№6 $\min_x \ln(e^x+e^{-x})$ — min в т. $x=0$

$f(x)$

$\nabla f(x) = \frac{1}{e^x+e^{-x}} \cdot e^x - e^{-x} = \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}} = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ $\quad x_{k+1} = x_k - [\nabla^2 f]^{-1} \nabla f$

$\nabla^2 f(x) = \frac{(e^x+e^{-x})^2 - (e^x-e^{-x})(e^x-e^{-x})}{(e^x+e^{-x})^2} = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

$\cancel{x_{k+1} = x_k - \frac{(e^x+e^{-x})^2}{(e^x+e^{-x})^2 - (e^x-e^{-x})^2} \cdot \frac{e^{x_k}-e^{-x_k}}{e^x+e^{-x}} = x_k - \frac{e^{x_k}-e^{-x_k}}{e^{2x_k}+2+e^{-2x_k} - e^{2x_k}+2-e^{-2x_k}}}$

$\cancel{= x_k - \frac{e^{x_k}-e^{-x_k}}{4} =}$

$= x_k - \frac{(e^{2x}+1)^2}{4e^{2x}} \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

$= x_k - \frac{e^{4x_k}-1}{4e^{2x_k}}$

$x_0 = 1$	$x_0 = 1{,}1$
$x_1 = -0{,}8134$	$x_1 = -1{,}129$
$x_2 = 0{,}4094$	$x_2 = 1{,}1364$
$x_3 = -4{,}73 \cdot 10^{-2}$	$x_3 = -1{,}695$
$x_4 = 7{,}06 \cdot 10^{-5}$	$x_4 = 5{,}715$
$x_5 = -2{,}.. \cdot 10^{-13}$	$x_5 = -2{,}302 \cdot 10^4$
сходится к $x^* = 0$	расходится!

$\alpha_k = \arg\min_{\alpha \geq 0} f(x_k - \alpha [\nabla^2 f(x_k)]^{-1} \nabla f(x_k))$

$\left(\ln \left(e^{x_k - \alpha \frac{e^{4x}-1}{4e^{2x_k}}} + e^{-x_k + \alpha \frac{e^{4x_k}-1}{4e^{2x_k}}} \right) \right)'_\alpha$

$\sim \left(e^{x_k - \alpha \frac{e^{4x}-1}{4e^{2x}}}\right)\left(-\frac{e^{4x}-1}{4e^{2x}}\right) + e^{-x+\alpha\frac{e^{4x}-1}{4e^{2x}}} \cdot \frac{e^{4x-1}}{4e^{2x}} = 0$

$\Longleftrightarrow$

$e^{-x+\alpha\frac{e^{4x}-1}{4e^{2x}}} - e^{x-\alpha\frac{e^{4x}-1}{4e^{2x}}} = 0$ $\qquad e^{-\beta} - e^{\beta} = 0 \qquad e^{2\beta} = 1$

$2\beta = 0 \qquad \beta =$

$\Longleftrightarrow \quad x - \alpha \frac{e^{4x}-1}{4e^{2x}} = 0$

$$\boxed{\alpha_k = \frac{x_k \cdot 4e^{2x_k}}{e^{4x_k}-1}}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k \cdot 4e^{2x_k}}{e^{4x_k}-1} \cdot \frac{e^{4x_k}-1}{4e^{2x_k}} = 0$$ — сошлось за 1 шаг сразу из $\forall$ точки (интересно)

! возможно, ошибка

• Графики :):)