Кинетика

Лекция 1

Щелкачев Николай Михайлович

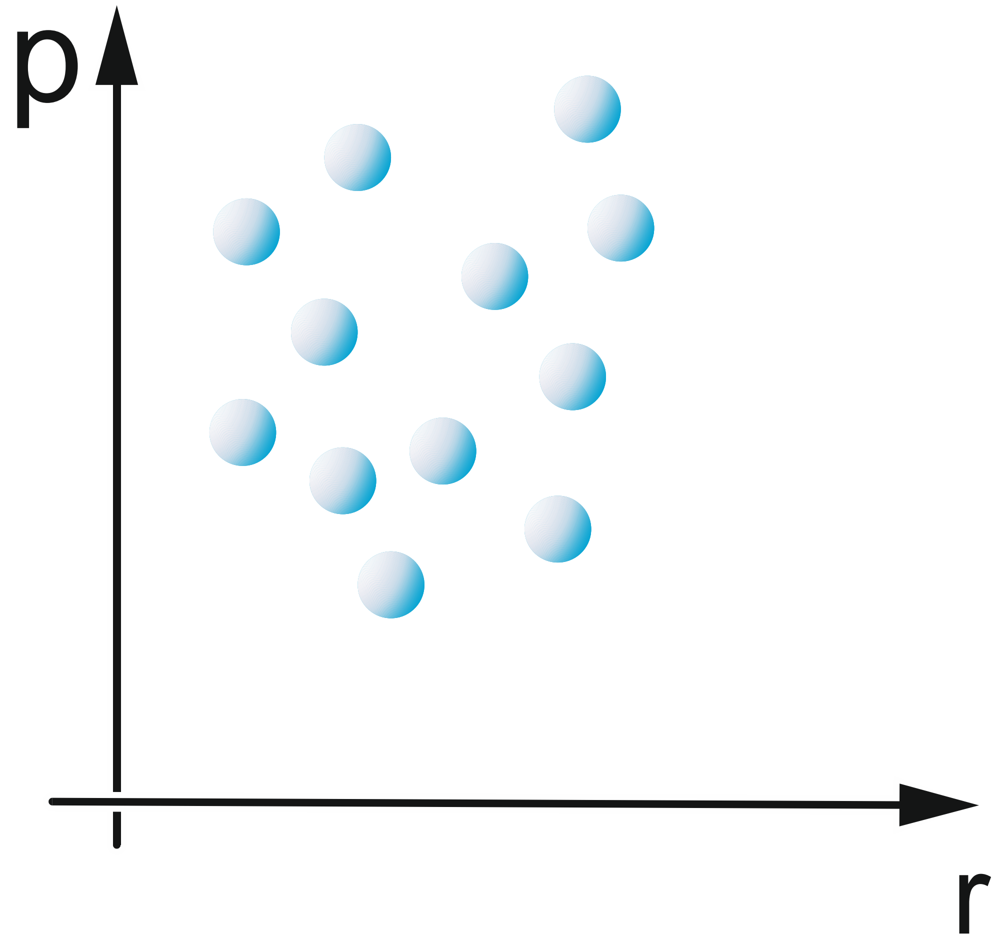
- ИФВД РАН
- МФТИ
- УрФУ

https://cloud.mail.ru/public/5yk5/55Tz16jTj

качественный вывод уравнения больцмана для классического идеального газа.

Каждый подраздел – вопрос в экзаменационных билетах.

Газ в фазовом пространстве…
Каждый «шар» показывает координаты молекулы газа в данный момент времени…



$q=(r,p)$ – координата молекулы газа в фазовом пространстве.

Упражнение: найдем аналог уравнения неразрывности в фазовом пространстве.

q=(r,p) – координата молекулы газа в фазовом пространстве.

Плотность частиц в <u>фазовом пространстве</u>:

$$f(q,t) = \sum_i \delta(q - q_i(t)),$$

Очевидно, что

$$\int f(q,t)\,dp\,dr = N$$

$$n(r) = \int f(q,t)\,dp.$$

Плотность частиц в реальном пространстве

Упражнение: найдем аналог уравнения неразрывности в фазовом пространстве.

q=(r,p) – координата молекулы газа в фазовом пространстве.

Плотность частиц в фазовом пространстве:

$$f(q,t)=\sum_i \delta(q-q_i(t)),$$

$$d\Gamma = drdp$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int f(q,t)d\Gamma = \sum_i \int \frac{\partial q_i(t)}{\partial t}\frac{d}{dq_i}\delta(q-q_i(t))d\Gamma = -\sum_i \int \frac{\partial q_i(t)}{\partial t}\frac{d}{dq}\delta(q-q_i(t))d\Gamma = -\int \mathrm{div}(J)d\Gamma,$$

$$J=\sum_i \frac{\partial q_i(t)}{\partial t}\delta(q-q_i(t)),$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}f(q,t)+\mathrm{div}\,J=0.}$$

Можно ли упростить уравнение неразрывности?

q=(r,p) – координата молекулы газа в фазовом пространстве.

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \operatorname{div} J = 0.}$$

Плотность частиц в фазовом пространстве:

$$f(q,t) = \sum_i \delta(q - q_i(t)),$$

$$J = \sum_i \frac{\partial q_i(t)}{\partial t} \delta(q - q_i(t)) \to \begin{pmatrix} \mathrm{v}(q,t) f(q,t) \\ F(q,t) f(q,t) \end{pmatrix}.$$

Такое преобразование означает, что точки в фазовом пространстве рассматриваются как жидкость… Подвоха нет, но мы определили непрерывное векторное поле $v(q,t)$ во всем фазовом пространстве так, что в точке нахождения каждой частицы, $v(q_i,t) \equiv \dot{r}_i$.

$$
\begin{pmatrix} \mathrm{v}(q,t) f(q,t) \\ F(q,t) f(q,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{v}(q,t) \sum_i \delta(q - q_i(t)) \\ F(q,t) \sum_i \delta(q - q_i(t)) \end{pmatrix} =
$$

$$
= \begin{pmatrix} \sum_i \mathrm{v}(q,t) \delta(q - q_i(t)) \\ \sum_i F(q,t) \delta(q - q_i(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_i \mathrm{v}(q_i(t),t) \delta(q - q_i(t)) \\ \sum_i F(q_i(t),t) \delta(q - q_i(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_i \frac{\partial r_i}{\partial t} \delta(q - q_i(t)) \\ \sum_i \frac{\partial p_i}{\partial t} \delta(q - q_i(t)) \end{pmatrix}
$$

$q = (r, p).$

CONCLUSIONS:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \operatorname{div} J = 0.}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}}\left(\vec{F}(q,t) f\right) = 0.}$$

