

## Задача 11

Заметим, что  $n \geq 2$  — иначе любые векторы в  $\mathbb{R}^1$  коллинеарны.

Поскольку  $v, w$  — линейно независимы, то  $v-w, w$  тоже линейно независимы. Тогда их можно дополнить до базиса, взяв  $v-w$  и  $w$  за  $e_1$  и  $e_2$  соответственно. Тогда линейная форма в новом базисе, задаваемая единичной матрицей, можно взять за скалярное умножение — оно отвечает всем св-вам скалярного умножения. Относительно этого скалярного умножения базис  $e_i$  является ортонормированным, значит  $(e_1, e_2) = 0 = (v-w, w)$

$$\text{пр}_{\langle e_2, \dots, e_n \rangle} (e_1 + e_2) = e_2 \Rightarrow w = \text{пр}_{\langle e_2, \dots, e_n \rangle} (v - w + w) = \text{пр}_{\langle e_2, \dots, e_n \rangle} v$$