

# Лабораторная работа №4.

## Модель гармонического осциллятора

---

Латыпова Диана. НФИбд-02-21

2024

Российский университет дружбы народов имени Париса Лумумбы, Москва, Россия

# Информация

---

- Латыпова Диана
- студент группы НФИбд-02-21
- Российский университет дружбы народов имени патриса Лумумбы
- 1032215005@rudn.ru
- <https://github.com/dlatypova>



# **Вводная часть**

---

- Изучить понятие гармонического осциллятора;
- Построить фазовый портрет гармонического осциллятора;
- Решить уравнение гармонического осциллятора для трех случаев.

## Задание

Вариант 46.

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 8.8x = 0$ ;
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 7.7\dot{x} + 3.3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы  $\ddot{x} + 4.4\dot{x} + 5.5x = 2.2\sin(4t)$

На интервале  $t \in [0; 55]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 1.1, y_0 = 0$ .

## **Теоретическая часть**

---

**Гармонический осциллятор** - это система, которая обладает возвращающей силой, пропорциональной смещению от положения равновесия, и инерционной массой.

Математически гармонический осциллятор описывается дифференциальным уравнением второго порядка:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

$m$  - масса,  $c$  - коэффициент затухания(если присутствует),  $k$  - коэффициент упругости,  $F(t)$  - внешняя сила (если присутствует).



В случае отсутствия внешних сил и затухания уравнение принимает простой вид:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

Решение уравнений гармонического осциллятора позволяет предсказать поведение системы во времени, а фазовые портреты дают графическое представление этого поведения в фазовом пространстве.

**Фазовый портрет** - это графическое представление решения дифференциального уравнения в плоскости  $(x, \dot{x})$ , где  $x$  - смещение, а  $\dot{x}$  - скорость изменения смещения

**Рассмотрим каждый случай**

---

## 1 случай

---

## 1 случай

*Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:*

Уравнение данного случая:  $\ddot{x} + 8.8x = 0$ ;

В данном уравнении коэффициент перед  $x$  соответствует жесткости  $k$  гармонического осциллятора, а так как отсутствуют члены с  $\dot{x}$  и  $F(t)$ , это означает, что отсутствуют как затухающие силы, так и внешние воздействия.

# 1 случай на языке Julia

---

# 1 случай на языке Julia

График (рис. (fig:001?):

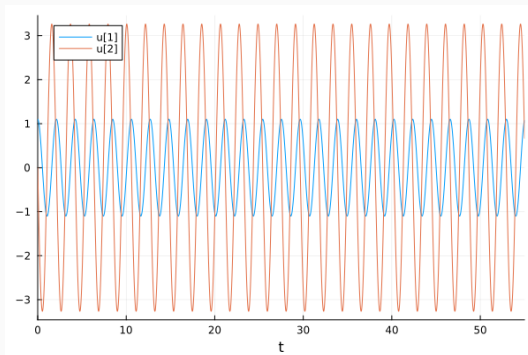


Рис. 1: julia. 1 случай

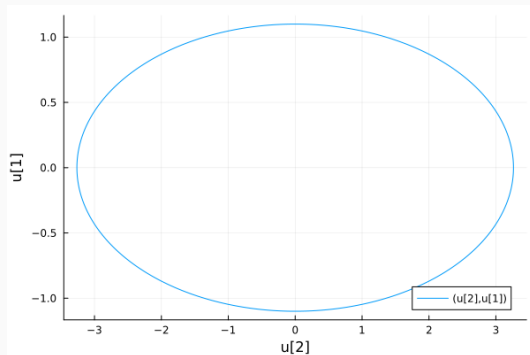
# 1 случай на языке Julia

---



# 1 случай на языке Julia

Фазовый портрет (рис. (**fig:002?**)):



**Рис. 2:** julia. 1 случай. ФП

# **1 случай на ПО OpenModelica**

---

# 1 случай на ПО OpenModelica

График (рис. (fig:003?)):

