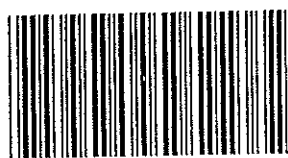


**ECOLE CENTRALE DE LYON**

MECANIQUE  
DES  
SOLIDES

TOME 1 :  
- mécanique -  
- des -  
- milieux continus -



10200C

M.SIDOROFF

## TABLE DES MATIERES

<b>Chapitre I : MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS</b>	
1. Lois de conservation	1
1.1 Les lois de la Physique	1
1.2 Etude d'une loi de conservation	3
1.3 Utilisation de la loi fondamentale	6
2. Puissances virtuelles	8
2.1 Le théorème des puissances virtuelles	8
2.2 Le principe des puissances virtuelles	10
2.3 Théorie du premier gradient	11
3. Thermodynamique des milieux continus	13
3.1 Conservation de l'énergie	13
3.2 Inégalité de Clausius-Duhem	15
<b>Chapitre II : LE TENSEUR DES CONTRAINTES</b>	
1. Notions générales	17
1.1 Vecteur contrainte - Tenseur des contraintes	17
1.2 Contraintes principales - Invariants	19
1.3 Etats de contraintes particuliers	21
2. Représentations géométriques des contraintes	23
2.1 Quadriques des contraintes	23
2.2 Espace des contraintes principales	24
3. Représentation de Mohr	26
3.1 Tricercle de Mohr	26
3.2 Cercle de Mohr - Pôle	28
<b>Chapitre III : ETUDE DES DEFORMATIONS</b>	
1. Grandes déformations	33
1.1 Description de la déformation	33
1.2 Le tenseur des déformations	34
2. Petites déformations	38
2.1 Hypothèse des petites déformations	38
2.2 Tenseur linéarisé des déformations	39
2.3 Dualité contraintes-déformations	43
3. Compatibilité des déformations	44
3.1 Calcul de la rotation	45
3.2 Calcul du déplacement	46
<b>Chapitre IV : LOIS DE COMPORTEMENT</b>	
1. Problèmes de mécanique des solides	49
1.1 Problèmes dynamiques et quasi-statiques	49
1.2 Conditions aux limites	51
1.3 Lois de comportement	54
1.4 Les essais classiques	56
2. Comportement des solides	58
2.1 Diversité des comportements	58
2.2 Modèles rhéologiques	61
<b>Chapitre V : ELASTICITE LINEAIRE</b>	
1. Description du comportement élastique	65
1.1 Le tenseur d'élasticité	65
1.2 Isotropie et anisotropie	67
1.3 Elasticité anisotrope	69
2. Elasticité linéaire isotrope	71
2.1 Coefficients d'élasticité	71
2.2 Découplage déviateur-partie sphérique	74

3. Critère de limite d'élasticité	76
3.1 Forme générale du critère	76
3.2 Critères de von Mises et Tresca	78
Chapitre VI : ELASTICITE CLASSIQUE	
1. Les équations de l'élasticité	81
1.1 Problèmes réguliers	81
1.2 Théorème d'unicité en dynamique	83
1.3 Equations de Navier	87
1.4 Equations de Beltrami	88
2. Exemples de problèmes simples	88
2.1 Déformation d'un bloc pesant	90
2.2 Réservoir sphérique sous pression	
Chapitre VII : LE PROBLEME DE SAINT VENANT	
1. Traction et flexion pure	95
1.1 Le principe de Saint Venant	95
1.2 Répartition des contraintes normales	98
1.3 Flexion pure	100
2. Torsion	103
2.1 Section circulaire ou annulaire	103
2.2 Théorie générale	105
2.3 Calcul du déplacement	108
2.4 Sections particulières	111
3. Flexion composée	113
3.1 Champ de contraintes	113
3.2 Calcul des efforts appliqués	116
3.3 Section circulaire	118
Chapitre VIII : PROBLEMES PLANS EN ELASTICITE	
1. Elasticité plane	121
1.1 Déformations planes	121
1.2 Contraintes planes	123
1.3 Utilisation de la variable complexe	125
2. Exemples d'applications	127
2.1 Problème de Saint Venant	127
2.2 Traction d'une plaque perforée	129
Chapitre IX : METHODES VARIATIONNELLES	
1. Théorèmes variationnels	131
1.1 Notions fondamentales	131
1.2 Le théorème de l'énergie potentielle	134
1.3 Le théorème de l'énergie complémentaire	136
1.4 Application à la torsion	139
2. Les théorèmes de l'énergie	143
2.1 Le théorème de réciprocité	143
2.2 Le théorème de Castigliano	144
3. La méthode des éléments finis	147
3.1 Principe de la méthode	147
3.2 Application à un exemple	148
3.3 Etude d'un élément	149
3.4 Assemblage	152
Chapitre X : PLASTICITE CLASSIQUE	
1. Lois de comportement	155
1.1 Le comportement plastique	155
1.2 Plasticité parfaite	157
1.3 Potentiel plastique	158