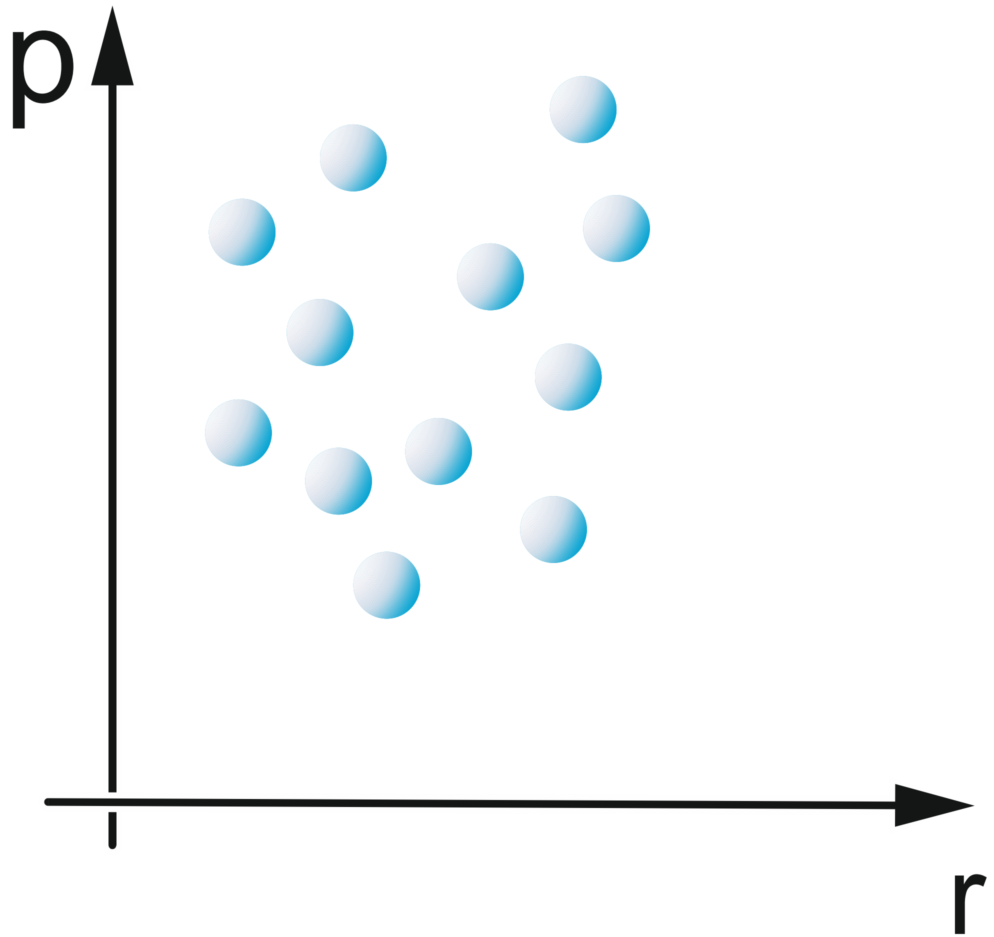
Уравнение больцмана для идеального газа

Уравнение больцмана для идеального газа

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \operatorname{div} J = 0.}$$

Уравнение больцмана для идеального газа

Подведем итоги, плотность частиц идеального газа в фазовом пространстве удовлетворяет уравнению:



$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) +$$

$$+\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{F}(q,t) f\right) = 0.$$

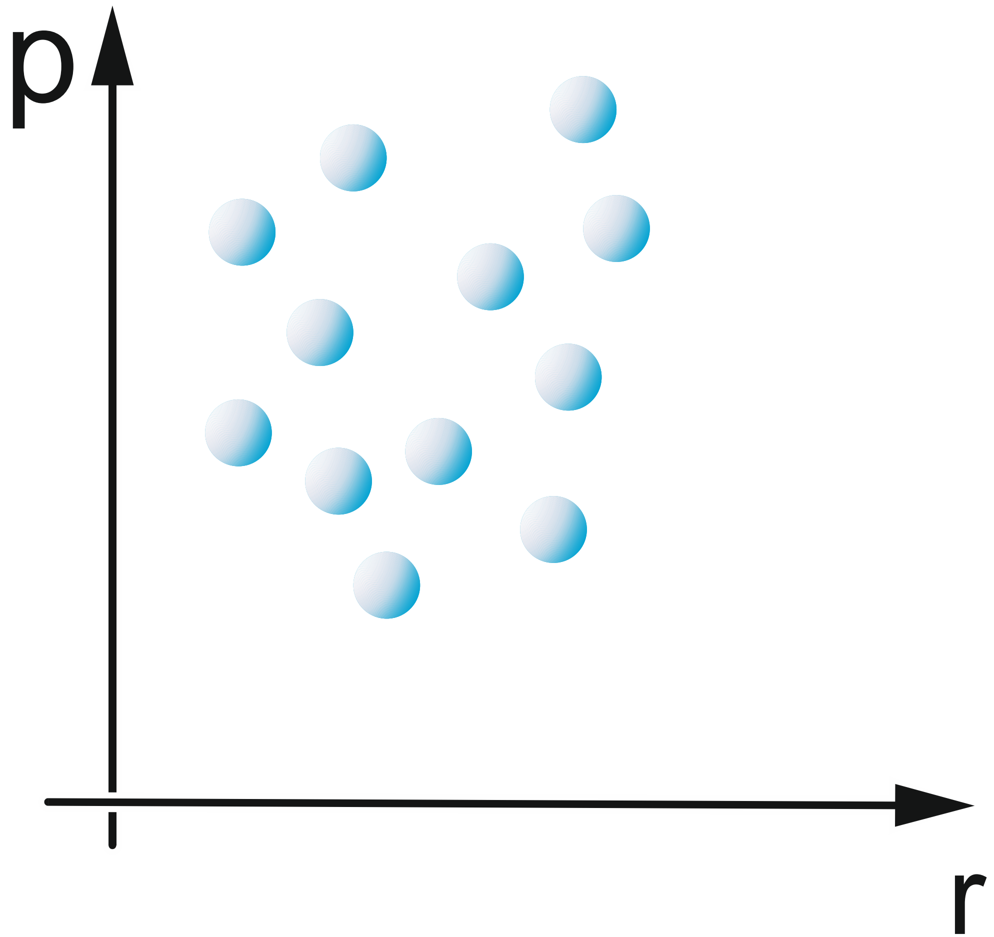
$$\int f(q,t)\,dp\,dr = 1$$

$$n(r,t) = \int f(q,t)\,dp,$$

$$\vec{j}(r,t) = \int \vec{\mathrm{v}}(q,t) f(q,t)\,dp$$

качественный вывод уравнения больцмана для газа с учетом столкновений

$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}}\left(\vec{F}(q,t) f\right) = 0.$$



- Сила, зависящая только от координат данной частицы, на которую она действует. Что это может быть?
- Например, сила, связанная с электрическим, магнитным полем, или гравитационным полем…

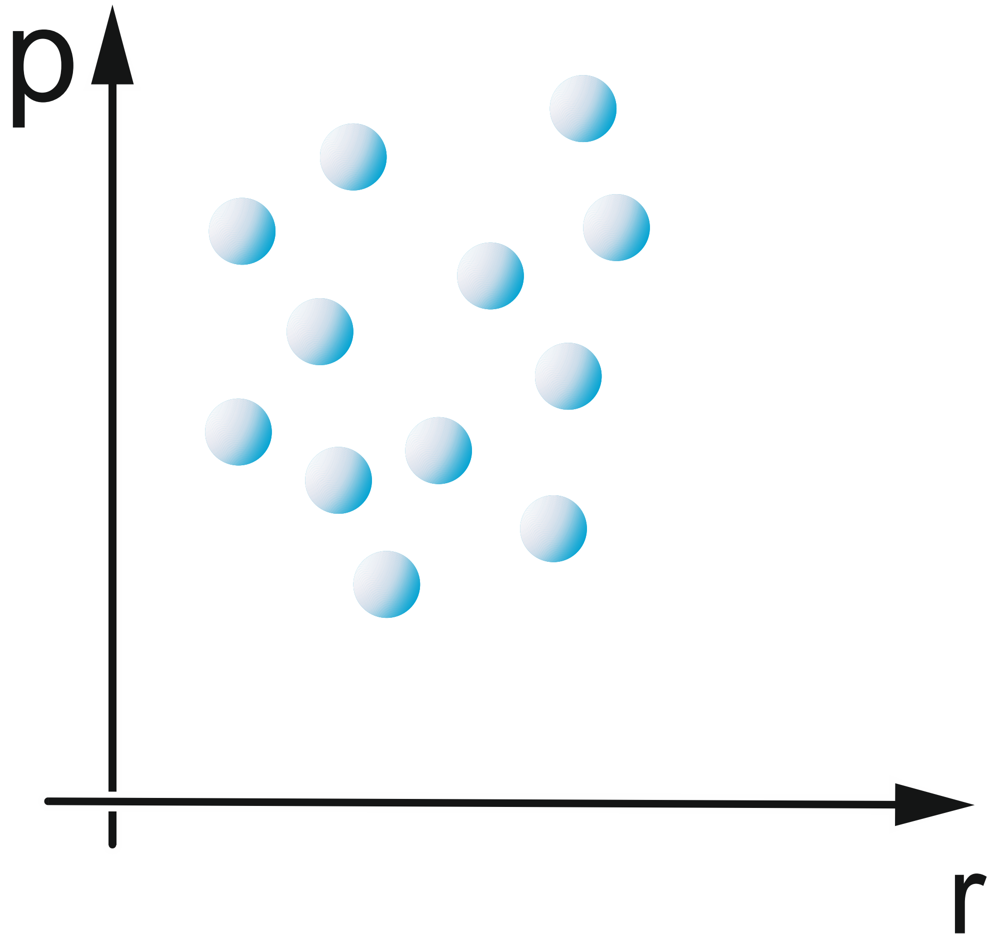
Чему равна энергия взаимодействия частиц классического газа?

