■ 확률화 블록 계획법 (randomized complete block design)

- 확률화 완비(complete) 블록 계획법

- 쌍을 이룬 비교의 일반화
- 블록(block) : 요인의 처리효과 비교의 정확도를 높이기 위해 예비지식을 활용하여 나눈 동질적인 실험단위

○ 실험 설계

- p개의 수준(처리)과 b개의 블록가 있다고 가정
- 각 블록 안에 처리에 대해 관측값은 하나
- 각 블록 안에 처리의 배열은 확률적으로 결정

○ 통계적 모형

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \qquad i = 1,...,p, \;\; j = 1,...,b.$$

- μ: 전체 평균, τ_i: 처리효과, β_j: 블록 효과
- $\varepsilon_{ij} \sim$ iid $N(0,\sigma^2)$
- 제약조건: $\sum_{i=1}^{p}\tau_i = 0$, $\sum_{j=1}^{b}\beta_j = 0$.

○ 가설 검정

○ 처리효과의 동일성 검정

- $H_0 : \tau_1 = \cdots = \tau_p = 0$ vs H_1 : 최소한 하나 이상의 τ_i는 0이 아님

○ 변동분해: $SSTO = SSA + SSBL + SSE$

- $SSTO = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N}$: 자유도=$N-1$

- $SSA = b\sum_{i=1}^{p}(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{p}\frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{N}$: 자유도=$p-1$

- $SSBL = p\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..})^2 = \sum_{j=1}^{b}\frac{Y_{.j}^2}{p} - \frac{Y_{..}^2}{N}$: 자유도=$b-1$

- $SSE = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - \overline{Y_{i.}} - \overline{Y_{.j}} + \overline{Y_{..}})^2$:

  자유도 $= N-(p-1)-(b-1)-1 = (p-1)(b-1)$

○ 블록효과의 동일성 검정

- 계획에 있어 pb개의 처리 조합은 실험 단위의 집합에 대해 확률적으로 배치된 것이 아님
- 블록은 실험단위이고 확률화는 각 단위안에서 제한되어짐
- 만약 두 개의 요인에 대해 관심이 있는 경우에는 다른 계획법을 설계

○ 분산분석표

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F
모형(처리A)	p-1	SSA	MSA = SSA/(p-1)	MSA/MSE
블록	b-1	SSBL	MSBL = SSBL/(b-1)	MSBL/MSE
오차	(p-1)(b-1)	SSE	MSE = SSE/((p-1)(b-1))	
전체	N-1	SSTO		

○ 처리효과에 대한 다중비교

- $H_0 : \mu_{i.} = \mu_{k.}$ vs $H_1 : \mu_{i.} \neq \mu_{k.}$ 또는 $\mu_{i.} - \mu_{k.}$의 신뢰구간
- $\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{k.} \pm c\sqrt{MSE}\sqrt{2/b}$
  - 최소유의차: $c = t_{\alpha/2,(p-1)(b-1)}$
  - Bonferroni: $c = t_{\alpha/(2a),(p-1)(b-1)}$, $a =$ 비교검정의 경우의 수
  - Scheffe: $c = \sqrt{(p-1)F_{\alpha,p-1,(p-1)(b-1)}}$
  - Tukey: $\dfrac{1}{\sqrt{2}} q_{\alpha,p,(p-1)(b-1)}$

■ 다원 배치법(multi-factor design)

- 관심의 요인이 3개 이상인 경우, 모든 요인의 수준조합에 대해 확률화를 적용하여 실험
- 요인의 수가 늘어나면, 실험횟수가 많아지고 이에 대해 랜덤화가 어려워짐
- 실험전체를 비슷한 관리 상태 하에서 수행하는데 여러 가지 어려움이 따름

  ⇨ 요인에 대한 충분한 기술적 검토를 거쳐 불필요한 요인라고 판단되면 과감히 요인의 수를 줄임

□ 반복이 없는 삼원배치법 (고정효과모형)

