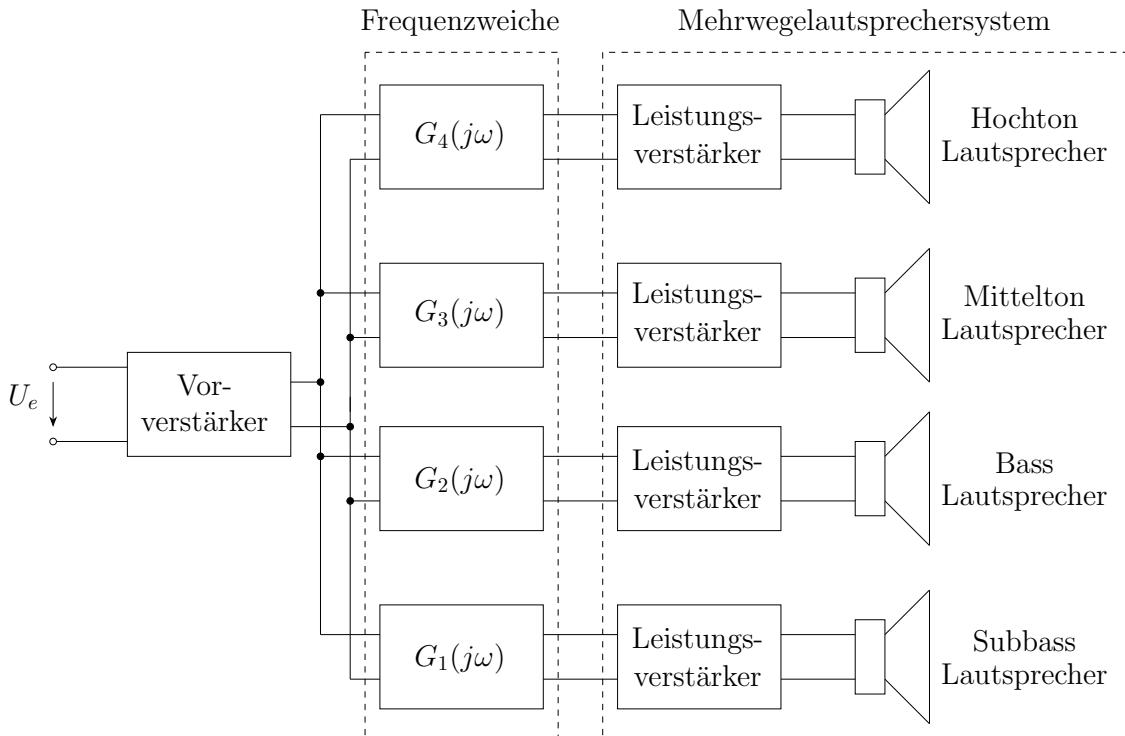


Abbildung 16: Blockschaltbild Mehrwegelautsprechersystem,
Übertragungsfunktion der jeweiligen Filter $G_i(j\omega)$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$

4.1.1 Relevante Approximationen

Im Folgenden sollen anhand eines Tiefpassfilter die in der Praxis etablierten Filterapproximationen vorgestellt werden. Zur Veranschaulichung sind dafür in Abb. 17 der jeweilige Amplitudengang und in Abb. 18 die in Abs. 3.11 beschriebenen Stabilitätskriterien und das damit verbundene Einschwingverhalten für die vorgestellten Approximationen dargestellt.

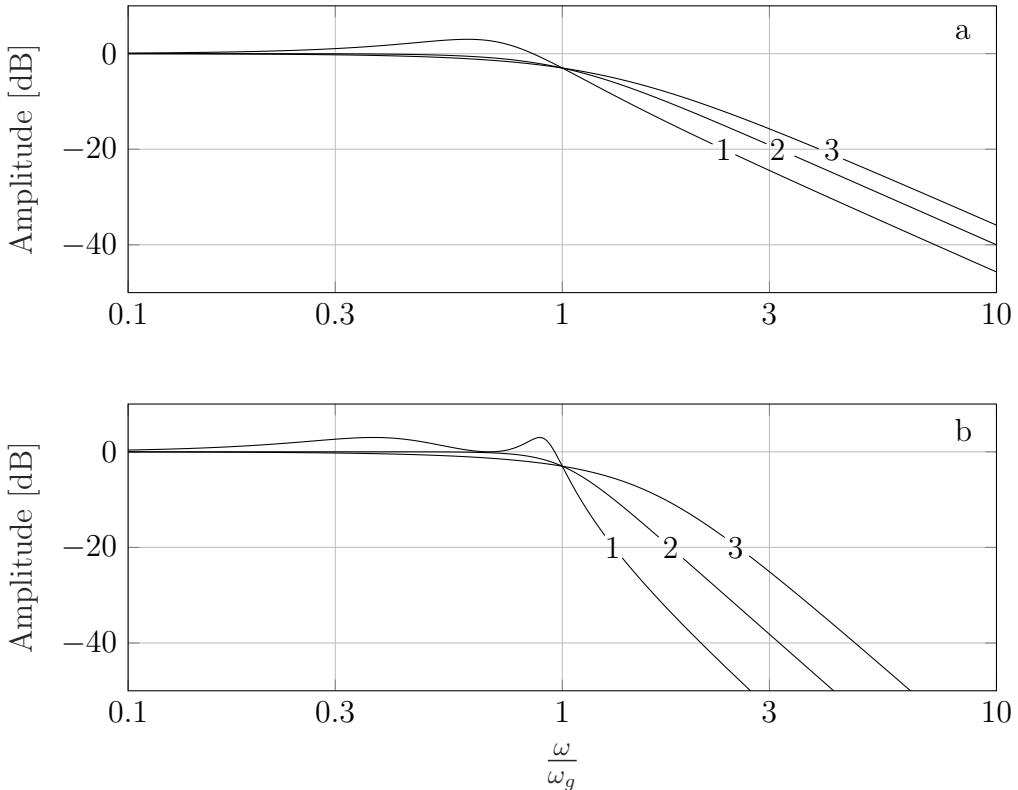


Abbildung 17: Amplitudengang Filtertyp a) 2. Ordnung, b) 4. Ordnung,
Kurve 1: Tschebyscheff Tiefpass mit 3dB Welligkeit,
Kurve 2: Butterworth Tiefpass, Kurve 3: Bessel-Tiefpass

Die Tschebyscheff-Approximation weist oberhalb der Grenzfrequenz den steilsten Verlauf der Dämpfung auf. Der Durchlassbereich ist dabei nicht monoton, sondern weist eine Welligkeit mit konstanter Amplitude auf, sowie ein hohes Überschwingen der Impulsantwort. Ein möglichst langer, horizontaler Verlauf der Betragsfunktion, der erst kurz vor der Grenzfrequenz scharf abknickt, ergibt sich durch die Butterworth-Approximation. Die Sprungantwort zeigt jedoch ein beträchtliches Überschwingen, das mit zunehmender Ordnung größer wird. Wie in Abb. 18 zu sehen ist, weist die Bessel-Approximation das beste Einschwingverhalten auf und zeigt kein Überschwingen der Betragsfunktion, jedoch einen flacheren Übergang vom Durchlass- in den Sperrbereich. [8, S. 378 f.]

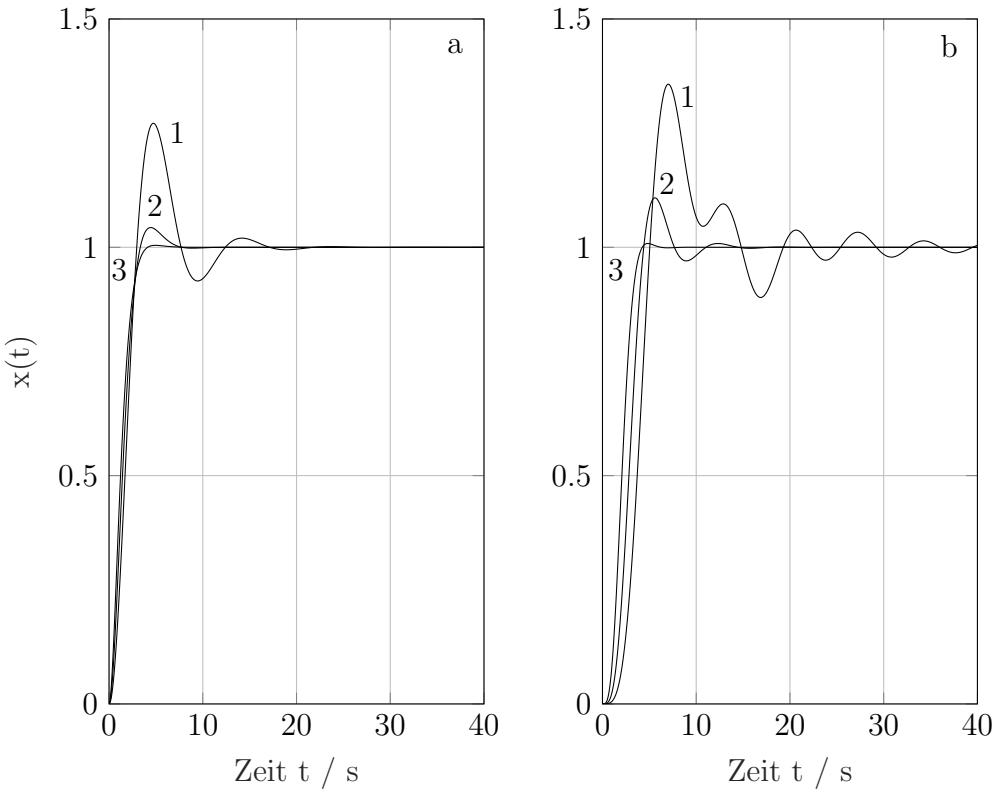


Abbildung 18: Sprungantwort Filtertyp a) 2. Ordnung, b) 4. Ordnung,
 Kurve 1: Tschebyscheff Tiefpass mit 3dB Welligkeit,
 Kurve 2: Butterworth Tiefpass, Kurve 3: Bessel-Tiefpass

Wie in Abs. 3.9 beschrieben, verfügt die biquadratische Systemfunktion über frei wählbare Parameter, die zur Einstellung des Übertragungsverhaltens des Filternetzwerks genutzt werden. Die daraus resultierende Übertragungsfunktion eines Tiefpasses zweiter Ordnung nimmt damit folgende Form an [7, S. 262 ff.].

$$\left. \underline{H}(s) \right|_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + as + bs^2}; \quad \left. \underline{G}(P) \right|_{P=\frac{j\omega}{\omega_g}} = \frac{1}{1 + aP + bP^2} \quad (17)$$

Die Filterkoeffizienten $a_1 = a$ und $a_2 = b$ beschreiben, wie in Abs. 3.11 erläutert, komplexe Pole aus denen sich mit der in Abs. 3.2 eingeführten Normierung der komplexe Laplace- Operator P für alle weiteren Betrachtungen vereinheitlichen lässt. Für die in Abb. 17 vorgestellten Filterapproximation notwendigen Werte der Filterkoeffizienten sind in Tab. 5 aufgelistet. Dabei handelt es sich um einen Auszug aus einem Filterkatalog, in dem weitere Werte zur Realisierung von Filterstrukturen höherer Ordnung zu finden sind.[7, S. 267]

Aproximation	Ordnung	a	b	Q
Bessel	1	1.0000	0.0000	-
	2	1.3617	0.6180	0.58
Butterworth	1	1.0000	0.0000	-
	2	1.4142	1.0000	0.71
Tschebyscheff (0.5 dB)	1	1.0000	0.0000	-
	2	1.3614	1.3827	0.86
Tschebyscheff (3 dB)	1	1.0000	0.0000	-
	2	1.0650	1.9305	1.30

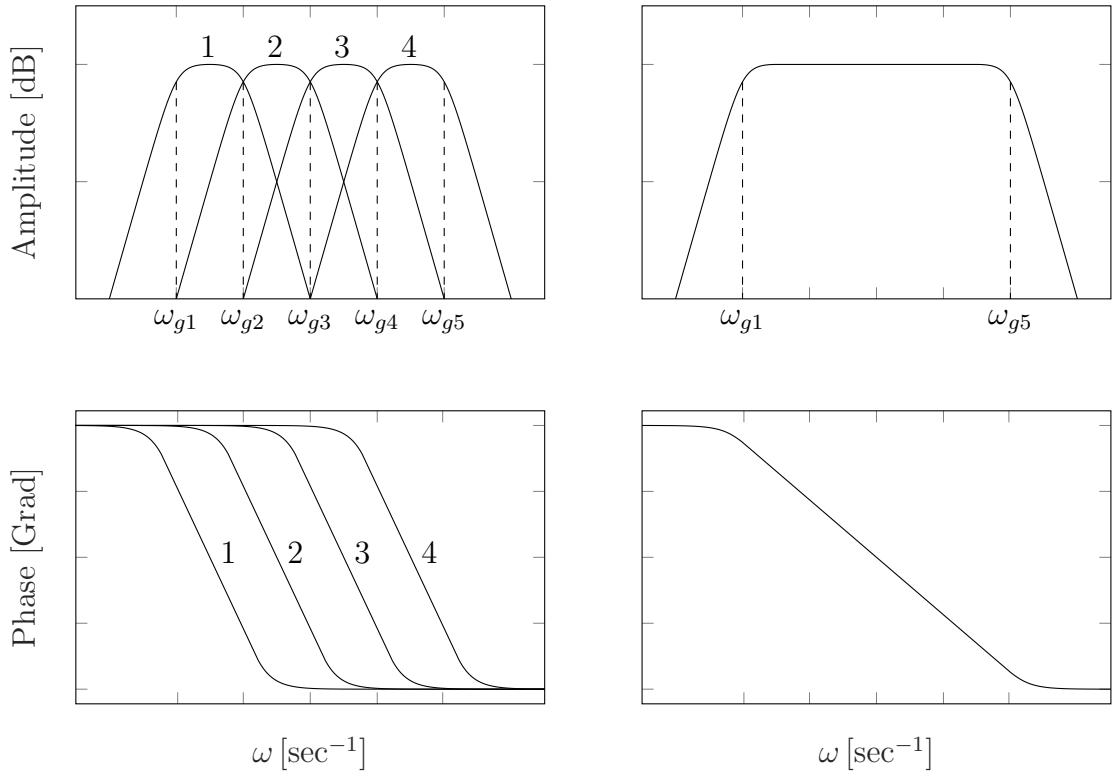
Tabelle 5: Auszug aus Filterkatalog [8, S. 391 ff.]

4.1.2 Auswahl Kriterien

Frequenzweichen haben die Aufgabe, Signale für ein Mehrweglautsprechersystem aufzubereiten, um die Lautsprecher der einzelnen Segmente vor Überlastung zu schützen. Werden Signale auf einen Lautsprecher gegeben, die von diesem nicht wiedergegeben werden können, wird die Leistung dieses Signalanteils in Wärmeleistung umgewandelt, was zur Zerstörung des Lautsprechers führen kann.[4, S. 470] Um dies zu verhindern, wird das elektrische Nutzsignal, das in Schall umgewandelt werden soll, in verschiedene Frequenzbänder aufgeteilt. Wie im qualitativen Bode-Diagramm in Abb. 19a zu sehen ist, wird mit Hilfe von Bandpassfilter das Nutzsignal auf vier Lautsprecher aufgeteilt, die zusammen ein Mehrwege-System ergeben. Bei der Wiedergabe des Nutzsignals über das Lautsprechersystem sollen so wenig Verzerrungen wie möglich durch die Frequenzweiche hervorgerufen werden. Das in Abb. 19b dargestellte Bode Diagramm zeigt die angestrebte Summe der einzelnen Bandpassfilter. Dies weist eine Ähnlichkeit mit einem Allpassfilter auf, was zu einer linearen Gruppenlaufzeit und einer Vermeidung von Dämpfungsverzerrungen im Durchlassbereich des Filter führt.[4, S. 333] Bezogen auf das in Abs. 3.13 beschriebene Toleranzschema darf das ausgewählte Filter kein Überschwingen des Amplitudengangs aufweisen. Des Weiteren muss der Phasengang der jeweiligen Filter bei der Grenzfrequenz folgende Bedingungen erfüllen.

$$\varphi(\omega_g) = k \cdot 360^\circ, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (18)$$

Wie in Abb. 19b dargestellt, wird dadurch erreicht, dass die Summe der Filter keine Phasensprünge aufweist und somit eine lineare Gruppenlaufzeit erzielt wird.



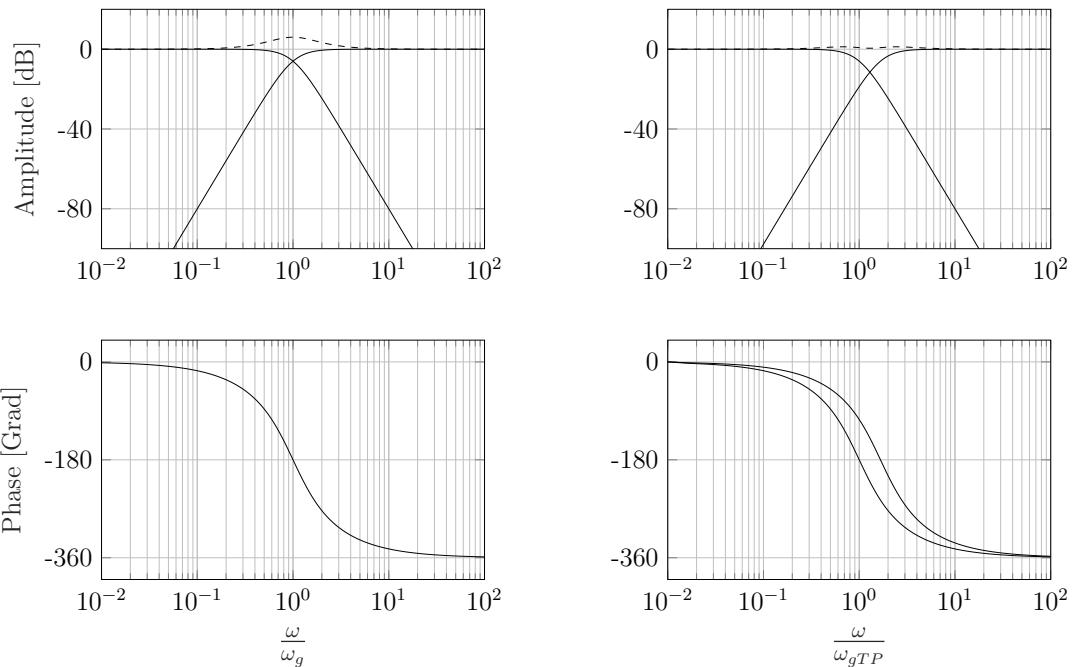
(a) Aufteilung des Nutzsignals in 4. Frequenzbänder

(b) erstrebenswerte Wiedergabe durch Mehrwegelautsprechersystem

Abbildung 19: Qualitatives Bodediagramm vor und nach der Wiedergabe des Nutzsignals über ein Mehrwegelautsprechersystem

Da die Tschebyscheff-Approximation beim Übergang vom Durchlass- in den Sperrbereich ein Überschwingen des Amplitudengangs bewirkt, kommt sie für die Realisierung einer Frequenzweiche nicht in Frage. Des Weiteren besitzen Filter 2. und 3. Ordnung eine zu geringe Flankensteilheit, um das Eingangssignal für die jeweiligen Lautsprecher hinreichend zu trennen. Werden zwei Butterworth-Filter 4. Ordnung mit gleicher Grenzfrequenz zur Realisierung einer Frequenzweiche genutzt, entsteht der Frequenzgang in Abb. 20a. Dabei wird der Amplitudengang bei der Grenzfrequenz angehoben, was zu einer Dämpfungsverzerrung führt. Wie in Abb. 20b dargestellt, kann dieser Effekt durch abweichende Grenzfrequenzen vermieden werden, wodurch ein Amplitudengang ohne Dämpfungsverzerrungen realisiert werden kann. Dabei entsteht jedoch ein abweichender Phasengang der beiden Filter, was zur Folge hat, dass die jeweiligen Lautsprecher das Signal zeitverzögert abstrahlen und dadurch Phasenverzerrungen entstehen. In Abb. 20c ist der Vollständigkeit halber das Bodediagramm einer Frequenzweiche, das mit der Bessel-Approximation 4. Ordnung realisiert wurde, abgebildet. Es ist ersichtlich, dass diese Variante nicht nur eine Dämpfungsverzerrung, sondern auch eine Phasenverzerrung hervorruft. Aufgrund der genannten Eigenschaften lässt sich das Butterworth- oder Besselfilter 4. Ordnung nicht für die Realisierung einer Frequenzweiche nutzen.[4, S. 333 ff.]