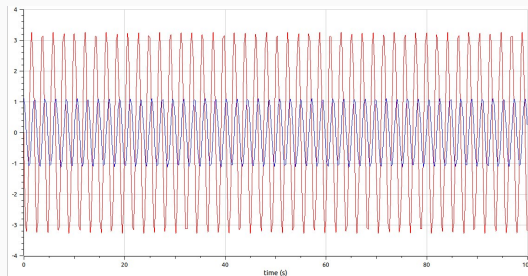


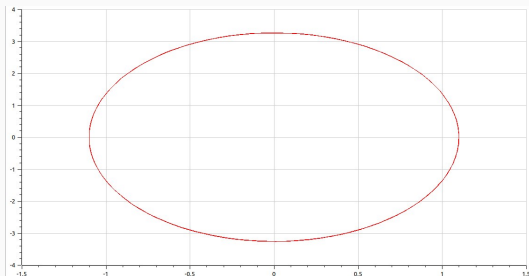
Рис. 3: OpenModelica. 1 случай

## 1 случай на языке OpenModelica

---

# 1 случай на языке OpenModelica

Фазовый портрет (рис. (fig:004?)):



**Рис. 4:** OpenModelica. 1 случай. ФП

## 2 случай

---

*Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:*

$$\ddot{x} + 7.7\dot{x} + 3.3x = 0$$

В этом уравнении, помимо члена с  $x$ , есть члены с  $\dot{x}$  и без него. Член с  $\dot{x}$  соответствует силе затухания, которая пропорциональна скорости изменения смещения. Внешняя сила отсутствует ( $F(t) = 0$ ).

## 2 случай на языке Julia

---



## 2 случай на языке Julia

График (рис. (fig:005?):

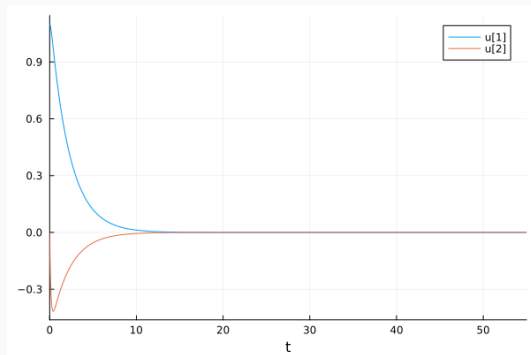


Рис. 5: julia. 2 случай

## 2 случай на языке Julia

---

## 2 случай на языке Julia

Фазовый портрет (рис. (fig:006?)):

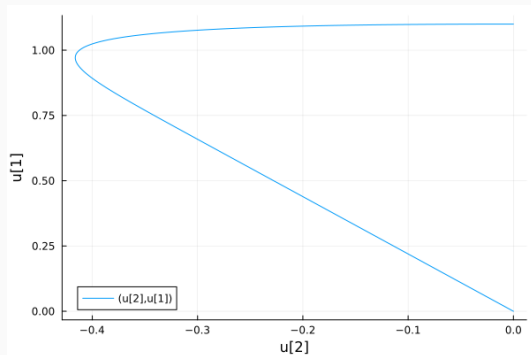


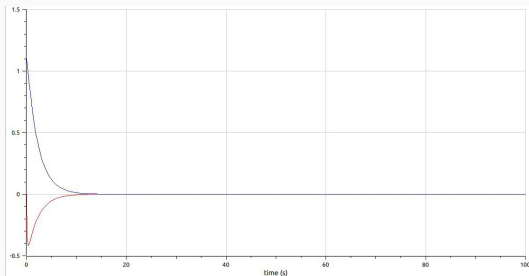
Рис. 6: julia. 2 случай. ФП

## 2 случай на ПО OpenModelica

---

## 2 случай на ПО OpenModelica

График (рис. (fig:007?)):



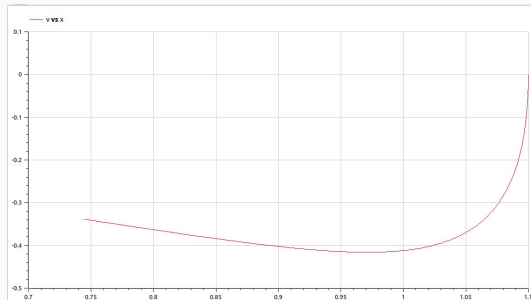
**Рис. 7:** OpenModelica. 2 случай

## 2 случай на языке OpenModelica

---

## 2 случай на языке OpenModelica

Фазовый портрет (рис. (fig:008?)):