- 요인 A, B, C가 각각 l, m, n 개의 수준을 가짐
- lmn개의 모든 수준 조합에 대해 확률화를 적용하여 배치

○ 자료의 구조

		A_1	A_2	$\cdots$	A_l
	C_1	Y_{111}	Y_{211}	$\cdots$	Y_{l11}
B_1	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	C_n	Y_{11n}	Y_{21n}	$\cdots$	Y_{l1n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	C_1	Y_{1m1}	Y_{2m1}	$\cdots$	Y_{lm1}
B_m	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	C_n	Y_{1mn}	Y_{2mn}	$\cdots$	Y_{lmn}

○ 모형의 구조식

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

- μ: 전체평균
- $\alpha_i, \beta_j, \gamma_k$: 요인의 주효과
- $(\alpha\beta)_{ij}$, $(\alpha\gamma)_{ik}$, $(\beta\gamma)_{jk}$: 두 요인의 교호작용
- $\varepsilon_{ijk} \sim$ iid $N(0, \sigma^2)$
- 3요인의 교호작용 $(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$는 오차항 ε_{ijk}에 교락되어 있어 별도로 검정할 수 없음

○ 변동 분해

$$(Y_{ijk}-\overline{Y}_{...})=(\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{...})+(\overline{Y}_{.j.}-\overline{Y}_{...})+(\overline{Y}_{..k}-\overline{Y}_{...})$$

$$+(\overline{Y}_{ij.}-\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{.j.}+\overline{Y}_{...})+(\overline{Y}_{i.k}-\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{..k}+\overline{Y}_{...})+(\overline{Y}_{.jk}-\overline{Y}_{.j.}-\overline{Y}_{..k}+\overline{Y}_{...})$$

$$+(Y_{ijk}-\overline{Y}_{ij.}-\overline{Y}_{i.k}-\overline{Y}_{.jk}+\overline{Y}_{i..}+\overline{Y}_{.j.}+\overline{Y}_{..k}-\overline{Y}_{...})$$

○ $SSTO=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}Y_{ijk}^2-CT,\quad CT=\frac{Y_{...}^2}{lmn}$

○ $SSA=\frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{l}Y_{i..}^2-CT,\ SSB=\frac{1}{ln}\sum_{j=1}^{m}Y_{.j.}^2-CT,\ SSC=\frac{1}{lm}\sum_{k=1}^{n}Y_{..k}^2-CT$

○ $SSAB=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}Y_{ij.}^2-CT,\ SSAC=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{n}Y_{i.k}^2-CT,$

$SSBC=\frac{1}{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}Y_{.jk}^2-CT$

○ $SS(AB) = SSAB - SSA - SSB$, $SS(AC) = SSAC - SSA - SSC$,
$SS(BC) = SSBC - SSB - SSC$

○ $SSE = SSTO - (SSA + SSB + SSC + SS(AB) + SS(AC) + SS(BC))$

○ 분산분석표

변인		자유도	제곱합	평균제곱	F
주효과	A	$l-1$	SSA	MSA	MSA/MSE
	B	$m-1$	SSB	MSB	MSB/MSE
	C	$n-1$	SSC	MSC	MSC/MSE
교호작용	(AB)	$(l-1)(m-1)$	SS(AB)	MS(AB)	MS(AB)/MSE
	(AC)	$(l-1)(n-1)$	SS(AC)	MS(AC)	MS(AC)/MSE
	(BC)	$(m-1)(n-1)$	SS(BC)	MS(BC)	MS(BC)/MSE
오차		$(l-1)(m-1)(n-1)$	SSE	MSE	
전체		$lmn-1$	SSTO		