(a) übereinstimmende Grenzfrequenzen mit Dämpfungsverzerrung (b) abweichende Grenzfrequenzen mit Phasenverzerrung



(c) übereinstimmende Grenzfrequenzen mit Dämpfungs- und Phasenverzerrung (d) übereinstimmende Grenzfrequenzen ohne Verzerrungen

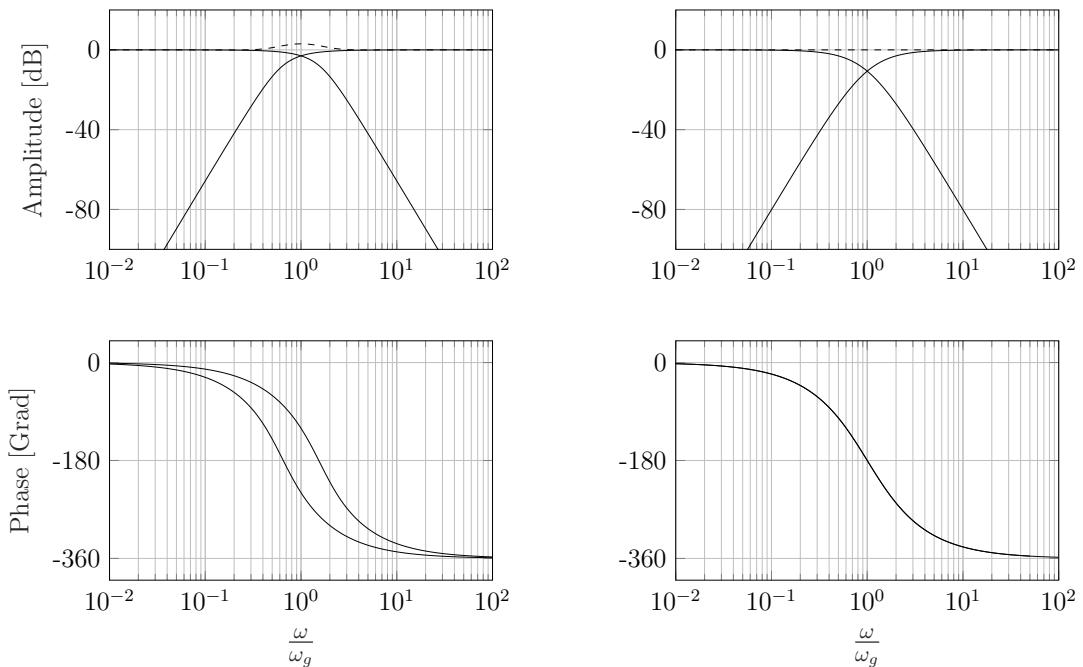


Abbildung 20: Frequenzweiche a) Butterwortfilter 4. Ordnung b) Butterwortfilter 4. Ordnung c) Besselfilter 4. Ordnung d) Linkwitz-Riley-Filter 4. Ordnung

Eine bewährte Methode, um Frequenzweichen zu realisieren, die keine Dämpfungsverzerrung und einen übergreifenden Phasengang erzeugen, wurde von Sigfried Linkwitz und Russ Riley entworfen. Das nach den beiden Erfindern benannte Linkwitz-Riley Filter (LR-Filter) entspricht dem Frequenzgang in Abb. 20d und besteht aus zwei kaskadierten Butterworth-Filter 2. Ordnung. Das daraus resultierende Filter 4. Ordnung hat eine Grenzfrequenz bei -6 dB und erzeugt in der Summe einen linearen Amplitudengang. Des Weiteren erfüllt es die Bedingung aus Gl. (18), was zu einer linearen Gruppenlaufzeit führt. Aufgrund der genannten Charakteristik, die zur Realisierung einer Frequenzweiche geeignet ist, wurde das Linkwitz-Riley Hoch- und Tiefpassfilter 4. Ordnung für die weiteren Betrachtungen ausgewählt.

4.2 Theoretische Analyse

Das Linkwitz-Riley-Filter wurde 1976 in dem Artikel „Active Crossover Networks for Noncoincident Drivers“ im Band 24 des Journal of the Audio Engineering Society vorgestellt.[5] Die Aussagen aus dem Artikel zur Realisierung einer aktiven Frequenzweiche sollen in den nächsten Punkten hergeleitet und hinsichtlich ihrer Filtercharakteristik betrachtet werden.

4.2.1 Charakteristische Eigenschaften

Zur anschaulichen Beschreibung der Übertragungseigenschaften des Linkwitz Riley Hoch- und Tiefpassfilter 4. Ordnung ist es erforderlich, die charakteristischen Merkmale des Butterworth Filter zu analysieren. Diese Merkmale werden durch die Grenzfrequenz und die Güte des Systems bestimmt. Mit der biquadratischen Systemfunktion aus Gl. (17) und der Grundstruktur aus Gl. (4b) lassen sich die Filterkoeffizienten des Butterworth-Tiefpassfilter 2. Ordnung bestimmen.

$$\underline{H}(s) = \frac{1}{1 + as + bs^2} = \frac{1}{1 + (R_1 + R_2)C_2 s + C_1 C_2 R_1 R_2 s^2} \quad (19a)$$

$$a = (R_1 + R_2)C_2; \quad b = C_1 C_2 R_1 R_2 \quad (19b)$$

Durch Gleichsetzung mit der Übertragungsfunktion des passiven Tiefpassfilter 2. Ordnung aus Gl. (1b) werden die charakteristischen Eigenschaften des Filter ermittelt.

$$\underline{H}(s = j\omega) = \underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 + aj\omega + b(j\omega)^2} = \frac{1}{1 - b\omega^2 + j\omega a} \quad (20a)$$

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_r}} = \frac{1}{1 - b\omega^2 + j\omega a} \quad (20b)$$

$$a = \frac{1}{Q\omega_r} = (R_1 + R_2)C_2; \quad b = \frac{1}{\omega_r^2} = C_1C_2R_1R_2 \quad (20c)$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{C_1C_2}\sqrt{R_1R_2}}; \quad Q = \frac{\sqrt{R_1R_2}}{R_1 + R_2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \quad (20d)$$

Die Ausdrücke aus Gl. (20c) und Gl. (20d) können genutzt werden, um eine Dimensionierungsvorschrift für die Widerstandswerte der Digi-Pots herzuleiten. Durch Umstellen von Gl. (20c) nach R_2 gilt:

$$R_1 + R_2 = \frac{1}{Q\omega_r C_2}; \quad R_2 = \frac{1}{\omega_r^2 C_1 C_2 R_1} \quad (21a)$$

$$R_1 + \frac{1}{\omega_r^2 C_1 C_2 R_1} = \frac{1}{Q\omega_r C_2} \quad (21b)$$

Multipliziert mit R_1 ergibt sich aus Gl. (21b) eine quadratische Gleichung, deren Lösung mit dem Wert für R_2 aus Gl. (21a) die Dimensionierungsvorschrift der Widerstandswerte repräsentiert.

$$0 = R_1^2 - \frac{1}{Q\omega_r C_2} R_1 + \frac{1}{\omega_r^2 C_1 C_2} \quad (22a)$$

$$R_1 = \frac{\sqrt{\frac{-4C_2Q^2+C_1}{C_1}} + 1}{2C_2Q\omega_r} \quad (22b)$$

Damit sich reelle Werte für den Ausdruck aus Gl. (22b) ergeben, muss zusammen mit dem charakteristischen Gütefaktor der Butterworth-Approximation aus Tab.5 folgende Bedingung erfüllt sein.

$$\frac{-4C_2Q^2 + C_1}{C_1} > 0 \quad (23a)$$

$$4Q^2 < \frac{C_1}{C_2}; \quad 4 \cdot 0.71^2 \approx 2.1; \quad C_2 \cdot 2.1 < C_1 \quad (23b)$$

Zur Realisierung des Butterworth-Hochpassfilter 2. Ordnung kann die Grundstruktur aus Gl. (4b) genutzt werden. Um die charakteristischen Eigenschaften zu ermitteln, muss die Übertragungsfunktion aus Gl. (2b) umgeformt und mit der Grundstruktur gleichgesetzt werden.

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{jQ\frac{\omega}{\omega_r}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)}; \quad \underline{H}(s = j\omega) = \frac{Q\frac{s}{\omega_r}}{1 + Q\left(\frac{s}{\omega_r} + \frac{\omega_r}{s}\right)} \quad (24a)$$

$$\underline{H}(s) = \frac{Q\frac{s}{\omega_r}}{1 + Q\left(\frac{s}{\omega_r} + \frac{\omega_r}{s}\right)} \cdot \frac{sQ\omega_r}{sQ\omega_r} = \frac{\left(\frac{s}{\omega_r}\right)^2}{1 + \frac{s}{Q\omega_r} + \left(\frac{s}{\omega_r}\right)^2} \quad (24b)$$

$$\underline{H}(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_r}\right)^2}{1 + \frac{s}{Q\omega_r} + \left(\frac{s}{\omega_r}\right)^2} = \frac{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2}{1 + (C_1 + C_2)R_1 s + C_1 C_2 R_1 R_2 s^2} \quad (24c)$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2} \sqrt{R_1 R_2}}; \quad Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_1 + C_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (24d)$$

Durch Umstellen der Gl. (24d) kann, wie beim Tiefpass, die Dimensionierungsvorschrift für die Widerstandswerte der Digi-Pots festgelegt werden. Für den Hochpass gilt:

$$R_1 = \frac{1}{(C_1 + C_2)\omega_r Q}; \quad R_2 = \frac{1}{C_1 C_2 \omega_r^2 R_1} \quad (25)$$

4.2.2 Amplituden- und Phasenfrequenzgang

Wie in Abs. 4.1.1 erläutert, besteht das Linkwitz-Riley Filter aus zwei kaskadierten Butterworth-Filter 2. Ordnung, die jeweils mit der in Abs. 3.15 beschriebenen Sallen-Key-Grundschaltung umgesetzt werden sollen. Da es sich dabei um eine nicht invertierte Operationsverstärker Schaltung handelt, die einen hohen Eingangs- und niedrigen Ausgangswiderstand besitzt, können die einzelnen Filterschaltungen rückwirkungsfrei verkettet werden, um Filter höherer Ordnung zu realisieren.[7, S. 262]

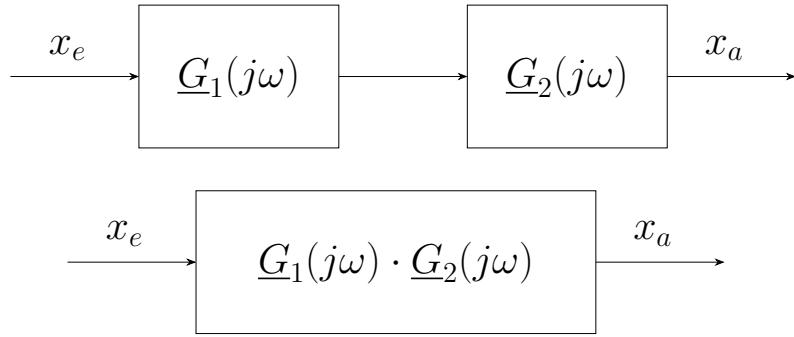


Abbildung 21: Blockschaltbild Kasskadierter Systeme
 $H(s)$ = Systemfunktion, x_e = Eingangsgröße, x_a = Ausgangsgröße

Mit der Berechnungsvorschrift für den Amplituden- und Phasengang aus Gl. (2) kann das Übertragungsverhalten der jeweiligen Tief- und Hochpassfilter dargestellt werden. Das Produkt der Übertragungsfunktionen des Butterworthfilter 2. Ordnung aus Gl. (20b) liefert für das LR-Tiefpassfilter 4. Ordnung:

$$\underline{G}(j\omega)_{TP2} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_r}}; \quad \underline{G}(j\omega)_{TP4} = \underline{G}(j\omega)_{TP2} \cdot \underline{G}(j\omega)_{TP2} \quad (26a)$$

$$\underline{A}(\omega) = 20 \lg |\underline{G}(j\omega)_{TP4}|; \quad \varphi(\omega) = \arctan \frac{\text{Im}\{\underline{G}(j\omega)_{TP4}\}}{\text{Re}\{\underline{G}(j\omega)_{TP4}\}} \quad (26b)$$

Und mit der Übertragungsfunktion aus Gl. (24a) für das LR-Hochpassfilter 4. Ordnung:

$$\underline{G}(j\omega)_{HP2} = \frac{jQ \frac{\omega}{\omega_r}}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)}; \quad \underline{G}(j\omega)_{HP4} = \underline{G}(j\omega)_{HP2} \cdot \underline{G}(j\omega)_{HP2} \quad (27a)$$

$$\underline{A}(\omega) = 20 \lg |\underline{G}(j\omega)_{HP4}|; \quad \varphi(\omega) = \arctan \frac{\text{Im}\{\underline{G}(j\omega)_{HP4}\}}{\text{Re}\{\underline{G}(j\omega)_{HP4}\}} \quad (27b)$$

Werden die Hoch- und Tiefpassfilter kaskadiert angeordnet, entstehen Bandpassfilter, die das Nutzsignal, wie in Abs. 4.1.2 beschrieben, in übergreifende Frequenzbänder aufteilen. Das Blockschaltbild in Abb. 22 zeigt die Aufteilung eines klassischen Mehrweglautsprechersystems.

Dabei gilt, dass der Lautsprecher maximal ein Frequenzband im Verhältnis von 1:20 wiedergeben kann.[4, S. 333] In dem dazugehörigen Bodendiagramm in Abb. 23 ist das Produkt der Teilfilter abgebildet. Der Phasengang wurde zur besseren Übersicht auf ± 360 Grad beschränkt.

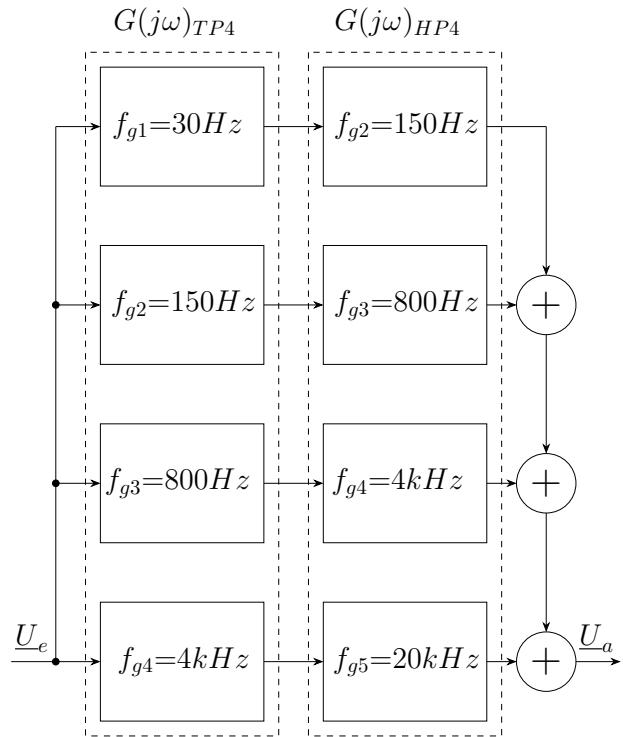


Abbildung 22: Blockschaltbild

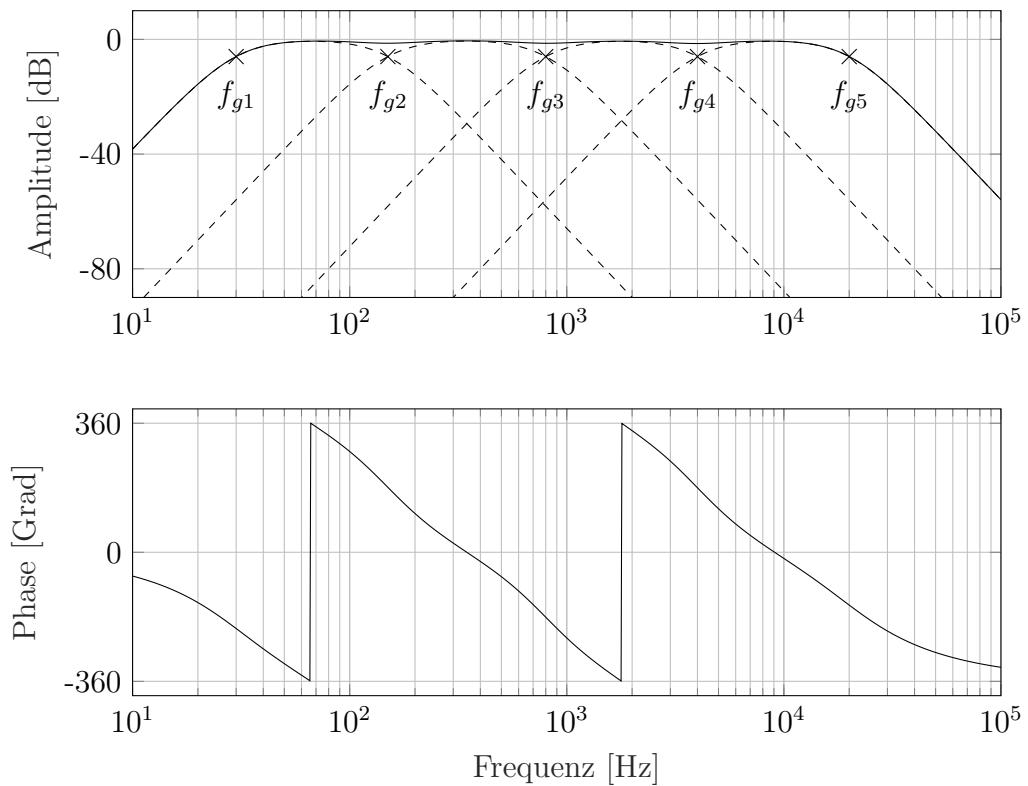


Abbildung 23: Bandpass aus Linkwitz Riley Tief- und Hochpass 4. Ordnung

Ein Nachteil der kaskadierten Implementierung von Hoch- und Tiefpassfilter zu einem Bandpass wird ersichtlich, wenn sich die Grenzfrequenzen der Teilfilter annähern oder voneinander entfernen.