$$U\left(r_1, r_2, \ldots, r_N\right)$$

$$F(r) = F(r \mid r_1, \ldots, r_{N-1}).$$

Сила зависит от координат частиц, с которой данная частица взаимодействует.

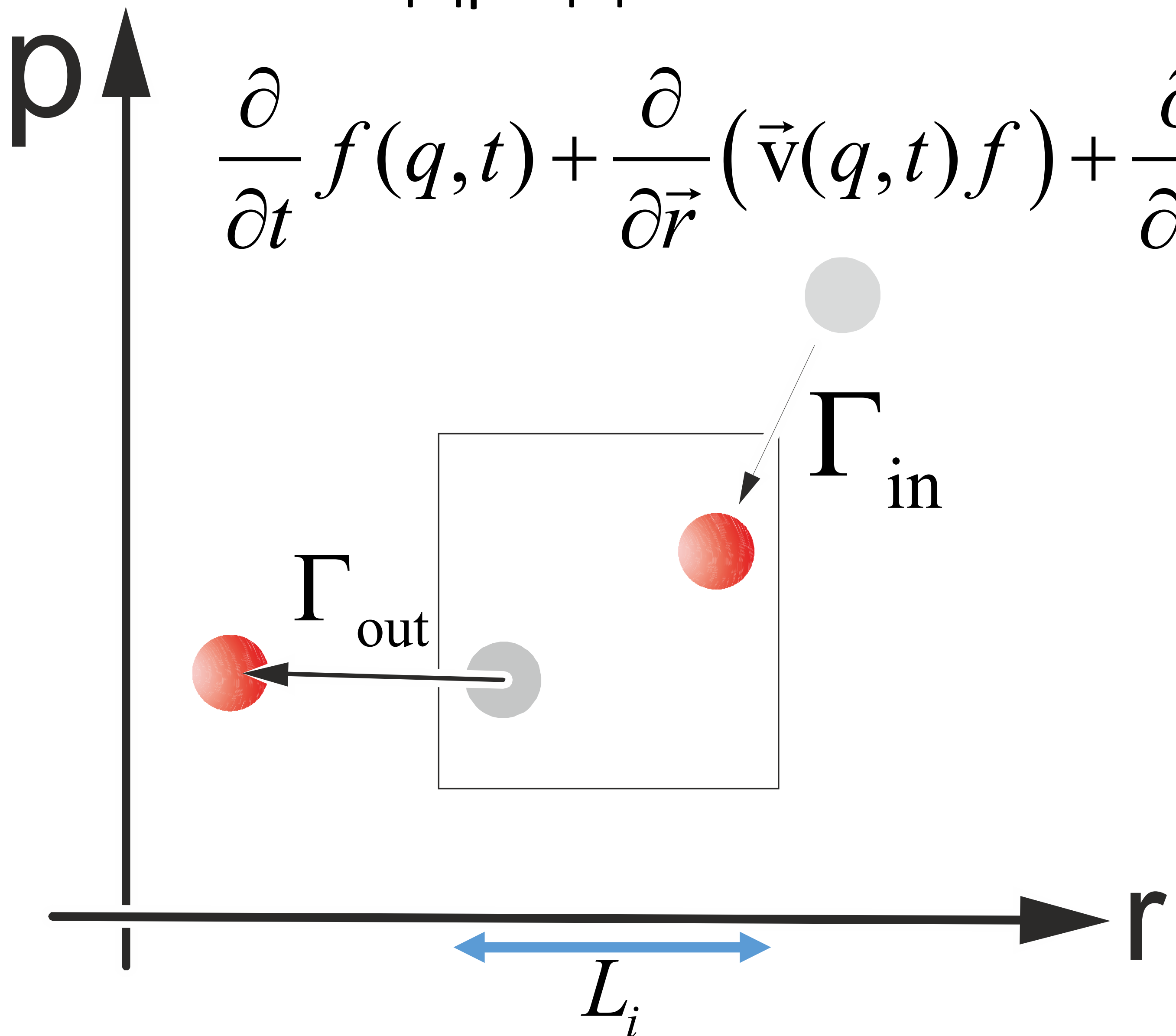
$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}}\left(\vec{F}(q,t) f\right) = 0.$$



Что бы такое добавить в данное уравнение, чтобы учесть столкновения?

Многомасштабное моделирование. «Гидродинамическое» приближение…

$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{F}(q,t) f\right) = \Gamma_{\mathrm{in}}(t) - \Gamma_{\mathrm{out}}(t).$$

