

#1

$$(1) SSE = TSS - (SSAB + SSAC + SSC - SSA - SSB - SSC) = TSS - (SS(AB) + SS(AC) + SS(BC) + SSA + SSB + SSC)$$

$$\therefore 16.73 = TSS - (8.73 + 87.89 + 16.73 + 1228.11 + 84.50 + 154.11), \text{ 정리하면 } TSS = 1595.6$$

$$CT = \frac{1715^2}{18} = 163401.389$$

$$TSS = \sum \sum Y_{ijk}^2 - CT \text{ 이므로 } \sum \sum Y_{ijk}^2 = 164996.989$$

(2) 주어진 표에 (AB)와 (BC)의 p-value가 0.05보다 크다. 이 중 더 큰 (AB)를 먼저 오차항에 포함시키면

	변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	
①	A	2	1228.11	614.06	149.41	→ 149.41 > F(0.05, 2, 6) = 5.143 이므로 A는 5%의 유의수준에서 유의함
②	B	1	84.50	84.50	20.56	→ 20.56 > F(0.05, 1, 6) = 5.981 이므로 B는 5%의 유의수준에서 유의함
③	C	2	154.11	77.06	18.75	→ 18.75 > F(0.05, 2, 6) = 5.143 이므로 C는 5%의 유의수준에서 유의함
④	(AC)	4	87.89	21.97	5.35	→ 5.35 > F(0.05, 4, 6) = 4.534 이므로 (AC)는 5%의 유의수준에서 유의함.
⑤	(BC)	2	16.73	8.37	1.99	→ 1.99 < F(0.05, 2, 6) = 5.143 이므로 (BC)는 5%의 유의수준에서 유의하지 않음
⑥	오차	6	24.66	4.11		

(BC)도 오차항에 포함시키면

	변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	
①	A	2	1228.11	614.06	119.93	→ 119.93 > F(0.05, 2, 8) = 4.459 이므로 A는 5%의 유의수준에서 유의함
②	B	1	84.50	84.50	16.50	→ 16.50 > F(0.05, 1, 8) = 5.312 이므로 B는 5%의 유의수준에서 유의함
③	C	2	154.11	77.06	15.05	→ 15.05 > F(0.05, 2, 8) = 4.459 이므로 C는 5%의 유의수준에서 유의함
④	(AC)	4	87.89	21.97	4.29	→ 4.29 > F(0.05, 4, 8) = 3.838 이므로 (AC)는 5%의 유의수준에서 유의함.
	오차	8	40.99	5.12		

이때 ① $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, $H_1: \text{not } H_0$ 이다.
 ② $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$
 ③ $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$
 ④ $H_0: (\alpha\beta)_{11} = \dots = (\alpha\beta)_{32} = 0$
 ⑤ $H_0: (\alpha\gamma)_{11} = \dots = (\alpha\gamma)_{33} = 0$
 ⑥ $H_0: (\beta\gamma)_{11} = \dots = (\beta\gamma)_{23} = 0$

오차항 pooling이 끝났으므로 최종 모형은 $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + \epsilon_{ijk}$ (이때 $i=1,2,3$, $j=1,2$, $k=1,2,3$)

$$(3) \text{점추정: } \hat{\mu}(A|B|C) = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1 + \hat{\gamma}_1 + (\hat{\alpha\gamma})_{11} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_1 + \hat{\gamma}_1 + (\hat{\alpha\gamma})_{11} + \hat{\mu} + \hat{\beta}_1 - \hat{\mu} = \bar{Y}_{1.1} + \bar{Y}_{.1.} - \bar{Y}_{...}$$

$$\therefore \hat{\mu}(A|B|C) = \frac{95+81}{2} + \frac{95+\dots+89}{9} - \frac{1715}{18} = 93.17$$

$$\text{구간추정: } \bar{Y}_{1.1} + \bar{Y}_{.1.} - \bar{Y}_{...} \pm t(0.025, 8) \frac{\sqrt{MSE^*}}{\sqrt{ne}}, \text{ 이때 } MSE^* = 5.12 \text{ 이고 } ne = \frac{abc}{ac+b-1} = \frac{18}{9+2-1} = 1.8$$

$$\therefore 93.17 \pm 2.306 \times \frac{\sqrt{5.12}}{\sqrt{1.8}} = 93.17 \pm 3.889 \text{ 이므로 } (89.281, 97.059)$$