**Рис. 8:** OpenModelica. 2 случай. ФП

## 3 случай

---



### 3 случай

*Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:*

$$\ddot{x} + 4.4\dot{x} + 5.5x = 2.2\sin(4t)$$

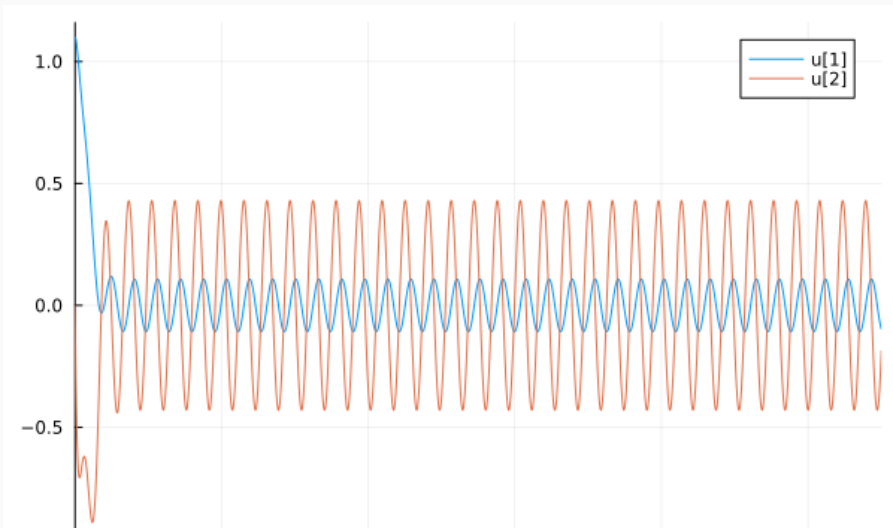
В этом уравнении, помимо члена с  $x$  и члена с  $\dot{x}$ , есть член, соответствующий внешней силе  $F(t)$ , которая является синусоидальной функцией.

## 3 случай на языке Julia

---

## 3 случай на языке Julia

График (рис. (fig:009?):



## **3 случай на ПО OpenModelica**

---

## 3 случай на ПО OpenModelica

График (рис. (fig:011?)):

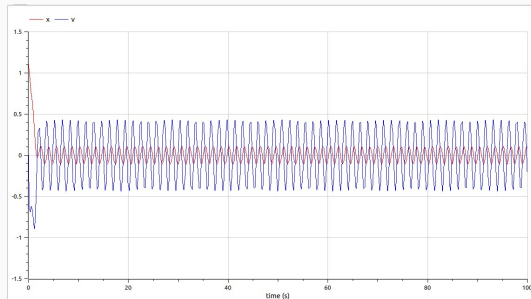


Рис. 10: OpenModelica. 3 случай

## 3 случай на языке OpenModelica

---

## 3 случай на языке OpenModelica

Фазовый портрет (рис. (fig:012?)):

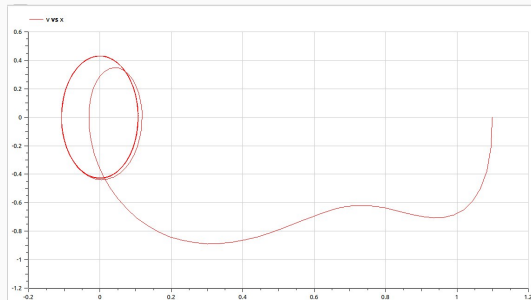


Рис. 11: OpenModelica. 3 случай. ФП

## Общий анализ

---



Построив графики и фазовые портреты 3 случаев, можем заметить, что код для ПО OpenModelica значительно меньше. И, кстати, говоря у меня фазовые портреты получились отзеркаленными.



## **Выводы**

---

Я изучула понятие гармонического осциллятора и фазовых портретов.  
Реализовала графики и фазовые портреты гармонического осциллятора для  
3 случаев на языке программирования Julia и на ПО OpenModelica. А также  
решила уравнение гармонического осциллятора для трех случаев.