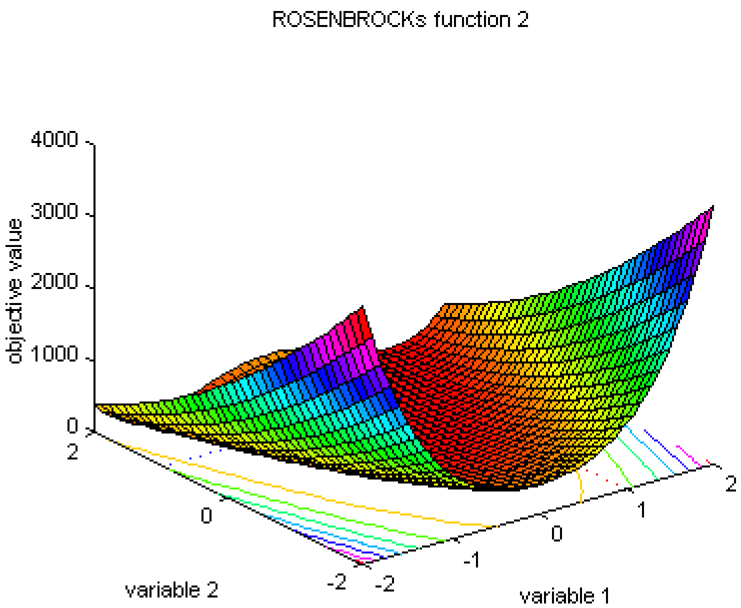
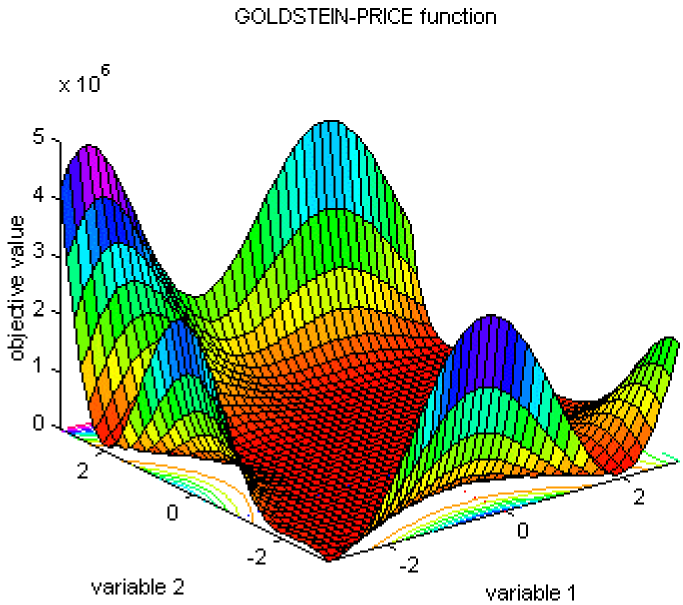
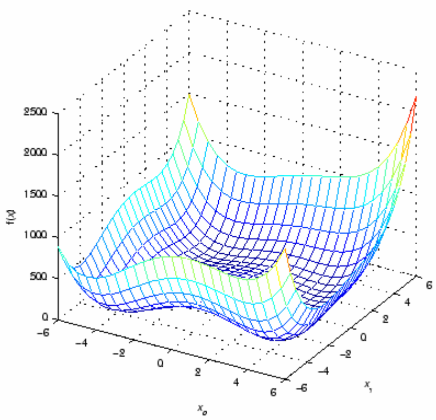
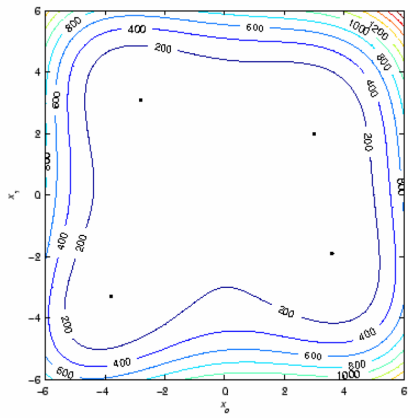
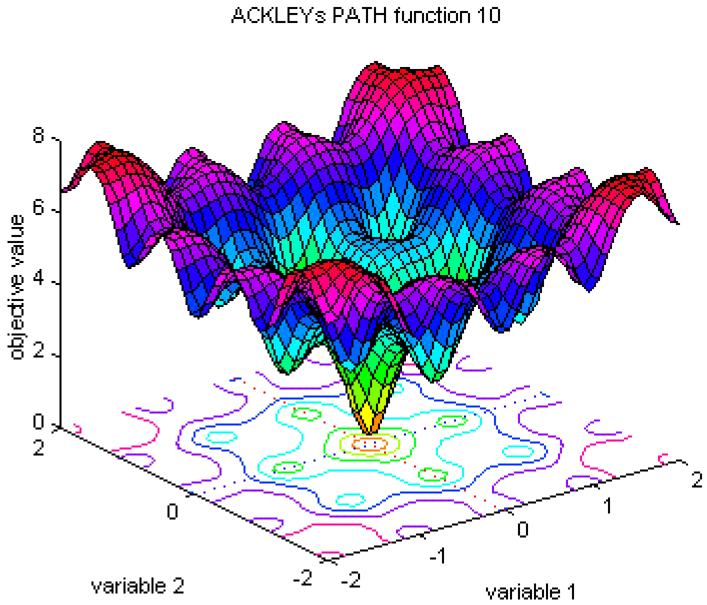
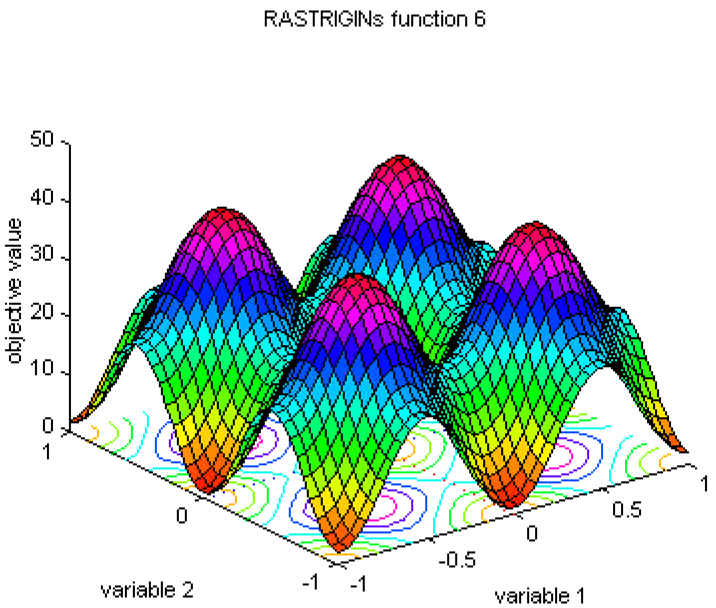
Politechnika Wrocławska	Dr. inż. Ewa Szlachcic Instytut Informatyki. Automatyki i Robotyki
Wydział Elektroniki Kier: Automatyka i Robotyka Studia magisterskie II stopnia	**Przykładowe zadania optymalizacji nieliniowej bez ograniczeń**