#2

$$(1) CT = \frac{487^2}{12} = 19764.083$$

$$TSS = \sum \sum Y_{ijk}^2 - CT = 20001 - 19764.083 = 236.917$$

$$(2) SSAC = \frac{1}{b} \sum_i \sum_k Y_{ik}^2 - CT = \frac{1}{2} (87^2 + \dots + 79^2) - CT = 58.417$$

$$SSA = \frac{1}{bc} \sum_i Y_{i..}^2 - CT = \frac{1}{4} (174^2 + 154^2 + 159^2) - CT = 54.167$$

$$SSC = \frac{1}{ab} \sum_k Y_{.k.}^2 - CT = \frac{1}{6} (246^2 + 241^2) - CT = 2.084$$

$$\text{따라서 } SS(AC) = SSAC - SSA - SSC = 2.166$$

(3) 남은 변동분해들을 모두 계산하면

 \Rightarrow 분산분석표를 그리면

$$SSAB = \frac{1}{c} \sum_i \sum_j Y_{ij.}^2 - CT = \frac{1}{2} (89^2 + \dots + 81^2) - CT = 229.417$$

$$SSB = \frac{1}{ac} \sum_j Y_{.j.}^2 - CT = \frac{1}{6} (231^2 + 256^2) - CT = 52.084$$

$$SS(AB) = SSAB - SSA - SSB = 123.166$$

$$SSBC = \frac{1}{a} \sum_j \sum_k Y_{.jk}^2 - CT = \frac{1}{3} (118^2 + 113^2 + 128^2 + 128^2) - CT = 56.250$$

$$SS(BC) = SSBC - SSB - SSC = 2.082$$

$$SSE = TSS - (SSA + SSB + SSC + SS(AB) + SS(AC) + SS(BC)) = 1.168$$

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F
① A	2	54.167	27.084	46.777
② B	1	52.084	52.084	89.185
③ C	1	2.084	2.084	3.568
④ (AB)	2	123.166	61.583	105.450
⑤ (AC)	2	2.166	1.083	1.854
⑥ (BC)	1	2.082	2.082	3.565
오차	2	1.168	0.584	
전체	11	236.917	21.538	

여기서 최종모형에서 유의한 A, B, (AB) 를 제외한 나머지 변인을

한 개씩 차례로 오차항에 포함시킨다.

최종모형의 분산분석표는

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F
① A	2	54.167	27.084	21.667
② B	1	52.084	52.084	41.667
④ (AB)	2	123.166	61.583	49.266
오차	6	7.5	1.25	
전체	11	236.917	21.538	

0) 때 ① $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, $H_1: \text{not } H_0$ 이다.② $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ ③ $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ④ $H_0: (\alpha\beta)_{11} = \dots = (\alpha\beta)_{32} = 0$ ⑤ $H_0: (\alpha\gamma)_{11} = \dots = (\alpha\gamma)_{32} = 0$ ⑥ $H_0: (\beta\gamma)_{11} = \dots = (\beta\gamma)_{22} = 0$

정수정: $\hat{\mu}(A_i B_j) = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j + (\hat{\alpha\beta})_{ij} = \overline{y_{ij}}$

• (A_1, B_1) 일때 $\overline{y_{11}} = \frac{45+44}{2} = 44.5$

• (A_1, B_2) 일때 $\overline{y_{12}} = \frac{42+47}{2} = 44.5$

• (A_2, B_1) 일때 $\overline{y_{21}} = \frac{37+31}{2} = 34$

• (A_2, B_2) 일때 $\overline{y_{22}} = \frac{46+44}{2} = 45 \rightarrow$ 이때 최적두전조항

• (A_3, B_1) 일때 $\overline{y_{31}} = \frac{40+38}{2} = 39$

• (A_3, B_2) 일때 $\overline{y_{32}} = \frac{40+41}{2} = 40.5$

최적두전조항에 대한 95% 신뢰구간추정: $\overline{y_{22}} \pm t(0.025, 6) \times \frac{\sqrt{MSE^*}}{\sqrt{n_e}}$, 이때 $MSE^* = 1.25$ 이고 $n_e = c = 2$

$\approx 45 \pm 2.447 \times \frac{\sqrt{1.25}}{\sqrt{2}} = 45 \pm 1.975$ 이므로 $(43.025, 46.975)$