2. Exemples de problèmes	161
2.1 Flexion d'une poutre	161
2.2 Réservoir sphérique	163
3. Méthodes variationnelles	165
3.1 Le problème en vitesses	165
3.2 Introduction à l'analyse limite	167

## Chapitre XI : THERMOELASTICITE LINEAIRE

1. Lois de comportement	171
1.1 La théorie thermoélastique	171
1.2 Thermoélasticité classique	173
2. Problèmes de thermoélasticité	175
2.1 Problèmes aux limites	175
2.2 Un exemple	176

## Annexe A : NOTATIONS TENSORIELLES

1. Vecteurs et tenseurs	179
1.1 Notations indicielles	179
1.2 Changement de repère	180
1.3 Vecteurs	181
1.4 Applications linéaires	181
1.5 Formes bilinéaires	182
1.6 Tenseurs du second ordre	182
1.7 Tenseurs d'ordre supérieur	183
1.8 Invariants	184
2. Permutations et déterminants	185
2.1 Les symboles de permutation	185
2.2 Déterminant d'une matrice	186
2.3 Polynôme caractéristique	186
2.4 Adjoint d'un tenseur antisymétrique	187
3. Calcul vectoriel et analyse vectorielle	188
3.1 Calcul vectoriel	188
3.2 Analyse vectorielle	188
3.3 Transformation d'intégrales	190
4. Coordonnées curvilignes	190
4.1 Coordonnées cylindriques	191
4.2 Coordonnées sphériques	192

## Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

- 1 P.GERMAIN. Mécanique des Milieux Continus, Paris, Masson, 1962.
- 2 P.GERMAIN. Cours de Mécanique des Milieux Continus, tome I: Théorie Générale, Paris, Masson, 1973.
- 3 J.MANDEL. Cours de Mécanique des Milieux Continus, tomes 1 et 2, Paris, Gauthier-Villars, 1966.
- 4 J.MANDEL. Introduction à la Mécanique des Milieux Continus Déformables, Varsovie, P.W.N., 1974.
- 5 G.GONTIER. Mécanique des Milieux Déformables, Dunod, Paris, 1969.
- 6 M.ROY. Mécanique, tome II: Milieux Continus, Dunod, Paris, 1966.
- 7 L.I.SEDOV. A course in continuum mechanics, tomes I,II,III,IV, Groningen, Walters Noordhoff, 1971.
- 8 A.C.ERINGEN. Mechanics of Continua, New York, J.Wiley & Sons, 1967.
- 9 W.PRAGER. Introduction to Mechanics of Continua, New York, Ginn and Co, 1961.
- 10 W.M.LAI, D.RUBIN, E.KREMPL. Introduction to continuum mechanics, Oxford, Pergamon, 1978.
- 11 C.A.TRUEDELL, R.TOUPIN. The Classical Field Theories, Handbuch der Physik, Bd III/1, Berlin, Springer, 1960.
- 12 C.A.TRUEDELL, W.NOLL. The non linear field theories of mechanics, Handbuch der Physik, Bd III/3, Berlin, Springer, 1965.
- 13 L.SOLOMON. Elasticité linéaire, Paris, Masson, 1968.
- 14 S.TIMOSHENKO, J.GOODIER. Théorie de l'élasticité, Paris, Béranger, 1961.
- 15 J.DUC, D.BELLET. Mécanique des Solides réels. Elasticité, Toulouse, Cepadues, 1976.
- 16 J.DUC, D.BELLET. Problèmes d'élasticité, Toulouse, Cepadues, 1976.
- 17 A.LOVE. Mathematical theory of elasticity, London, Dover, 1944.
- 18 L.D.LANDAU, E.M.LIFSCHITZ. Théorie de l'élasticité, Cours de Physique Théorique, tome VII, Ed. de Moscou, 1967.
- 19 N.I.MUSKHELISHVILI. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity, Groningen, Noordhoff, 1953.
- 20 M.E.GURTIN. Linear elasticity, Handbuch der Physik, Bd VIa 2, Berlin, Springer Verlag.

- 21 R.VALID. La mécanique des milieux continus et le calcul des structures, Paris, Eyrolles, 1977.
- 22 O.C.ZIENKIEWICZ. La méthode des éléments finis appliquée à l'art de l'ingénieur.
- 23 C.L.DYM, I.H.SHAMES. Solid mechanics, a variational approach, New York, McGraw Hill, 1973.
- 24 G.DUVAUT, J.L.LIONS. Les inéquations variationnelles en Mécanique et en Physique, Paris, Dunod, 1972.
- 25 J.MANDEL. Propriétés mécaniques des matériaux: Rhéologie, Plasticité, Paris, Eyrolles, 1977.
- 26 R.HILL. The mathematical theory of plasticity, Oxford University Press, 1964.
- 27 A.A.ILIOUCHINE. Plasticité, Déformations élastoplastiques, Paris, Eyrolles, 1956.
- 28 W.JOHNSON, P.B.MELLOR. Plasticity for mechanical engineers, London, Van Nostrand, 1962.
- 29 W.PRAGER. Problèmes de plasticité théorique, Paris, Dunod.
- 30 H.PARKUS. Thermoelasticity, Waltham, Blaisdell, 1968.