강의교안 이용 안내

- 본 강의교안의 저작권은 이윤환과 한빛아카데미㈜에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(倂科)할 수도 있습니다.









Contents

- 1.1 점추정
 - 통계학이란
 - 모집단과 표본, 그리고 기본원리
 - 통계에서의 자료
- 1.2 구간추정
 - R이란
 - R 기초

6장을 위한 준비



01. 점추정

: 모수의 값을 점으로 추측하기

- 1. 추측통계학의 개념과 점추정 구간추정의 특성을 이해한다.
- 2. 좋은 추정량이 갖춰야 하는 성질에 대해 학습한다.
- 3. 표준오차의 의미에 대해 학습한다.

추측통계학

• 추측통계학

- □ 표본으로부터 특성을 관찰하여 모집단의 특성을 유추하는 통계학의 한 분야
- 🎍 추측통계학의 두 가지 연구 방법
 - 추정: 모집단으로부터 추출된 표본으로부터 특성(통계량)을 파악하여 이를 바탕으로 모수를 유추하는 방법
 - 가설검정: 모수에 대한 가설을 수립하고 이로부터 어떤 가설을 선택할 것인지를 통계적으로 결정하는 방법

🏻 추정의 종류

- 점추정: 표본의 특성을 나타내는 계산식(통계량) 중 모수를 유추하는 데 있어 최적의 계산식을 통해 구한 하나의 추정값을 구하는 방법
 - 점추정은 표본으로부터 계산되는 값이기에 추출되는 표본에 따라 값이 달라집니다.
- 구간추정: 하나의 점(값)이 아닌 모수의 참값이 포함될 것으로 기대하는 구간을 추정하는 방법입니다

추정량

• 추정량

- 및 알고자 하는 모수(θ)를 추측하기 위해 표본으로부터 관찰된 값으로 계산되는 표본의 통계량으로 $\hat{\theta}$ 으로 표기합니다.
- □ 추정치 : 하고, 표본으로부터 관측된 자료를 통해 계산된 추정량의 결과(값)
- 모수와 추정량

모수(θ)	구분	추정량 $(\hat{ heta})$
μ	평균	\overline{X}
σ^2	분산	s^2
P	비율	\hat{p}

• 불편성과 불편추정량

- 불편성
 - 추정량이 갖춰야 할 가장 기본적인 성질로 한쪽으로 치우쳐지지 않음을 의미합니다.
 - '치우쳐지지 않음'은 추정량의 기대값이 모수와 같음을 나타내며 이런 성질을 만족 하는 추정량을 불편추정량이라고 합니다.

불편추정량

모수 θ 에 대한 추정량 $\hat{\theta}$ 이 다음을 만족할 때 $\hat{\theta}$ 은 θ 에 대한 불편추정량이라 합니다.

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

- □ 불편추정량 판정 : 표본평균
 - 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 모집단으로 부터 추출한 n개의 확률표본을 $X_1, X_2, ..., X_n$ 이라 할 때 표본평균 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$ 가 불편추정량인지 확인해 봅시다. (부록 D의 기대값의 성질 참고)
 - $E(\bar{X}) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_{i}\right) = \frac{1}{n}E(\sum_{i=1}^{n}X_{i}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(X_{i})$
 - X_i 들의 기대값은 모집단의 평균인 μ 이며 μ 는 알지 못할 뿐 존재하는 상수입니다.
 - $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mu = \frac{1}{n} \cdot n \cdot \mu = \mu$
 - 따라서 $E(\bar{X}) = \mu$ 가 되어 표본평균은 불편추정량입니다.
 - □ 추정량의 기대값이 모수와 같음

유효성

- 모수에 대한 불편추정량은 한가지 이상 존재할 수 있습니다.
- □ 여러 개의 불편추정량이 있을 때 좋은 추정량을 결정하는 성질입니다.

더 유효한 추정량

모수 θ 에 대한 두 불편추정량 $\widehat{\theta_1},\widehat{\theta_2}$ 에 대해 각각의 분산을 $Var(\widehat{\theta_1}),Var(\widehat{\theta_2})$ 라 할 때, 다음을 만족하면 $\widehat{\theta_1}$ 이 $\widehat{\theta_2}$ 보다 '더 유효한 추정량'이라고 합니다.

$$Var(\widehat{\theta_1}) < Var(\widehat{\theta_2})$$

• 예제) 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 모집단으로 부터 독립으로 추출한 3개의 확률표본을 X_1, X_2, X_3 라 할 때, 다은과 같은 모평균에 대한 두 개의 추정량 $\overline{Y}_1, \overline{Y}_2$ 이 있을 경우 더 유효한 추정량은 어떤 것일지 판단해 봅시다.

$$\overline{Y}_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \quad \overline{Y}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}$$

- □ 먼저 두 추정량이 불편추정량인지 확인해 봅시다.
 - \bar{Y}_1 는 표본 3개의 표본평균이므로 불편추정량입니다.

•
$$E(\overline{Y_2}) = E\left(\frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}\right) = \frac{1}{6}E(X_1 + 2X_2 + 3X_3) = \frac{1}{6}(\mu + 2\mu + 3\mu) = \frac{1}{6}6\mu = \mu$$

- \overline{Y}_2 역시 불편추정량입니다.
- □ 두 추정량의 분산을 구해봅시다.

•
$$Var(\overline{Y}_1) = Var(\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}) = \frac{1}{9}Var(X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{9}(\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2) = \frac{1}{3}\sigma^2$$

•
$$Var(\overline{Y_2}) = Var(\frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}) = \frac{1}{36}Var(X_1 + 2X_2 + 3X_3) = \frac{1}{36}(\sigma^2 + 4\sigma^2 + 9\sigma^2) = \frac{14}{36}\sigma^2 = \frac{7}{18}\sigma^2$$

 \square 이로부터 $Var(\overline{Y_1}) < Var(\overline{Y_2})$ 이며 $\overline{Y_1}$ 이 $\overline{Y_2}$ 보다 더 유효한 추정량입니다.

예제 5-2 유효성 모의실험

준비파일 | 02.efficiency simulation.R

- 앞서 사용한 두 추정량 $\overline{Y_1}$, $\overline{Y_2}$ 의 분포를 확인해 봅시다.
 - □ 표준정규분포를 이루는 모집단에서 3개의 확률표본을 추출합니다.
 - \overline{Y}_1 는 mean() 함수를 이용하여 구하고 \overline{Y}_2 는 새로운 함수를 만들어 구합니다.

```
3. mean.seq <- function (x) {
4.    n <- length(x)
5.    sum <- 0
6.    n2 <- 0
7.    for( i in 1:n) {
8.        newx <- i * x[i]
9.        sum <- sum + newx
10.    n2 <- n2 + i
11.    }
12.    return( sum / n2 )
13.}</pre>
```

- Step #1) \overline{Y}_2 를 계산하기 위한 함수 mean.seq()를 생성합니다.
 - □ 3줄 : mean.seq는 한 개의 자료를 x라는 이름으로 전달받아 사용합니다.
 - 전달받은 x는 万를 계산할 표본들의 벡터입니다.

