Date: ....../....../......
Кошман Дмитрий Константинович

Задача № 1

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)-\sin x}{\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)\left(\sqrt{x+n}-\sqrt{n}\right)} = A$$

Случай $x=0$ – знаменатель не определен, предела нет.

Случай $x\neq 0$, $x=\pi t$

$$A=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\sin x}{\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)}\right)\frac{\sqrt{x+n}+\sqrt{n}}{x} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)-\sin x\right)\left(\sqrt{x+n}+\sqrt{n}\right)}{x\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)}$$

Имеем неопределенность вида $\frac{0}{0}$, сделаем замены:

$\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)\sim x+\frac{1}{n}$, $\sqrt{x+n}+\sqrt{n}\sim 2\sqrt{n}$, при $x=\pi t$, $n\to\infty$

Получаем: $A \overset{?}{=} \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}\,2\sqrt{n}}{x\left(x+\frac{1}{n}\right)} = 0$, предел существует,

значит замены оправданы.

Случай $x\neq\pi t$

Тогда $A=\dfrac{1}{\sin x}\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin\left(x+\frac{1}{n}\right)-\sin x}{\sqrt{x+n}-\sqrt{n}} = \dfrac{1}{\sin x}\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\left(x+\frac{1}{n}-x\right)2\sqrt{n}}{x} =$

$=0$