50/65

1.

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F
처리	17	13462.889	791.935	356.406
처리A	2	3088.222	1544.111 ✓	694.919
처리B	5	5548.889	1109.778 ✓	499.450
상호작용	10	4825.778	482.578 ✓	217.182
오차	18	40	2.222 ✓	
전체	35	13502.889		

① ✓ ② ✓ ③ ✓

$a=3, b=6, r=2$

전체제곱합 = 4139818

전체합의제곱 = $121882^2 = 14854744$

$CT = 4126315.111$

$$T_{SS} = \sum_i^3 \sum_j^6 \sum_k^2 Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{\ldots}^2}{36} = 4139818 - 4126315.111 = 13502.889$$

$$SSA = \sum_i^3 \frac{Y_{i\ldots}^2}{12} - \frac{Y_{\ldots}^2}{36} = 4129403.333 - 4126315.111 = 3088.222$$

$$SSB = \sum_j^6 \frac{Y_{\cdot j\cdot}^2}{6} - \frac{Y_{\ldots}^2}{36} = 4131864 - 4126315.111 = 5548.889$$

$$SSTR = \sum_i^3 \sum_j^6 \frac{Y_{ij\cdot}^2}{2} - \frac{Y_{\ldots}^2}{36} = 4139778 - 4126315.111 = 13462.889$$

$$SS(AB) = SSTR - SSA - SSB$$

---

① 요인A (석고종류)의 처리효과 동일성검정

$\begin{cases} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases}$ ✓

$F = 694.919 > F_{0.05}(2,18) = 3.555$ 이므로 H_0 기각

따라서 석고종류에따라 시멘트강도에 영향이 있다고 할수있다.

② 요인B (석고첨가량)의 처리효과 동일성검정

$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta_{36} = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases}$ ✓

$F = 499.450 > F_{0.05}(5,18) = 2.773$ 이므로 H_0 기각

따라서 석고첨가량에 따라 시멘트강도에 영향이 있다고 할수있다. ✓

---

③ 상호작용의 효과검정

$\begin{cases} H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \cdots = (\alpha\beta)_{36} = 0 \\ H_1 : \text{not } H_0 \end{cases}$ ✓

$F = 217.182 > F_{0.05}(10,18) = 2.412$ ✓
이므로 H_0 기각.

따라서 석고종류에 따라 석고첨가량의
효과가 변한다고 할 수 있다. ✓
(요인간의 상호작용효과 존재) ✓

2.

1) $SSE = TSS - (SSAB + SSAC + SSBC - SSA - SSB - SSC)$

5/5

$\qquad = TSS - (SS(AB) + SS(AC) + SS(BC) + SSA + SSB + SSC)$

$16.33 = TSS - (8.33 + 87.89 + 16.33 + 1228.11 + 84.50 + 154.117)$

정리하면 $TSS = 1595.6$

$TSS = \Sigma\Sigma\Sigma y_{ijk}^2 - \dfrac{1715^2}{18}$ 이므로 $\Sigma\Sigma\Sigma y_{ijk}^2 = 164996.9889$ ✓

2)
$\begin{cases} F_{0.05}(2,4) = 6.944 \\ F_{0.05}(1,4) = 7.699 \\ F_{0.05}(4,4) = 6.388 \end{cases}$

10/15

문제에서 주어진 분산분석표의 F value와 비교했을때

(AB)의 F값 $1.02 < F_{0.05}(2,4)$
(AC)의 F값 $5.38 < F_{0.05}(4,4)$
(BC)의 F값 $2.00 < F_{0.05}(2,4)$

$\Bigg)$ 이므로 H_0 기각불가능 → 오차항에 포함시켜 재작성한다. ___ 하나씩 제외 ⊝Ⓕ $\boxed{-5}$

A의 F값 $150.38 > F_{0.05}(2,4)$
B의 F값 $20.69 > F_{0.05}(1,4)$
C의 F값 $18.87 > F_{0.05}(2,4)$
$\Bigg)$ 이므로 H_0 기각가능

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F
A	2	1228.11	614.06	57.175
B	1	84.50	84.50	7.868
C	2	154.11	77.06	7.175
오차	12	128.88	10.74	

$\begin{cases} F_{0.05}(2,12) = 3.885 \\ F_{0.05}(1,12) = 4.743 \end{cases}$

비교해보면

A의 F값 $57.175 > F_{0.05}(2,12)$
B의 F값 $7.868 > F_{0.05}(1,12)$
C의 F값 $7.175 > F_{0.05}(2,12)$
$\Bigg)$ 이므로 모두 H_0 기각가능
→ 모든 F가 유의함.