 - $_{-}$ 5줄, 6줄 : $\bar{Y_2}$ 계산을 위한 분모와 분자의 합을 구하기 위해 합의 항등원으로 초기화 합니다.
 - 분자에 해당하는 표본별 합을 구하기 위한 변수 sum을 o으로 초기화
 - 분모는 벡터 x의 각 값에 곱해지는 값들의 합으로 이를 위해 변수 n2를 0으로 초기화
 - 7,11줄 : 전달받은 벡터 x의 각 값을 원소별로 접근하기 위해 반복문을 사용합니다.
 - 8줄 : 벡터 x의 i번째 원소(x[i])와 i를 곱해 변수 newx에 저장합니다.
 - 9줄 : 위에서 구한 newx와 기존에 있던 sum과 합한 값으로 변수 sum의 값을 변경합니다.
 - 10줄 : sum의 경우와 마찬가지로 i와 기존에 있던 n2의 값을 합한 값으로 변수 n2의 값을 변경합니다.
 - $^{\square}$ 12줄 : 위에서 구한 sum을 n2로 나눈 값, 즉 $\overline{Y}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3}{6}$ 를 반환합니다.

```
15. y1 <- rep(NA, 1000)
16. y2 <- rep(NA, 1000)
17. for(i in 1:1000) {
18.    smp <- rnorm(3)
19.    y1[i] <- mean(smp)
20.    y2[i] <- mean.seq(smp)
21. }</pre>
```

- Step #2) 표준정규분포로부터 3개씩의 표본을 뽑아 $\bar{Y_1}, \bar{Y_2}$ 를 구하는 과정을 1,000번 반복합니다.
 - $_{\square}$ 15줄, 16줄 : 1000번의 표본추출로 구해지는 $\overline{Y_1}$, $\overline{Y_2}$ 를 저장하기 위한 변수 y_1, y_2 를 준비합니다.
 - rep() 함수로 결측값(NA) 1,000개를 원소로 갖는 벡터를 생성하고 y1과 y2에 저장
 - 17, 21줄 : 표본추출을 1,000번 실시하기 위해 반복문을 사용합니다.
 - 18줄: 표준정규분포로부터 3개의 표본을 추출하고, 이를 변수 smp에 저장합니다.
 - 19줄 : 위에서 추출한 3개의 표본의 평균을 구해 y_1 의 i번째에 저장합니다.
 - 20줄 : 위에서 추출한 3개의 표본의 \bar{Y}_2 를 구해 y_2 의 i번째에 저장합니다.

```
23. n1 <- length(y1[(y1 > -0.1) & (y1 < 0.1)])
24. n2 <- length(y2[(y2 > -0.1) & (y2 < 0.1)])
25. data.frame(mean=mean(y1), var=var(y1), n=n1)
26. data.frame(mean=mean(y2), var=var(y2), n=n2)
```

- Step #3) 결과를 확인합니다.
 - 23줄: 3개로 구성된 표본의 평균 1,000개가 저장된 y1에서 그 값이 (모평균주변인) -0.1보다 크고 0.1보다 작게 나온 횟수를 구해 변수 n1으로 저장합니다.
 - $_{-}$ 24줄 : \overline{Y}_{2} 의 값 1,000개가 저장된 y_{2} 에서 그 값이 (모평균 주변인) -0.1보다 크고 0.1보다 작게 나온 횟수를 구해 변수 n_{2} 로 저장합니다.
 - □ 25, 26줄 : 모의실험한 두 추정량 평균과 각각의 평균(mean), 분산(var), 그리고 위에서 구한 -0.1부터 0.1사이에 있는 값의 개수(n)를출력합니다.
 - 추정량으로 표본평균을 사용한 경우(n1)의 개수가 \overline{Y}_2 를 사용한 경우 (n2) 보다 많습니다. 즉, 모평균 주변에 좀더 많이 몰려 있습니다.

• 일치성

- 표본의 크기와 관련이 있는 성질입니다.
- □ 일치추정량

일치추정량

모수 heta에 대한 추정량 $\hat{ heta}$ 라 할 때 임의의 양수 arepsilon에 대해 다음을 만족하면 $\hat{ heta}$ 은 heta에 대한 일치추정량이라고 합니다.

$$\lim_{n\to\infty} P(|\hat{\theta} - \theta| > \varepsilon) = 0$$

• 표본의 크기가 커질수록 추정량의 추정치가 모수와 차이가 작아져 확률적으로 같아 짐을 의미합니다.

• 표준오차

- □ 4장을 다시 살펴 봅시다.
 - 표본의 크기가 크다면, 중심극한정리에 의해 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 임의의 분포로부터 추출된 확률표본 $X_1, X_2, ..., X_n$ 의 표본평균의 분포는 평균이 μ 이고 표준편 차가 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 인 정규분포 $(N(\mu, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2)$ 를 따름을 학습했습니다.
 - 표본평균들의 분포에서 기대값은 모집단의 평균과 동일함을 학습했습니다.
- 2장에서 살펴본 표준편차
 - '자료들이 자신들의 평균을 중심으로 얼마나 퍼져있을지'를 나타내는 척도로 평균 과 단위가 동일합니다.
 - 표준편차가 작다면 표본평균들이 자신들의 평균인 주변에 많이 모여 있을 것으로 기대되고, 그 값이 크다면 평균 주변에 몰려있기보다는 전체적으로 많이 퍼져있을 것으로 기대됨을 학습했습니다.

- □ 앞서 학습한 내용을 바탕을 다음을 생각해 봅시다.
 - 표본평균들의 분포에서 표본평균을 임의로 추출하는 경우입니다.
 - 표준편차가 작은 경우에는 모평균 μ 와 가까운 값이 나타날 가능성이 클 것으로 기대합니다.
 - 모평균과 임의로 추출한 표본평균의 차이가 크지 않을 것으로 여겨집니다.
 - 표준편차가 큰 경우에는 모평균 μ 와 가까운 값이 나타날 가능성이 작을 것으로 기대합니다.
 - 모평균과 가까울 수도 있고, 멀 수도 있을 가능성이 크므포 모평균 주변에 있는지 판단하기 어려워집니다.

▫ 표준오차

추정에서는 추정량의 표준편차에 대해 그 값이 작으면 모평균 추정에 대한 신뢰도가 높아지고 크면 신뢰도가 낮아지게 되므로 작을수록 좋은 개념인 오차를 사용합니다.

- \blacksquare 표준오차 : $SE(\hat{\theta})$
 - 모평균 추정에 사용한 추정량으로써의 표본평균의 표준오차는 다음과 같습니다.

$$SE(\widehat{\theta}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- 분모는 표본의 크기의 제곱근으로 표본에 의해 결정됩니다.
 - 제곱근이기에 표준오차를 반으로 줄이려면 표본은 4배가 더 필요합니다.
- 분자는 모집단의 표준편차로 우리가 알지 못하는 경우가 더 많습니다.
 - 즉, 모집단의 표준편차를 모르므로 계산할 수 없는 경우가 많습니다.
 - 표준오차 역시 하나의 모수로 우리가 추정해야 할 대상이 됩니다.
 - 표준오차의 추정은 모집단 표준편차 대신 표본으로부터 관찰하는 표본표준편차
 를 추정량으로 사용합니다.

$$\widehat{SE(\widehat{\theta})} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- 좋은 추정량은 다음중 어떤 추정량일 까요?
 - □ 동심원은 과녁을 나타내어 중심이 모수입니다.

