

## <기초통계학I> 4장 과제물

아래 과제물을 “강의실 홈페이지 과제 제출하기”를 통해 5월3일(월)까지 제출

- 풀이 과정을 파일로 작성하는 것이 불편하면 연습장에 손으로 푼 후에 풀이 결과를 스캔하거나 사진으로 찍어서 제출해도 됨
- 모든 계산은 엑셀 등 자료처리 프로그램을 이용하지 말고 직접 손으로 계산해서 풀 것 (계산기는 사용 가능)
- 어떤 경우에도 과제물은 PDF 파일로 변환해서 제출할 것

○ 교재 4장 연습문제 #4.1, #4.5, #4.6, #4.7

※ 아래 수정사항 참조

#4.6 : 4전 3선승제로 ⇨ 5전 3선승제로

## # 4.1

$$1) 0.20 + 0.25 + k + 0.30 = 1, k = 0.25$$

$$E(X) = 1 \times 0.20 + 2 \times 0.25 + 4 \times 0.25 + 8 \times 0.30 = 4.1$$

$$2) k \times 0.5^0 + k \times 0.5^1 + k \times 0.5^2 = 1, k = \frac{4}{7} = 0.571$$

$$E(X) = 0 \times \frac{4}{7} \times 0.5^0 + 1 \times \frac{4}{7} \times 0.5^1 + 2 \times \frac{4}{7} \times 0.5^2 = \frac{4}{7} = 0.571$$

$$3) \int_0^1 kx dx = \left[ \frac{k}{2} x^2 \right]_0^1 = \frac{k}{2} = 1, k = 2$$

$$E(X) = \int_0^1 x \cdot 2x dx = \frac{2}{3} = 0.667$$

$$4) \int_0^{\infty} k e^{-x} dx = 1, k = 1$$

$$E(X) = \int_0^{\infty} x \cdot e^{-x} dx = 1$$

## # 4.5

$$1) \Omega = \{R, FR, FFR, FFFR, FFFF\}$$

$$P(R) = 0.4, P(FR) = 0.6 \times 0.4 = 0.24, P(FFR) = 0.6^2 \times 0.4 = 0.144$$

$$P(FFFF) = 0.6^3 \times 0.4 = 0.0864, P(FFFF) = 0.6^4 = 0.1296$$

2) ①

$y \backslash x$	1	2	3	4	$f_Y(y)$
0	0	0	0	0.1296	0.1296
1	0.4	0.24	0.144	0.0864	0.8704
$f_X(x)$	0.4	0.24	0.144	0.216	1

② 독립이 아니다.  $X, Y$ 가 독립이라면 모든  $x, y$ 에 대하여  $f(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$ 를 만족해야 한다.

$$x=1, y=0 \text{ 일때 } 0 \neq 0.4 \times 0.1296$$

③  $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

$$= (1 \times 0.4 + 2 \times 0.24 + 3 \times 0.144 + 4 \times 0.216) + (0 \times 0.1296 + 1 \times 0.8704)$$

$$= 2.176 + 0.8704$$

$$= 3.0464$$

$E(XY)?$  -1 왜안구함

④ ~~Var~~(Y) =  $E(Y^2) - E(Y)^2$

$$= (0^2 \times 0.1296 + 1^2 \times 0.8704) - (0 \times 0.1296 + 1 \times 0.8704)^2$$

$$= 0.8704 - 0.8704^2$$

$$= 0.113$$

## # 4.6

1)	$y$	0	1	2	3	$\sum y$
	$f_Y(y)$	0.125	0.1875	0.1875	0.5	1



↑

↑

$0.5^3$

$3 \times 0.5^4$

$6 \times 0.5^5$

$$0.5^3 + 3 \times 0.5^4 + 6 \times 0.5^5$$

yyy

yydy

yydoy

DDD DdyYD

уоуу

у о у о у

DDYD DYDD

b y y y

У Д Д У У

0000 0000

U Y Y U Y  
h y p y y

7000 8000

DDYYYY

90900  
90900

---

99000

$$2) E(Y) = 0 \times 0.125 + 1 \times 0.1875 + 2 \times 0.1875 + 3 \times 0.5 = 2.0625$$

$$\text{Var}(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2$$

$$= (0^2 \times 0.125 + 1^2 \times 0.1875 + 2^2 \times 0.1875 + 3^2 \times 0.5) - 2.0625^2$$

1.184

$y \backslash x$	3	4	5	$f_Y(y)$
0	0.125	0	0	0.125
1	0	0.1875	0	0.1875
2	0	0	0.1875	0.1875
3	0.125	0.1875	0.1875	0.5
$f_X(x)$	0.25	0.375	0.375	1

독립이 아니다.  $X, Y$ 가 독립이려면 모든  $x, y$ 에 대해  $f(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$  를 만족해야 한다.

$$x=3, y=0 \frac{1}{2} \text{ 때 } 0.125 \neq 0.25 \times 0.125$$

4) F(1)을 세번 나누는 경우 : DDD, LLL

$$P(DDD) + P(LLL) = 0.5 \times 0.6 \times 0.6 + 0.5 \times 0.6 \times 0.6$$

$$= 0.36$$

#4.7

17

$x \backslash y$	1	2	3	$f_Y(y)$
1	0.3	0.6	0	0.9
3	0	0	0.1	0.1
$f_X(x)$	0.3	0.6	0.1	1

$$f(1,1) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{3}$$

$$f(2,1) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$$

2) 독립이 아니다.  $X, Y$ 가 독립이라면 모든  $x, y$ 에 대해  $f(x, y) = f_X(x) f_Y(y)$ 를 만족해야 한다.

$x=1, y=1$ 일때  $0.3 \neq 0.3 \times 0.9$

$$3) \text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$= \sum_x \sum_y xy f(x, y) - \mu_x \mu_y$$

$$= (1 \times 1 \times 0.3 + 2 \times 1 \times 0.6 + 3 \times 3 \times 0.1) - (1 \times 0.3 + 2 \times 0.6 + 3 \times 0.1) (1 \times 0.9 + 3 \times 0.1)$$

$$= 2.4 - 2.16 = 0.24$$

$$\hookrightarrow E(X) = 1.8$$

$$\hookrightarrow E(Y) = 1.2$$

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \sqrt{\text{Var}(Y)}}$$

$$= \frac{0.24}{\sqrt{(1^2 \times 0.3 + 2^2 \times 0.6 + 3^2 \times 0.1) - 1.8^2} \sqrt{(1^2 \times 0.9 + 3^2 \times 0.1) - 1.2^2}}$$

$$= \frac{0.24}{\sqrt{0.36} \sqrt{0.36}} = 0.667$$