→ 주효과만 유의한 경우 : $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$ ___ ⊖ⓧ $\boxed{-2}$

3) $\mu(A_1 B_1 C_1)$ 에 대한 95% 신뢰구간

8/10

점추정 : $\hat{\mu}(A_1 B_1 C_1) = \overline{y_{1..}} + \overline{y_{.1.}} + \overline{y_{..1}} - 2\overline{Y_{...}} = 94.333 + 97.444 + 91.667 - 2 \times \dfrac{1715}{18} = 92.889$

구간추정 : $\hat{\mu}(A_1 B_1 C_1) \pm t_{0.05/2} \times \sqrt{MSE} / \sqrt{n_e}$

$\left(n_e = \dfrac{abc}{a+b+c-2} = \dfrac{3 \cdot 2 \cdot 3}{3+2+3-2} = 3 \text{ 이므로} \right)$

$92.889 \pm 2.014 \times \sqrt{10.74} / \sqrt{3}$

$= 92.889 \pm 3.811 \quad \to \quad (89.078\%, 96.7\%)$

또는 $(0.891, 0.967)$

3.

1) $TSS = \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{12} = (45^2 + 33^2 + \cdots + 41^2) = 20001 - 19764.083 = 236.917$ ✓

2) $SS(AC) = SSAC - SSA - SSC$

$$= \left(\frac{1}{2} \sum_i^3 \sum_k^2 Y_{i\cdot k}^2 - \frac{Y_{...}^2}{12}\right) - \left(\frac{1}{4} \sum_i^3 Y_{i..}^2 - \frac{Y_{...}^2}{12}\right) - \left(\frac{1}{6} \sum_k^2 Y_{..k}^2 - \frac{Y_{...}^2}{12}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot 39645 - 19764.083\right) - \left(\frac{1}{4} \cdot 79273 - 19764.083\right) - \left(\frac{1}{6} \cdot 118597 - 19764.083\right)$$

$$= 6590.889 \quad ✗ \boxed{-3}$$

	A_1	A_2	A_3	합
C_1	87	79	80	246
C_2	87	75	79	241
합	174	154	159	487

$\sum_i^3 \sum_k^2 Y_{i\cdot k}^2 = 87^2 + 79^2 + \cdots + 79^2 = 39645$

$\sum_i^3 Y_{i..}^2 = 174^2 + 154^2 + 159^2 = 79273$

$\sum_k^2 Y_{..k}^2 = 246^2 + 241^2 = 118597$

3) $A, B, (AB)$ 가 유의하므로 A, B 사이의 상호작용이 존재한다.
따라서 모든 수준의 조합 A_iB_j 에서 모평균을 추정한다. → $3 \times 2 = 6$개

$\left(\begin{array}{l} \mu(A_iB_j) \text{의 구간추정} \\ \overline{Y_{ij\cdot}} \pm t_{\alpha/2, \, ab(r-1)} \sqrt{MSE/r} \end{array}\right)$ ← 주효과가 모두 유효한 것이 아니므로

$TSS = \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{N} = 236.917$ (1)에서 구함)

$SSA = \frac{1}{4} \sum_i^3 Y_{i..}^2 - \frac{Y_{...}^2}{12} = \frac{1}{4} \cdot 79273 - 19764.083 = 54.167$

$SSB = \frac{1}{6} \sum_j^2 Y_{\cdot j \cdot}^2 - \frac{Y_{...}^2}{12} = \frac{1}{6} \cdot 118897 - 19764.083 = 52.084$

$SS(AB) = \frac{1}{2} \sum_i^3 \sum_j^2 Y_{ij\cdot}^2 - \frac{Y_{...}^2}{12} - SSA - SSB = \frac{1}{2} \cdot 39987 - 19764.083 - 54.167 - 52.084$

$$= 123.166$$

$SSE = TSS - SSA - SSB - SS(AB) = 7.5$ ✓

$MSE = SSE/6 = 1.25$ ✓

정적의 오연? $\boxed{-5}$

$\mu(A_1B_1): \overline{Y_{11\cdot}} \pm t_{0.05/2, 6} \sqrt{1.25/2} = 89 \pm 2.447 \times 0.791 \Rightarrow (87.065, 90.935)$

$\mu(A_1B_2): \overline{Y_{12\cdot}} \pm t_{0.05/2, 6} \sqrt{1.25/2} = 85 \pm 2.447 \times 0.791 \Rightarrow (83.065, 86.935)$

$\mu(A_2B_1): \overline{Y_{21\cdot}} \pm t_{0.05/2, 6} \sqrt{1.25/2} = 64 \pm 2.447 \times 0.791 \Rightarrow (62.065, 65.935)$

$\mu(A_2B_2): \overline{Y_{22\cdot}} \pm t_{0.05/2, 6} \sqrt{1.25/2} = 90 \pm 2.447 \times 0.791 \Rightarrow (88.065, 91.935)$

$\mu(A_3B_1): \overline{Y_{31\cdot}} \pm t_{0.05/2, 6} \sqrt{1.25/2} = 78 \pm 2.447 \times 0.791 \Rightarrow (76.065, 79.935)$

$\mu(A_3B_2): \overline{Y_{32\cdot}} \pm t_{0.05/2, 6} \sqrt{1.25/2} = 81 \pm 2.447 \times 0.791 \Rightarrow (79.065, 82.935)$