 56/60

#1

	A_1	A_2	A_3	A_4	total
합	25.08	26.10	28.44	26.58	106.20
평균	8.36	8.70	9.48	8.86	8.85

1) $CT = \frac{106.20^2}{12} = 939.87$

$TSS = (8.44^2 + 8.59^2 + \cdots + 8.74^2) - 939.87 = 2.148$

$SSTR = (25.08^2 + 26.10^2 + 28.44^2 + 26.58^2)/3 - 939.87 = 1.9788$

$SSE = TSS - SSTR = 2.148 - 1.9788 = 0.1692$

$MSTR = SSTR/3 = 0.6596$

$MSE = SSE/8 = 0.02115$

$F = MSTR/MSE = 31.1868$

	자유도	제곱합	평균제곱	F
처리	3	1.9788	0.6596	31.1868
오차	8	0.1692	0.02115	
전체	11	2.148		

2) A_i의 분산이 σ_i^2일때 $(i=1,2,3,4)$

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^3 = \sigma_4^4$ -1

$H_1:$ not H_0

$F = 31.1868 > F_{0.05,3,8} = 4.07$ 이므로 H_0 기각

따라서 5% 의 유의수준에서 반응온도에 따른 강도의 변화가 있다고 할 수 있다.

3) μ_i가 i번째 수준의 반응온도에서의 강도 모평균일때 $|\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{j\cdot}|$ 를 계산하면

$|\bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{2\cdot}| = |8.36 - 8.70| = 0.34$ $\quad |\bar{y}_{2\cdot} - \bar{y}_{3\cdot}| = |8.70 - 9.48| = 0.78$

$|\bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{3\cdot}| = |8.36 - 9.48| = 1.12$ $\quad |\bar{y}_{2\cdot} - \bar{y}_{4\cdot}| = |8.70 - 8.86| = 0.16$

$|\bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{4\cdot}| = |8.36 - 8.86| = 0.50$ $\quad |\bar{y}_{3\cdot} - \bar{y}_{4\cdot}| = |9.48 - 8.86| = 0.62$

종류	평균	종류	평균	차이	가설검정식	최소유의차	Bonferroni	Scheffe	Tukey
1	8.36	2	8.70	0.34	$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$	O	X	X	X
		3	9.48	1.12	$H_0: \mu_1 = \mu_3$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_3$	O	O	O	O
		4	8.86	0.50	$H_0: \mu_1 = \mu_4$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_4$	O	O	O	O
2	8.70	3	9.48	0.78	$H_0: \mu_2 = \mu_3$ $H_1: \mu_2 \neq \mu_3$	O	O	O	O
		4	8.86	0.16	$H_0: \mu_2 = \mu_4$ $H_1: \mu_2 \neq \mu_4$	X	X	X	X
3	9.48	4	8.86	0.62	$H_0: \mu_3 = \mu_4$ $H_1: \mu_3 \neq \mu_4$	O	O	O	O

① 최소유의차

$|\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{j\cdot}| > t_{0.025,8} \cdot \sqrt{MSE} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = 2.306 \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.27$ 이면 이 쌍의 차이는 유의함

$H_0: \mu_1 = \mu_2$, $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ → $|\bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{2\cdot}| = |8.36 - 8.70| = 0.34 > 0.27$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_2 에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$H_0: \mu_1 = \mu_3$, $H_1: \mu_1 \neq \mu_3$ → $|\bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{3\cdot}| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.27$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_3 에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$H_0: \mu_1 = \mu_4$, $H_1: \mu_1 \neq \mu_4$ → $|\bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{4\cdot}| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.27$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_4 에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$H_0: \mu_2 = \mu_3$, $H_1: \mu_2 \neq \mu_3$ → $|\bar{y}_{2\cdot} - \bar{y}_{3\cdot}| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.27$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_3 에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$H_0: \mu_2 = \mu_4$, $H_1: \mu_2 \neq \mu_4$ → $|\bar{y}_{2\cdot} - \bar{y}_{4\cdot}| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.27$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_4 에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다

$H_0: \mu_3 = \mu_4$, $H_1: \mu_3 \neq \mu_4$ → $|\bar{y}_{3\cdot} - \bar{y}_{4\cdot}| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.27$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_3과 A_4 에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

② Bonferroni

$k = {}_4C_2 = 6$이므로 $|\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{j\cdot}| > t_{\frac{0.025}{6}, 8} \times \sqrt{MSE} \times \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = 3.507 \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.42$이면 이 쌍의 차이는 유의함

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{2\cdot}| = |8.36 - 8.70| = 0.34 < 0.42$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_2에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_3 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_3 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{3\cdot}| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_3에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_4 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_2 = \mu_3 \\ H_1: \mu_2 \neq \mu_3 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{2\cdot} - \bar{Y}_{3\cdot}| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_3에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_2 = \mu_4 \\ H_1: \mu_2 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{2\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.42$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다

