

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Латыпова Диана. НФИбд-02-21

2024

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы, Москва, Россия

Вводная часть

Реализовать задачу о погоне. Изучить язык программирования Julia.

Задание

Мой вариант - 46.

Условие задачи о погоне

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,3 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траекторий катера и лодки.

Задача о погоне - это классическая задача оптимизации, в которой группа охотников пытается поймать добычу (например, зайца), который быстрее их. Они могут двигаться с разной скоростью, и их цель - сделать так, чтобы добыча никогда не смогла достичь безопасного убежища. *Решение задачи* о погоне часто включает в себя использование алгоритмов оптимизации или алгоритмов поиска, чтобы найти оптимальные стратегии для охотников. Это может включать в себя моделирование движения добычи и охотников, определение оптимальных путей и принятие решений на основе текущих условий.

Задача о погоне в программировании

В контексте программирования задачу о погоне можно решить, используя различные методы оптимизации, такие как генетические алгоритмы, методы градиентного спуска или алгоритмы поиска в пространстве состояний. Эти методы могут быть реализованы на языках программирования, таких как Python, Julia или MATLAB, и использоваться для симуляции и анализа различных стратегий охотников и добычи.

Julia - это высокопроизводительный динамический язык программирования, разработанный для численных и научных вычислений. Он объединяет простоту и выразительность Python с производительностью компилируемых языков, таких как C и Fortran. Julia позволяет писать чистый и читаемый код, который работает быстро.

Выполнение лабораторной работы

Построение математической модели

1. Начнем с момента обнаружения лодки браконьеров, когда туман рассеялся. Вводим полярные координаты, где точка обнаружения лодки - полюс, а ось проходит через береговую охрану. Таким образом, координаты катера $(16,5; 0)$
2. Находим расстояние, при котором катер начнет двигаться вокруг полюса. Это происходит, когда катер и лодка находятся на одинаковом расстоянии от полюса.

Выполнение лабораторной работы

3. Составляем систему уравнений, учитывая скорость движения лодки браконьеров и время, которое катер и лодка проводят на одинаковом расстоянии от полюса. За время t лодка пройдет x , а катер береговой охраны $16.5 - x$. Примем скорость лодки браконьеров за v . Следовательно время будет равно $\frac{x}{v}$ для лодки и $\frac{16.5-x}{4.3v}$ или $\frac{16.5+x}{4.3v}$ для катера. Учитывая, что время должно быть равно, получается:

$$\begin{cases} \frac{x}{v} = \frac{16.5 - x}{4.3v} \\ \frac{x}{v} = \frac{16.5 + x}{4.3v} \end{cases}$$

Решив систему, мы получили два значения x : $x_1 = \frac{165}{53}$, а $x_2 = 5$

Выполнение лабораторной работы

4. Когда катер достигает той же дистанции от полюса, что и лодка, он начинает движение вокруг полюса, удаляясь от лодки со скоростью v . Скорость v раскладывается на 2 значения: $v_r = \frac{dr}{dt}$ - радиальная скорость и $v_\tau = r * \frac{d\theta}{dt}$ - тангенциальная скорость.
5. Формулируем систему дифференциальных уравнений для определения радиальной и тангенциальной скоростей катера относительно полюса. Первое уравнение у нас уже есть: $v_r = \frac{dr}{dt}$. Второе уравнение мы найдем из разложения скорости на две составляющие с помощью теоремы Пифагора:

$$v_\tau = \sqrt{(4.3v)^2 - v_r^2} = \sqrt{18.49v^2 - v^2} = \frac{\sqrt{1749}v}{10}$$

Следовательно второе уравнение выглядит так: $r * \frac{d\theta}{dt} = \frac{\sqrt{1749}v}{10}$

Тогда система уравнений получается:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ \frac{r * d\theta}{dt} = \frac{\sqrt{1749}v}{10} \end{cases}$$

С начальными условиями:

$$\begin{cases} \theta = 0 \\ r_0 = \frac{165}{53} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta = -\pi \\ r_0 = 5 \end{cases}$$

Путем математических манипуляций приводим систему к такому виду:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{10r}{\sqrt{1749}}$$

Математическая модель готова.

Графическое представление

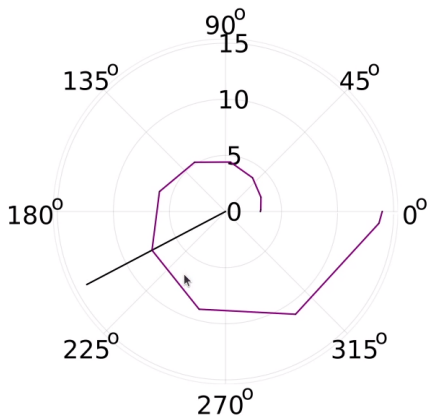
После запуска кода, сгенерировалось 2 картинки(2 случая)

Случай 1

Случай 1 - Катер впереди лодки (рис. (fig:005?)):

lab2_1.png

Задача о погоне. 1 случай

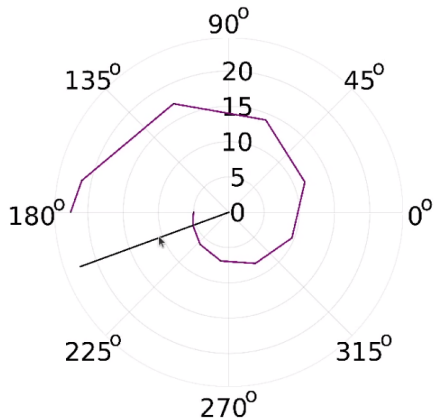


Случай 2

Случай 2 - Катер позади лодки (рис. (fig:006?):

lab2_2.png

Задача о погоне. 2 случай



Я реализовала (решила) задачу о погоне варианта 46. Кроме того, теперь знаю основы языка программирования Julia.