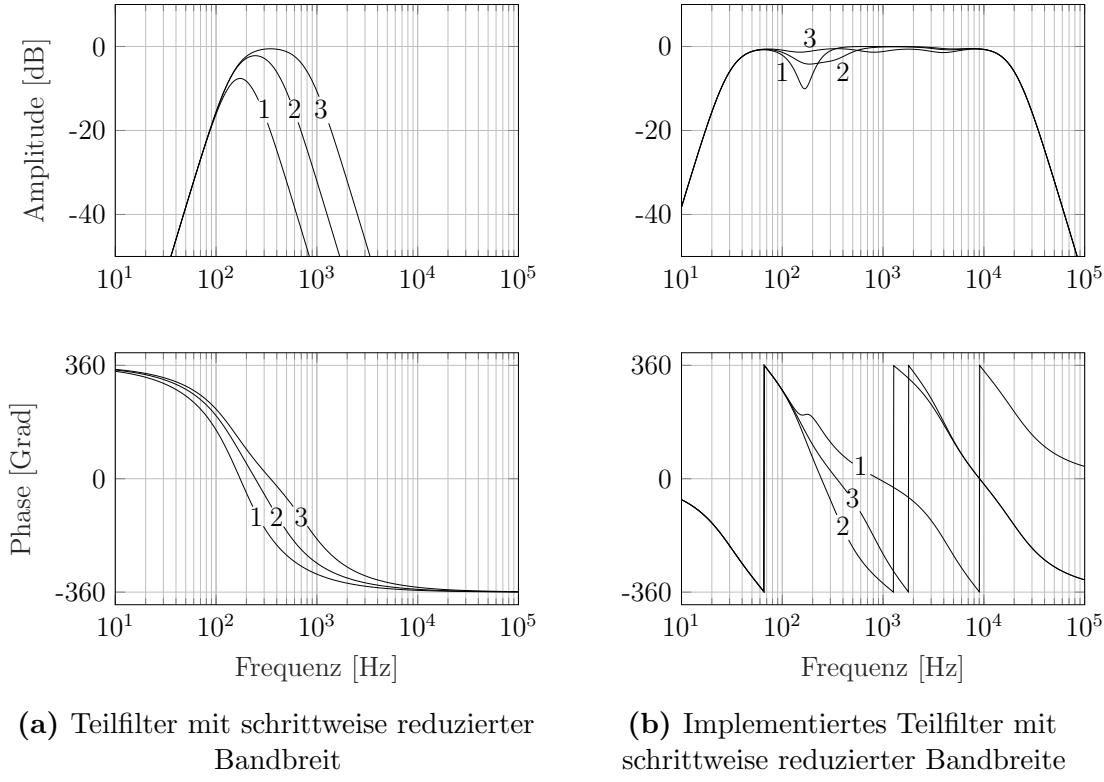


Abbildung 24: Phasen- und Dämpfungsverzerrung des Bandpasses

Wie in Abb. 24a zu sehen ist, wird durch die Annäherung der Teilstufen die Amplitude des resultierenden Bandpassfilter bedämpft. Bei einer Überlagerung der 6-dB-Grenzfrequenzen ergibt sich eine Dämpfung von 12 dB. Entfernen sich die Grenzfrequenzen, entsteht zwar ein linearer Amplitudengang, jedoch eine zusätzliche Phasenverzerrung im Durchlassbereich. In Abb. 24b ist das beschriebene Phänomen auf die Bandpassschaltung aus Abb. 23 projiziert. Die Summe der Teilstufen wird überlagert von der Dämpfungs- und Phasenverzerrung des Bandpasses, das durch die Reduzierung der Bandbreite die ideale Linkwitz-Riley-Charakteristik verliert. Daraus lässt sich ableiten, dass die beschriebene Topologie eine begrenzte Bandbreite der Teilbandpässe bereitstellt. Wie in Abb. 23 gezeigt, führt jedoch die sorgfältige Wahl der Grenzfrequenzen zu einem lineareren Amplitudengang sowie einem linearen Anstieg des Phasengangs.

4.2.3 Gruppenlaufzeit

Mit der in Abs. 3.10 eingeführten Gruppenlaufzeit soll nun auf die Phasenverzerrung des eingeführten Linkwitz-Riley-Filter und der daraus resultierenden Frequenzweiche eingegangen werden. Für das LR-Tiefpassfilter 4. Ordnung wird nach Gl.(12) der Phasengang des Imaginärteils des Tiefpassfilter 1. Ordnung aus Gl.(1b) differenziert, um so eine sinnvolle Normierung der Gruppenlaufzeit zu gewährleisten. Zusammen mit dem Phasengang aus Gl.(26b) ergibt sich dadurch folgender Zusammenhang.

$$\varphi_{TP2}(\omega) + \varphi_{TP2}(\omega) = \varphi_{TP4}(\omega) = -2 \arctan \left(\frac{\omega}{Q\omega_r \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \right)} \right) \quad (28a)$$

$$\text{Im} \{ \underline{G}(j\omega)_{TP1} \} = -\frac{\omega}{\omega_r}; \quad T_{tp4,gr} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_{TP4}}{d\frac{\omega}{\omega_r}} \quad (28b)$$

Um die Gruppenlaufzeit des LR-Hochpassfilter 4. Ordnung anschaulich darstellen zu können, wird der Phasengang nach dem Imaginärteil des Hochpassfilter 1. Ordnung aus Gl. (1b) differenziert. Somit gilt für die normierte Gruppenlaufzeit des Phasengang aus Gl. (27b) folgender Zusammenhang.

$$\varphi_{HP2}(\omega) + \varphi_{HP2}(\omega) = \varphi_{HP4}(\omega) = -2 \arctan \left(Q \frac{\omega}{\omega_r} - Q \frac{\omega_r}{\omega} \right) + \pi \quad (29a)$$

$$\text{Im} \{ \underline{G}(j\omega)_{HP1} \} = \frac{\omega_r}{\omega}; \quad T_{hp4,gr} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_{HP4}}{d\frac{\omega_r}{\omega}} \quad (29b)$$

Die aus der Zusammenschaltung von Hoch- und Tiefpassfilter resultierenden Bandpässe erzeugen eine Gruppenlaufzeit, bei der die charakteristischen Größen Grenzfrequenz und Resonanzfrequenz für die Normierung berücksichtigt werden müssen. Dafür wird der resultierende Phasengang des jeweiligen Bandpasses nach dem Imaginärteil des Bandpasses 1. Ordnung aus Gl. (1b) differenziert. Gemeinsam mit Gl. (1d), wodurch die Bandbreite B definiert wird, entsteht folgender Zusammenhang.

$$\omega_r = \sqrt{\omega_{g1} \omega_{g2}}; \quad B = \omega_{g1} - \omega_{g2} = \frac{\omega_r}{Q}; \quad Q = \frac{\omega_r}{B} \quad (30a)$$

$$\text{Im} \{ \underline{G}(j\omega)_{BP1} \} = Q \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) = \frac{\left(\omega - \frac{\omega_r^2}{\omega} \right)}{\omega_{g1} - \omega_{g2}} \quad (30b)$$

$$\varphi_{TP4}(\omega) + \varphi_{HP4}(\omega) = \varphi_{BP4}(\omega); \quad T_{bp4,gr} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_{BP4}}{d\frac{\left(\omega - \frac{\omega_r^2}{\omega} \right)}{\omega_{g1} - \omega_{g2}}} \quad (30c)$$

Die Resonanzfrequenz ω_r wurde dabei aus dem geometrischen Mittel der Grenzfrequenzen bestimmt, um den Ausdruck in Gl.(30b) auf die Abhängigkeit von zwei Größen zu reduzieren. Somit ergibt sich die normierte Gruppenlaufzeit T_{gr} der jeweiligen Bandpässe zu dem Ausdruck in Gl.(30c).

Um die Nachteile, die in Abs. 4.2.2 beschrieben worden sind, zu verdeutlichen, sind die normierten Gruppenlaufzeiten der Frequenzweiche aus Abb.22 im Folgenden dargestellt.

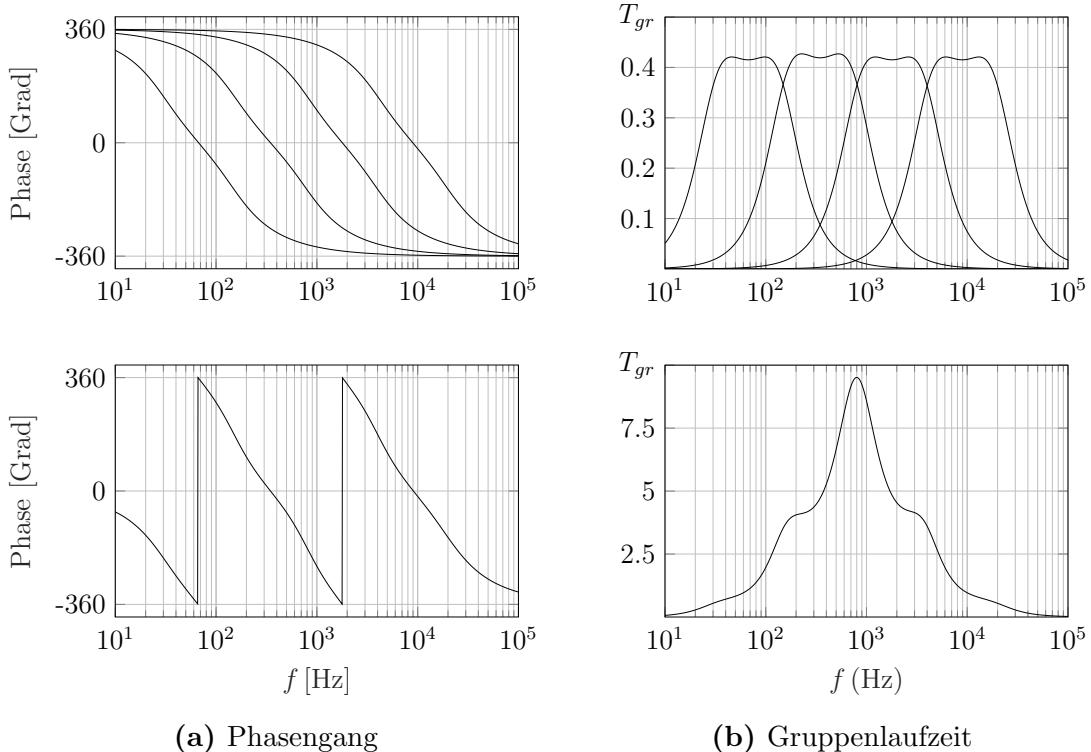


Abbildung 25: Phasengang und normierte Gruppenlaufzeit
der Frequenzweiche aus Abb.23

Im oberen Teil der Abb. 25 sind die Phasengänge der einzelnen Bandpässe sowie die dazugehörige normierte Gruppenlaufzeit dargestellt. Die Gruppenlaufzeit zeigt, dass die Bandpässe mit den gewählten Grenzfrequenzen aus Abb. 22 keine konstante lineare Steigung aufweisen. Dies resultiert daraus, dass eine Vergrößerung des Abstands zwischen der oberen und unteren Grenzfrequenz des Bandpasses den Phasengang vom Hoch- zum Tiefpassfilter mit einer leichten Abweichung übergehen lässt. Dieser Effekt beeinflusst den Gesamtphasengang, der im unteren Teil der Abb. 25 dargestellt ist. Der zugehörige Verlauf der Gruppenlaufzeit verdeutlicht, dass die Wahl der Grenzfrequenzen zu einem leicht inkonsistenten Verlauf führt, jedoch im Vergleich zu anderen Approximationen das beste Ergebnis bewirkt.

Um die positive Auswirkung auf den Phasengang durch die Linkwitz-Riley Approximation zu verdeutlichen, soll der Gütefaktor der genutzten Filter im nachfolgenden Beispiel verändert werden, sodass die Butterworth-Charakteristik nicht mehr zutrifft und somit kein übergreifender Phasengang entsteht.

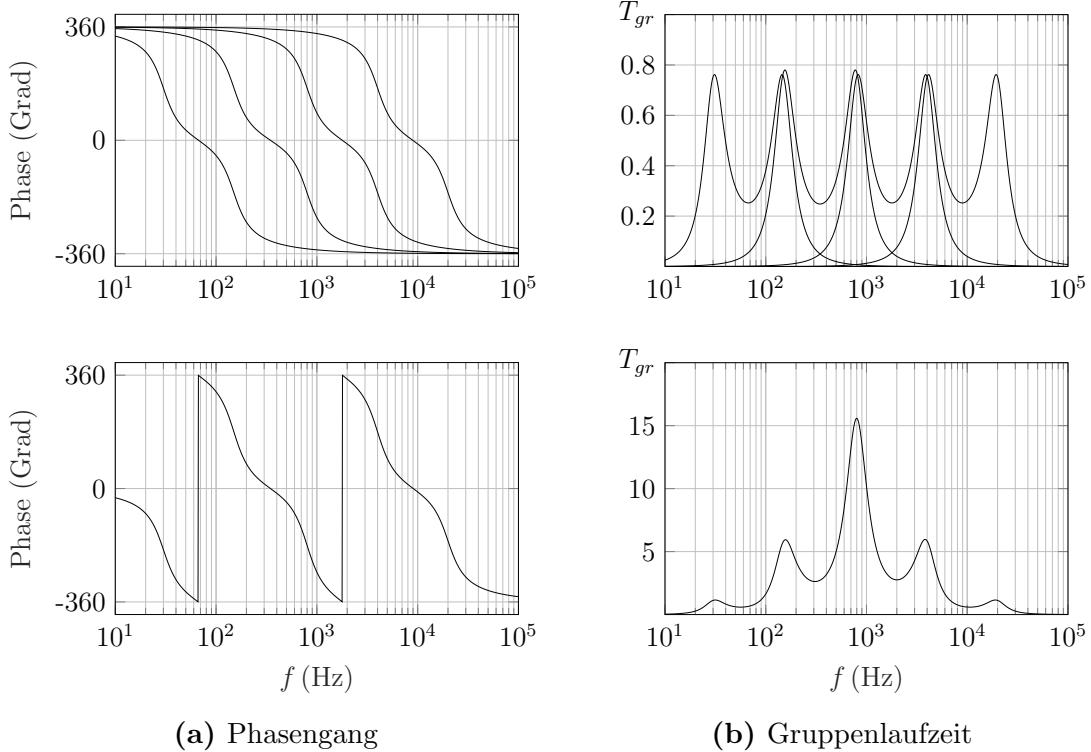


Abbildung 26: Phasengang und normierte Gruppenlaufzeit der Frequenzweiche aus Abb.23 mit abweichendem Gütefaktor $Q = 1.71$

Durch den abweichenden Gütefaktor entstehen Schwankungen im Phasengang, die sich in der normierten Gruppenlaufzeit widerspiegeln. Es ist ersichtlich, dass durch das Kaskadieren der Butterworth-Tiefpässe ein nahezu ideales Übergreifen des Phasengang ermöglicht wird. Da der Gütefaktor von den ohmschen und kapazitiven Bauteilwerten abhängt, wird deutlich, dass die Bauteiltoleranzen die Präzision der Frequenzweiche maßgeblich beeinflussen.

4.3 Simulation

Im Folgenden soll ergänzend zu den bereits ausformulierten Betrachtungen eine Simulation der Frequenzweiche durchgeführt werden. Elektrische Netzwerke zu simulieren, bietet den Vorteil, durch einfache Parameterauswahl in einer grafischen Benutzeroberfläche schnell eine Darstellung des Systemverhaltens zu erhalten. Für die Simulation wurde das Erweiterungspaket Simulink von MATLAB gewählt.

4.3.1 Simulationsumgebung

Simulink bietet die Möglichkeit, das Systemverhalten von Signalflussplänen und elektrischen Netzwerken im Zeit- und Frequenzbereich darzustellen, ohne die dafür notwendigen mathematischen Ausdrücke ausformulieren zu müssen. Anzumerken ist, dass sämtliche bisherigen Berechnungen durch Simulink validiert wurden und konsistente Ergebnisse lieferten. Die Simulation des elektrischen Netzwerks erfolgt, indem ein Einheitssprung erzeugt wird, der das System anregt. Die erzeugte Sprungantwort des Systems kann dann auf die kennzeichnenden Funktionen im Zeit- und Frequenzbereich überführt werden, wie in Abb. 27 zusammengefasst wurde.[11, S. 11]

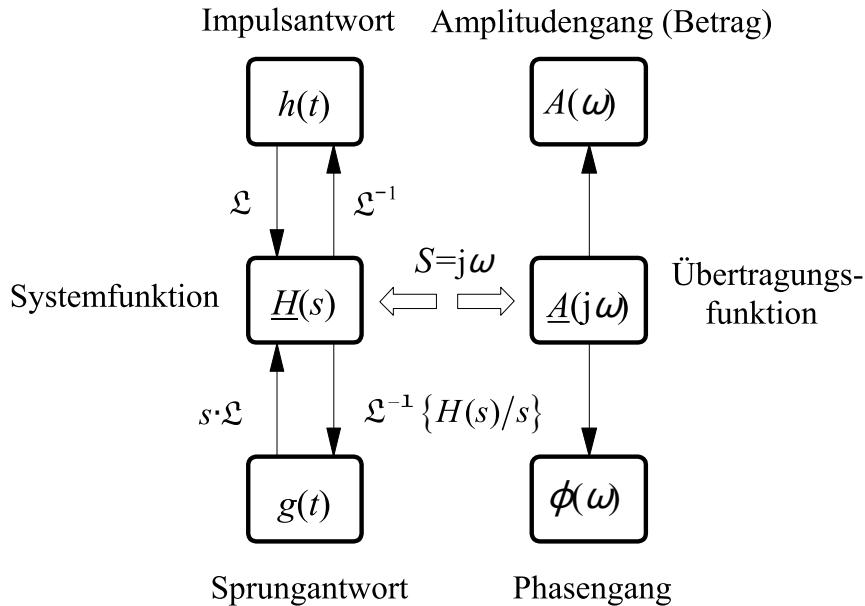


Abbildung 27: Zusammenhänge kennzeichnender Funktionen im Zeit- und Frequenzbereich [11, S. 11]

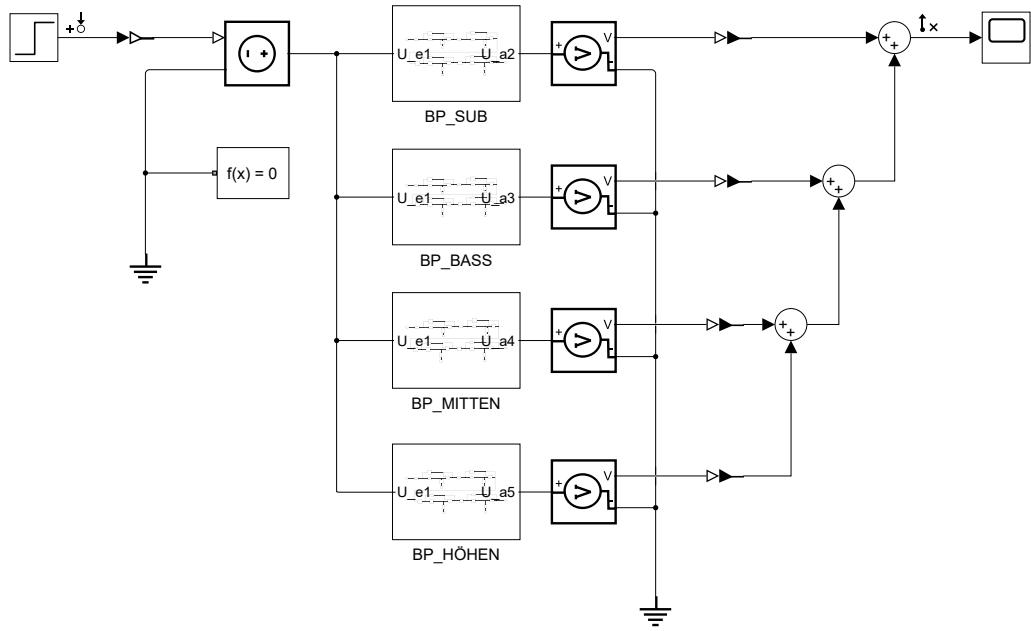


Abbildung 28: Frequenzweiche aus Abb.22 in Simulink

In Abb. 28 ist die Simulationsumgebung dargestellt, in der die Frequenzweiche aus Abb. 22 implementiert wurde. Die Bandpassfilter zur Realisierung der Frequenzweiche sind in Untersysteme aufgeteilt, die mit BP-SUB, BP-BASS etc. gekennzeichnet sind.