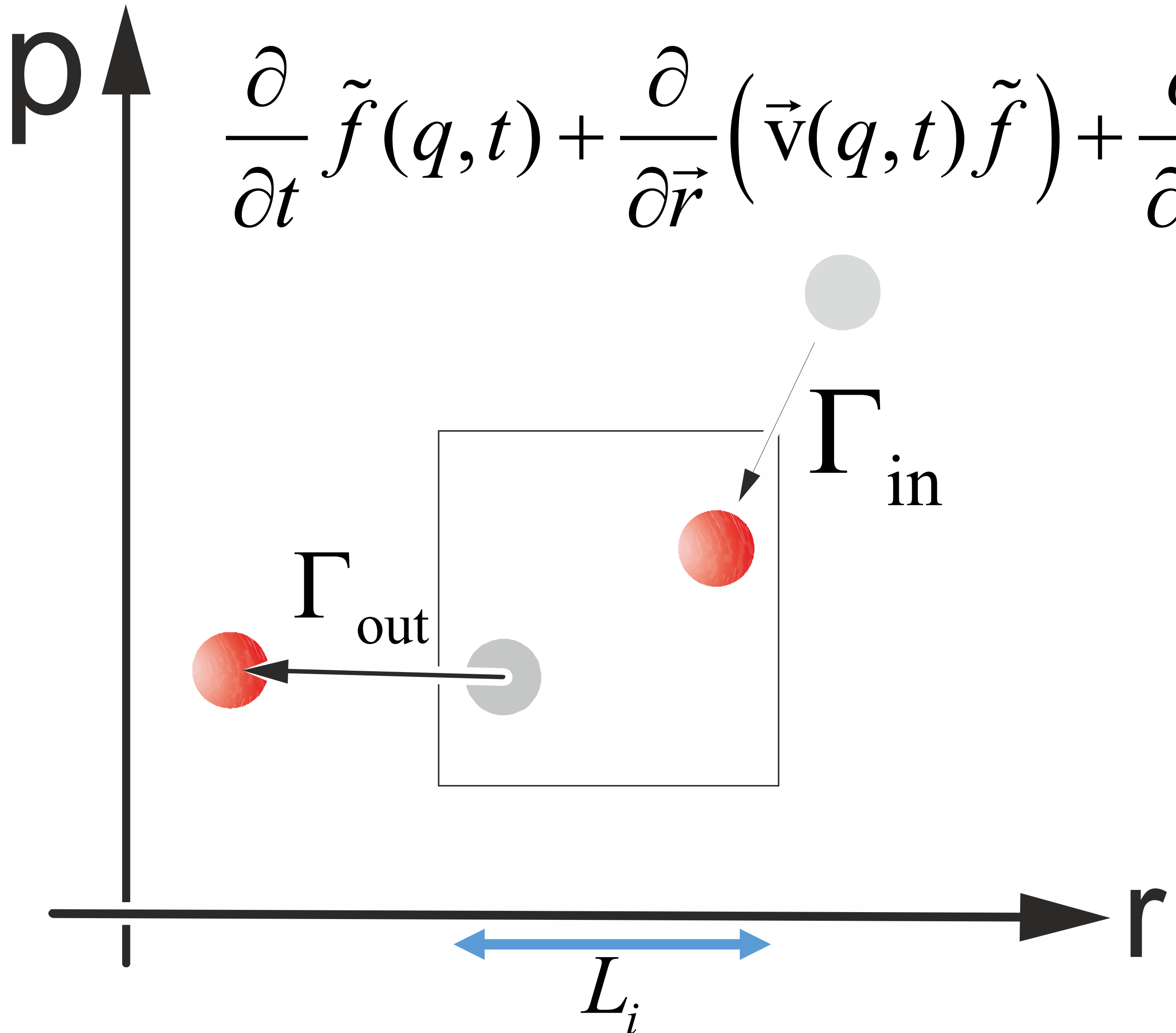


вероятность перехода в единицу времени

ΔL масштаб, на котором f практически не меняется…

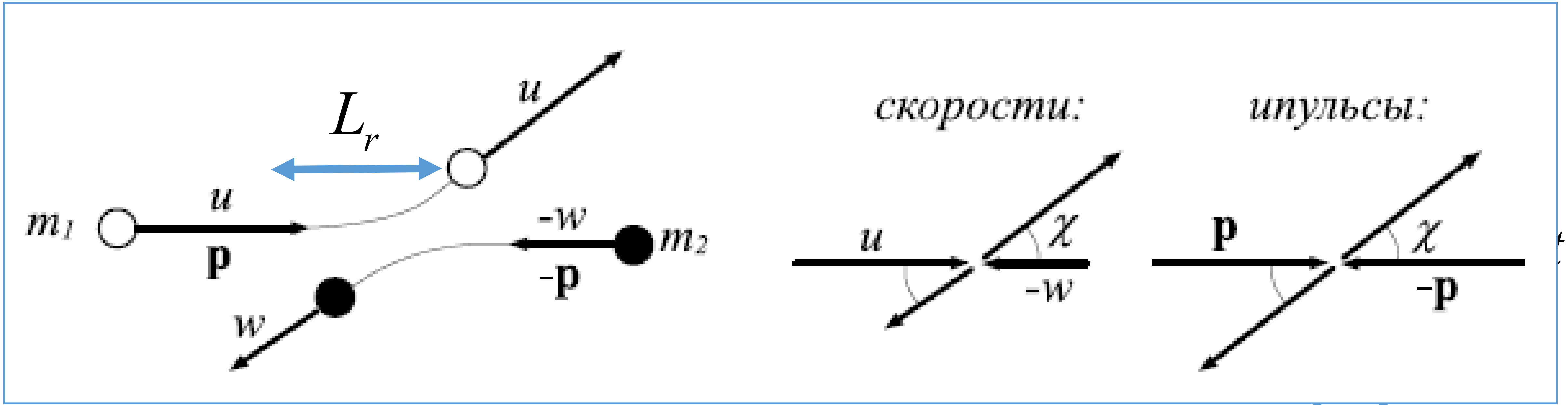
$$\tilde{f}(r,p,t)=\langle f(r,p,t)\rangle$$

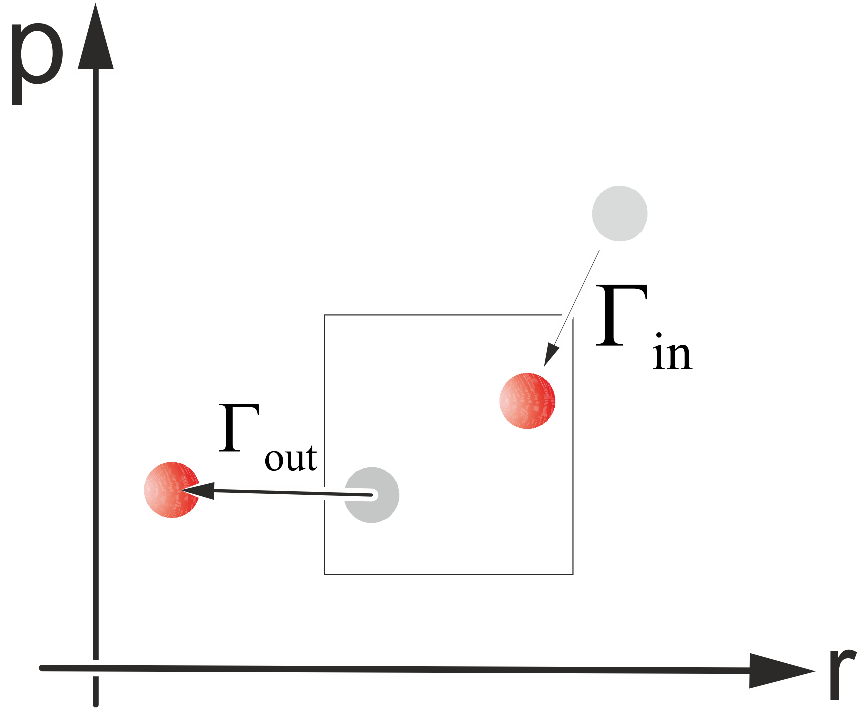
$$\frac{\partial}{\partial t}\tilde{f}(q,t)+\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t)\tilde{f}\right)+\frac{\partial}{\partial\vec{p}}\left(\vec{F}(q,t)\tilde{f}\right)=\Gamma_{\mathrm{in}}(t)-\Gamma_{\mathrm{out}}(t).$$