○ 분산 분석후 추정

- ○ 일차적으로 분산분석표에 의한 F-검정이 끝나면, 유의하지 않은 교호작용은 오차항에 흡수시켜 다시 F-검정을 실시

- 주효과만 유의한 경우
  - ○ 각 요인수준에서의 모평균 추정
    - 점추정 : $\hat{\mu}(A_i) = \overline{Y}_{i..}$
    - 구간추정 : $\overline{Y}_{i..} \pm t_{\alpha/2,\nu} \sqrt{MSE^*} / \sqrt{mn}$
  - ○ 수준조합에 대한 모평균 추정
    - 점추정 : $\hat{\mu}(A_i B_j C_k) = \overline{Y}_{i..} + \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{..k} - 2\overline{Y}_{...}$
    - 구간추정 : $\overline{Y}_{i..} + \overline{Y}_{.j.} + \overline{Y}_{..k} - 2\overline{Y}_{...} \pm t_{\alpha/2,\nu} \sqrt{MSE^*} / \sqrt{n_e}$
    - $\dfrac{1}{n_e} = \dfrac{1}{mn} + \dfrac{1}{ln} + \dfrac{1}{lm} - \dfrac{2}{lmn} \rightarrow n_e = \dfrac{lmn}{l+m+n-2}$

- 주효과와 일부 교호작용만 유의한 경우

  (예) $A, B, C, (AC)$ 만 유의하다면,

  ○ 수준조합에 대한 모평균 추정

  - 점추정 : $\hat{\mu}(A_iB_jC_k) = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j + \hat{\gamma}_k + \widehat{(\alpha\gamma)}_{ik}$

    $= \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\gamma}_k + \widehat{(\alpha\gamma)}_{ik} + \hat{\beta}_j = \overline{Y}_{i.k} + \overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...}$

  - 구간추정 : $\overline{Y}_{i.k} + \overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{...} \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{MSE^*}\,/\sqrt{n_e}$

  - $\dfrac{1}{n_e} = \dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{ln} - \dfrac{1}{lmn} \rightarrow n_e = \dfrac{lmn}{lm+m-1}$

- 모든 요인이 유의한 경우
  - 수준조합에 대한 모평균 추정

- 점추정 : $\hat{\mu}(A_iB_jC_k) = \hat{\mu} + \widehat{\alpha}_i + \widehat{\beta}_j + (\widehat{\alpha\beta})_{ij} + \hat{\mu} + \widehat{\alpha}_i + \widehat{\gamma}_k + (\widehat{\alpha\gamma})_{ik}$

$$+ \hat{\mu} + \widehat{\beta}_i + \widehat{\gamma}_k + (\widehat{\beta\gamma})_{ik} - \left(\hat{\mu} + \widehat{\alpha}_i + \hat{\mu} + \widehat{\beta}_j + \hat{\mu} + \widehat{\gamma}_k\right) + \hat{\mu}$$

$$= \overline{Y}_{ij.} + \overline{Y}_{i.k} + \overline{Y}_{.jk} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{..k} + \overline{Y}_{...}$$

- 구간추정 : $\hat{\mu}(A_iB_jC_k) \pm t_{\alpha/2,\nu}\sqrt{MSE^*}\,/\,\sqrt{n_e}$

- $n_e = \dfrac{lmn}{lm + ln + mn - l - m - n + 1}$

□ 반복이 있는 삼원배치법 (고정효과모형)

- ○ 요인 A, B, C가 각각 a, b, c 개의 수준을 가짐
- ○ 반복수가 r일 때 $N=abcr$개의 모든 수준 조합에 대해 확률화를 적용하여 배치

○ 자료의 구조

		A_1	$\cdots$	A_a
B_1	C_1	$Y_{1111} \cdots Y_{111r}$	$\cdots$	$Y_{a111} \cdots Y_{a11r}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	C_c	$Y_{11c1} \cdots Y_{11cr}$	$\cdots$	$Y_{a1c1} \cdots Y_{a1cr}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
B_b	C_1	$Y_{1b11} \cdots Y_{1b1r}$	$\cdots$	$Y_{ab11} \cdots Y_{ab1r}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	C_c	$Y_{1bc1} \cdots Y_{1bcr}$	$\cdots$	$Y_{abc1} \cdots Y_{abcr}$