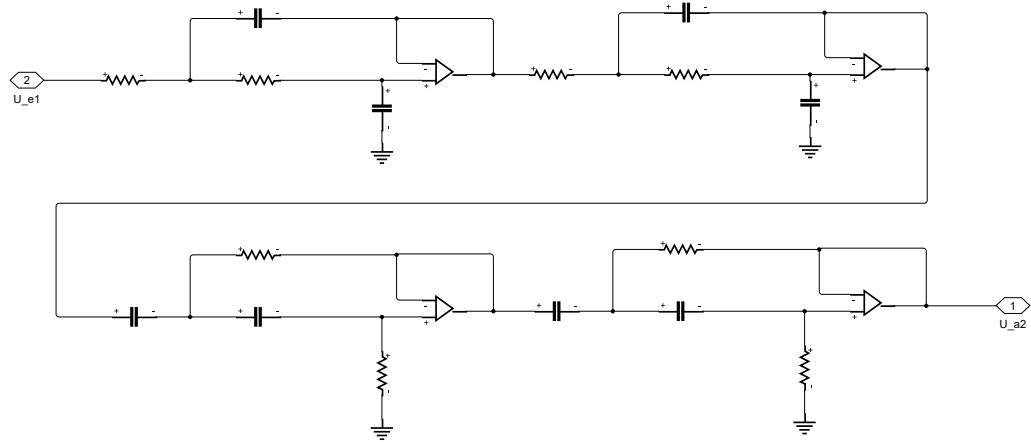


Abbildung 29: Bandpass Untersystem in Simulink

Das in Abb. 29 dargestellte Sub-Bass-Untersystem repräsentiert den schematischen Aufbau der Bandpass-Netzwerke. Wie zu sehen ist, sind die in Abs. 3.15 eingeführten Sallen-Key-Grundstrukturen zur Realisierung der Hoch- und Tiefpassfilter implementiert.

4.3.2 Sprungantwort

Die in Abb. 30 dargestellten Sprungantworten der Untersysteme repräsentieren die Bandpässe der vorgestellten Frequenzweiche. Es ist ersichtlich, dass durch die Zusammenschaltung von Hoch- und Tiefpass die Sprungantwort der Charakteristik des Hochpasses folgt und nach der Anregung durch den Einheitssprung um den Nullpunkt der X-Achse einschwingt. Zudem zeigt sich, dass alle Bandpässe eine vergleichbare maximale Auslenkung aufweisen, wobei Unterschiede ausschließlich in der Einschwingdauer bestehen. Diese Abweichungen lassen sich auf die jeweilige Wahl der Grenzfrequenzen zurückführen.

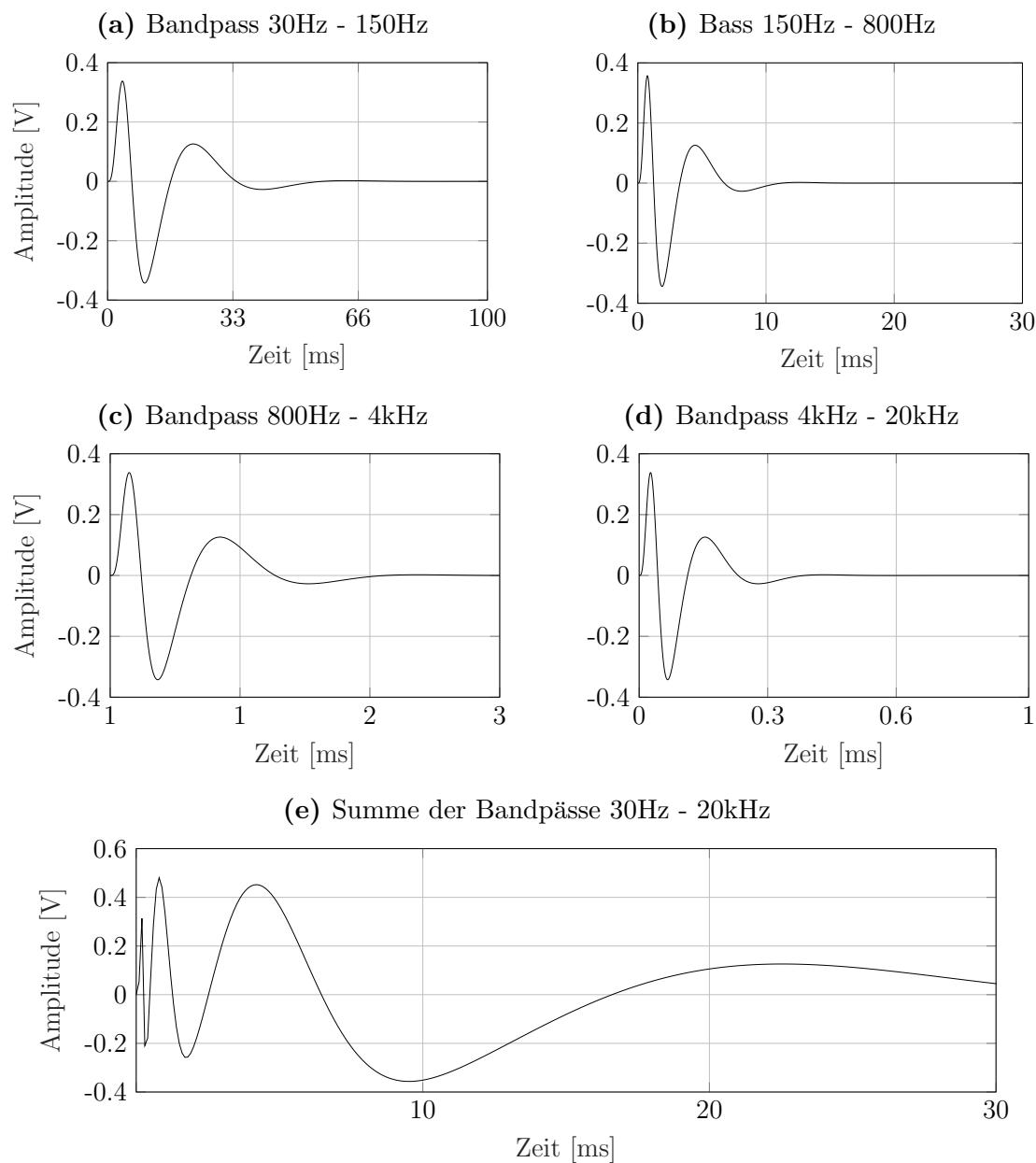


Abbildung 30: Sprungantwort Teilbandpässe und Summe der Frequenzweiche

In Abb. 30e ist die Summe der Bandpässe und somit das Gesamtverhalten der Frequenzweiche auf die Anregung eines Einheitssprungs wiedergespiegelt. Die Sprungantworten der Teilbandpässe überlagern sich und erzeugen unmittelbar nach dem Anlegen des Einheitssprungs eine hochfrequente Oszillation, die in die Sprungantwort des Subbass-Bandpass übergeht. Daraus lässt sich schließen, dass der Bandpass mit den niedrigsten Grenzfrequenzen die Einschwingdauer des Gesamtsystems bestimmt. Eine weitere Schlussfolgerung ergibt sich aus der Variation der Bandbreite, wie in Abb. 24 ersichtlich ist. Abb. 31 zeigt, dass eine geringere Bandbreite des Bandpasses zu einer stärkeren Dämpfung des Systems führt.

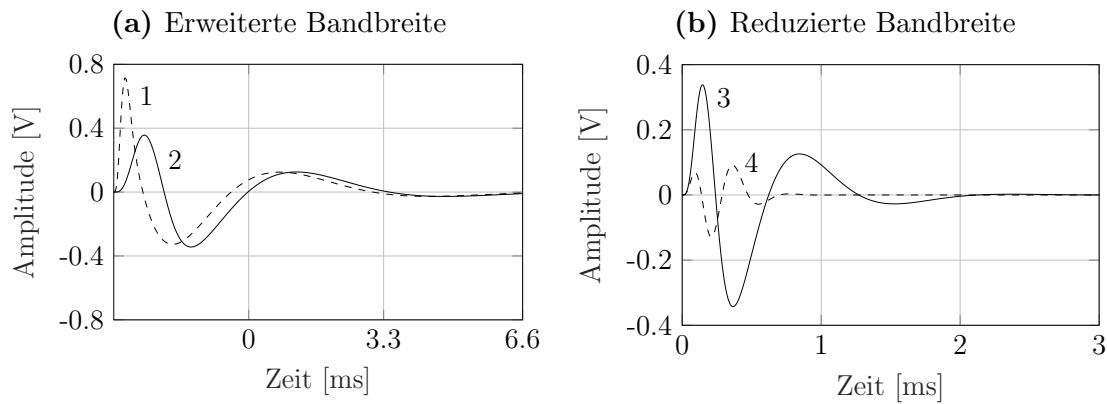


Abbildung 31: Sprungantwort vom Bandpass 1) 150Hz - 800Hz,
Bandpass 2) 150hz-2.8kHz, Bandpass 3) 800Hz - 4kHz,
Bandpass 4) 2.8kHz - 4kHz

4.3.3 Pol- Nullstellen Diagramm

In Abs. 4.3.2 wurde das Verhalten des Systems durch die Anregung mittels einer Sprungfunktion beschrieben. Da die daraus entstehende Sprungantwort in Abb. 30 eine Ruhelage einnimmt, lässt sich daraus schließen, dass die Frequenzweiche stabil ist. Diese Aussage soll nun mit dem dazugehörigen Pol-Nullstellen-Diagramm bestätigt werden. Wie in Abs. 3.11 beschrieben, befinden sich die Pole eines stabilen Systems ausschließlich in der linken Halbebene des Pol-Nullstellen-Diagramms.

In Abb. 32a sind sämtliche Pole und Nullstellen der simulierten Frequenzweiche dargestellt, während Abb. 32b eine vergrößerte Ansicht des Bereichs an der Stabilitätsgrenze bietet.

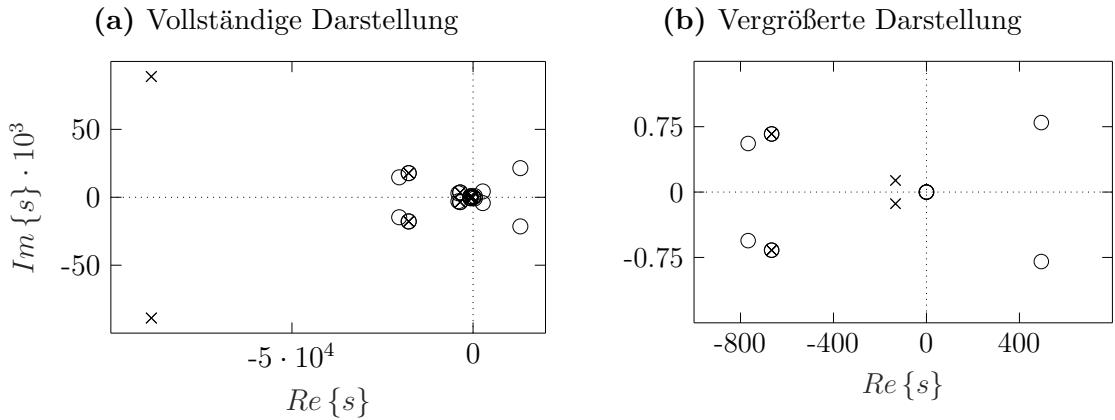


Abbildung 32: Pol-Nullstellen Diagramm

Es ist ersichtlich, dass die mit einem Kreuz dargestellten Pole des Systems sich auf der linken Halbebene befinden und somit nach Abs. 3.11 ein stabiles System beschreiben. Des Weiteren besteht eine gewisse Symmetrie zwischen den Polen auf der linken Halbebene und den Nullstellen auf der rechten Halbebene. Diese ist dem Altpassverhalten im Durchlassbereich der Frequenzweiche zuzuschreiben [8, S. 428 ff.]. Da die Weiche eine Überlagerung mehrerer Bandpässe darstellt, ergibt sich daraus eine Vielzahl an Polen und Nullstellen. Die Pole, die am weitesten von der Stabilitätsgrenze entfernt sind, lassen sich dem Bandpass mit der niedrigsten Grenzfrequenz zuordnen, während die stabilitätsnahen Pole dem Bandpass mit der höchsten Grenzfrequenz zugewiesen werden können.

4.4 Praktische Realisierung und Validierung

Im folgenden Abschnitt wird die praktische Realisierung der Frequenzweiche erläutert. Wie eingangs erwähnt, stellt die Frequenzweiche eine Teilschaltung des Vorverstärkers dar. Bei der Beschreibung wird auf die Schaltpläne der Frequenzweiche Bezug genommen, die im Anhang des Dokuments hinterlegt sind.

4.4.1 Grundstruktur

Die Umsetzung des Platinenentwurfs erfolgte mit der CAD-Software Altium Designer, in der die in Abs. 3.15 vorgestellten Grundschaltungen zur Realisierung von Butterworth Filter 2. Ordnung umgesetzt wurden. Da sich die einzelnen Funktionsblöcke lediglich in ihren Bauteilwerten unterscheiden, wird sich die Beschreibung auf einen Bandpass beschränken.

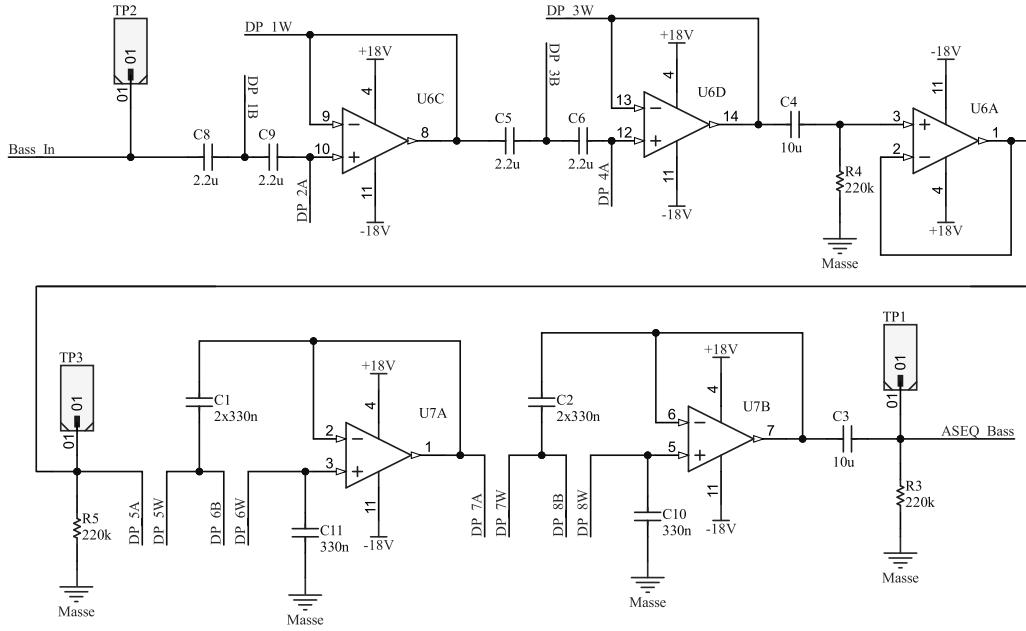


Abbildung 33: Grundstruktur Bandpass

Das Nutzsignal gelangt über die Eingangsstufe zur Frequenzweiche und wird in die vier Bandpässe unterteilt, die sich aus den Grundstrukturen des Hoch- und Tiefpassfilter zusammensetzen. In Abb. 33 sind die Hoch- und Tiefpassfilter des Bandpass für den Basslautsprecher dargestellt, welche im Gegensatz zum originalen Schaltplan zur besseren Übersicht untereinander angeordnet sind.

Um das Filter im späteren Verlauf vermessen zu können, wurden Testpunkte (hier TP1, TP2, TP3) vor und nach der Schaltung eingefügt. Zur Gleichspannungsentkopplung der einzelnen Funktionsblöcke wurden außerdem Hochpassfilter mit einer Grenzfrequenz $f_g < 1 \text{ Hz}$ (z. B. C4 und R4) eingesetzt. Zur Verbesserung der Lesbarkeit des Schaltplans wurden sogenannte Net Labels eingefügt (DP_1B , DP_1W etc.), die eine Verbindung zu anderen Baugruppen innerhalb des Schaltplans herstellen.

4.4.2 Digitalpotentiometer

Die Festwiderstände der Hoch- und Tiefpässe aus Abb. 13 wurden durch Digi-Pots des Typs MCP4361-103E/ST der Firma Microchip ersetzt, um die Filtercharakteristik diskret einstellen zu können. Es wurden insgesamt acht Digi-Pots implementiert, um die vier Bandpässe der Frequenzweiche zu realisieren. In Abb. 34 sind die zur Bandpass-Schaltung aus Abb. 33 gehörigen Digi-Pots dargestellt.