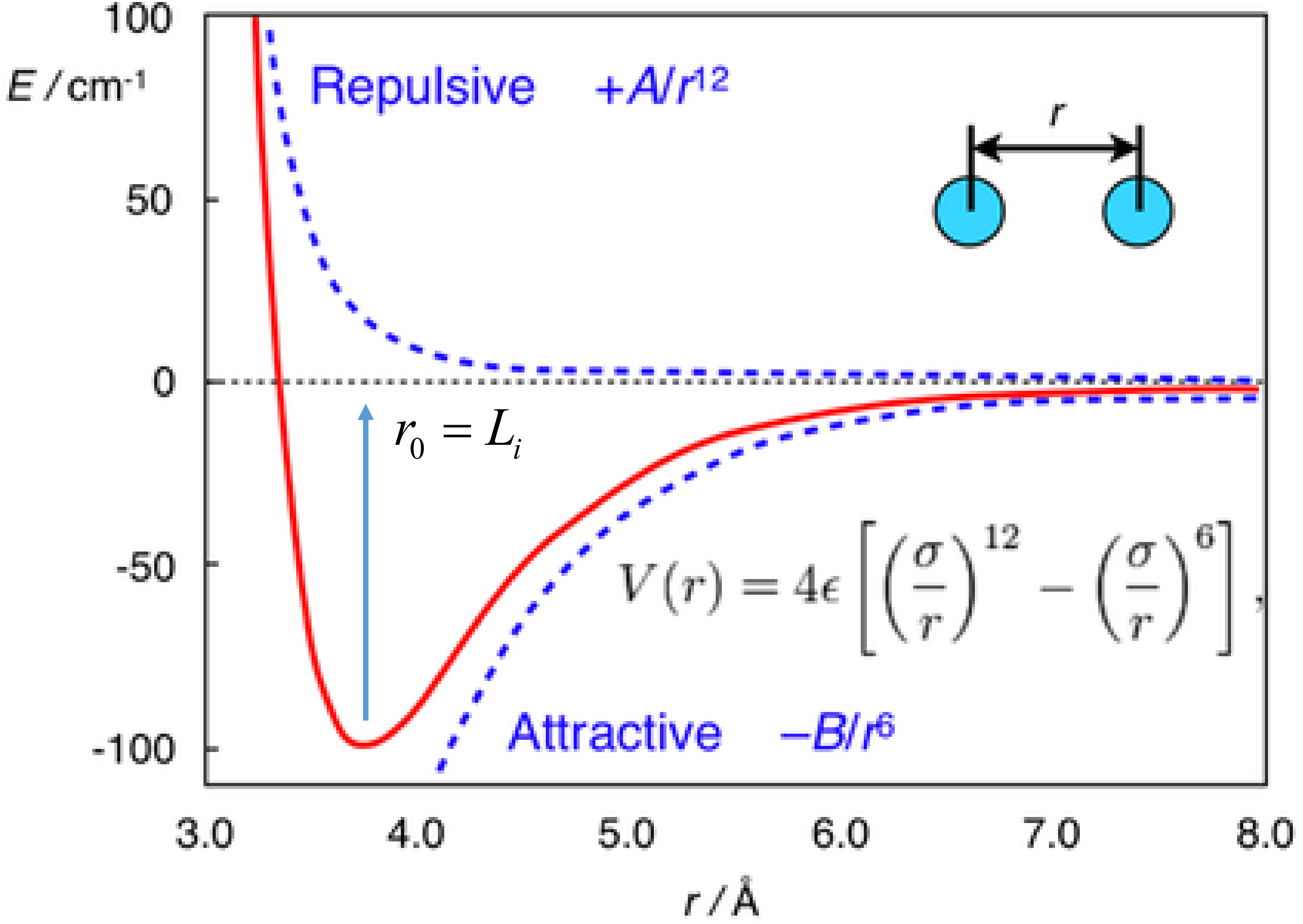
вероятность
перехода в единицу
времени

L_i масштаб, на котором f практически не меняется (часто порядка радиуса взаимодействия)

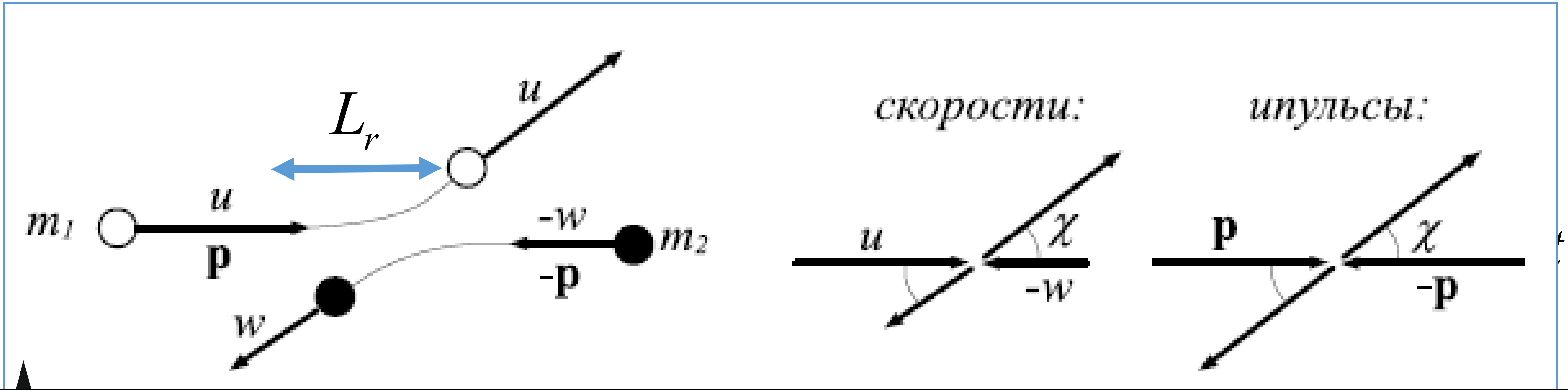




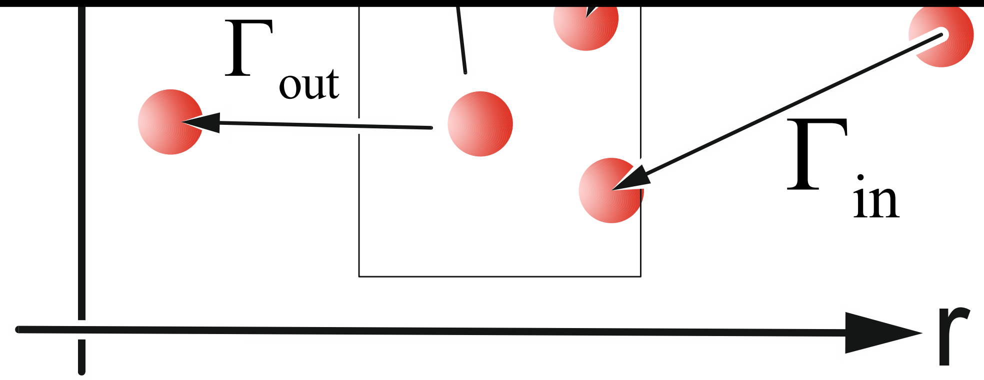
L_i, масштаб, на котором f усредняется порядка радиуса взаимодействия. Аналогично, временной масштаб усреднения – характерное время, за которое при соударении частица меняет импульс… После усреднения, столкновения происходят «точечно» и «мгновенно».



100
50
0
-50
-100
E / cm-1
Repulsive +A/r12
Attractive −B/r6
r
$r_0 = L_i$
$V(r) = 4\epsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right],$
3.0
4.0
5.0
6.0
7.0
8.0
r / Å



Условия применимости такого подхода: t_i, L_i – много меньше времени свободного пробега и длины свободного пробега – характерным масштабам изменения функции распределения.
Таким образом, уравнение больцмана справедливо для разреженного газа, а для жидкости уже нет.



соударении частица меняет импульс…
После усреднения, столкновения происходят «точечно» и «мгновенно».