	큰 표준오차	작은 표준오차
편이된 추정량(불편 추정량이 아닌 경우)		
불편 추정량		

예제: 모비율에 대한 점추정

- 모집단에서 원하는 결과가 나타날(성공할) 비율 P에 대한 점추정을 실시해봅시다.
- 모비율 P에 대한 추정량 : 표본비율 \widehat{p}
 - □ 모집단으로부터 n개의 확률 표본을 추출했을 때 원하는 결과의 개수(성공의 개수) X의 비율입니다.

$$\widehat{p} = \frac{X}{n}$$

- □ 여기서 성공의 개수 X는 시행 횟수가 n이고, 성공 확률이 모집단에서 원하는 결과가 나타날 비율 P인 이항분포를 따르는 확률변수입니다($X \sim B(n, P)$)
- \Box 표본비율 \hat{p} 의 기대값은 불편추정량입니다.(이항분포의 기대값 이용)

•
$$E(\hat{p}) = E\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{1}{n}E(X) = \frac{1}{n} \cdot nP = P$$

예제: 모비율에 대한 점추정

ullet 표본비율 $\widehat{oldsymbol{p}}$ 의 표준편차 : 표준오차

$$SE(\hat{p}) = \sqrt{Var(\hat{p})} = \sqrt{Var(\frac{X}{n})} = \sqrt{\frac{1}{n^2}Var(X)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}nP(1-P)} = \sqrt{\frac{nP(1-P)}{n}}$$

• 만약 모비율 P를 알지 못하는 경우에는 $SE(\hat{p})$ 에서 사용한 모비율 P의 추정량인 표

본비율
$$\hat{p}$$
을 사용하여 추정된 표준오차 $\widehat{SE(\hat{p})} = \sqrt{\frac{n\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ 로 구합니다.

예제 5-3 모비율에 대한 점추정

준비파일 | 03.prop.est.R

- 실습내용
 - 주사위를 세번 굴려 나오는 짝수의 비율을 표본비율로하여 표본비율들의 분
 포를 구해 봅시다.
 - 1. library(prob)
 - 2. n < -3
 - 3. smps.all <- rolldie(n)</pre>
 - 4. str(smps.all)
 - 5. head(smps.all, n=3)
- Step #1) 주사위를 세 번 굴리면 나오는 눈의 수를 관찰하는 모든 경우의 수를 생성합니다.
 - □ 1줄 : rolldie() 함수를 사용하기 위해 3장에서 학습한 prob 패키지를 사용합니다.

- □ 2줄 : 주사위를 굴리는 횟수 3회를 변수 n에 저장합니다.
- □ 3줄 : rolldie() 함수에 표본추출횟수가 저장된 변수 n을 전달하여, 주사위를 세 번 굴릴 경우 관찰할 수 있는 모든 경우의 수를 smps.all에 데이터 프레임으로 저장합니다.
- 45: 위에 저장한 데이터프레임은 X1, X2, X3 세 개의 변수(열)로 구성된 데이터 프레임으로 216개의 관찰치와 3개의 변수가 있습니다. 변수들은 각각 첫 번째, 두 번째, 세 번째 굴려서 나온 주사위의 눈의 값이 저장됩니다.
- □ 5줄 : 위의 저장된 smps.all 데이터 프레임의 앞 3개(n=3)의 관찰치를 살핍니다

```
7. is.even <- function(x) return(!x%2)
8. var.p <- function(x) {
9. return( sum((x-mean(x))^2 / length(x)) )
10.}
11.p.even <- function(x, s.size=3) {
12. return( sum(is.even(x)) / s.size )
13.}</pre>
```

- Step #2) 필요로 하는 함수들을 만듭니다.
 - □ 7줄 : 함수 생성 시 함수의 몸체가 한 줄 밖에 없을 경우 중괄호({ }) 없이 생성 할수 있습니다.
 - 생성하는 함수의 이름은 is.even이고, 이 함수는 전달인자 한 개를 받아 이를 변수 x 에 저장하고 변수 x로 함수 내부에서 사용합니다.
 - 짝수는 TRUE, 홀수는 FALSE로 변환한 결과를 반환하는 함수입니다.
 - $\sim 8 \sim 10$ $\simeq 20$ $\simeq 10$ \simeq
 - □ 11~13줄 : p.even 함수는 두 개의 전달인자를 받도록 되어 있습니다.
 - 첫 번째 전달인자는 함수에서 사용할 데이터를 변수 x로 받습니다.
 - 두 번째 전달인자는 표본의 개수로 기본값 $_3$ 이 할당되어 있어 값을 전달하지 않더라도 함수 내부에서 s.size 변수에 $_3$ 이 저장됩니다.
 - 만일 사용자가 입력한 값이 있을 경우 해당 값이 s.size에 저장됩니다.

- 참(TRUE)과 거짓(FALSE)으로 구성된 벡터에 대해 수치연산을 실시하면,
 - TRUE는 1로, FALSE는 o으로 처리됩니다.
 - 이로 인해 sum() 함수와 결합할 경우 TRUE의 개수를 구할 수 있습니다.
 - p.even은 이를 이용하여 3개의 표본 중 짝수의 비율을 구합니다.

15.phat <- apply(smps.all, 1, p.even)</pre>

- Step #3) 출현 가능한 표본에서 짝수의 비율을 구해 변수 phat에 저장 합니다
 - □ 15줄 : apply() 함수를 적용하여 각 행별로 p.even 함수를 적용하여 행별 짝수의 비율을 phat에 저장합니다.

- □ apply() 함수
 - 기존 자료구조에 사용자가 지정한 함수를 적용하여 결과를 반환합니다.
 - apply()에서 사용하는 자료는 다차원 자료를 사용합니다.
 - □ 행과 열로 구성된 표 형태의 자료는 2차원이며, 설명은 이를 중심으로 합니다.
 - apply() 지정한 차원별로 함수를 적용합니다.
 - R 도움말

apply(X, MARGIN, FUN, ...)

- X는 함수를 적용할 자료를 전달합니다.
- MARGIN: 행과 열로 구성된 경우 1은 행, 2는 열을 나타냅니다.
- FUN: 적용할 함수로 사용자 정의 함수도 사용할 수 있습니다.
 - 함수의 이름을 적습니다. 함수가 전달인자를 필요로 할 경우 뒤에 적습니다.
- 15줄에서 apply() 함수는 smps.all의 행별로(MARGIN=1) 합(FUN=sum)을 구합니다.

- Step #4) 표본비율 \widehat{p} 의 기대값과 분산을 구합니다.
 - □ 17줄 : phat의 평균, 즉 표본비율의 기댓값을 구합니다.
 - □ 18줄 : 모집단에서 짝수의 비율은 o.5입니다.
 - 표본비율의 기대값이 모비율과 동일합니다.

```
> mean(phat)
[1] 0.5
> ( p.p <- 0.5 )
[1] 0.5</pre>
```

- □ 19줄 : phat의 분산, 즉 표본분산을 구합니다.
- □ 20줄 : 알고있는 모비율을 이용하여 표본비율의 분산을 구합니다.
 - 표본비율의 분산과 $\frac{nP(1-P)}{n}$ 이 동일합니다.

```
> var.p(phat)
[1] 0.08333333
> ( p.p*(1-p.p)/3 )
[1] 0.08333333
```

- Step #5) 표본비율 \widehat{p} 의 표준오차를 구합니다.
 - 21줄 : 표본분산에 제곱근을 구해 표준오차를 구합니다

```
> sqrt(var.p(phat))
[1] 0.2886751
```



02. 구간추정

: 통계에 필요한 계산과 그림을 멋지게

처리하는 도구

- 1. 신뢰구간에 대해 학습한다.
- 2. 모집단의 분산에 대한 정보유무 에 따라 구하는 구간추정 방법에 대해 학습한다.