○ 모형의 구조식

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$

- μ: 전체평균
- $\alpha_i, \beta_j, \gamma_k$: 요인의 주효과
- $(\alpha\beta)_{ij}$, $(\alpha\gamma)_{ik}$, $(\beta\gamma)_{jk}$: 두 요인의 교호작용
- $(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$: 세 요인의 교호작용
- $\varepsilon_{ijk} \sim$ iid $N(0, \sigma^2)$

○ 변동 분해

$$(Y_{ijkl}-\overline{Y}_{....})=(\overline{Y}_{i...}-\overline{Y}_{....})+(\overline{Y}_{.j..}-\overline{Y}_{....})+(\overline{Y}_{..k.}-\overline{Y}_{....})+(\overline{Y}_{ij..}-\overline{Y}_{i...}-\overline{Y}_{.j..}+\overline{Y}_{....})$$
$$+(\overline{Y}_{i.k.}-\overline{Y}_{i...}-\overline{Y}_{..k.}+\overline{Y}_{....})+(\overline{Y}_{.jk.}-\overline{Y}_{.j..}-\overline{Y}_{..k.}+\overline{Y}_{....})$$
$$+(Y_{ijk.}-\overline{Y}_{ij..}-\overline{Y}_{i.k.}-\overline{Y}_{.jk.}+\overline{Y}_{i...}+\overline{Y}_{.j..}+\overline{Y}_{..k.}-\overline{Y}_{....})+e_{ijkl}$$

- $SSTO=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}Y_{ijkl}^2-CT$, $\quad CT=\dfrac{Y_{....}^2}{N}$

- $SSA=\dfrac{1}{bcr}\sum_{i=1}^{a}Y_{i...}^2-CT$, $SSB=\dfrac{1}{acr}\sum_{j=1}^{b}Y_{.j..}^2-CT$,

  $SSC=\dfrac{1}{abr}\sum_{k=1}^{c}Y_{..k.}^2-CT$

- $SSAB=\dfrac{1}{cr}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}Y_{ij..}^2-CT$, $SSAC=\dfrac{1}{br}\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}Y_{i.k.}^2-CT$,

$$SSBC = \frac{1}{ar} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} Y_{.jk.}^2 - CT$$

- $SSABC = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} Y_{ijk.}^2 - CT$
- $SS(AB) = SSAB - SSA - SSB$, $SS(AC) = SSAC - SSA - SSC$,
  $SS(BC) = SSBC - SSB - SSC$
- $SS(ABC) = SSABC - (SSA + SSB + SSC + SS(AB) + SS(AC) + SS(BC))$
- $SSE = SSTO - SSABC$

○ 분산분석표

변인		자유도	제곱합	평균제곱	F
주효과	A	$a-1$	SSA	MSA	MSA/MSE
	B	$b-1$	SSB	MSB	MSB/MSE
	C	$c-1$	SSC	MSC	MSC/MSE
교호작용	(AB)	$(a-1)(b-1)$	SS(AB)	MS(AB)	MS(AB)/MSE
	(AC)	$(a-1)(c-1)$	SS(AC)	MS(AC)	MS(AC)/MSE
	(BC)	$(b-1)(c-1)$	SS(BC)	MS(BC)	MS(BC)/MSE
	(ABC)	$(a-1)(b-1)(c-1)$	SS(ABC)	MS(ABC)	MS(ABC)/MSE
오차		$abc(r-1)$	SSE	MSE	
전체		$abcr-1$	SSTO		

■ 변량효과모형과 혼합효과(mixed effect)모형

- 모든 요인이 고정수준을 가지면 고정효과모형
- 모든 요인이 변량수준을 가지면 변량효과모형
- 일부 요인은 고정수준, 나머지는 변량수준을 가지면 혼합효과모형

□ 1요인 변량효과 모형

○ 두 단계 추출

① 수준 추출

- 수준들의 모집단 Ω 에서 p 개의 수준을 무작위 추출
- μ_i: i 번째 추출되는 수준들의 평균반응

$$\Rightarrow \ \mu_i \sim \text{ iid } N(\mu, \sigma_\mu^2)$$

② 관측단위 추출

- 추출되는 각 수준에서 n_i 개의 관측단위를 무작위로 추출(배정)
- $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