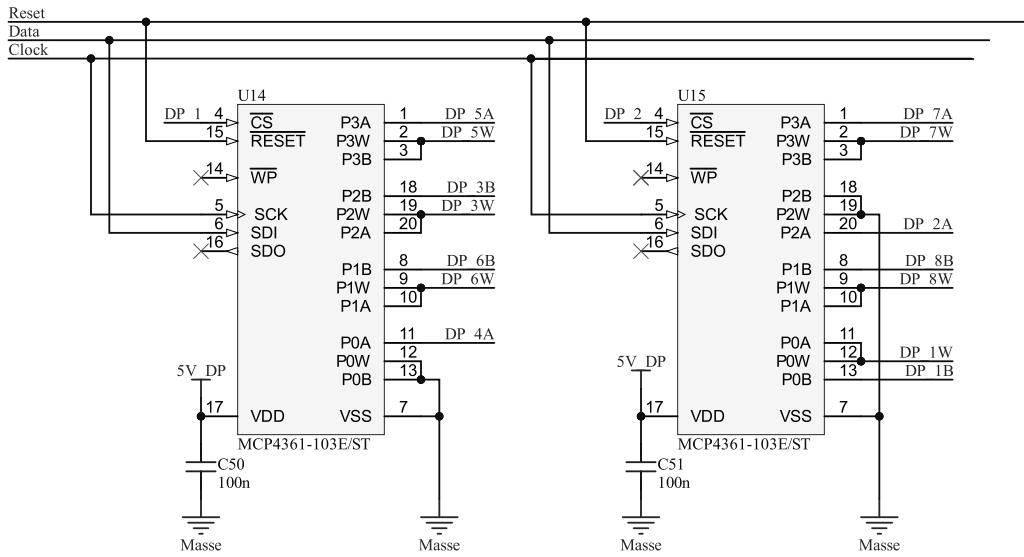


Abbildung 34: Digitalpotentiometer MCP4361-103E/ST

Wie in Abs. 3.16 beschrieben, handelt es sich hierbei um ein 4-faches Digi-Pot mit einer Auflösung von 8 Bit, das einen Widerstandswert von $10k\Omega$ in $2^8 = 256$ diskrete Werte unterteilt. Für den Widerstandswert, der über die SPI-Schnittstelle angesteuert wird, gilt folgende Beziehung:

$$R_{NW} = R_N + R_W \quad (31a)$$

$$R_N = \frac{(R_{AB} - R_W)}{254} \cdot N \quad (31b)$$

$$N \in [0, 255]; \quad R_W = 75\Omega \quad (31c)$$

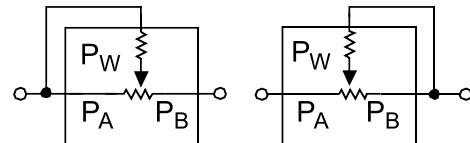


Abbildung 35: Zusammensetzung Digitalpotentiometer

Der angesteuerte Widerstandswert R_{NW} setzt sich aus der Summe des diskreten Widerstandswerts R_N und des Schleifenwiderstandes R_W zusammen. Das bedeutet, dass der niedrigste Wert des Netzwerks für $N = 0$ dem Wert des Schleifenwiderstandes R_W entspricht. Um die diskreten Widerstandswerte über die SPI-Schnittstelle des MCP4361-103E/ST setzen zu können, ist eine 16-Bit-Befehlsstruktur erforderlich, die in Abb. 36 dargestellt ist.

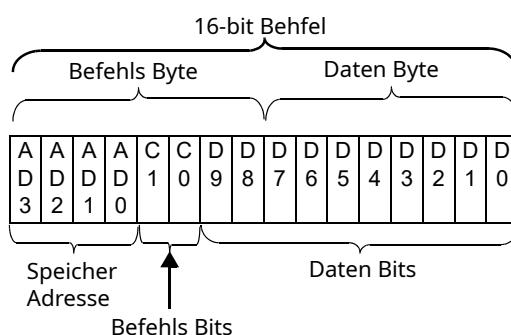


Abbildung 36: Allgemeine SPI-Befehlsstruktur[1]

Diese besteht aus der Speicheradresse des jeweiligen Potentiometers, das gesetzt werden soll, gefolgt von den Befehlsbits $CC = 10$ und den 10 Bit breiten Datenbits. Dabei repräsentieren die ersten zwei Bits den Schreibbefehl mit $DD = 00$, und das restliche Datenbyte entspricht dem Register, mit dem der Widerstandswert R_N ausgewählt wird. Die dafür zuständigen Adressen und Register sind im Datenblatt des MCP4361-103E/ST vermerkt.[1, S.47 ff.]

4.4.3 Desktop Applikation

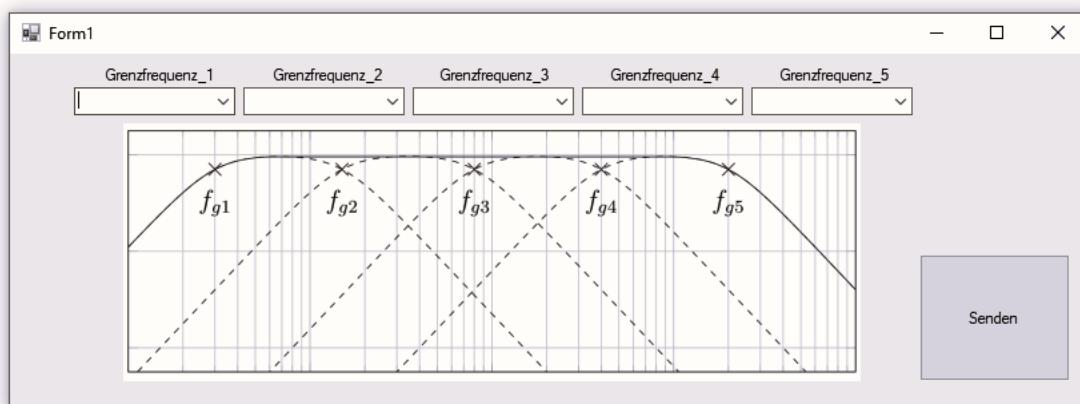


Abbildung 37: Desktop Applikation

Um die Einstellung der Filtercharakteristik durch die Digi-Pots benutzerfreundlich zu gestalten, wurde eine Desktopapplikation entwickelt, die im Folgenden beschrieben werden soll. Die Entwicklung erfolgte in der Programmiersprache C# mit der Entwicklungsumgebung Microsoft Visual Studio. Die in Abb. 37 dargestellte Applikation ermöglicht es dem Benutzer, Werte für die Grenzfrequenzen der Bandpässe auszuwählen und an den Mikrocontroller zu senden. In diesem Zusammenhang ist anzumerken, dass es theoretisch möglich wäre, die Anwendung um eine Auswahlmöglichkeit für die Approximation der jeweiligen Teilverstärker zu erweitern. Aufgrund des begrenzten Bearbeitungszeitraums dieser Arbeit wurde jedoch auf eine entsprechende Implementierung verzichtet. Stattdessen wurde für das äußere Hoch- und Tiefpassfilter (f_{g1} und f_{g5}) die Butterworth Approximation 4. Ordnung festgelegt, während für die übrigen Filter die Linkwitz-Riley Approximation 4. Ordnung verwendet wird. Dies hat den Hintergrund, dass das äußere Filter keinen verzerrungsfreien Übergang zu einem weiteren Filter realisieren muss, sondern vielmehr eine möglichst steile Dämpfung.

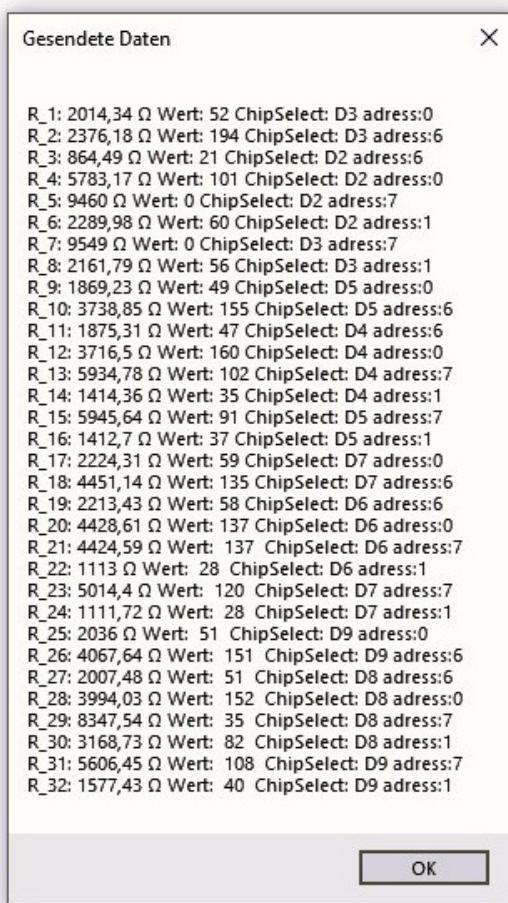


Abbildung 38: Bildschirmausgabe

Bei der Bestimmung des Widerstandswertes R_f aus der Grenzfrequenztabelle sucht das Programm die Spalte mit der ausgewählten Frequenz aus und übernimmt die dazugehörigen Werte. Im nächsten Schritt wird der passende Widerstandswert R_d aus der Digipot-Tabelle ausgesucht. Dafür wird mit Gl. (32) die absolute Differenz aus den $[i]$ möglichen Werten für R_d und dem ausgewählten Wert R_f gebildet.

$$A = |R_f - R_d[i]|; \quad i \in [1, 256] \quad (32)$$

Der Werte R_d , der die geringste Differenz A hervorruft, wird ausgewählt und mit den dazugehörigen Werten auf dem Ausgabebildschirm dargestellt sowie an den Mikrocontroller gesendet. Ergänzend zu den bereits beschriebenen Aspekten der Desktop-Applikation veranschaulicht der in Abb. 39 dargestellte Programmablaufplan den Quellcode der Anwendung.

Bei der Auswahl und Übertragung der Grenzfrequenzen greift die Anwendung auf drei Tabellen zurück. Diese enthalten die Widerstandswerte der jeweiligen Grenzfrequenz gemäß der Dimensionierungsvorschrift aus Abs. 4.2.1, die diskreten Widerstandswerte der Digi-Pots sowie die zugehörigen Registeradressen. In Abb. 38 ist der Ausgabebildschirm der Applikation dargestellt, auf dem die ausgewählten und an den Mikrocontroller übermittelten Werte ersichtlich sind. Diese werden für die Übergabe an den Controller in einem String gespeichert, der aus 32 Zeilen und 3 Spalten besteht. Jede Zeile repräsentiert einen Widerstand der Filterschaltung, wobei in den Spalten der zugehörige diskrete Wert, der entsprechende Chip-Select-Pin sowie die Register des Digi-Pot hinterlegt sind.

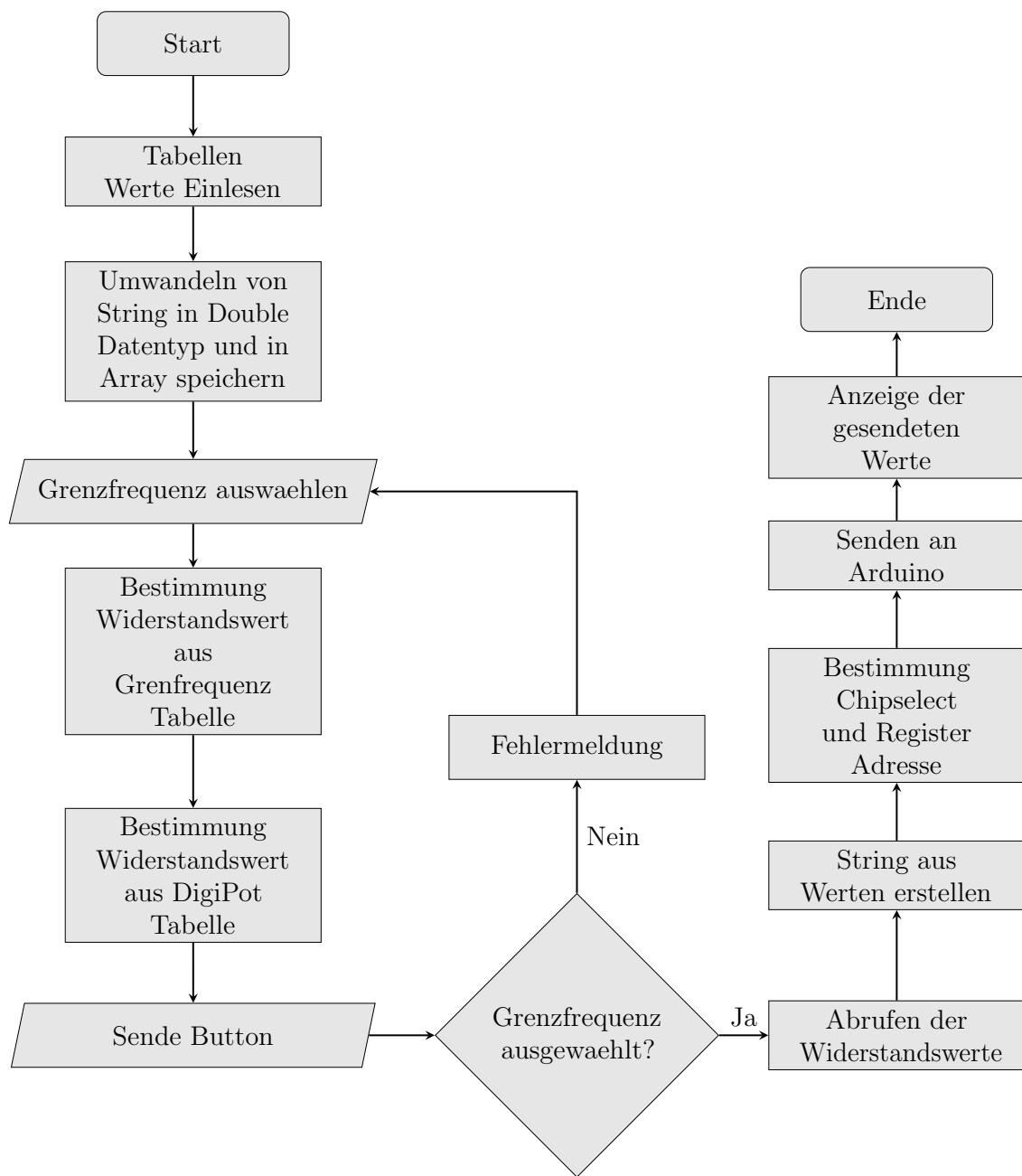


Abbildung 39: Programmablaufplan Dekstopapplikation

4.4.4 Mikrocontroller

Zur Ansteuerung der Digi-Pots wurde der Arduino Nano ausgewählt. Dabei handelt es sich um ein Entwicklungsboard, das auf dem Mikrocontroller ATmega328 der Firma Microchip basiert. In Abb. 40 ist der Arduino als Auszug aus dem Schaltplan dargestellt. Der ATmega328 verfügt über 20 digitale Schnittstellen, sogenannte I/O-Ports, über die Daten ein- und ausgegeben werden können. Die in Abs. 3.16 erläuterte Chip-Select-Leitung für die 8 Digi-Pots ist über die Pins D2 bis D9 implementiert. Zusätzlich erfolgt die Übertragung des 16-Bit-Steuerbefehls über den Pin D12. Um eine zuverlässige und fehlerfreie Datenübertragung sicherzustellen, ist eine zeitliche Synchronisation zwischen dem Mikrocontroller und den Digi-Pots erforderlich. Dies wird durch ein Taktsignal mit einer Frequenz von 10 MHz, das über den Pin D13 ausgegeben wird, gewährleistet.

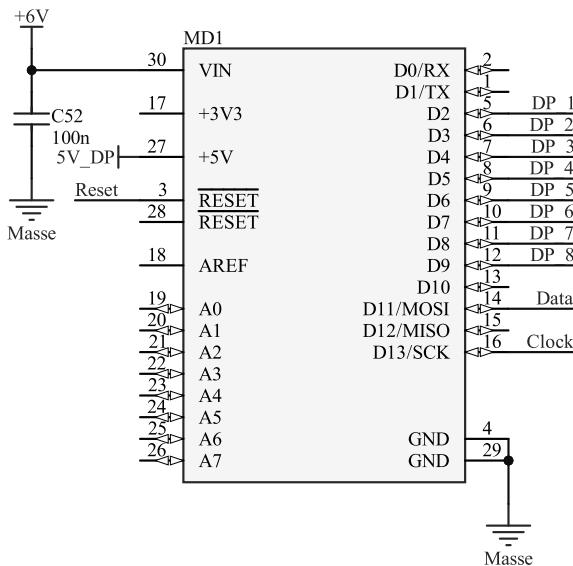


Abbildung 40: Arduino Nano

In Abb. 41 ist der Programmablaufplan des Mikrocontroller-Quellcodes abgebildet. Mithilfe der Programmierumgebung Arduino IDE wurde der Quellcode in der Programmiersprache C geschrieben. Die von der Desktop-Applikation über die serielle Schnittstelle gesendeten Daten werden vom Mikrocontroller empfangen und weiterverarbeitet. Wie in Abs. 4.4.3 beschrieben, handelt es sich bei den empfangenen Daten um ein Array, das die jeweiligen Werte für die 32 Potentiometer beinhaltet und jeweils durch einen Zeilenumbruch voneinander getrennt wird. Dabei wird für jede Zeile, wie in Abb. 36 dargestellt, ein 16-Bit-Befehl generiert und gespeichert. Wenn alle Zeilen verarbeitet sind, werden die Befehle nacheinander und durch Umschalten der Chip-Select-Leitung an die jeweiligen Digipots geschickt.