신뢰구간

• 점추정의 단점

- 점추정을 위해 사용하는 표본은 확률표본으로 추출된 표본에 따라 그 값이 달라집니다.
- 구간추정
 - 모수의 참값이 존재할 것으로 추정되는 구간을 표본으로부터 구하여 추정하는 방법

• 신뢰구간

고 구간추정을 위해 표본으로부터 구한 하한과 상한을 각각 $\widehat{\theta_L},\widehat{\theta_U}$ 이라 할 때, $0<\alpha<1$ 인 α 에 대해

$$P(\widehat{\theta_L} < \alpha < \widehat{\theta_U}) = 1 - \alpha$$

를 만족하는 구간 $(\widehat{\theta_L}, \ \widehat{\theta_U})$ 을 "모수 θ 에 대한 $100(1-\alpha)$ % 신뢰구간"이라 부르고, $(1-\alpha)$ 를 신뢰수준이라 부릅니다.

• 모집단의 분산을 알 때 모평균의 구간추정

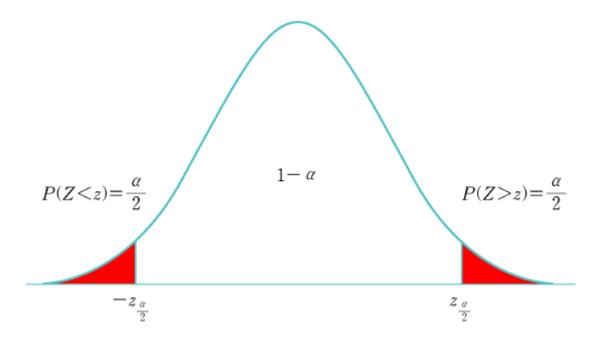
- 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 모집단으로 부터 추출한 n개의 확률표본 $X_1, X_2, ..., X_n$ 의 표본평균의 분포 $ar{X}$ 는 평균이 μ 이고 분산이 $\frac{\sigma^2}{n}$ 인 정규분포를 따릅니다.
- 이를 표준정규분포로 변환하는 것으로 시작합니다.
 - \bar{X} 에서 기대값인 μ 를 빼고 표준편차인 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 로 나눈 표준화 변환을 사용합니다.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1^2)$$

- 표준정규분포표를 이용하여 하한과 상한을 구한 후 원래의 정규분포로 돌아와 구할 것입니다.
- 이제 이를 이용하여 구간추정에 대해 알아봅시다.

표본평균의 분포를 표준정규분포로 변환한 $100(1-\alpha)$ % 신뢰구간은 다음과 같이 하한으로 $\widehat{\theta_L} = -z_{\alpha/2}$, 상한으로 $\widehat{\theta_L} = z_{\alpha/2}$ 를 갖는 영역입니다.

$$P(\widehat{\theta_L} < Z < \widehat{\theta_U}) = P(-z\alpha/2 < Z < z\alpha/2) = 1 - \alpha$$



- □ 모평균에 대한 95% 신뢰구간
 - 95% 신뢰구간 : 신뢰수준 (1α) 가 0.95인, 즉 α 를 0.05로 하는 신뢰구간
 - 구하는 과정
 - ① 하한과 상한
 - $\widehat{\theta_L} = -z_{\alpha/2}$ 은 P(Z < -z) = 0.025가 되는 표준정규분포의 값으로 약 -1.96입니다.
 - $\widehat{\theta_U} = z_{\alpha/2}$ 은 표준정규분포의 좌우대칭으로 1.96임을 알 수 있습니다.
 - ② ①로 부터 다음임을 알 수 있습니다.

$$P(-z_{0.025} < Z < z_{0.025}) = P(-1.96 < Z < 1.96) = 0.95$$

③ 원래의 정규분포에서 신뢰구간을 구하기 위해 다음을 계산합니다.

$$P(-z_{0.025} < Z < z_{0.025}) = P\left(-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1.96\right) = 0.95$$

④ ③의 식을 전개하여 모평균에 대한 95% 신뢰구간을 구합니다.

$$0.95 = P\left(-1.96 < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1.96\right)$$

$$= P\left(-1.96 \ \sigma/\sqrt{n} < \bar{X} - \mu < 1.96 \ \sigma/\sqrt{n}\right)$$

$$= P\left(-\bar{X} - 1.96 \ \sigma/\sqrt{n} < \mu < -\bar{X} + 1.96 \ \sigma/\sqrt{n}\right)$$

$$= P\left(\bar{X} + 1.96 \ \sigma/\sqrt{n} > \mu > \bar{X} - 1.96 \ \sigma/\sqrt{n}\right)$$

$$= P\left(\bar{X} - 1.96 \ \sigma/\sqrt{n} > \mu < \bar{X} + 1.96 \ \sigma/\sqrt{n}\right)$$

• 이상으로부터 모평균에 대한 95% 신뢰구간은 다음과 같습니다.

$$(\bar{X} - 1.96 \, \sigma / \sqrt{n}, \quad \bar{X} + 1.96 \, \sigma / \sqrt{n})$$

• 모평균에 대한 95% 신뢰구간은 하한으로 '(표본평균)-(1.96배의 표준오차)'를, 상한으로 '(표본평균)+(1.96배의 표준오차)'를 갖는 구간입니다

예제 5-4 모평균에 대한 95% 신뢰구간

준비파일 | 05.95p.CI.R

• 실습내용

- □ 표준정규분포로부터 10개의 표본을 뽑아 95% 신뢰구간을 구하는 것을 100 번 반복했을 때, 몇 개의 신뢰구간이 모평균 0을 포함할지 확인해봅니다.
- □ 신뢰구간의 의미를 생각해 봅시다.

```
1. set.seed(9)
```

2. n <- 10

3. x <- 1:100

4. $y \leftarrow seq(-3, 3, by=0.01)$

- Step #1) 필요한 변수들을 초기화합니니다.
 - 1줄 : 동일한 난수를 생성하기 위해 난수의 초깃값을 9로 합니다.
 - $^{-}$ 2~4줄 : 표본의 크기를 10으로 하여 변수 $^{-}$ n에 저장하고, $^{-}$ x는 1부터 100까지의 표본수출 순서, $^{-}$ y는 $^{-}$ 3부터 3까지 0.01씩 증가하는 벡터로 저장합니다.
 - 6. smps <- matrix(rnorm(n * length(x)), ncol=n)</pre>
- Step #2) 표본정규분포로부터 난수를 생성합니다.
 - □ 6줄 : ① 표준정규분포로부터 '표본 개수(n=10) *표본추출횟수(x의크기=100)'인 1,000개의 난수를 생성합니다. (rnorm() 함수)
 - ② 생성한 난수로 열의 개수가 10개인(ncol=n) 행렬을 만듭니다. (matrix() 함수)
 - → 표준정규분포로부터 생성된 난수는 모두 1,000개이고, 이로부터 행이 100개이고 열이 10개인 행렬을 만듭니다. 이렇게 만들어진 행렬은 각 행별로 10개씩 추출한 표본의 역할을 할 것입니다.