$\begin{cases} H_0: \mu_3 = \mu_4 \\ H_1: \mu_3 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{3\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_3과 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

③ Scheffe

$|\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{j\cdot}| > \sqrt{(4-1) \cdot F_{0.05, 3, 8}} \times \sqrt{MSE} \times \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = \sqrt{3 \times 4.07} \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.41$ 이면 이 쌍의 차이는 유의함

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{2\cdot}| = |8.36 - 8.70| = 0.34 < 0.41$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_2에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_3 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_3 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{3\cdot}| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_3에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_4 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_2 = \mu_3 \\ H_1: \mu_2 \neq \mu_3 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{2\cdot} - \bar{Y}_{3\cdot}| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_3에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_2 = \mu_4 \\ H_1: \mu_2 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{2\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.41$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다

$\begin{cases} H_0: \mu_3 = \mu_4 \\ H_1: \mu_3 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{3\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_3과 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

④ Tukey

$|\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{j\cdot}| > (q(0.05, 4, 8)/\sqrt{2}) \times \sqrt{MSE} \times \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = (4.53/\sqrt{2}) \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.38$ 이면 이 쌍의 차이는 유의함

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{2\cdot}| = |8.36 - 8.70| = 0.34 < 0.38$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_2에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_3 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_3 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{3\cdot}| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_3에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_4 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{1\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_1과 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_2 = \mu_3 \\ H_1: \mu_2 \neq \mu_3 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{2\cdot} - \bar{Y}_{3\cdot}| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_3에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$\begin{cases} H_0: \mu_2 = \mu_4 \\ H_1: \mu_2 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{2\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.38$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_2와 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다

$\begin{cases} H_0: \mu_3 = \mu_4 \\ H_1: \mu_3 \neq \mu_4 \end{cases}$ → $|\bar{Y}_{3\cdot} - \bar{Y}_{4\cdot}| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
즉 5% 유의수준에서 반응온도 A_3과 A_4에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

47) 잔차 $= y_{13} - \bar{y}_{1\cdot} = 8.28 - 8.36 = -0.08$ -3

Studentized 잔차 $= \frac{n_1 - 1}{n_1} y_{13} - \frac{1}{n_1} \sum_{k \neq 3} y_{1k} = \frac{3-1}{3} \times 8.28 - \frac{1}{3}(8.44 + 8.36) = -0.08$

#2

μ_i가 i번째 호수의 산소량 모평균일때 $(i=1,2,3)$

$$\begin{cases} H_0: 2\mu_1-\mu_2-\mu_3=0 & \text{(선형대비)} \\ H_1: 2\mu_1-\mu_2-\mu_3\neq 0 \end{cases}$$

c_i가 μ_i의 계수라면 $c_1=2,\ c_2=-1,\ c_3=-1$

$y_{1\cdot}=22,\ y_{2\cdot}=46,\ y_{3\cdot}=211 \rightarrow \overline{y_{1\cdot}}=2.2,\ \overline{y_{2\cdot}}=4.6,\ \overline{y_{3\cdot}}=21.1$

$n=10$

$$CT=\frac{(22+46+211)^2}{30}=2594.7$$

$TSS=(0^2+2^2+\cdots+30^2)-2594.7=4983-2594.7=2388.3$

$SSTR=(22^2+46^2+211^2)/10-2594.7=2117.4$

$SSE=TSS-SSTR=270.9$

$MSE=SSE/27=10.033$

$L=2\times 2.2-4.6-21.1=-21.3$

$$S_L^2=\frac{10.033}{10}\left(2^2+(-1)^2+(-1)^2\right)=6.0198$$

$$\Rightarrow T^2=\frac{(-21.3)^2}{6.0198}=75.3663>F_{0.05,1,27}=4.206$$ 이므로 H_0 기각

따라서 5% 의 유의수준에서 동쪽호수와 서쪽 호수간의 산소량차이가 있다고 할수 있다.

#3

σ_i^2이 처리액의 농도 i에 따른 인장강도의 분산일때 $(i=A,B)$

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2\neq\sigma_2^2 \end{cases}$$

검정통계량 $H^*=\dfrac{\max(s_i^2)}{\min(s_i^2)}\sim H(p,n-1)$

$$S_A^2=\frac{1}{6-1}\left(\Sigma x_i^2-\frac{1}{n}(\Sigma x_i)^2\right)=1.1$$

$$S_B^2=\frac{1}{6-1}\left(\Sigma x_i^2-\frac{1}{n}(\Sigma x_i)^2\right)=15.7667$$

따라서 $H=\dfrac{15.1667}{1.1}=14.333>H(2,5)=7.15$ 이므로 H_0 기각

즉 5% 의 유의수준에서 처리액의 농도에 따라 인장강도의 분산이 다르다고 할수 있다.