<기초통계학I> 6장 과제물

아래 과제물을 **"강의실 홈페이지 과제 제출하기"**를 통해 **5월31일(월)까지 제출**

- 풀이 과정을 파일로 작성하는 것이 불편하면 연습장에 손으로 푼 후에 풀이 결과를 스캔하거나 사진으로 찍어서 제출해도 됨
- 모든 계산은 엑셀 등 자료처리 프로그램을 이용하지 말고 직접 손으로 계산해서 풀 것 (계산기는 사용 가능)
- 어떤 경우에도 과제물은 **PDF 파일로 변환**해서 제출할 것

○ 교재 6장 연습문제 #6.2, #6.6, #6.7, #6.9, #6.10

※ 아래 수정사항 참조

#6.7 : 대기시간이 288초 이상인 ⇨ **대기시간이 267초 이상인**

기초통계학1 과제6장 2016133 이유진

#6.2

1) $X_1-X_2 \sim N(\mu_1-\mu_2,\ 2\sigma^2-2Cov(X_1,X_2))$

($\because E(X_1 \pm X_2)=E(X_1) \pm E(X_2)$, $Var(X_1 \pm X_2)=Var(X_1)+Var(X_2) \pm 2Cov(X_1,X_2)$)

2) $Cov(X_1+X_2,\ X_1-X_2) = E((X_1+X_2)(X_1-X_2)) - E(X_1+X_2)\cdot E(X_1-X_2)$

($\because Cov(X,Y) = E(XY)-E(X)E(Y)$)

정리하면 $E(X_1^2-X_2^2) - \{E(X_1)^2 - E(X_2)^2\} = Var(X_1) - Var(X_2) = \sigma^2-\sigma^2=0$

따라서 $Cov(X_1+X_2,\ X_1-X_2)=0$

3) 독립이다. 정규분포를 따르기 때문에 공분산이 0이면 서로 독립이라고 할수있다.

#6.6

chip의 수행시간 $X \sim N(10, 0.1^2)$

1) ① $P(X \geq 10.1) = P\left(\frac{X-10}{0.1} \geq \frac{10.1-10}{0.1}\right) = P(Z \geq 1) = 0.1587$

② $\binom{5}{1} 0.1587^1 \times 0.8413^{5-1} = 0.3975$

③ $n=10$ 이므로 $bin(10,\ 0.1587)$을 따른다

(평균) $= n\cdot p = 10 \times 0.1587 = 1.587$

(분산) $= n\cdot p\cdot(1-p) = 10 \times 0.1587 \times 0.8413 = 1.3351$

2) 성능상위 5%. (수행시간이 짧은 5%) $\rightarrow$ $P(X \leq x)=0.05$ 에서의 x값

$P\left(Z \leq \frac{x-10}{0.1}\right) = 0.05$, $\frac{x-10}{0.1} = -1.645$이므로 $x = 10 - 0.1 \times 1.645 = 9.8355$초

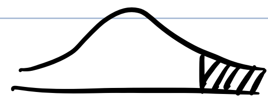
3) 4개 chip의 직렬수행시간 : $X_1+X_2+X_3+X_4 \sim N(10\times4,\ 4\times0.1^2)$

$X_1+X_2+X_3+X_4 = Y$로 치환하고 정리하면 $Y \sim N(40,\ 0.2^2)$

폐기할 확률 $P(Y \geq 40.1) = P\left(Z \geq \frac{40.1-40}{0.2}\right) = P(Z \geq 0.5) = 0.3085$

#6.7

대기시간 $X \sim N(186, 54^2)$



1) $P(X \ge 267) = P(Z \ge \frac{267-186}{54}) = P(Z \ge 1.5) = 0.0668$

2) 대기시간이 267초 이상인 고객의 비율이 6.68% 이다.

5% 이상이므로 상담원을 추가로 고용해야한다.

3) 대기시간이 5%로 긴 고객의 대기시간 $\Rightarrow$ $P(X \ge x) = 0.05$ 에서의 x값

$P(Z \ge \frac{x-186}{54}) = 0.05$, $\frac{x-186}{54} = 1.645$ 이므로 $x = 186 + 54 \times 1.645 = 274.83$초

4) 추가 고용한 상담원이 a명이라하면 대기시간이 평균 a초 줄어든다. 즉 $X \sim N(186-a, 54^2)$

$P(X \ge 267) = P(Z \ge \frac{267-(186-a)}{54}) < 0.05$ 인 a값을 찾아야한다.

$\frac{267-(186-a)}{54} = 1.645$, $a = 54 \times 1.645 - 81 = 7.83$

$\hookrightarrow$ 8명을 고용해야한다.

#6.9

절약시간 $X \sim N(20, 15^2)$

1) 10분이상 절약될 확률 $P(X \ge 10) = P(Z \ge \frac{10-20}{15}) = P(Z \ge -0.667) = 0.7486$

2) ① 준비시간이 이전보다 길 확률은 절약시간이 없을 확률을 의미한다.

$P(X \le 0) = P(Z \le \frac{0-20}{15}) = P(Z \le -1.333) = 0.0918$

② $n=10$ 이므로 $bin(10, 0.0918)$을 따른다.

$\binom{10}{1} 0.0918^1 \times 0.9082^9 = 0.3859$

③ (평균) $= np = 10 \times 0.0918 = 0.918$

3) 절약시간 X가 60분이상일 확률 $P(X \ge 60) = P(Z \ge \frac{60-20}{15}) = P(Z \ge 2.667)$

$= 0.0038$

6.10

독립이므로 공분산 = 0

환자이송시간 $X \sim N(22, 4^2)$

처치시간 $Y \sim N(3, 1^2)$

$\rightarrow$ 응급처치까지 걸리는시간 $X+Y \sim N(22+3,\ 4^2+1^2)$

1) 환자 이송중 위험에 빠질 확률 $P(X>30) = P(Z > \frac{30-22}{4}) = P(Z>2) = 0.0228$

2) $P(X+Y<30) = P(Z < \frac{30-25}{\sqrt{17}}) = P(Z<1.21) = 0.8869$

3) 보강 이전 위험에 빠질확률 $P(Z>1.21) = 0.1131$

2분전부터 처치 받을 수 있으므로 응급처치까지 걸리는 시간의 평균이 2분감소한다. 즉, $X+Y \sim N(23, 17)$

보강 이후 위험에 빠질 확률 $P(X+Y>30) = P(Z > \frac{30-23}{\sqrt{17}}) = P(Z>1.70) = 0.0446$

$\therefore 0.1131 - 0.0446 = 0.0685$, 즉 6.85% 감소한다.

4) 이송시간 X와 처치시간 Y의 상관계수가 -0.5라면

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X\sigma_Y} = \frac{\sigma_{XY}}{4\times1} = -0.5,\ \text{즉 공분산 } \sigma_{XY} = -0.5\times4 = -2$$

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2\sigma_{XY} = 4^2+1^2-4 = 13$$

위험에 빠질 확률 $P(X+Y>30) = P(Z > \frac{30-25}{\sqrt{13}}) = P(Z>1.39) = 0.0823$

$\therefore 0.1131 - 0.0823 = 0.0308$, 즉 3.08% 감소한다.