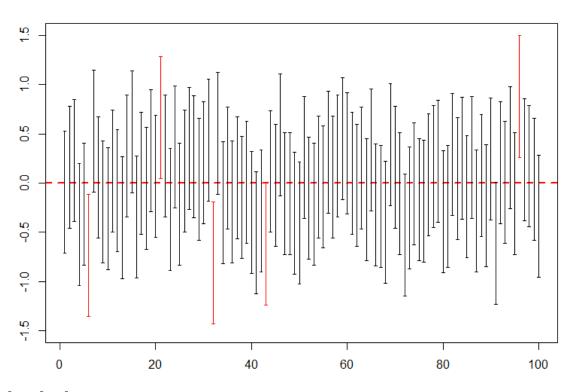
```
8. xbar <- apply(smps, 1, mean)
9. se <- 1 / sqrt(10)
10. alpha <- 0.05
11. z <- qnorm(1 - alpha/2)
12. ll <- xbar - z * se
13. ul <- xbar + z * se</pre>
```

- Step #3) 각 표본추출로부터 평균, 하한 및 상한을 구합니다.
 - 8줄 : 각 행별로 mean() 함수를 적용한 결과를 변수 xbar에 저장합니다.
 - 9줄 : 표준오차를 구합니다.
 - 분자는 모집단의 표준편차인 1, 분모는 표본의 개수인 10의 제곱근입니다.
 - $^{-}$ 10줄 : 신뢰수준 95%는 α 를 0.05로 하므로 이를 변수 alpha에 저장합니다.
 - □ 11줄 : 하한의 z와 상한의 z 사이의 면적(확률)이 o.95가 되는 z 값을 구합니다.
 - 표준정규분포로부터 P(Z < z) = 0.025 가 되는 $Z\alpha_{/2}$ 를 구합니다.
 - \square 12, 13줄 : 하한과 상한으로 '표본평균 $\pm z_{\alpha/2}SE(ar{X})$ '를 구합니다.

```
15. plot( y, type="n", xlab="표본추출", ylab="z", xlim=c(1, 100), ylim=c(-1.5, 1.5), cex.lab=1.8 )
16. abline(h=0, col="red", lwd=2, lty=2)
17. l.c <- rep(NA, length(x))
18. l.c <- ifelse(ll * ul > 0, "red", "black")
19. arrows( 1:length(x), ll, 1:length(x), ul, code=3, angle=90, length=0.02, col=l.c, lwd=1.5 )
```

- Step #4) 100번의 표본추출별로 신뢰구간을 그립니다.
 - □ 15줄: 100개의 신뢰구간이 들어갈 빈 영역(type="n")을 그립니다.
 - x축에 각 시행별로 신뢰구간을 그립니다. 100회 시행 모두 표현해주기 위해 x = c(0, 100)으로 하였습니다.
 - y축은 -1.5부터 1.5까지(ylim=c(-1.5, 1.5)) 표준정규분포의 값이 들어가도록 하였습니다.
 - □ 16줄 : 모집단의 평균인 o을 붉은색으로 그립니다.
 - abline() 함수에 h=o을 전달하면 y축의 값이 o인 수평선을 그립니다.

- □ 17, 18줄 : 각 신뢰구간별 색깔을 지정합니다.
 - 각각의 신뢰구간이 평균을 포함하면 하한은 음수, 상한은 양수이므로 하한과 상한을 곱한 값이 음수가 됩니다. 이 경우 검은색으로 선을 그립니다.
 - 신뢰구간이 평균을 포함하지 않으면(하한과 상한이 모두 음수이거나, 양수이므로 두값이 곱이 양수이면) 빨간색으로 선을 그립니다.
 - 이를 신뢰구간별로 상황에 맞는 선의 색깔이 들어갈 벡터 변수 l.c를 생성합니다.
 - ifelse() 는 벡터 연산으로 조건식을 통해 생성되는 참과 거짓의 벡터의 크기와 동일한 크기를 받는 결과벡터를 반환합니다.(p. 253 참고)
 - ifelse() 함수는 첫번째 전달인자로 조건식을 전달하여 조건식이 참이면 두번째 전달인자의 값을, 거짓이면 세번째 전달인자의 값을 갖는 벡터를 생성합니다.
- □ 19줄 : 화살표의 머리 각을 90도(angle=90)로 하고 화살표의 시작점과 끝점에 머리가 생기도록(code=3) 하여 신뢰구간을 工의 형태로 표현합니다



• 신뢰구간의 의미

- 고집단에서 n개의 확률 표본을 추출하는 것을 여러 번 실시하여 각각의 신뢰구간을 구하면 그들 중 약 95% 정도는 실제 모평균을 포함함을 의미합니다.
- □ 앞서 표본의 크기를 10으로 하여 신뢰구간을 구하는 것을 100번 반복했을 때 95번 정도는 실제 모평균을 포함하는 것을 보이고 있습니다.

• 모집단의 분산을 모를 때 모평균의 구간추정

및 모집단이 미지의 평균과 분산을 갖는 정규분포를 따를 때, 이로부터 추출된 n개의 확률표본 $X_1, X_2, ..., X_n$ 의 표본평균을 \bar{X} , 표본분산을 S^2 (표준편차 S) 이라 하면,

다음의 통계량 T는 자유도가 (n-1)인 t분포를 따름을 앞서 학습하였습니다.

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \sim t(n - 1)$$

- 모집단의 분산을 모르는 경우 모집단의 표준편차 대신 표본의 표준편차를 사용하는 t-분 포를 이용하여 모평균의 구간추정을 실시합니다.
- $100(1-\alpha)$ % 신뢰구간은 다음과 같이 하한으로 $\widehat{\theta_L} = -t_{\alpha_{/2},n-1}$, 상한으로 $\widehat{\theta_L} = t_{\alpha_{/2},n-1}$ 을 갖는 영역입니다.

$$P(\widehat{\theta_L} < T < \widehat{\theta_U}) = P\left(-t\alpha_{/2,n-1} < T < t\alpha_{/2,n-1}\right) = 1 - \alpha$$

□ 모집단의 분산을 모르고 표본의 크기가 $_5$ 일 때 모평균에 대한 $_{95}$ % 신뢰구간을 구해봅시다.