○ 1요인 변량효과 분산분석 모형

- Y_{ij}: i번째 추출 수준(학교)에서 j번째 추출하는 관측단위(학생)의 반응변수

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}, \qquad i = 1,\ ..., p,\ \ j = 1, ..., n_i$$

  - ○ $\mu_i \sim$ iid $N(\mu, \sigma_\mu^2)$: i번째 추출수준의 수준평균
  - ○ $\varepsilon_{ij} \sim$ iid $N(0, \sigma^2)$
  - ○ $\tau_i = \mu_i - \mu$라고 하면

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \qquad i = 1,\ ..., p,\ \ j = 1, ..., n_i$$

    - $\tau_i \sim$ iid $N(0, \sigma_\mu^2)$
    - 모든 τ_i와 ε_{ij}는 서로 독립

- 모형의 특징
  - $E(Y_{ij}) = E(\mu_i + \varepsilon_{ij}) = \mu$
  - $Var(Y_{ij}) = Var(\mu_i + \varepsilon_{ij}) = \sigma_\mu^2 + \sigma^2$
  - $Y_{ij} \sim N(\mu, \sigma_\mu^2 + \sigma^2)$
  - $Cov(Y_{ij}, Y_{ik}) = Cov(\mu_i + \varepsilon_{ij}, \mu_i + \varepsilon_{ik}) = Var(\mu_i) = \sigma_\mu^2 \geq 0$
  - 분산 σ_μ^2와 σ^2를 variance components라고 함

    ⇨ components of variance 또는 random effects 모형이라고 부름

○ 관심문제

- σ_{μ}^2의 추정
- μ의 추정
- σ^2의 추정
- $\rho = \dfrac{\sigma_{\mu}^2}{\sigma_{\mu}^2 + \sigma^2}$의 추정
    - ρ가 크다는 것은
        - 전체분산 중 수준평균의 분산이 차지하는 비율이 높음
        - 한 수준의 두 관측값의 상관관계가 높음

○ 분산분석

○ 가정: $\varepsilon_{ij} \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2)$, $\tau_i \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma_\tau^2)$, τ_i와 ε_{ij}는 독립

○ $H_0 \ : \ \sigma_\tau^2 = 0$ VS $H_1 \ : \ \sigma_\tau^2 > 0$

- $\sigma_\tau^2 = 0$이라면, 모든 처리는 동일
- $\sigma_\tau^2 > 0$이라면, 처리들 간에 변동이 있다는 것을 의미

○ 제곱합 등식 $SSTO = SSTR + SSE$는 계속 사용

변인	자유도	제곱합(SS)	평균제곱(MS)	F
처리(모형)	$p-1$	SSTR	MSTR	MSTR/MSE
오차	$N-p$	SSE	MSE	
전체	$N-1$	SSTO		

○ $E(MSTR) = \sigma^2 + n'\sigma_\mu^2$, $n' = (N - \sum n_i^2 / N)/(p-1)$

- 모든 $n_i = n$ 이면 $n' = n$

- $n'\sigma_\mu^2 = E(MSTR) - E(MSE)$

- $\sigma_\mu^2 = \dfrac{E(MSTR) - E(MSE)}{n'}$ $\Rightarrow$ $\hat{\sigma}_\mu^2 = \dfrac{MSTR - MSE}{n'}$

- $MSTR < MSE$이면 $\hat{\sigma}_\mu^2 < 0$ $\Rightarrow$ $\hat{\sigma}_\mu^2 = 0$ 으로 고쳐 사용

- μ의 추정
  - $\mu = E(\mu_i)$
    - $\hat{\mu}_i = \overline{Y}_{i.}$
    - $\hat{\mu} = \overline{Y}_{i.}$의 평균 ⇨ 균형 자료이므로 $\hat{\mu} = \overline{Y}_{..}$