CONCLUSIONS

$$\frac{\partial}{\partial t}\tilde{f}(q,t)+\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t)\tilde{f}\right)+\frac{\partial}{\partial \vec{p}}\left(\vec{F}(q,t)\tilde{f}\right)=\Gamma_{\mathrm{in}}(t)-\Gamma_{\mathrm{out}}(t).$$

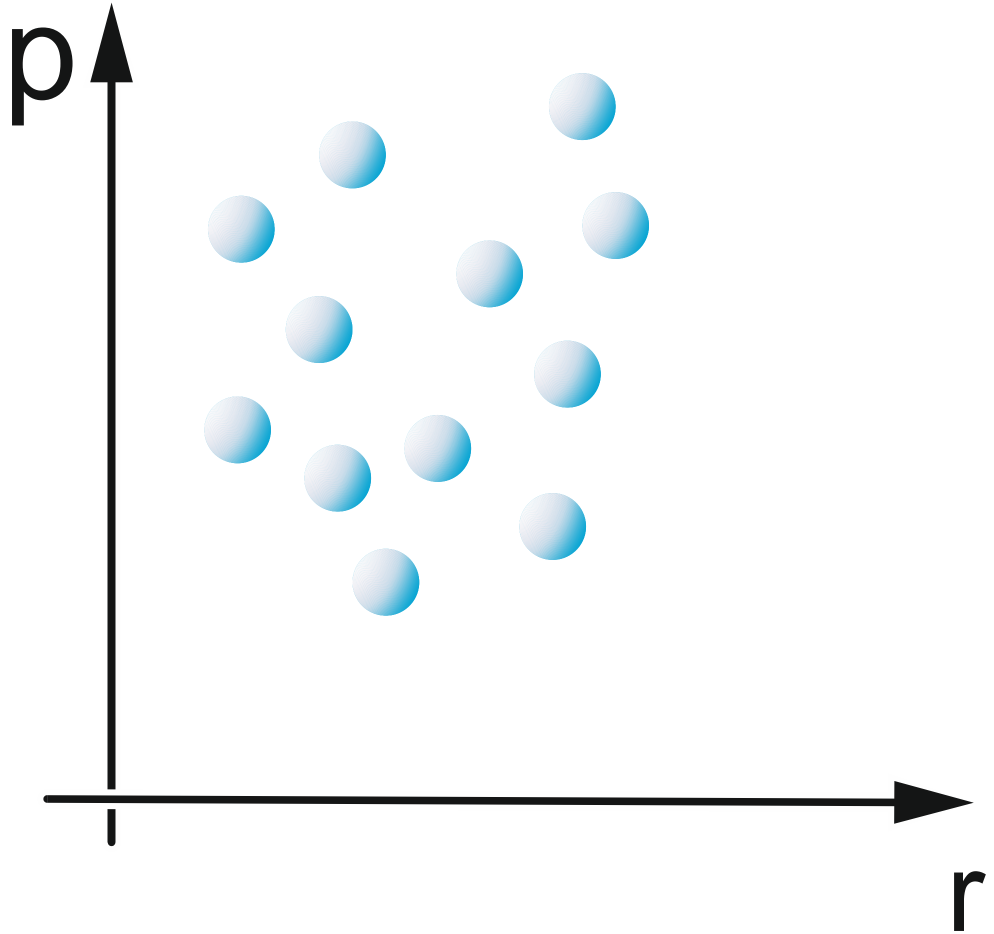
$$\int \tilde{f}(q,t)\,dp\,dr = N,$$

$$n(r,t)=\int \tilde{f}(q,t)\,dp,$$

$$\vec{j}(r,t)=\int \vec{\mathrm{v}}(q,t)\tilde{f}(q,t)\,dp.$$

Многомасштабное моделирование
в квантовой механике.
В случае квантовых газов, все более-менее тоже самое…

Квантовый газ в фазовом пространстве…
Каждый «шар» показывает квазиклассические координаты центра масс молекулы газа в данный момент времени…



q=(r,p) – координата молекулы газа в фазовом пространстве.

В равновесии функция распределения идеального квантового газа

$$\boxed{f=\frac{1}{\exp\left(\varepsilon_p/T\right)\pm 1}}$$

Упражнение: найдем аналог уравнения неразрывности в фазовом пространстве.

q=(r,p) – координата молекулы газа в фазовом пространстве.

Плотность частиц в <u>фазовом пространстве</u>:

$$\int f(q,t)\frac{dpdr}{(2\pi\hbar)^d}=N,$$

$$n(r)=\int f(q,t)\frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}.$$

Плотность частиц в реальном пространстве

$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}}\left(\vec{F}(q,t) f\right) = 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \{f, H\} = 0,$$

$$\{A, B\} = \frac{\partial A}{\partial r}\frac{\partial B}{\partial p} - \frac{\partial A}{\partial p}\frac{\partial B}{\partial r}.$$

Это правильно разумеется только тогда, когда есть гамильтониан (силы потенциальные). В случае силы трения так писать нельзя…

$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}}\left(\vec{F}(q,t) f\right) = 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \left\{ f, H \right\} = 0,$$

$$H \to \varepsilon(r,p).$$ Спектр квазичастиц

$$\frac{\partial}{\partial t} f(q,t) + \frac{\partial \varepsilon(q)}{\partial p}\frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \left(F_{ext} - \frac{\partial \varepsilon(q)}{\partial r} \right)\frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0.$$

CONCLUSIONS

$$\frac{\partial}{\partial t}\tilde{f}(q,t)+\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t)\tilde{f}\right)+\frac{\partial}{\partial\vec{p}}\left(\vec{F}(q,t)\tilde{f}\right)=\Gamma_{\mathrm{in}}(t)-\Gamma_{\mathrm{out}}(t).$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\tilde{f}(q,t)+\left\{\tilde{f},H\right\}=\Gamma_{\mathrm{in}}(t)-\Gamma_{\mathrm{out}}(t).$$

$$\int\tilde{f}(q,t)dpdr=N,$$

$$n(r,t)=\int\tilde{f}(q,t)\frac{dp}{\left(2\pi\hbar\right)^{d}},$$

$$\vec{j}(r,t)=\int\vec{\mathrm{v}}(q,t)\tilde{f}(q,t)\frac{dp}{\left(2\pi\hbar\right)^{d}}.$$

Пример интеграла столкновений

$$\frac{\partial}{\partial t}f(q,t)+\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t)f\right)+\frac{\partial}{\partial\vec{p}}\left(\vec{F}(q,t)f\right)=\Gamma_{\mathrm{in}}(t)-\Gamma_{\mathrm{out}}(t).$$

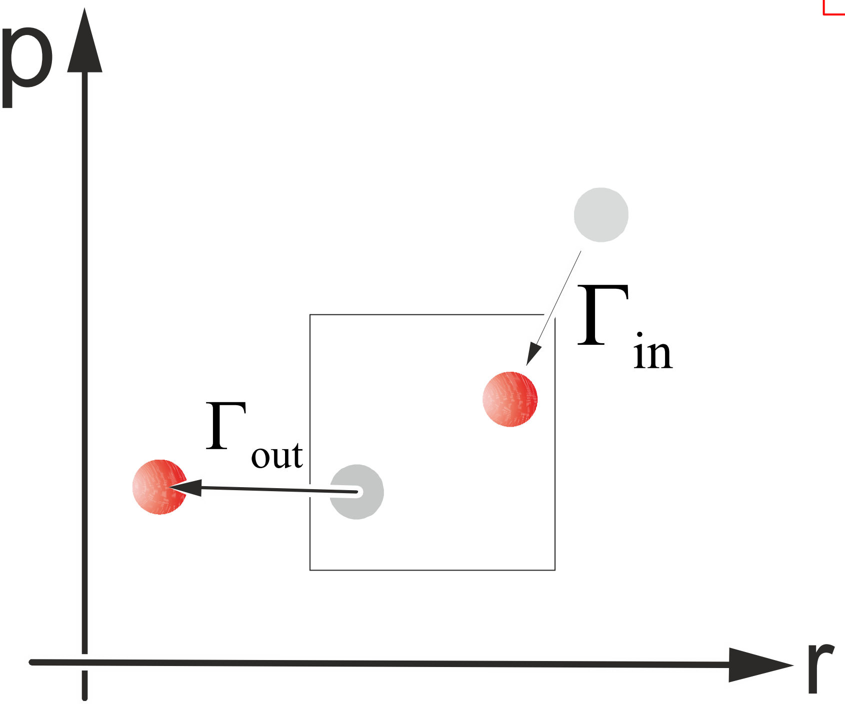
$$\boxed{\begin{gathered}\Gamma_{\mathrm{in}}(t)=\int w(p,p_1\,|\,p',p_1')f(p')f(p_1')\big(1-f(p)\big)\big(1-f(p_1)\big)\times\\ \delta\left(\varepsilon+\varepsilon_1-\varepsilon'-\varepsilon_1'\right)\delta\left(p+p_1-p'-p_1'\right)\frac{d^3p_1}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p_1'}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3},\\ \Gamma_{\mathrm{out}}(t)=\int w(p,p_1\,|\,p',p_1')\big(1-f(p')\big)\big(1-f(p_1')\big)f(p)f(p_1)\times\\ \delta\left(\varepsilon+\varepsilon_1-\varepsilon'-\varepsilon_1'\right)\delta\left(p+p_1-p'-p_1'\right)\frac{d^3p_1}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p_1'}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3}.\end{gathered}}$$