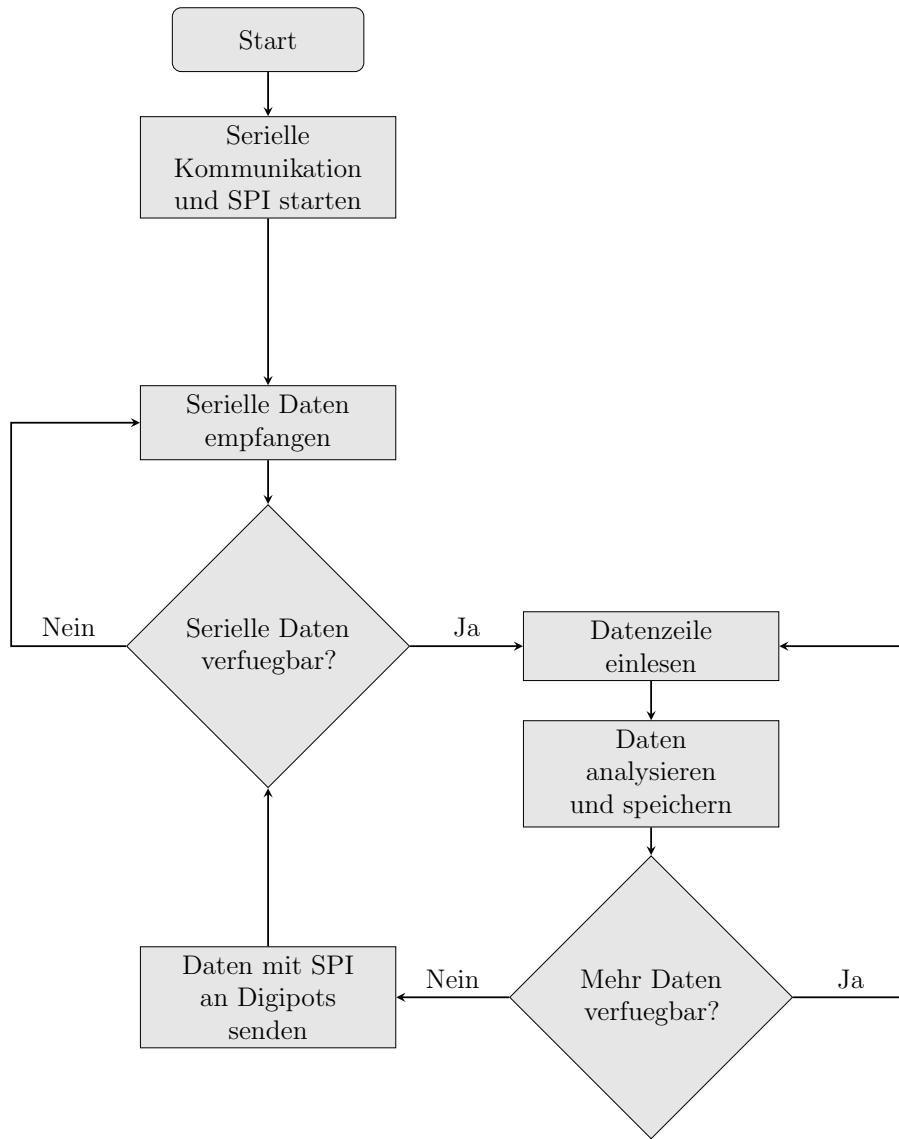


Abbildung 41: Programmablaufplan Mikrocontroller

Bei der Entwicklung des Quellcodes wurde auf die Künstliche Intelligenz (KI) namens ChatGPT der Firma OpenAI zurückgegriffen. Dabei wurde der KI das in Abb. 39 und Abb. 41 dargestellte Ablaufdiagramm als Eingabeparameter übergeben. Durch Hinzufügen fehlender Codeabschnitte ist somit eine effiziente Entwicklung der Desktopapplikation und Digi-Pot Ansteuerung ermöglicht worden. Der jeweilige Quellcode ist versehen, mit Kommentaren im Anhang des Dokuments zu finden.

Eingabeparameter (01.12.24): "Generiere aus dem Ablaufdiagramm der Desktopapplikation eine Grundstruktur in der Programmiersprache C#, damit daraus eine Desktopapplikation entworfen werden kann."

Eingabeparameter (07.12.24): "Generiere aus dem Ablaufdiagramm des Mikrocontrollers eine Grundstruktur in der Programmiersprache C, damit über den ATmega328 Werte an die digitalen Potentiometer MCP4361-103E/ST geschickt werden können."

5 Ergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden die messtechnisch erhobenen Daten hinsichtlich der praktischen Realisierung und Validierung der ausgewählten Filterschaltung betrachtet. Die Gliederung der Kapitel orientiert sich an der Abfolge der Inbetriebnahme der Platine. Demnach erfolgt zuerst die Justierung der Digitalpotentiometer, bevor die Übertragungseigenschaften der Filterschaltungen erfasst wird.

5.1 Justage

Die Widerstandswerte, die das Digitalpotentiometer annehmen kann, unterliegen einer Bauteiltoleranz von $\pm 20\%$ [1, S. 5]. Um die daraus resultierenden Abweichungen zu kompensieren, wurde Gl. (31b) in die Tabelle der realisierbaren Widerstandswerte eingebunden. Die Desktopapplikation besitzt dafür die Möglichkeit, den Wert für $N = 0$ und $N = 255$ an die Digipots zu senden. In Tab. 6 sind die mit der Widerstandsmessung des Agilent U1272A Multimeter aufgenommenen Werte für R_W und R_{AB} aufgelistet. Zusammen mit dem Werte $N \in [0, 255]$ können so die Abweichungen der Widerstandswerte in den jeweiligen Tabellen angepasst werden, wodurch die Toleranz der Digipots effizient reduziert wird. Ergänzend sind dazu in Tab. 8 Stichproben der gemessenen Widerstandswerte zusammen mit den Werten vom Ausgabebildschirm aufgelistet. Die Messung wurde durchgeführt für die Grenzfrequenzen $f_{g1}=30$ Hz, $f_{g2}=80$ Hz, $f_{g3}=130$ Hz, $f_{g4}=3.5$ kHz, $f_{g5}=17$ kHz. In Tab. 7 sind die Abweichung der Kapazitätswerte von den Nennwerten gegenübergestellt. Dies dient einerseits der messtechnischen Überprüfung der gelieferten Bauteile, und andererseits soll durch das Einbinden der Werte in die Dimensionierungsforschritft die Genauigkeit des Filters verbessert werden.

Designator	Wert 0	Wert 255
R1	95.6 Ω	9.52 k Ω
R2	9.54 k Ω	130 Ω
R3	98 Ω	9.48 k Ω
R4	9.5 k Ω	129 Ω
R5	9.47 k Ω	130 Ω
R6	94 Ω	9.44 k Ω
R7	9.55 k Ω	129 Ω
R8	95.8 Ω	9.49 k Ω
R9	99.3 Ω	9.31 k Ω
R10	9.34 k Ω	129 Ω
R11	96 Ω	9.77 k Ω
R12	9.76 k Ω	132 Ω
R13	9.8 k Ω	130 Ω
R14	93.8 Ω	9.75 k Ω
R15	9.34 k Ω	132 Ω
R16	99 Ω	9.32 k Ω
R17	110 Ω	9.32 k Ω
R18	9.32 k Ω	127 Ω
R19	98 Ω	9.40 k Ω
R20	9.42 k Ω	130 Ω
R21	9.42 k Ω	130 Ω
R22	93 Ω	9.39 k Ω
R23	9.35 k Ω	138 Ω
R24	103 Ω	9.33 k Ω
R25	94 Ω	9.79 k Ω
R26	9.79 k Ω	129 Ω
R27	97.6 Ω	9.64 k Ω
R28	9.7 k Ω	130 Ω
R29	9.67 k Ω	130 Ω
R30	92.6 Ω	9.67 k Ω
R31	9.81 k Ω	137 Ω
R32	103 Ω	9.78 k Ω

Tabelle 6: Widerstandsabgleich

Designator	Gemessen	Nennwert
C1	713 nF	680nF
C2	714 nF	680nF
C5	2.14 μ F	2.2 μ F
C6	2.21 μ F	2.2 μ F
C8	2.2 μ F	2.2 μ F
C9	2.22 μ F	2.2 μ F
C10	346 nF	330 nF
C11	345 nF	330 nF
C12	492 nF	470 nF
C13	494 nF	470 nF
C16	453 nF	470 nF
C17	449 nF	470 nF
C19	460 nF	470 nF
C20	446 nF	470 nF
C21	230 nF	220 nF
C22	229 nF	220 nF
C23	21.8 nF	22 nF
C24	22.6 nF	22 nF
C28	395 nF	390 nF
C29	418 nF	390 nF
C31	410 nF	390 nF
C32	416 nF	390 nF
C33	9.96 nF	10 nF
C34	9.84 nF	10 nF
C35	9.8 nF	10 nF
C36	3.54 nF	3.3 nF
C39	14.67 nF	15 nF
C40	14.30 nF	15 nF
C42	14.42 nF	15 nF
C43	14.42 nF	15 nF
C44	1.01 nF	1 nF
C46	2.1 nF	2.2 nF

Tabelle 7: Kapazitätsabgleich

Designator	Gemessen	Ausgabe
R1	2254 Ω	2239 Ω
R13	4733 Ω	4719 Ω
R21	4394 Ω	4392 Ω
R30	1819 Ω	1820 Ω

Tabelle 8: Gegenüberstellung
zur Überprüfung der Genauigkeit

5.2 Messaufbau

Um die Auswirkungen der wertdiskreten Parameter der Digipots zu erfassen, wurde das Multifunktionsmessgerät RedPitaya Stemlab-125-14 verwendet. Dabei handelt es sich um ein Test- und Messboard, das mit einem Computer verbunden wird und über eine grafische Benutzeroberfläche verschiedene messtechnische Aufgaben erfüllen kann. Mithilfe des in der Software integrierten Bode-Analyzers wurden somit die Übertragungseigenschaften der einzelnen Bandpässe aufgenommen.

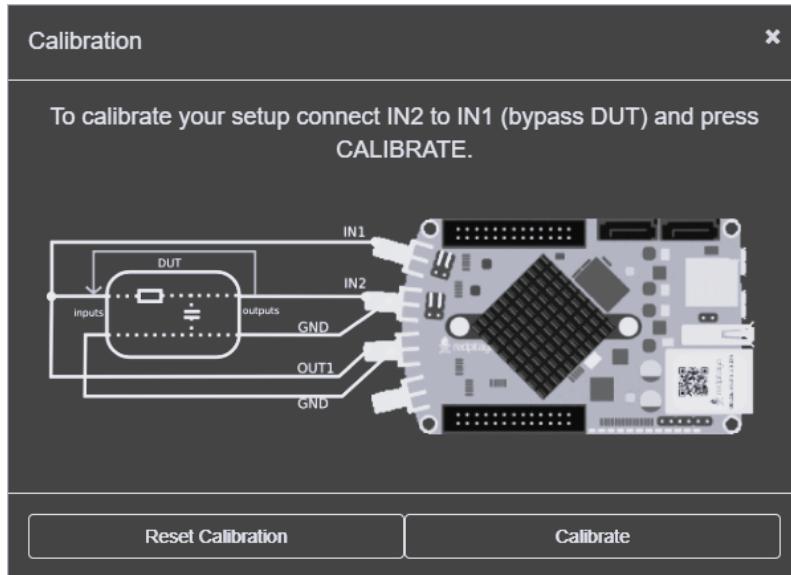


Abbildung 42: RedPitaya Messaufbau

In Abb. 42 ist der Kalibrierungshinweis des Bode-Analyzers zu sehen, auf dem das RedPitaya und der grundlegende Messaufbau abgebildet sind. Das Testsignal wird dabei über den Ausgang 1 (OUT1) als Referenzspannung an den Eingang 1 (IN1) und über das Messobjekt (DUT) an Eingang 2 (IN2) geleitet. Mit den in Abs. 4.4.1 erläuterten Testpunkten werden die Bandpässe als Messobjekte in den Aufbau eingebunden. Um den IN2-Kanal zu kalibrieren, wird das DUT kurzgeschlossen, sodass das Eingangssignal mit der Referenzspannung verglichen werden kann. Des Weiteren wurde der Massebezug (GND) des RedPitaya mit dem des Computers verbunden um Gleichtaktstörungen zu unterdrücken. Die Messung erfolgte in 80 Frequenzabstufungen mit einer Spannungsamplitude von 300 mV die auf die maximale Stromaufnahme der Digitalpotentiometer von ± 20 mA zurück zuführen ist[1, S. 3]. Durch die Begrenzung der Spannungsamplitude auf 300 mV wird gewährleistet, dass der resultierende Stromfluss diesen Grenzwert nicht überschreitet. Ergänzend zu Abb. 42 sind im Anhang Fotos vom Messaufbau hinterlegt.

5.3 Messergebnisse

Die auf den folgenden Seiten dargestellten Bodediagramme veranschaulichen die Messergebnisse der Frequenzweiche. Der gestrichelte Verlauf entspricht den Simulationsergebnissen, während der durchgezogene Verlauf die gemessenen Werte darstellt.

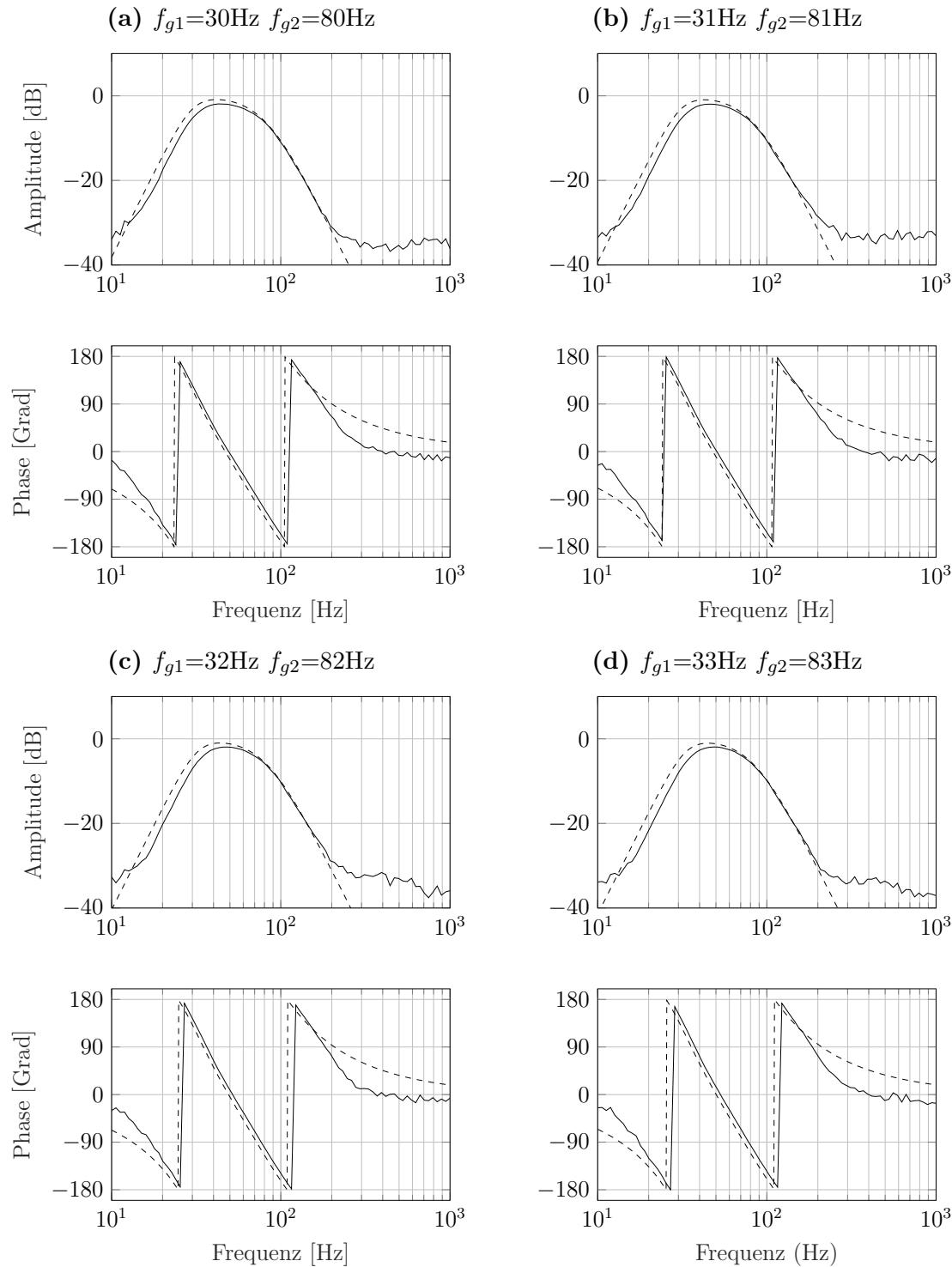


Abbildung 43: Sub-Bass Bandpass, Messung (—) Simulation (---)

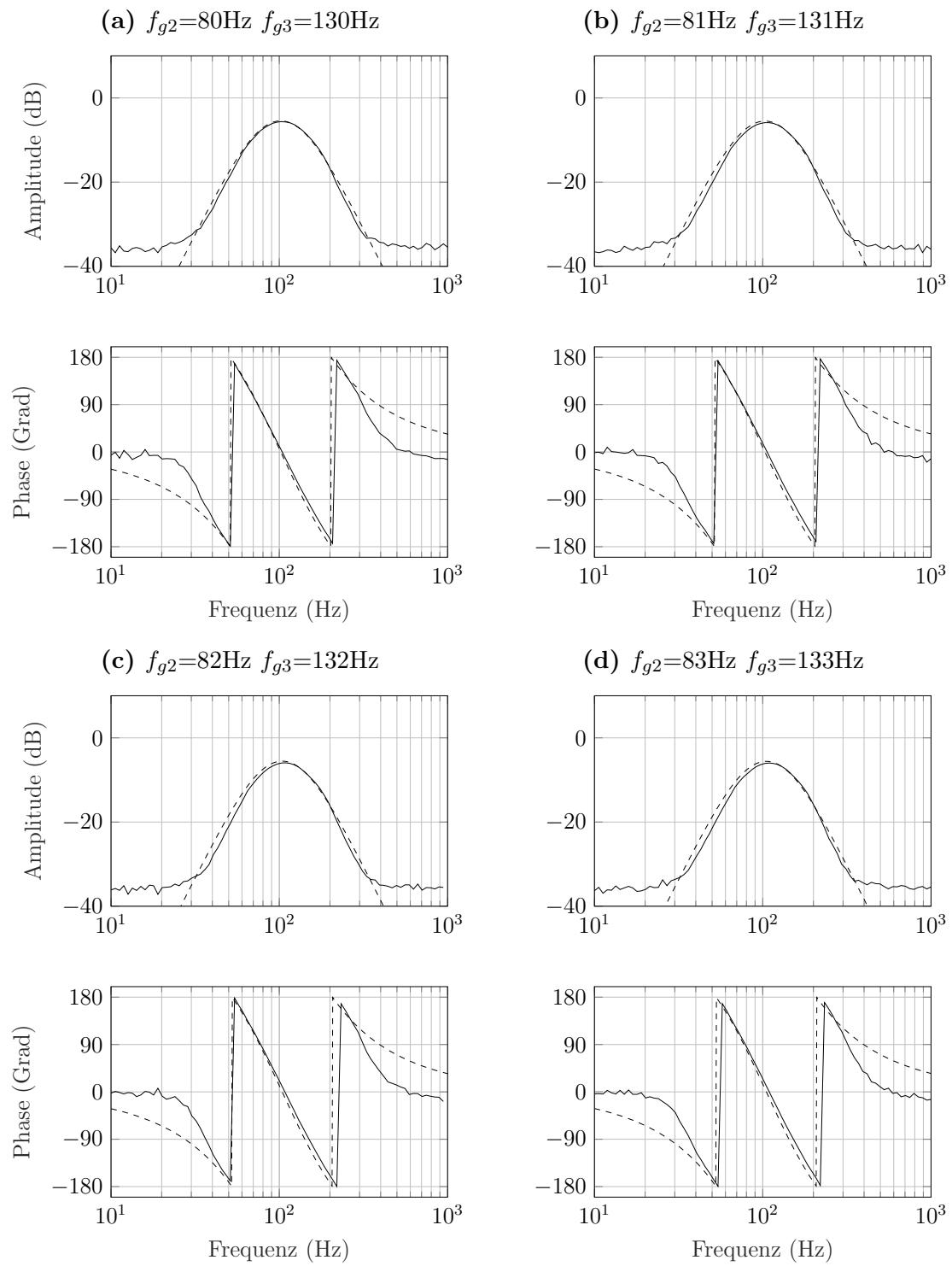


Abbildung 44: Bass Bandpass, Messung (—) Simulation (---)

