Для всех вариантов:

0. Показать, что решение уравнения Лиувилля можно получить в общем случае методом характеристик. Т.е. решить соответствующие уравнения Гамильтона, затем выразить все константы, возникающих при интегрировании этих уравнений, через r, p и t, и составить произвольную функцию этих комбинаций. Это и будет решением уравнения Лиувилля: $w(r,p,t) = w(c_1(r,p,t),\dots)$

Вариант 1.

1. Показать, что если функция w(q, t) удовлетворяет уравнению Лиувилля, то величина $F = \int\limits_B f(w(q,t))dq$, (где f –произвольная функция, B – область фазового пространства) не зависит от времени (интеграл движения).
2. Получить **<u>общее решение</u>** уравнения Лиувилля для одномерного движения одной частицы в случаях свободного ее движения. Указание: это не delta-функция, в отличие от специального случая, когда в момент $t=0$ расположение и импульсы всех частиц известны. Использовать метод характеристик.

Вариант 2

1. Пусть уравнения механики для системы N частиц решены и известны все траектории $r_i = r_i(t,q_0),\ \ p_i = p_i(t,q_0),\ \ i=1,\dots,N$. Определить плотность вероятности $w(q,t)$, удовлетворяющую уравнению Лиувилля с начальным условием, фиксирующим в момент $t=0$ расположение и импульсы всех частиц, $q_0 = (r_1^{(0)},\dots,r_N^{(0)};p_1^{(0)},\dots,p_N^{(0)})$.
2. Получить **<u>общее решение</u>** уравнения Лиувилля для одномерного движения частицы в случаях движения в поле упругой силы $F=-kx$. Указание: это не delta-функция, в отличие от специального случая, когда в момент $t=0$ расположение и импульсы всех частиц известны. Использовать метод характеристик.