

## <수리통계학 II> 6장\_7절 과제

- 과제물은 11월 21일(화)까지 제출

### ▶ 6.7절 연습문제 #1, #3, #4 &

[A1] 위 연습문제 #1, #3, #4에서 구한 추정량이 최소분산비편향추정량(MVUE: Minimum Variance Unbiased Estimator)에 해당하는지 밝혀라.

\*\* 확률분포가 지수족에 속하는지 확인하고, 완비충분통계량(complete sufficient statistic)을 구한 후, 해당 추정량이 MVUE인지 여부를 확인할 것

[A2]  $X_1, X_2, \dots, X_n$  이 균일분포  $U(0, \theta)$ 에서 추출된 확률표본일 때,  $\theta$ 의 MME(적률추정량)이  $\tilde{\theta} = 2\bar{X}$  이고,  $\theta$ 의 MLE(최대가능도추정량)가  $\hat{\theta} = X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 임을 알고 있다.

1) 두 추정량  $\tilde{\theta} = 2\bar{X}$  와  $\hat{\theta} = X_{(n)}$ 의 MSE(mean square error)를 각각 구하라.

2) 위에서 구한 MSE를 비교하여 어떤 추정량이 더 효율적(efficient)인가를 밝혀라.

(※ 다른 MME  $\tilde{\theta} = 2\bar{X}$  이 비편향추정량이고, MLE  $\hat{\theta} = X_{(n)}$  이 편향(biased) 추정량이라는 것을 증명한 지난번 과제의 풀이 과정을 참고할 것)

[A3]  $X_1, X_2, \dots, X_n$  이 정규분포  $N(\mu, \sigma^2)$ 에서 추출된 확률표본일 때, 아래 두 가지  $\sigma^2$ 에 대한 추정량으로  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  와  $V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 에 대해서

1)  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  와  $V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 의 MSE를 각각 구하라

2) 위에서 구한 MSE를 비교해서 어떤 추정량이 더 효율적(efficient)인가 밝혀라.

[A4]  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  이변량정규분포(bivariate Normal dist.)에서 추출된 확률표본일 때, 이분포가 지수족(exponential family) 속하는 것을 보이고, 지수족

성질을 이용해  $(S_1 = \sum_{i=1}^n X_i, S_2 = \sum_{i=1}^n X_i^2, S_3 = \sum_{i=1}^n Y_i, S_4 = \sum_{i=1}^n Y_i^2, S_5 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i)$ 이 모수

$\underline{\theta} = (\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \rho)$ 에 대한 결합 완비충분통계량(joint complete sufficient statistic)임을 보여라

※ 6.4절 과제 중 비편향추정량(unbiased estimator) 관련 문제 풀어볼 것.