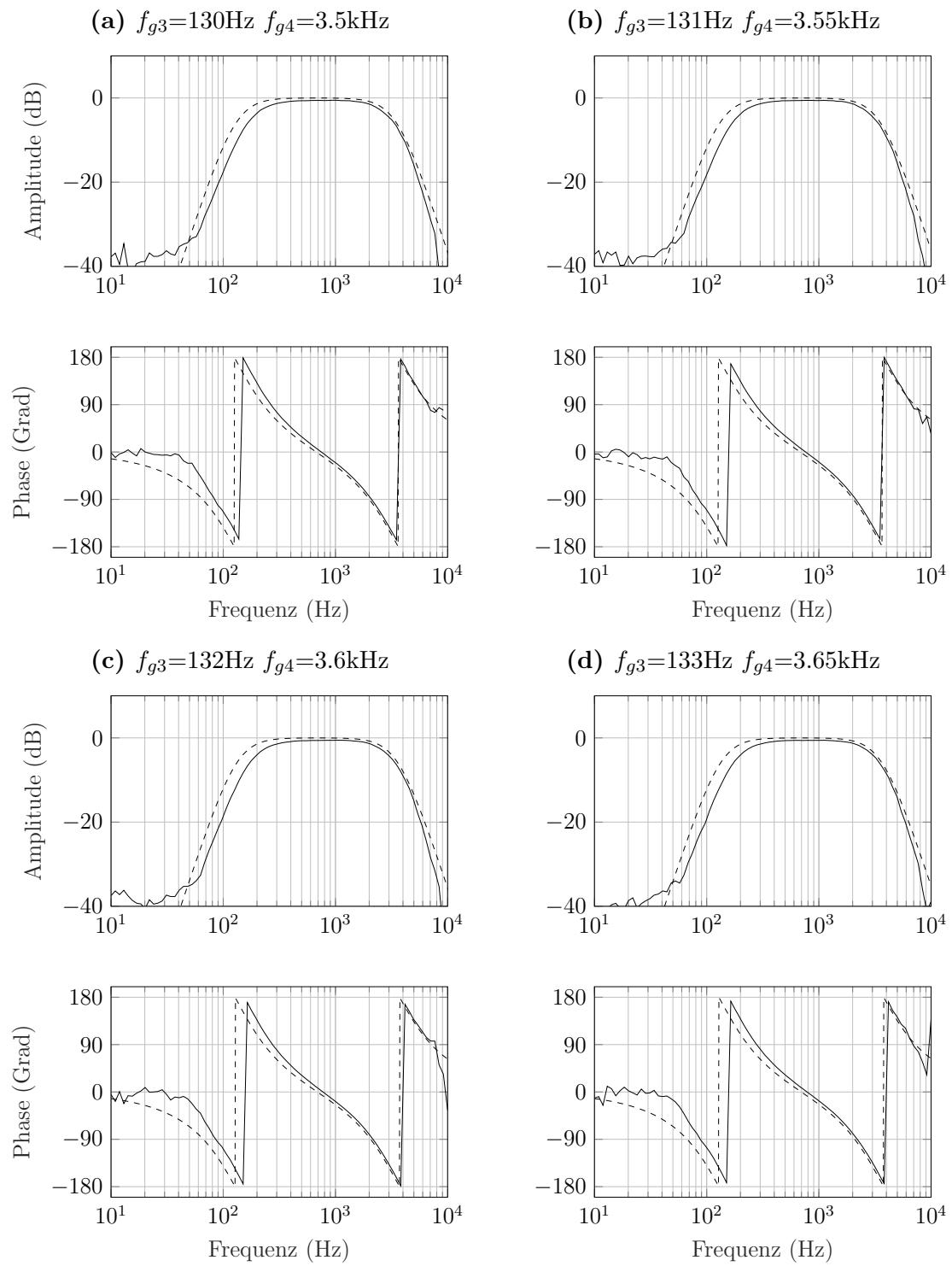


Abbildung 45: Mitten Bandpass, Messung (—) Simulation (---)

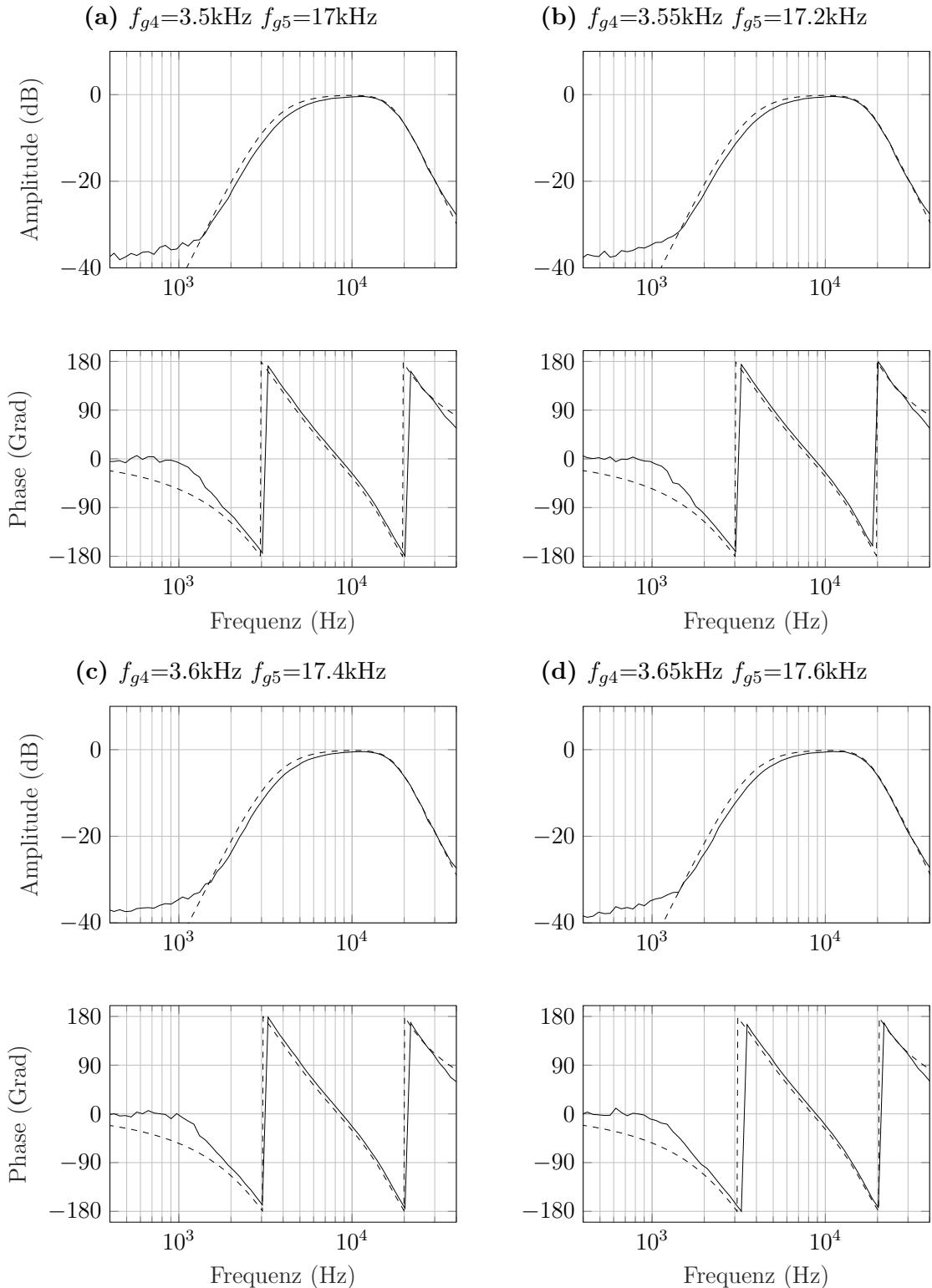


Abbildung 46: Höhen Bandpass, Messung (—) Simulation (---)

6 Diskussion

Die auf den vorhergehenden Seiten dargestellten Ergebnisse der praktischen Umsetzung werden im folgenden diskutiert und im Hinblick auf beobachtete Abweichungen interpretiert.

6.1 Justage

Wie in Abs. 5.1 beschrieben, wurden die Bauteilwerte der Frequenzweiche abgeglichen, um die unvermeidbare Abweichung durch die diskreten Werte der Digitalpotentiometer so gering wie möglich zu halten. In Tab. 6 wird deutlich, dass die Werte von einander abweichen und keine konsistente Festlegung der minimalen sowie maximalen Werte existiert. Wie in Abb. 34 am Sub-Bass-Bandpassfilter zu erkennen ist, erfolgt die Anordnung der Anschlusspins der Digitalpotentiometer nicht einheitlich. Dadurch ergibt sich beispielsweise für den diskreten Wert 0 ein Widerstand von $R1=95.6\ \Omega$, während $R2=9.54\ k\Omega$ beträgt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der Platzierung der Bauteile auf der Platine keine durchgängig einheitliche Leitungsführung umgesetzt werden konnte. Durch den in Tab. 7 aufgeführten Abgleich der Kapazitätswerte konnte zudem die Genauigkeit der berechneten Widerstandswerte unter Berücksichtigung der Dimensionierungsvorschrift verbessert werden. In Tab. 8 deutet eine stichprobenartige Messung darauf hin, dass die maximale Abweichung vom ausgegebenen Wert bei etwa $15\ \Omega$ liegt, was einer relativen Abweichung von ungefähr 0.6% entspricht.

6.2 Messaufbau

Der Messaufbau lieferte anfangs unterschiedliche Messergebnisse bei wiederholten Messungen desselben Aufbaus. Dies war darauf zurückzuführen, dass dem System eine zu hohe Prüfspannung von 1 V angelegt wurde. Wie in Abs. 5.2 beschrieben, wurde dieses Problem behoben, indem die Prüfspannung auf eine Amplitude von 300 mV begrenzt wurde. Zusätzlich traten Schwierigkeiten beim Abgleich der Bauteilwerte auf, da keine Testpunkte implementiert worden waren, um die Werte der Digitalpotentiometer messtechnisch zu erfassen. Aufgrund der äußerst kompakten Bauform im TSSOP-Gehäuse war umständlich, die Prüfspitzen des Multimeters direkt an den Pins der Digitalpotentiometer anzubringen, um die Werte zu ermitteln. Dies führte wiederholt zu Messabweichungen, da der Kontakt zwischen Prüfspitze und Messobjekt nicht zuverlässig hergestellt werden konnte.

6.3 Messergebnisse

Die in Abs. 5.3 dargestellten Mess- und Simulationsergebnisse veranschaulichen die Übertragungseigenschaften der Frequenzweiche aus Abb. 22 mit abweichenden Einstellungen. Wie in Abs. 4.4.3 erläutert, wurde für die äußeren Filter die Butterworth Approximation und für die übrigen Filter die Linkwitz-Riley-Approximation gewählt. Die Grenzfrequenzen f_{g1} bis f_{g5} wurden anhand von Einstellungen festgelegt, die in vorherigen Tanzveranstaltungen subjektiv als klanglich vorteilhaft beurteilt wurden. Eine detaillierte Untersuchung der negativen Auswirkungen auf die Gruppenlaufzeit, die durch die Wahl der Grenzfrequenzen entstehen, gehört nicht zum Umfang dieser Arbeit und wird daher nicht weiter vertieft.

Alle Messergebnisse weisen einen SNR von etwa 35 dB auf, was wahrscheinlich auf eine fehlerhafte Implementierung der Masseführung zurückzuführen ist. Bei der Integration der digitalen und analogen Bauelemente wurde auf eine sternförmige Masseführung verzichtet. Es wird angenommen, dass dies zu einer Einkopplung des digitalen Steuersignals auf die Signalleitung geführt hat und infolgedessen der Rauschpegel angestiegen ist. Aufgrund zeitlicher Einschränkungen während der Bearbeitung dieser Arbeit war eine weitergehende Untersuchung dieses Effekts nicht möglich.

Zur Bewertung der Auswirkungen der wertdiskreten Parameter der digitalen Potentiometer wurde die Grenzfrequenz f_{g1} bis f_{g3} in Schritten von 1 Hz, f_{g4} in 50-Hz-Schritten und f_{g5} in 200-Hz-Schritten iterativ variiert. Die gewählten Abstufungen basieren auf Erfahrungswerten aus zuvor durchgeführten Tanzveranstaltungen, bei denen sich gezeigt hat, dass im höheren Frequenzbereich eine Auflösung von 50 Hz bzw. 200 Hz für die Einstellung als ausreichend erachtet werden kann. Die Messergebnisse in Abs. 5.3 zeigen, dass die praktische Realisierung im Vergleich zur Simulation einer systematischen Abweichung unterliegt und unabhängig von der gewählten Grenzfrequenz besteht. In Abb. 47 ist der Amplitudengang für jeden Bandpass bei einer spezifischen Grenzfrequenzeinstellung vergrößert dargestellt. Dies ermöglicht eine qualitative Analyse der systematischen Abweichung von der Simulation.

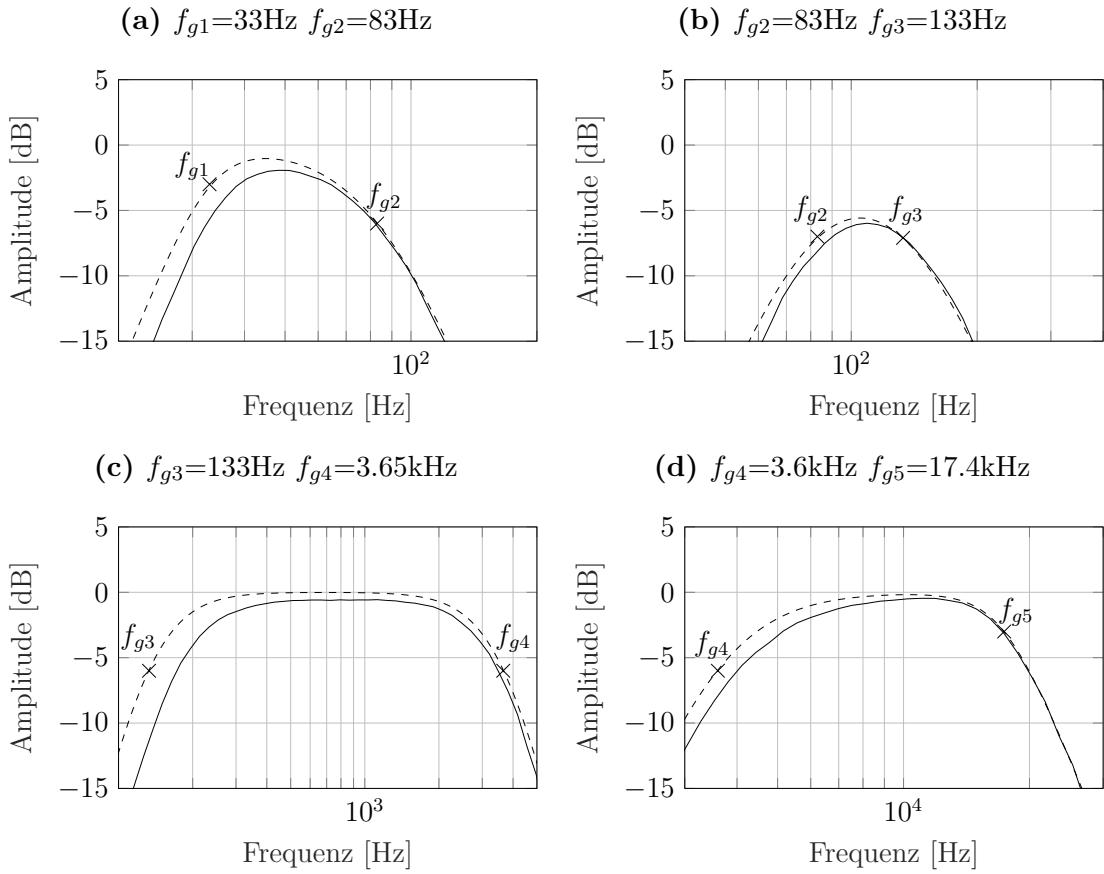


Abbildung 47: Vergrößerte Darstellung des Amplitudengang

- a) Sub-Bass-Bandpass b) Bass-Bandpass c) Mitten-Bandpass d) Höhen-Bandpass
 Messung (—) Simulation (---)

Es ist ersichtlich, dass die Systematik zwar für das jeweilige Filter konsistent ist, jedoch zwischen den einzelnen Filtern Abweichungen bestehen. Zudem zeigt der Mittenbandpass deutlich, dass im Gegensatz zur Simulation die Schaltung einer Dämpfung von etwa 1 dB unterliegt. Da es sich um eine systematische Messabweichung handelt wird angenommen das eine fehlerhafte Implementierung der Desktopapplikation eine konsistent abweichende Widerstandswahl durch Gl. (32) verursacht. Darüber hinaus unterliegt der Abgleich der Bauteilwerte durch die Ungenauigkeit des Multimeters ebenfalls einer linearen Abweichung die den Frequenzgang der Bandpassfilter beeinflusst.