- 구하는 과정
 - ① 하한과 상한
 - $\widehat{\theta_L} = -t_{0.025,4}$ 은 P(Z < -t(4)) = 0.025가 되는 t-분포의 값으로 약 -2.78입니다.
 - $\widehat{\theta_U} = t_{0.025,4}$ 은 t-분포의 좌우대칭성을 이용하여 약 2.78입니다.
 - ② ①로 부터 다음임을 알 수 있습니다.

$$P(-t_{0.025,4} < T < t_{0.025,4}) = P(-2.78 < T < 2.78) = 0.95$$

③ 신뢰구간을 구하기 위해 ②의 식에서 $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{4}}$ 로 치환합니다.

$$P(-t_{0.025, 4} < T < t_{0.025, 4}) = P\left(-2.78 < \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{4}} < 2.78\right) = 0.95$$

④ ③의 식을 전개하여 모평균에 대한 95% 신뢰구간을 구합니다.

$$0.95 = P\left(-2.78 < \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{4}} < 2.78\right)$$

$$= P\left(-2.78 \ S/\sqrt{4} < \bar{X} - \mu < 2.78 \ S/\sqrt{4}\right)$$

$$= P\left(-\bar{X} - 2.78 \ S/\sqrt{4} < \mu < -\bar{X} + 2.78 \ S/\sqrt{4}\right)$$

$$= P\left(\bar{X} + 2.78 \ S/\sqrt{4} > \mu > \bar{X} - 2.78 \ S/\sqrt{4}\right)$$

$$= P\left(\bar{X} - 2.78 \ S/\sqrt{4} > \mu > \bar{X} - 2.78 \ S/\sqrt{4}\right)$$

$$= P\left(\bar{X} - 2.78 \ S/\sqrt{4} > \mu < \bar{X} + 2.78 \ S/\sqrt{4}\right)$$

• 이를 일반화하여 모분산을 모를 경우 모평균에 대한 95% 신뢰구간은 다음과 같습니다.

$$\left(\bar{X}-t\alpha_{/2},n-1\right)^{S}/\sqrt{n}, \quad \bar{X}+t\alpha_{/2},n-1\right)^{S}$$

예제 5-5 모평균에 대한 95% 신뢰구간(모분산을 모를 때) 준비파일 | 06.Cl.t.R

• 실습내용

만 7세의 어린이 중 부모의 동의를 얻은 학생 중에서 10명을 표본으로 추출하여 머리 둘레를 측정한 결과는 다음과 같습니다.

520	498	481	512	515
542	520	518	527	526

- 이 자료로부터 모평균에 대한 95% 신뢰구간을 구해 봅시다.
 - 이를 위해 t-분포를 이용하여 신뢰구간을 구하는 사용자 정의 함수를 작성합니다.
 - 만들고자 하는 함수는 두 개의 전달인자를 받습니다.
 - 첫번째 전달인자: 표본으로부터 관찰된 자료들의 벡터
 - 두번째 전달인자(alpha) : 신뢰수준을 구하기 위한 α 를 전달받습니다. 만일 사용자가 이 값을 사용하지 않을 경우에는 0.05를 사용합니다(기본 전달인자).

```
ci.t <- function(x, alpha=0.05) {</pre>
2.
   n <- length(smp)</pre>
3.
  m <- mean(x)</pre>
4.
  s \leftarrow sd(x)
5. t \leftarrow qt(1-(alpha/2), df=n-1)
6. 11 < -m - t * (s / sqrt(n))
7.
  ul <- m + t * (s / sqrt(n))
  ci <- c(1-alpha, ll, m, ul)
8.
   names(ci) <- c( "Confidence Level", "Lower limit",</pre>
9.
                       "Mean", "Upper limit")
10.
      return( ci )
11. }
```

- Step #1) t-분포를 이용하여 신뢰구간을 만드는 함수를 작성합니다.
 - □ 1줄 : 함수의 이름은 ci.t입니다.
 - 신뢰구간을 구할 자료들이 들어있는 벡터를 전달받아 변수 x에 저장하여 사용하고, 오류의 확률 α 는 기본전달인자로 0.05를 기본값으로 합니다.
 - □ 2줄 : 표본 크기를 변수 n에 저장합니다.
 - □ 3줄 : 표본의 평균을 변수 m에 저장합니다.
 - □ 4줄 : 표본의 표준편차를 변수 s에 저장합니다.
 - - 예제에서는 1-0.05=0.975가 되는 t값을 구하고 $(t_{0.975, n-1})$ 변수 t에 저장합니다.
 - t-분포의 좌우대칭을 이용하여 변수 t의 음수값 -t 는 $t_{0.025\ n-1}$ 이 됩니다.
 - $^{\circ}$ 6줄 : $\bar{X} t\alpha_{/2,n-1}$ $^{S}/\sqrt{n}$ 를 구해 변수 11에 저장합니다(신뢰구간의 하한).
 - 7^{2} : $\bar{X} + t_{\alpha_{/2},n-1}$ $S_{/\sqrt{n}}$ 를 구해 변수 ul에 저장합니다(신뢰구간의 상한).

- □ 8줄 : 앞서 구한 신뢰수준, 하한, 평균, 상한으로 구성된 벡터 ci를 생성합니다.
- □ 9줄 : 벡터 ci의 각 값의 이름을 주어 출력 시 알아보기 쉽게 합니다.
 - names() 함수를 이용하여 이름이 있는 벡터를 생성합니다.
- □ 10줄 : 함수를 호출한 상대에게 벡터 ci를 반환해줍니다.

```
13. smp <- c(520, 498, 481, 512, 515, 542, 520, 518, 527, 526)
14. ci.t(smp)
```

15. ci.t(smp, 0.1)

- Step #2) 앞서 만든 함수를 사용해 봅시다.
 - 13줄 : 표본으로부터 관찰한 자료들을 벡터로 생성하고, 변수 smp에 저장합니다.
 - 14줄 : ci.t 함수에 위의 자료 smp를 전달하고, 함수 수행의 결과를 보여줍니다.
 - alpha에 기본전달인자인 o.o5 사용하여 95% 신뢰구간을 구합니다.
 - □ 15줄 : 90% 신뢰구간을 구하기 위해 alpha 값을 0.1로 변경합니다.
 - 95% 신뢰구간보다 그 폭이 줄어드는 것을 확인할 수 있습니다

<pre>> ci.t(smp)</pre>			
Confidence Level	Lower limit	Mean	Upper limit
0.95	503.98	515.90	527.82
> ci.t(smp, 0.1)			
Confidence Level	Lower limit	Mean	Upper limit
0.9000	506.2408	515.9000	525.5592



6장을 위한 준비

: 외부로부터 자료 가져오기 및 표본추출

- 외부에서 제공하는 데이터 파일을 R에서 불러옵시다.
 - □ 이번에는 엑셀로 저장된 파일을 앞서 통계청의 마이크로 데이터 통합서비스 자료로 부터 다운받은 csv 파일의 형태로 저장하여 R에서 읽어봅시다.
 - □ 사용할 데이터는
 다양한 국가 표준・인증・제품안전정보・기술규제 관련 정책 등을 담당하는
 국가기술 표준원에서는 한국인 인체표준 정보를 DB화하고, 한국인이 쓰기에
 편리한 제품개발과 생활공간 디자인에 인체표준정보를 제공하기 위한 '한국 인 인체치수조사보급사업'을 실시하며, 측정데이터를 '한국인 인체치수조사 sizekorea' 웹 (http://sizekorea.kr) 을 통해 공개하고 있는 데이터 입니다.
 - 최근 7차 인체치수조사 데이터가 등록되었으나 지난 6차 자료를 사용할 것입니다.
 - 과거의 데이터를 제공하는 것도 의미있는 일입니다. 이를 통해 한국인의 인체치수 가 어떻게 변했는지 확인해 볼 수도 있으니까요....