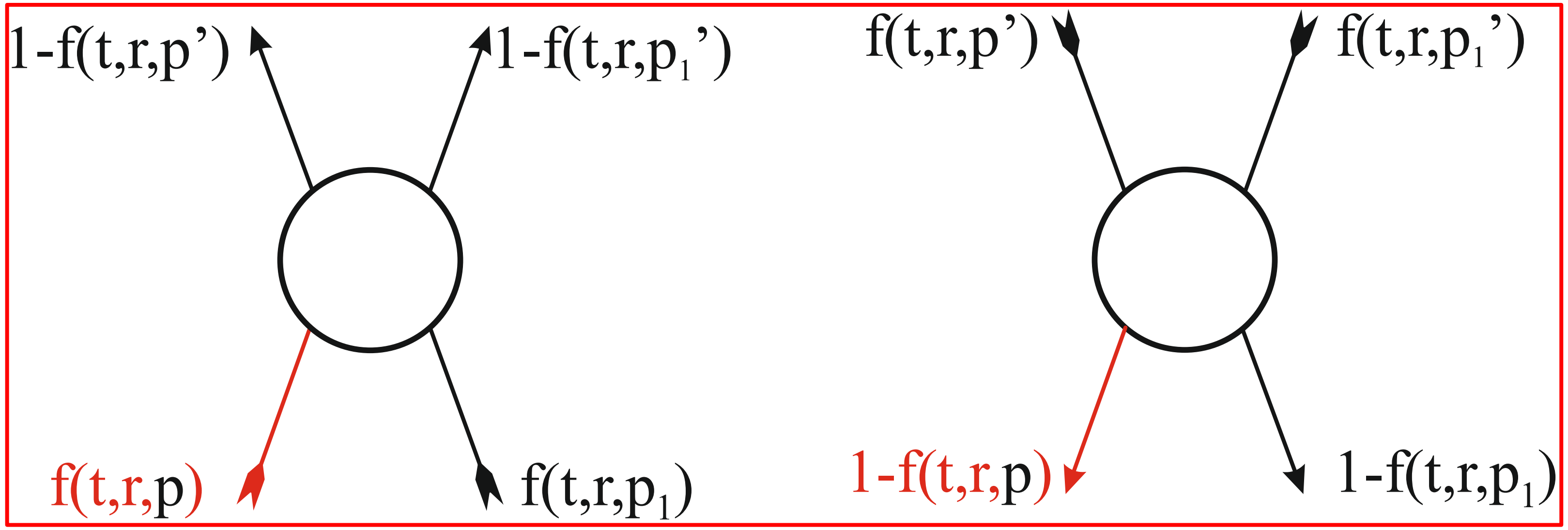
$$\Gamma_{\text{in}}(t)=\int w(p,p_1\,|\,p',p_1')f(p')f(p_1')\big(1-f(p)\big)\big(1-f(p_1)\big)\times$$

$$\delta\left(\varepsilon+\varepsilon_1-\varepsilon'-\varepsilon_1'\right)\delta\left(p+p_1-p'-p_1'\right)\frac{d^3p_1}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p_1'}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3},$$

$$\Gamma_{\text{out}}(t)=\int w(p,p_1\,|\,p',p_1')\big(1-f(p')\big)\big(1-f(p_1')\big)f(p)f(p_1)\times$$

$$\delta\left(\varepsilon+\varepsilon_1-\varepsilon'-\varepsilon_1'\right)\delta\left(p+p_1-p'-p_1'\right)\frac{d^3p_1}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p_1'}{(2\pi\hbar)^3}\frac{d^3p'}{(2\pi\hbar)^3}.$$





Свойство интегралов столкновений ---
они обычно обращаются в ноль на равновесной функции распределения.

- Равновесная функция распределения не зависит от времени
- Равновесная функция распределения $f_{eq} = f(\varepsilon_p)$, поэтому

$$\left\{ f(\varepsilon_p), \varepsilon_p \right\} = 0$$

$$\boxed{0 = \cancel{\frac{\partial}{\partial t} f(q,t)} + \cancel{\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\left(\vec{\mathrm{v}}(q,t) f\right) + \frac{\partial}{\partial \vec{p}}\left(\vec{F}(q,t) f\right)} = \Gamma_{\mathrm{in}}(t) - \Gamma_{\mathrm{out}}(t).}$$

Формула Друде

- *Кто на экзамене не сможет вывести формулу Друде – пересдача.*

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{f}(r,p,t)+\mathrm{v}(p)\frac{\partial}{\partial q}\left(\mathrm{f}(r,p,t)\right)+\mathrm{F}(r)\frac{\partial}{\partial p}\left(\mathrm{f}(r,p,t)\right)=$$
$$=\int\frac{dp'}{(2\pi\hbar)^d}\left(\mathrm{W}(\mathrm{p}\,|\,\mathrm{p'})\,\mathrm{f}(r,\mathrm{p'},\mathrm{t})-\mathrm{W}(\mathrm{p'}\,|\,\mathrm{p})\,\mathrm{f}(r,\mathrm{p},\mathrm{t})\right)$$

Нормировка функции распределения на $2\pi\hbar$ удобна для описания квантовых (вырожденных) систем, например электронов в металле:

$$n(q,t)\equiv\int\frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}f(q,p,t),\qquad j\equiv e\int\frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}f(q,p,t)v(p).$$

В случае классических (Больцмановских) газов обычно удобнее нормировать f так:

Локальная плотность…

$$n(q,t)\equiv\int dp\;f(q,p,t).$$

Тау-приближение

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{f}(r,p,t)+\mathrm{v}_i(p)\frac{\partial}{\partial r_i}\mathrm{f}(r,p,t)+eE_i\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}(r,p,t)=-\frac{\mathrm{f}(r,p,t)-\mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(\mathrm{p})}{\tau}.$$

Формула Друде.

$$j(r,t) \equiv e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} f(r,p,t)v(p) = e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} \delta f(r,p,t)v(p),$$

$$\delta f(r,p,t) = f(r,p,t) - f_{eq}(p).$$

$f_{\mathrm{eq}}(p)$ – распределение Ферми – Дирака

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{f}(r,p,t) + \mathrm{v}_i(p)\frac{\partial}{\partial r_i}\mathrm{f}(r,p,t)} + eE_i\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}(\cancel{r},p,\cancel{t}) =$$

$$= -\frac{\mathrm{f}(r,\mathrm{p},\cancel{t}) - \mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(\mathrm{p})}{\tau}.$$

Интеграл столкновения не сохраняет импульс

Формула Друде.

$$\boxed{eE_i \frac{\partial}{\partial p_i} f(p) = -\frac{\delta f(p)}{\tau}.}$$

$$j \equiv e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} f(p) v(p) = e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} \delta f(p) v(p),$$

$$\delta f = f - f_{eq}.$$

$f_{\mathrm{eq}}(p)$ – распределение Ферми – Дирака

Формула Друде.

