Date / /
Кошман Дмитрий Константинович

Задача № 6

Разделим все вершины на 2 мн-ва: A – те вершины, степень которых ≤ 5, B – остальные, т.е. их степень > 5

По условию мн-во B образует клику – нет ребра, соединяющего 2 вершины из B.

Случай $|B| \geq 5$

Предположим, что мы провели максимальное число ребер, удовлетворяя условию. Тогда, если 2 вершины в A соединены ребром, то его можно убрать и соединить эти 2 вершины с вершинами из B – это всегда можно сделать, так как $|B| \geq 5$, при этом общее число ребер увеличится. Значит, A также образует клику, и каждая вершина из A соединена с 5 вершинами из B, всего $5 \cdot |A| = 5 \cdot (40 - |B|) \leq$
$\leq 5 \cdot (40 - 5) = 175$ ребер.

Случай $|B| = 4$. Из аналогичных рассуждений оптимальности каждая вершина из A соединена с каждой вершиной B. Тогда в подграфе A степень каждой вершины не более 1, и всего ребер не более $36 \cdot 4 + \frac{36}{2} = 162$

Случай $|B| = 3$. В подграфе A степень вершин не более 2, получаем оценку $V \leq 37 \cdot 3 + \frac{37 \cdot 2}{2} = 148$

Случай $|B| = 2$: $V \leq 38 \cdot 2 + \frac{38 \cdot 3}{2} = 133$

Случай $|B| = 1$: $V \leq 39 + \frac{39 \cdot 4}{2} = 117$

Случай $|B| = 0$: $V \leq \frac{40 \cdot 5}{2} = 100$

Ответ: 175 ребер