예제 5-6 sizekorea 데이터 가져오기

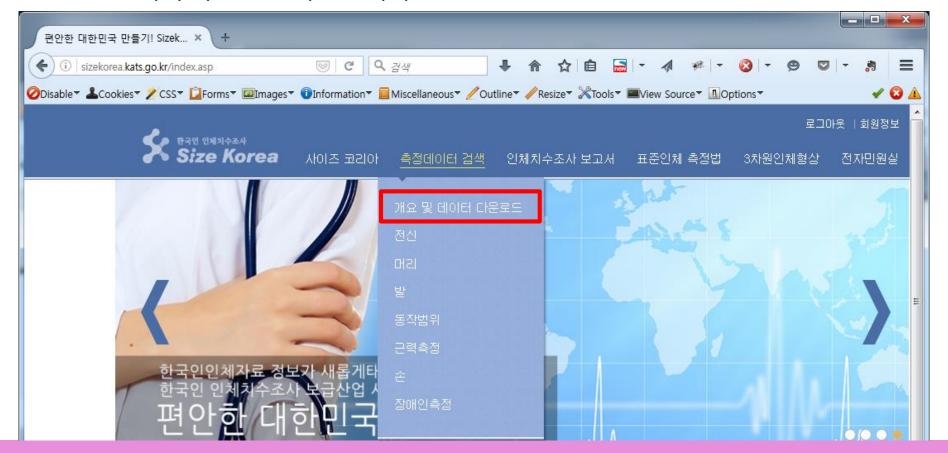
• 실습내용 및 필요사항

- □ sizekorea의 데이터를 사용하여 우리가 필요로 하는 데이터를 추출해봅시다.
- □ 주소는 http://sizekorea.kr 으로 접속하면 먼저 "회원가입"을 통해 아이디를 생성하고 로그인 합시다.

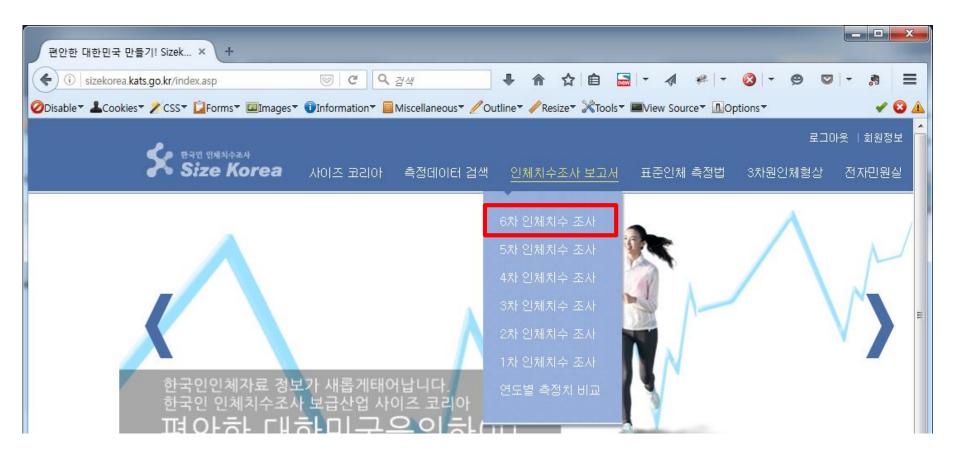


Sizekorea

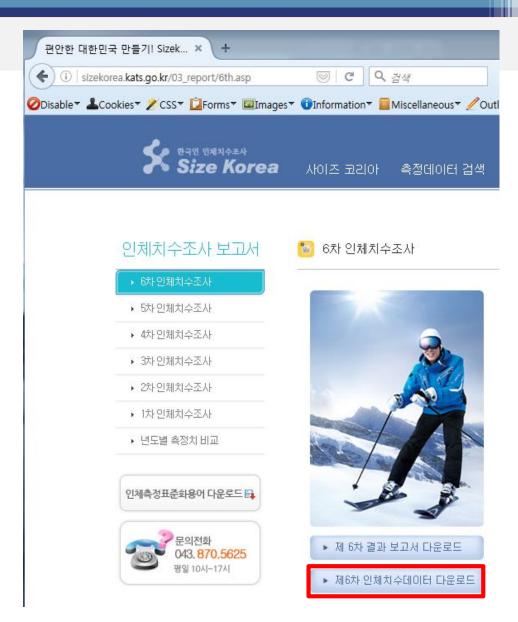
최신 측정데이터는 상단 메뉴의 '측정데이터 검색' ▶ '개요 및 데이터 다운로 드'에서 다운로드 가능합니다



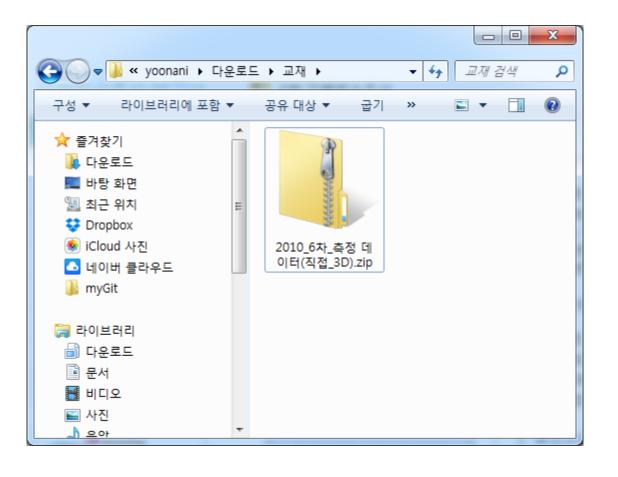
- 우리가 사용할 데이터는 지난 "6차 인체치수 조사" 입니다.
 - □ '인체치수조사 보고서' ▶ ' 6차 인체치수조사'를 선택합니다



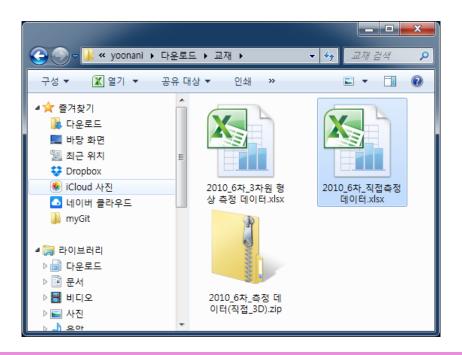
' 6차 인체치수조사' 하단의
'제6차인체수치데이터 다운로드'
를 클릭하여 자료를 받습니다

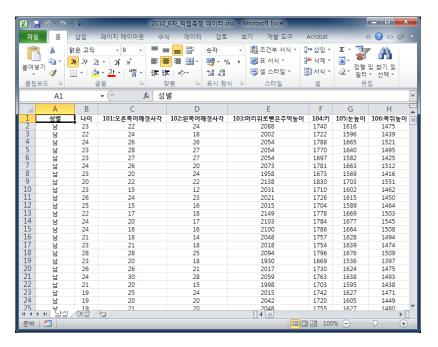


- □ 다운로드 받은 파일은 압축파일(.zip)로 되어 있습니다
 - 압축을 해제합니다.