- σ^2와 σ^2_μ의 추정
  - $\hat{\sigma}^2 = MSE$
  - $\hat{\sigma}^2_\mu = \dfrac{MSTR - MSE}{n'}$

- $\dfrac{\sigma^2_\mu}{\sigma^2_\mu + \sigma^2}$의 추정 ⇦ $\dfrac{\widehat{\sigma^2_\mu}}{\widehat{\sigma^2_\mu} + \widehat{\sigma^2}}$

□ 2요인 변량효과 모형과 혼합효과 모형

- 2요인 변량효과 모형에서의 관심문제
  - ○ 교호작용이 있는가? ⇨ $\sigma^2_{(\alpha\beta)} > 0$
  - ○ A요인의 주효과가 있는가? ⇨ $\sigma^2_{\alpha} > 0$
  - ○ B요인의 주효과가 있는가? ⇨ $\sigma^2_{\beta} > 0$
  - ○ 분산요소 $\sigma^2_{\alpha}, \sigma^2_{\beta}, \sigma^2_{(\alpha\beta)}, \sigma^2$의 추정

- 2요인 혼합효과 모형에서의 관심문제
  - 교호작용이 있는가? ⇨ $\sigma^2_{(\alpha\beta)} > 0$
  - A요인의 주효과가 있는가? ⇨ 하나 이상의 α_i 가 0이 아니다.
  - B요인의 주효과가 있는가? $\sigma^2_\beta > 0$
  - 분산요소 $\sigma^2_\beta, \sigma^2_{(\alpha\beta)}, \sigma^2$의 추정
  - 고정수준 요인의 효과 추정과 비교

- 분산분석표
  - 변량효과모형과 혼합효과모형의 제곱합, 자유도, 평균제곱은 고정효과모형의 경우와 같음
  - EMS는 고정수준의 경우와 다르고 이에 따라 검정통계량도 달라짐

① 교호작용

- $H_0 : \sigma^2_{(\alpha\beta)} = 0$ vs $H_1 : \sigma^2_{(\alpha\beta)} > 0$
- $F = MS(AB)/MSE \sim F_{(a-1)(b-1),ab(n-1)}$
- 교호작용의 강약
  - $Var[(\widehat{\alpha\beta})_{ij}] > \hat{\sigma}^2$ 이면 강한 것으로 보고 아니면 약한 것으로 봄

② 주효과 검정

- 교호작용이 강한 경우 검정하지 않음
- $H_0 : \sigma^2_{\alpha} = 0$ vs $H_1 : \sigma^2_{\alpha} > 0$ (변량효과모형)
- $H_0 : \alpha_1 = \cdots = \alpha_a = 0$ vs $H_1 :$ not H_0 (혼합모형)

변인	자유도	SS	EMS
A	$a-1$	$nb\sum(\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{...})^2$	$\sigma^2+n\sigma^2_{(\alpha\beta)}+nb\sigma^2_{\alpha}$
B	$b-1$	$na\sum(\overline{Y}_{.j.}-\overline{Y}_{...})^2$	$\sigma^2+n\sigma^2_{(\alpha\beta)}+na\sigma^2_{\beta}$
(AB)	$(a-1)(b-1)$	$n\sum\sum(\overline{Y}_{ij.}-\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{.j.}+\overline{Y}_{...})^2$	$\sigma^2+n\sigma^2_{(\alpha\beta)}$
오차	$ab(n-1)$	$\sum\sum\sum(Y_{ijk}-\overline{Y}_{ij.})^2$	σ^2

가설	검정통계량
$H_0:\sigma^2_{\alpha}=0$ vs $H_1:\sigma^2_{\alpha}>0$	
$H_0:\sigma^2_{\beta}=0$ vs $H_1:\sigma^2_{\beta}>0$	
$H_0:\sigma^2_{(\alpha\beta)}=0$ vs $H_1:\sigma^2_{(\alpha\beta)}>0$	