Przykładowe zadania testowe dla problemów nieliniowych

Zadania optymalizacji bez ograniczeń postaci: $\min_{x \in R^n} f(x)$

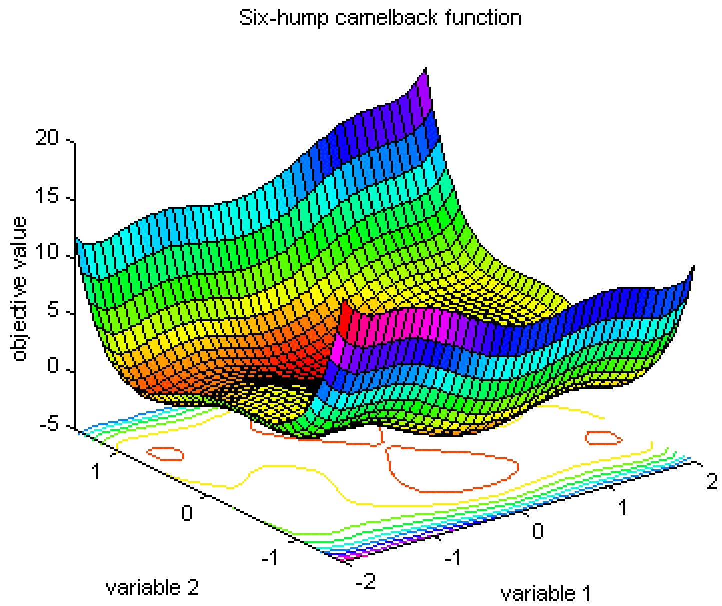
	Lp.	Postać minimalizowanej funkcji celu f(x)	Przykładowy punkt startowy x^0 $f(x^0)$	Punkt optymalny: x^* $f(x^*)$
	1	Funkcja z czterema minimami lokalnymi $f(x) = x_1^4 + x_2^4 - 0.62x_1^2 - 0.62x_2^2$	$x^0=[1;1]$ $f(x^0)=0.76$	$x^*(i)=[\pm 0.55672; \pm 0.55672]$ $f[x^*(i)]=-0.19219$ i=1,..,4 dla 4 ćwiart. ukł. współrzędn.
*	2	Funkcja Rosenbrock'a: $f(x)=100(x_2 - x_1^2)^2+(1-x_1)^2$ W pewnym zakresie zmiennych hesjan nie jest dodatnio określony. Dla niektórych wartości zmiennych może być osobliwy. 	$x^0=[-1.2;\ 1.0]$ $f(x^0)=24.2$	$x^*=[1.0;\ 1.0]$ $f(x^*)=0.0$
	3	Funkcja Zangwill'a $f(x)=(x_1-x_2+x_3)^2+(-x_1+x_2+x_3)^2+(x_1+x_2-x_3)^2$ Trudna funkcja dla metody Nelder'a-Meade'a (pełzającego simpleksu).	$x^0=[100.0;\ -1.0\ ;\ 2.5]$ $f(x^0)=29726.75$	$x^*=[0.0;\ 0.0;\ 0.0]$ $f(x^*)=0.0$