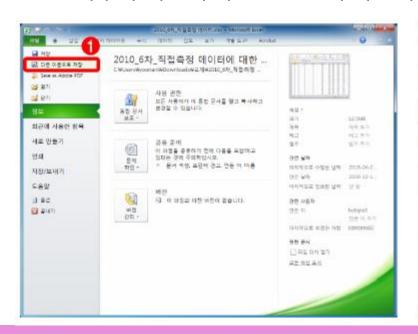


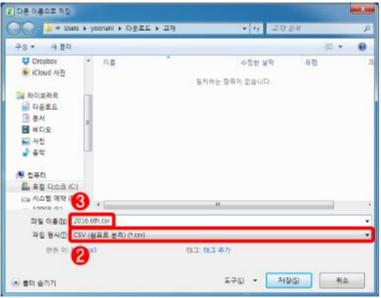
- 압축을 해제하면 '직접측정 데이터'와 ' 3차원 형상측정' 데이터 두 개의 엑셀파일(.xlsx)이나옵니다.
 - '2010_6차_직접측정 데이터'를 열어봅시다.
 - 남성과 여성의 두 개의 sheet로 되어 있고, 전체 14,016명으로부터 139개 항목을 측정한 상당히 큰 데이터입니다



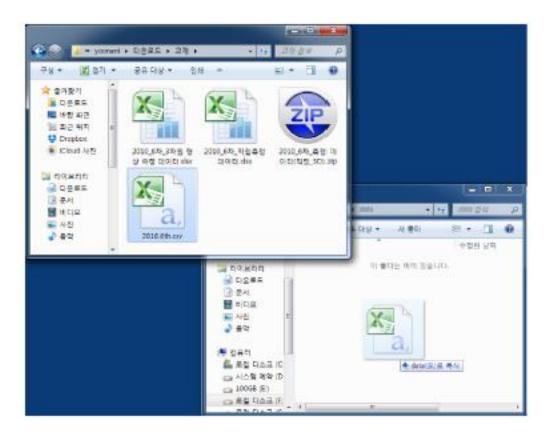


- 파일에는 남성과 여성의 두 개의 탭이 있으며, 이들 중 '남성' 시트에 있는 데이터 를 R에서 읽어 들이기 위해 "남성" 시트에서
 - ① 엑셀에서 '다른 이름으로 저장'을 클릭한 후, 파일 저장창이 나오면
 - ② '파일 형식'을 'csv(쉼표로 분리)'로 선택합니다.
 - ③ '파일 이름'을 '2016.6th.csv'로 입력하고 저장합니다. (csv 파일로 저장시 현재 시트 저 장여부와 엑셀의 각종 요소들이 저장되지 않음을 경고합니다.)





- 변환한 데이터 파일을 data 폴더로 복사합니다.
 - □ 6장을 위한 프로젝트 생성 후 data 폴더에도 저장합니다.



예제 5-7 R에서 불러오기와 추출하기

준비파일 | 07.retrieve.R

• 실습내용

- csv로 변환한 파일을 불러오고, 6장의 예제로 사용하기 위해 필요로 하는 자료들을 무작위로 선택합니다.
 - 1. data <- read.csv("./data/2016.6th.csv", header=T)</pre>
 - 2. str(data)
- Step #1) 앞서 sizekorea 로부터 받은 파일을 불러옵니다.
 - □ 1줄 : 앞서 저장한 csv 파일은 read.csv() 함수를 이용해 불러옵니다.
 - 자료의 첫 줄에 변수명이 있으므로 header=T를 주어 첫줄은 변수명으로 합니다.
 - header=T가 아닐 경우 1줄부터 데이터로 읽어 오고 변수명은 R이 $V_1, V_2, V_3, ...$ 의 형태로 임의로 만듭니다.
 - 만일 csv 파일에서 예를 들어 처음 5줄은 자료 설명이 있고 6줄 부터 자료가 시작될 경우 1 skip=15를 read.csv() 에 넣어 처음 15줄을 건너 뛸 수 있습니다.

- 2줄 : 불러온 데이터의 구조를 확인합니다.
 - *7*,532개의 관찰대상으로부터 156개의 변수가 저장된 자료입니다.
 - 변수명이 숫자로 시작된 경우
 - read.csv() 함수가 변수명 앞에 대문자 X를 붙이고,
 - 변수명에 특수문자(이 경우 콜론 ':')나 띄어쓰기가 있는 경우 점('.')으로 변환합니다.
 - '101:오른쪽어깨경사각' → 'X101.오른쪽어깨경사각'
 - 변수가 156개나 되는 관계로 전부 출력되지 않을 수 있습니다

```
> str(data)
'data.frame': 7532 obs. of 156 variables:
$ 성별 : Factor w/ 1 level "남": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
$ 나이 : num 23 22 24 23 23 24 23 20 23 26 ...
$ X101.오른쪽어깨경사각 : num 22 24 26 28 27 26 20 22 15 24 ...
...
$ X324.벽면몸통두께 : num 250 246 214 234 264 276 263 248 308 295 ...
$ X325.벽면어깨수평길이 : num 100 82 64 98 67 75 73 65 55 87 ...
```

- 4. tmp <- subset(data, └├○|==7)
- 5. height.p <- tmp\$X104.₱|
- Step #2) 전체 데이터에서 필요한 부분만 추출합니다.
 - □ 우리가 사용할 자료는 7세 어린이들의 키 자료입니다.
 - □ 4줄 : subset() 함수를 이용해 조건에 맞는 행들만으로 구성된 데이터 프레임을 생성합니다.
 - subset 함수의 첫 번째 전달인자에는 원본 데이터 프레임의 이름이 들어가고,
 - 두 번째 전달인자에는 행 선택 조건이 들어갑니다. (나이 열의 값이 7인 자료 선택)
 - 7살아이들의 자료만 추출하기 위해 데이터 프레임 data의 '나이' 열의 값이 7인 행들을 선택(나이==7)하여 tmp라는 이름의 데이터 프레임으로 저장합니다.
 - 교재에서는 나이변수가 데이터프레임 data의 열임을 강조하기 위해 data\$나이로 표기 하였으나, subset() 함수에서는 슬라이드처럼 사용합니다.
 - $_{9}$ 5줄 : 4줄에서 작성한 $_{7}$ 세 어린이의 여러 측정변수 중 '키' 변수를 선택하여 height.p에 저장합니다.

- 7. set.seed(9)
- 8. height <- height.p[sample(length(height.p), 15)]</pre>
- 9. height
- Step #3) 주어진 자료에서 15개의 확률 표본을 생성합니다.
 - □ 7줄 : 난수생성의 초깃값을 9로 합니다.
 - 8줄: sample() 함수를 이용해 15개의 확률표본을 생성하고, 이를 height에 저장합니다.
 - sample() 함수의 첫 번째 전달인자에 특정 숫자를 전달하면, 숫자의 순서를 무작위로 배치합니다.
 - sample() 함수의 첫번째 전달인자는 벡터가 전달되며 위와 같이 단일 값을 넣는 경우 1:n의 벡터를 무작위로 섞습니다.
 - 두 번째 전달인자로 특정숫자를 전달하면 임의로 배치된 숫자들 중 앞에서 원하는 개수만큼 가져옵니다
 - 앞서 추출한 height.p에서 15개의 확률표본을 추출하는 경우와 같습니다.

□ 9줄 : 8줄에서 생성한 height.p에서 추출한 15개의 표본을 출력합니다

```
> height
[1] 1196 1340 1232 1184 1295 1247 1201 1182
1192 1287 1159 1160
[13] 1243 1264 1276
```



Q & A



수고하셨습니다.