Task 1. 可爱小正太的必胜赌局

原题:GYM101436D,未改动。

算法1

直接模拟退火。期望得分:?

算法2

考虑 dp:设 $f_{i,a}$ 表示处理完前 i 个赌约,若 $\mathbf A$ 胜则 lqy 收益 a 元时,若 $\mathbf B$ 胜则 lqy 收益最大为 $f_{i,a}$ 元。

经过一些常数优化和玄学剪枝应该能通过测试点 $4\sim5$ 。

算法3

换一种方式 dp:对每一种可能的结果,设计 f_a 表示当是这种结果,lqy 要支出小于等于 a 元时,不是这种结果,lqy 最大将收入 f_a 元。

转移类似背包。以下认为 A_i 为当结果为 A 时的 f_i , B_i 和 T_i 也类似。

考虑最后如何计算答案:尝试枚举每一种结果时 lqy 的支出,设其为 i,j,k 的话,那么此时的答案就是 $\min\{B_i+T_k-i,A_i+T_k-j,A_i+B_j-k\}$ 。

化简一下,就是 $A_i+B_j+T_k-\max\{A_i+i,B_j+j,T_k+k\}$ 。随后枚举 $\max\{A_i+i,B_j+j,T_k+k\}$,由于有单调性,所以直接找到满足要求的最大的 i,j,k 即可。

Task 2. 洛谷波特的挖河道计划

原题:GYM100210D,改动了输出格式和数据范围。

算法 1:特殊性质 D 和 $n \leq 8$

暴搜每个度数大于二的点的连通情况即可。

算法 2:特殊性质 A

无解,直接输出 O。

算法 3:特殊性质 B

在最初时,认为每一个四度点,经过时都没有拐弯。这显然是最优的。

但是会有一个问题:不连通。不过如果这样做的话,此时是一些环。而连通两个环所需要增加的拐点数 至少是二(将一个四度点改变),所以一个个合并过去即可。

算法 4:特殊性质 E

如果延续算法 3 的做法,则会出现的是一个链和一些环。连通其中任意两个所需的拐点数依旧至少是 二,做法类似。

算法 5:特殊性质 C

延续算法 3 的做法,差别在于合并链和环时可能只需要一个拐点,于是优先合并它即可。

代码有点难写,其实这题是在学习过河卒的难写。

复杂度可以做到平方,不过五次方大概也随便过。

Task 3. 人类为人类而写的文字

原题:GYM101383I,改动了输入输出格式和数据范围。

算法 1

直接模拟退火!期望得分:?

正解

其实大部分特殊性质都是正解去掉一些东西。

首先给出答案的结论:将初始序列拆成任意多份和拆成小于等于三份时,答案序列长度相同。接下来构造证明之。

可以枚举一个起始值,求得一个最大的答案序列长度。为方便叙述,认为序列中的元素是 k 种颜色。设开始的颜色是 s,结束的颜色是 e,在颜色上运算时均模 k。

之后将不必要的段删去。具体的,记 a_i 为颜色 i 多余的个数。随后从一个 $a_i=0$ 的颜色 i 开始,找到第一个 $a_j\neq 0$ 的颜色 j。可以证明,一定有一个未被划分过第一段的原始序列的开始颜色是 j。然后贪心选这个序列直到这个序列无了,或是到达了一个 a_k 为 0 的位置。

证明:当颜色 $j\neq e+1$ 时,此时的 j-1 的个数小于 j 的个数,因此必然存在一个以 j 为开始的序列;假如这个序列已经被割掉第一段了,那这个第一段能够延长,是不可能的。而 j=e+1 是不可能出现的,因为如果出现,那么 $a_i\neq 0$,那么答案序列可以继续增大。

之后直接开始构造,一段段向答案序列填。

若存在以当前需要的颜色为开头的序列,则直接贪心填完。

若不存在,则当前需要的颜色一定是 e+1,原因类似上面的证明。然后可以直接随意找到一个含有 e+1 的序列,贪心的选第一个 e+1 和后面的所有元素。每一个序列不会被这样处理大于一次,因为 处理完一次之后就不存在颜色 e+1 了。