*	4	Funkcja Goldsteina-Price'a z czterema minimami lokalnymi: $f(x)=[1+(x_1+x_2+1)^2(19-14\ x_1+3x_1^2-14x_2+6x_1x_2+3x_2^2)]*[30+(2x_1-3x_2)^2(18-32x_1+12x_1^2+48x_2-36\ x_1*x_2+27x_2^2)]$. Punkt startowy jest punktem siodłowym. Hesjan w wielu punktach nie jest dodatnio określony. 	$x^0=[-0.4; -0.6]$ $f(x^0)=35.0$ Punkt siodłowy	Minimum globalne $x^*=[0.0; -1.0]$ $f(x^*)=3.0$ 3 minima lokalne: $x^*(1)=[1.2; 0.8]$ $f[x^*(1)]=840.0$ $x^*(2)=[1.8; 0.2]$ $f[x^*(2)]=84.0$ $x^*(3)=[-0.6; -0.4]$ $f[x^*(3)]=30.0$
*	5	Funkcja celu szczególnie przeznaczona do testowania algorytmów genetycznych Max $f(x)=\exp[-2\log(2)*(x-0.08)^2/0.854^2]*\ \sin^6(5\Pi(x^{3/4}-0.05))$	$x\in[0,1]$	Pięć nierówno rozlokowanych optimów lokalnych o różnych wartościach funkcji
*	6	Zmodyfikowana funkcja Himmelblau'a $f(x)=\ (x_1^2+x_2-11)^2+(x_1+x_2^2-7)^2-200$  	$x\in[-5,\ 5]$	Cztery minima lokalne o tej samej wartości funkcji celu

*	7	Funkcja Ackley'a $f(x) = -20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)\right)$ Dla n=2 	$-30 \le x_i \le 30$ dla i=1.....n	Jedno minimum globalne: x*=0.0 f(x*)=-20-e
*	8	Funkcja Rastrigina Minima lokalne są umieszczone na siatce prostokątnej: $f(x) = \sum_{i=1}^{n}\left[x_i^2 - \cos(18x_i)\right]$ Dla n=2 	$-1 \le x_i \le 1$ dla i=1.....n	Jedno minimum globalne: x*=0. f(x*)=-n

<table>
<tr><td>*</td><td>9</td><td>Funkcja testowa Geem'a

$f(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$

Six-hump Camel-back function

</td><td>Dowolny punkt startowy</td><td>6 minimów lokalnych. w tym dwa globalne:
I min. Glob. x*=(-0.08984; 0.71266)
II min. Glob. x**=(0.08984; -0.71266)
f(x*)=f(x**)=-1.0316285</td></tr>
<tr><td></td><td>10</td><td>$f(x) = \sin(x_1) * \sin(x_2) * \exp(-(x_1^2 + x_2^2))$</td><td></td><td>Dwa minima i dwa maksima w II i IV ćwiartce układu współrzędnych</td></tr>
<tr><td></td><td>11</td><td>$f(x) = x_1 * \exp(-(x_1^2 + x_2^2))$</td><td></td><td>Jedno minimum i jedno maksimum</td></tr>
<tr><td>*</td><td>12</td><td>Funkcja celu szczególnie przeznaczona do testowania algorytmów genetycznych
$f(x) = \sin^6(5.1\pi x + 0.5)$</td><td>$x \in R$</td><td></td></tr>
</table>

Ciekawe wizualizacje nieliniowych, wielo-modalnych funkcji testowych dwuwymiarowych (m.in. podane w powyższej tabeli) można zobaczyć na stronie:

www.geatbx.com/download/GEATbx_ObjFunExpl_v37.pdf

lub na stronie: www.it.lut.fi/ip/evo/functions/node25.html

Trzy funkcje oznaczone * - trzeba wybrać do ilustracji działania algorytmu optymalizacji w projekcie. Jedna z tych funkcji musi być określona dla n>2.