$$\boxed{eE_i \frac{\partial}{\partial p_i} f(p) = -\frac{\delta f(p)}{\tau}.}$$

Два способа решения.
Первый способ – разложение по электрическому полю (линейный отклик).

$$\boxed{f(p) = f_{\text{eq}}(p) + \chi_i\ (p) E_i + \ldots}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{eE_i \frac{\partial}{\partial p_i} f_{\text{eq}}(p) = -\frac{\chi_i E_i}{\tau}.} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\chi_i(p) = -e\tau \frac{\partial}{\partial p_i} f_{\text{eq}}(p).}$$

Формула Друде

$$f(p) = f_{\text{eq}}(p) + \chi_i(p)E_i + \ldots$$

$$\chi_i(p) = -e\tau \frac{\partial}{\partial p_i} f_{\text{eq}}(p).$$

$$j_i \equiv e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}\delta f(p) v_i(p) = -e^2\tau E_s \int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} v_i(p)\frac{\partial}{\partial p_s} f_{eq}(p)$$

$$\Downarrow$$

$$j_i = \frac{e^2\tau E_i}{m}\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} f_{\text{eq}}(p) = \frac{n_{\text{eq}} e^2 \tau}{m} E_i = \sigma_D E_i$$

Формула Друде, второй способ вывода

$$\boxed{eE_i \frac{\partial}{\partial p_i} f(p) = -\frac{\delta f(p)}{\tau}.}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\delta f(p) = -eE_s \tau \frac{\partial}{\partial p_s} f(p)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} j_i &\equiv e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} \delta f(p) \mathrm{v}_i(p) = -e^2 \tau E_s \int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} \mathrm{v}_i(p) \frac{\partial}{\partial p_s} f(p) = \\ &= \frac{e^2 \tau E_i}{m} \int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} f(p) = \frac{ne^2\tau}{m} E_i \end{aligned}}$$

Формула Друде

В металлах кулоновское взаимодействие стабилизирует электронную плотность, так что она практически не зависит от электрического поля, вызывающего ток…

$$\boxed{n \equiv \int dp\ f(q) \approx \int dp\ f_{\mathrm{eq}}(q) = n_{\mathrm{eq}}\,.}$$

Поэтому в тау-приближении, мы всегда получаем в металле закон Ома.
Нелинейных по электрическому полю в тау-приближении нет (а если tau от импульса зависит?)...

$$\sigma_D = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Задача (?для семинара?) Переменное поле: электрический ток в тау-приближении.

$$\boxed{\vec{j}(t) = \int_{-\infty}^{t} \sigma(t - t')\vec{E}(t')dt'}$$

Формула Друде: переменное поле

$$j(r,t) \equiv e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} f(r,p,t)v(p) = e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d} \delta f(r,p,t)v(p),$$

$$\delta f(r,p,t) = f(r,p,t) - f_{eq}(p).$$

$f_{\mathrm{eq}}(p)$ − распределение Ферми − Дирака

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{f}(\cancel{r},p,t) + \cancel{\mathrm{v}_i(p)\frac{\partial}{\partial q_i}\left(\mathrm{f}(r,p,t)\right)} + eE_i(t)\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}(\cancel{r},p,t) =$$

$$= -\frac{\mathrm{f}(\cancel{r},\mathrm{p},t) - \mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(\mathrm{p})}{\tau}.$$

Интеграл столкновения не сохраняет импульс

Формула Друде: переменное поле

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{f}(p,t)+eE_i(t)\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}(p,t)=-\frac{\delta\,\mathrm{f}(\mathrm{p},t)}{\tau}.}$$

Мысленно делаем разложение по ***E***.

В $\delta f(p,t)$ оставляем только линейный по ***E*** вклад

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\delta\,\mathrm{f}(p,t)+eE_i(t)\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(p,t)=-\frac{\delta\,\mathrm{f}(p,t)}{\tau}.}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&j(r,t)\equiv e\int\frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}f(r,p,t)v(p)=e\int\frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}\delta f(r,p,t)v(p),\\&\delta f(r,p,t)=f(r,p,t)-f_{eq}(p).\end{aligned}}$$

Формула Друде: переменное поле

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{f}(p,t)+eE_i(t)\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}(p,t)=-\frac{\delta\,\mathrm{f}(p,t)}{\tau}.}$$

Мысленно делаем разложение по ***E***.

В $\delta f(p,t)$ оставляем только линейный по ***E*** вклад

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\delta\,\mathrm{f}(p,t)+eE_i(t)\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(p)=-\frac{\delta\,\mathrm{f}(p,t)}{\tau}.}$$

$$\boxed{\delta\,\mathrm{f}(t)=\int\delta\,\mathrm{f}(\omega)\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi}}$$

Фурье:

$$\boxed{-i\omega\delta\,\mathrm{f}(p,\omega)+eE_i(\omega)\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(p)=-\frac{\delta\,\mathrm{f}(p,\omega)}{\tau}.}$$

Формула Друде: переменное поле

$$-i\omega\delta\,\mathrm{f}(p,\omega)+eE_i(\omega)\frac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(p)=-\frac{\delta\,\mathrm{f}(p,\omega)}{\tau}.$$

$$\frac{-e\tau E_i(\omega)\dfrac{\partial}{\partial p_i}\mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(p)}{1-i\omega\tau}=\delta\,\mathrm{f}(p,\omega).$$

$$j_i(\omega)\equiv e\int\frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}\delta f(q,p,\omega)\,\mathrm{v}_i(p)=-\frac{e^2\tau E_s(\omega)}{1-i\omega\tau}\int\frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}\mathrm{v}_i(p)\frac{\partial}{\partial p_s}\mathrm{f}_{\mathrm{eq}}(p)$$

Формула Друде: переменное поле

$$j_i(\omega) \equiv e\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}\delta f(q,p,\omega)v_i(p) = -\frac{e^2\tau E_s(\omega)}{1-i\omega\tau}\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}v_i(p)\frac{\partial}{\partial p_s}f_{eq}(p)$$

$$j_i(\omega) \equiv \frac{e^2\tau E_i(\omega)}{m(1-i\omega\tau)}\int \frac{dp}{(2\pi\hbar)^d}f_{eq}(p) = \frac{ne^2\tau E_i(\omega)}{m(1-i\omega\tau)} = \sigma(\omega)E_i(\omega)$$

$$\sigma(\omega) \equiv \frac{\sigma_D}{1-i\omega\tau}$$

Формула Друде: переменное поле

$$j_i(\omega) \equiv \sigma(\omega) E_i(\omega)$$

$$j_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(t-t') E_i(t) dt' = \int_{-\infty}^{t} \sigma(t-t') E_i(t) dt'.$$

$$\sigma(\omega) \equiv \frac{\sigma_D}{1-i\omega\tau}$$

Контур интегрирования нарисовать на доске!

$$\sigma(t) \equiv \int e^{-i\omega t} \frac{\sigma_D}{1-i\omega\tau} \frac{d\omega}{2\pi} = \frac{\sigma_D}{\tau} \exp(-t/\tau)\theta(t).$$

CONCLUSIONS (для формулы Друде)

$$j_i(\omega) \equiv \sigma(\omega) E_i(\omega)$$

$$j_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(t-t') E_i(t) dt' = \int_{-\infty}^{t} \sigma(t-t') E_i(t) dt'.$$

$$\sigma(t) \equiv \int e^{-i\omega t} \frac{\sigma_D}{1-i\omega\tau} \frac{d\omega}{2\pi} = \frac{\sigma_D}{\tau} \exp(-t/\tau)\theta(t).$$

$$\sigma(\omega) \equiv \frac{\sigma_D}{1-i\omega\tau}$$

$$\sigma_D = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Спасибо за внимание!