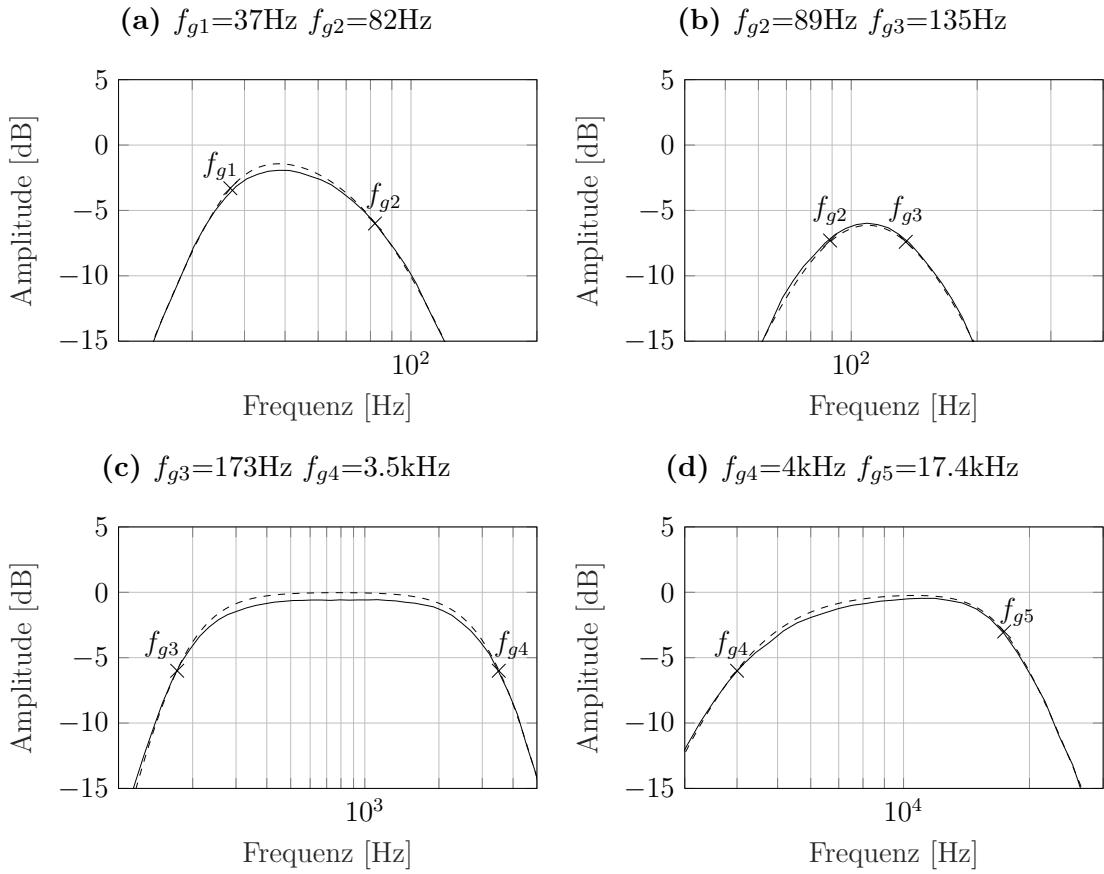


Abbildung 48: Vergrößerte Darstellung des kalibrierten Amplitudengang
a) Sub-Bass-Bandpass b) Bass-Bandpass c) Mitten-Bandpass d) Höhen-Bandpass
Messung (—) Simulation (---)

Aufgrund der Rückführbarkeit der systematischen Messabweichung kann der Frequenzgang durch eine ergänzende Kalibrierung des Systems angepasst werden. Wie in Abb. 48 dargestellt, entspricht die Grenzfrequenz des realen Verlaufs nun derjenigen aus der Simulation. Obwohl durch die Kalibrierung des Systems der Übergangsbereich des Filter korrigiert werden konnte, bleibt die Dämpfung im Durchlassbereich weiterhin bestehen. Abgesehen von dieser Abweichung stimmt der reale Amplitudengang mit dem der Simulation überein.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden die Analyse und der Vergleich ausgewählter Filterapproximationen für den Einsatz im Audiobereich untersucht. Durch die kaskadierte Implementierung eines Butterworth-Filter 2. Ordnung nach Linkwitz-Riley konnte eine Frequenzweiche entwickelt werden, die einen verzerrungsarmen Übergang der Teilternebler ermöglicht. Es hat sich herausgestellt, dass die Reduzierung der Bandbreite der Bandpässe limitiert ist, weshalb geplant ist, alternative Topologien zu erproben, um schmalbandigere Bandpässe zu realisieren.

Bei der praktischen Umsetzung wurde festgestellt, dass die Bandpassfilter einer systematischen Abweichung unterliegen, die jedoch durch eine Justage ausgeglichen wurde. Die Steuerung des Mikrocontrollers über eine Desktopapplikation ermöglicht eine benutzerfreundliche Auswahl der Grenzfrequenz, ist jedoch derzeit auf eine Approximation beschränkt. Geplant ist, die Desktopapplikation um die Möglichkeit zu erweitern, zwischen verschiedenen Approximationen zu wählen. Des Weiteren soll ein Bedienfeld für die Justage hinzugefügt werden, da es aktuell noch umständlich ist, die Werte in den Tabellen manuell anzupassen. Das System unterliegt derzeit noch einer Messabweichung, deren Ursache bislang nicht ermittelt wurde. Durch die diskreten Widerstandswerte der Digi-Pots kann jedoch eine Justage vorgenommen werden, die den Toleranzbereich der Frequenzweiche auf ein Minimum reduziert und somit eine Nachbildung der simulierten Grenzfrequenzen mit einer Dämpfung von lediglich 1 dB im Durchlassbereich ermöglicht. In einem zukünftigen Prototypen sollen die fehlenden Messpunkte zur Kalibrierung der Digi-Pots sowie die fehlerhafte Masseführung, die zu einer Verschlechterung des SNR geführt hat, behoben werden.

Abschließend lässt sich festhalten, dass die Bestimmung und Auswahl von Filter Approximationen unter Verwendung von Digi-Pots erfolgreich umgesetzt wurde. Eine detaillierte theoretische Analyse ermöglichte die Ermittlung der wesentlichen charakteristischen Zusammenhänge. Durch die Entwicklung einer Desktopanwendung konnte eine benutzerfreundliche Auswahl der Grenzfrequenzen realisiert werden. Die praktische Umsetzung zeigte, dass die diskreten Bauteilwerte der Digi-Pots den Frequenzgang hinreichend nachbilden. Etwaige Abweichungen konnten durch eine Justage kompensiert werden. Die entwickelte Frequenzweiche stellt somit ein hybrides System dar, das die Vorteile digitaler Steuerung mit den klanglichen Eigenschaften analoger Signalverarbeitung kombiniert.

8 Eidesstattliche Erklärung

Name, Vorname: Korschunov, Dima

Matr.-Nr.: 79467

Ausgabedatum: 01. Januar 2025

Bearbeitungszeitraum: 01.01.2025 bis 14.04.2025

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe; die aus fremden Quellen (einschließlich elektronischer Quellen und dem Internet) direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind ausnahmslos als solche kenntlich gemacht. Ich versichere, dass ich alle Stellen, die wörtlich oder annähernd wörtlich aus Veröffentlichungen entnommen sind, durch Zitate als solche gekennzeichnet habe. Dies gilt auch für Textpassagen, die manuell oder mittels digitaler Übersetzungshilfen aus einer anderen Sprache übersetzt oder hin- und rückübersetzt wurden. Ferner versichere ich, Textpassagen, bildliche Darstellungen oder anderweitige generierte Ergebnisse, die mittels Künstlicher Intelligenz verfasst oder erstellt wurden, von mir vollständig markiert wurden und die Zugriffsquelle, Datum und Eingabeparameter (Prompts) von mir vollständig angegeben wurden. Ich versichere auch, dass eine von mir gegebenenfalls eingereichte papierförmige Version mit der digitalen Version übereinstimmt. Unerlaubte Hilfsmittel wurden von mir nicht verwendet und auch keine unerlaubte Hilfe durch dritte Personen in Anspruch genommen. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht physisch oder elektronisch veröffentlicht. Ich erkläre mich damit einverstanden, dass die Digitalversion dieser Arbeit zwecks Plagiatsprüfung auf die Server externer Anbieter hochgeladen werden darf. Die Plagiatsprüfung stellt keine Zurverfügungstellung für die Öffentlichkeit dar. Eine Veröffentlichungserlaubnis ist einer besonderen Erklärung vorbehalten.

Korschunov, Dima

Leipzig, 16. Mai 2025

Literaturverzeichnis

- [1] *7/8-Bit Quad SPI Digital POT with Non-Volatile Memory*. Microchip Technology Incorporated, 2009.
- [2] Klaus Bystron, Johannes Borgmeyer. *Grundlagen der Technischen Elektronik*. Carl Hanser Verlag, 1990.
- [3] *Digital Potentiometers Design Guide*. Microchip Technology Incorporated, 2016.
- [4] Andreas Friescke. *Die Audio-Enzyklopädie*. De Gruyter Studium, 2014.
- [5] Siegfried H. Linkwitz. *Active Crossover Networks for Noncoincident Drivers*. Hewlett-Packard Company, 1976.
- [6] Arnold Fuehrer, Klaus Heidemann, Wolfgang Nerreter. *Grundgebiete der Elektrotechnik 1*. Carl Hanser Verlag, 2012.
- [7] Wolfgang Reinhold. *Elektronische Schaltungstechnik*. Carl Hanser Verlag, 2017.
- [8] Ulrich Tietze, Christoph Schenk. *Halbleiter Schaltungs Technik*. Springer Verlag, 1990.
- [9] Siegfried Altmann, Detlef Schlayer. *Lehr- und Übungsbuch Elektrotechnik*. Fachbuchverlag Leipzig - Köln, 1995.
- [10] Ralf Kories, Heinz Schmidt-Walter. *Taschenbuch der Elektrotechnik*. Harri Deutsch, 2008.
- [11] Lutz v. Wangenheim. *Aktive Filter und Oszillatoren*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [12] Holger Lutz, Wolfgang Wendt. *Taschenbuch der Regelungstechnik*. Harri Deutsch, 2014.

Anhang

A Messaufbau

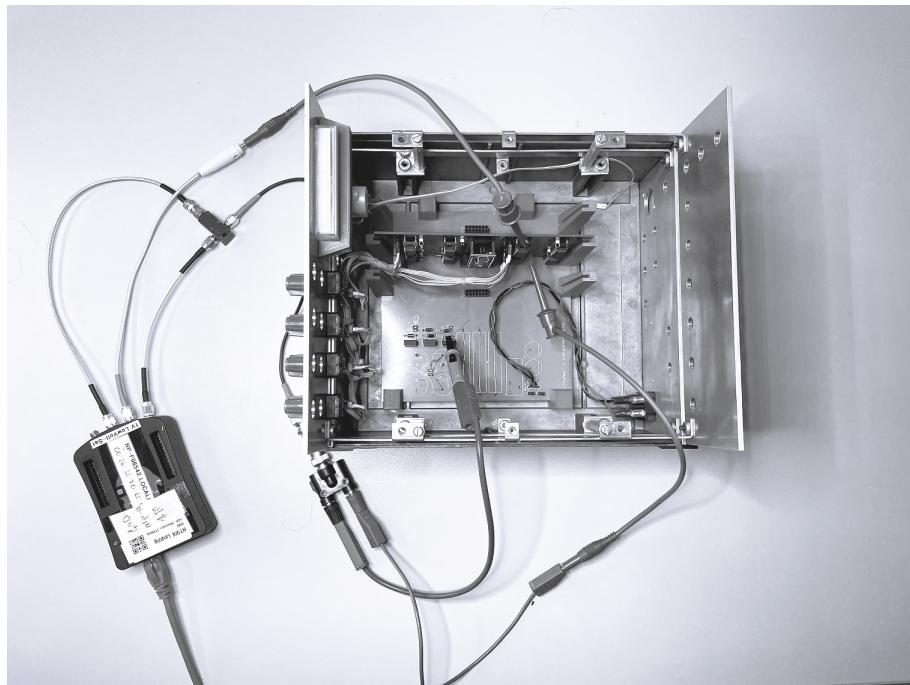


Abbildung 49: Messaufbau Ansicht von Oben

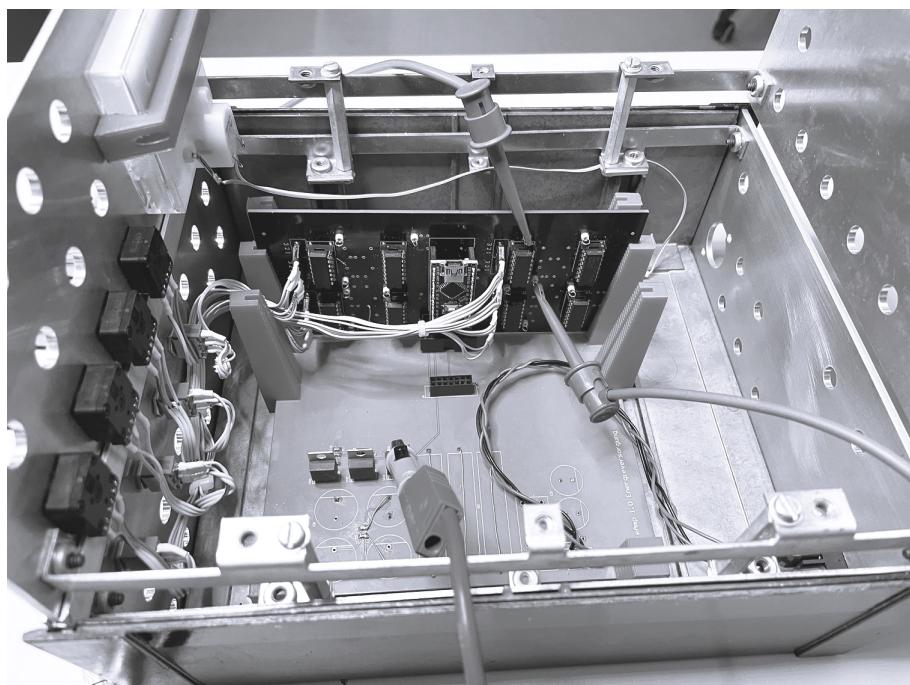


Abbildung 50: Messaufbau Vergrößerte Ansicht

B Leiterplatten Entwurf

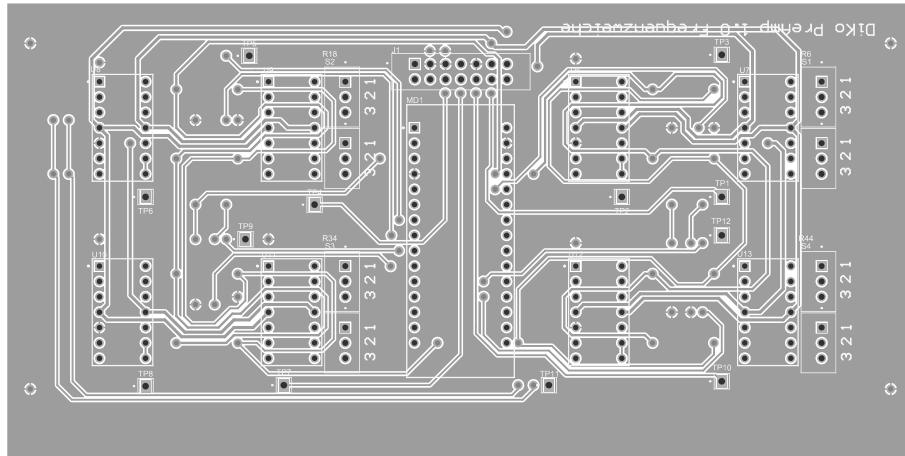


Abbildung 51: Top Layer

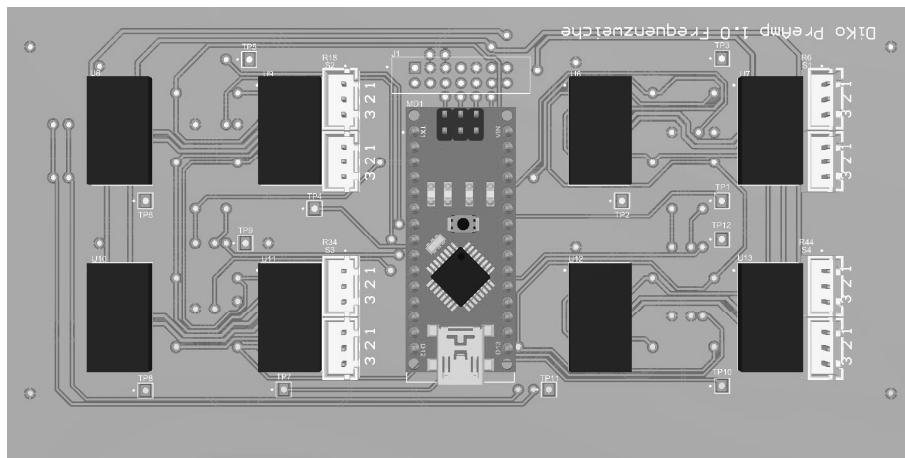


Abbildung 52: Top Layer Bestückt

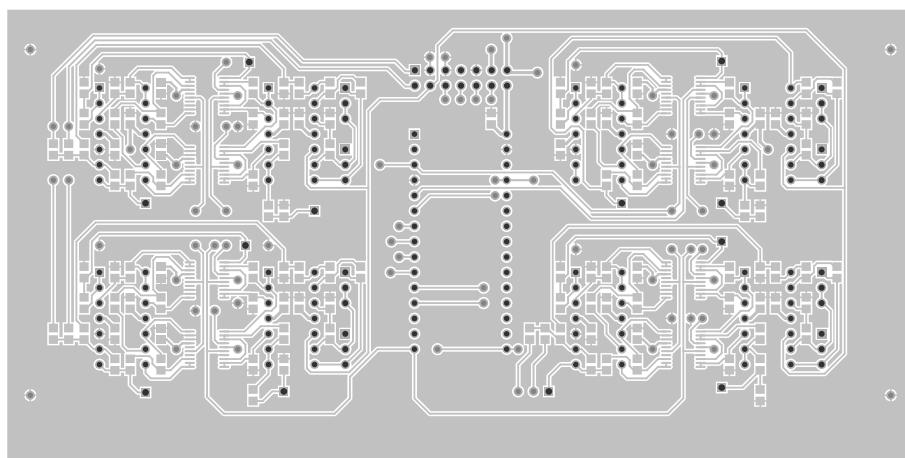


Abbildung 53: Bottom Layer

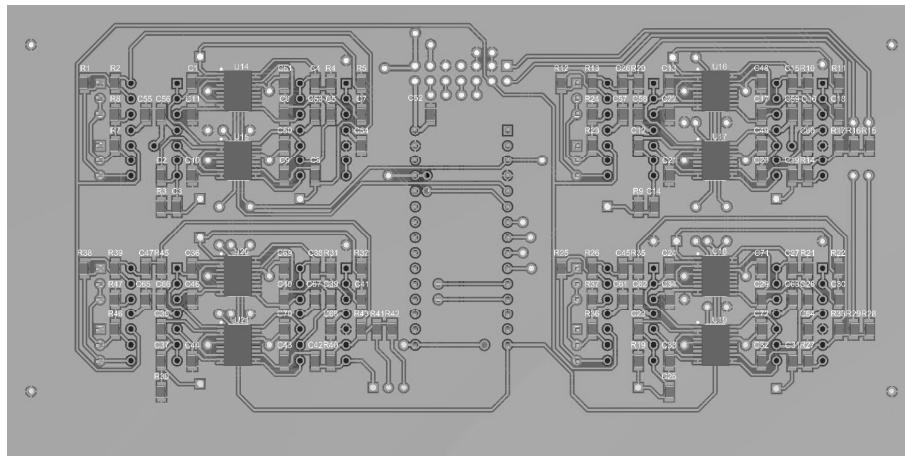


Abbildung 54: Bottom Layer Bestückt

C Elektronischer Anhang

Die Bachelorarbeit liegt als PDF-Datei im Hauptordner des Datenträgers vor. Im Verzeichnis `\DiKo\Red Pitaya` befinden sich die Messdaten, die mithilfe des Red-Pitaya aufgenommen wurden. Die Dateien zum Schaltkreis- und Platinenentwurf sind im Ordner `\DiKo\Altium Designer` abgelegt. Sämtliche Daten und der Quellcode der Desktop Anwendung sind im Verzeichnis `\DiKo\Software` enthalten, während sich die Simulationsdateien im Ordner `\DiKo\Matlab` befinden. In den Unterordnern sind jeweils `LIES_MICH.md` Dateien hinterlegt, die weiterführende Hinweise zur Ausführung enthalten.

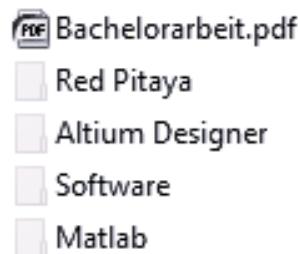


Abbildung 55: Datenträger Ordnerstruktur

D Schaltplan