

भाषिकित्रपंकाशाकाशिक्रभन्द

(naiki 9부의부호 백건) 산성5克 고거보는건이 중음! 한는데 알 누었고 , 잔사와 자하값이 문제가 있는지도 확인가능

- 최소제곱추정량의 특성
- 1) 최소제곱추정량 \hat{eta}_0 와 \hat{eta}_1 은 비편향추정량(unbiased estimator)

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0 \qquad \qquad E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$$

2) 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_0$ 와 $\hat{\beta}_1$ 은 y_i 의 선형결합 $\hat{\beta}_1 = \sum k_i y_i \\ \hat{\beta}_0 = \sum m_i y_i \qquad \qquad \begin{pmatrix} k_i = (x_i - \overline{x})/S_{xx} \\ m_i = 1/n - \overline{x}k_i \end{pmatrix}$

$$\hat{\beta}_1 = \beta_1 + \sum k_i \epsilon_i \qquad \qquad \hat{\beta}_0 = \beta_0 + \sum m_i \epsilon_i$$

3) 최소제곱추정량
$$\hat{\beta}_0$$
와 $\hat{\beta}_1$ 은 $\underline{\epsilon_i}$ 의 선형결합
$$\hat{\beta}_1 = \beta_1 + \sum k_i \epsilon_i \qquad \hat{\beta}_0 = \beta_0 + \sum m_i \epsilon_i$$
 지=0 인명우극제외하여 ($\hat{\gamma}_0$, $\hat{\beta}_1$ 의 서울학통유구간반을 다음에 불신
$$Var(\hat{\beta}_1) = \sigma^2/S_{xx} \qquad Var(\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\overline{x}^2}{S_{xx}}\right) \qquad Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = -\overline{x} \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$$
 (일반세으로 지=0)

5) 최소제곱법에서의 $\sum e_i = 0$, $\sum e_i^2$ 은 다른 추정량의 잔차제곱합보다 작음

न द्वाप्त भाष्ट्रणाण्यस्थः

3

2장 Review



🏅 오차의 독립성, 등분산성의 가정하에서 🗲

최량선형비편향추정량(best linear unbiased estimator: BLUE)

$$\begin{array}{ll} \text{1ptyc!} & \tilde{\beta}_1 = \sum c_i y_i & E(\tilde{\beta}_1) = \beta_1 & Var(\hat{\beta}_1) \leq Var(\tilde{\beta}_1) \\ \text{(1ptyc!)} & \tilde{\beta}_0 = \sum d_i y_i & E(\tilde{\beta}_0) = \beta_0 & Var(\hat{\beta}_0) \leq Var(\tilde{\beta}_0) \end{array}$$

- 7) 적합값 \hat{y}_i 의 합과 관측값 y_i 의 합은 같음: $\sum y_i = \sum \hat{y}_i$
- 8) x_i/\hat{y}_i 을 가중값으로 하는 잔차의 가중합은 0: $\sum x_i e_i = 0$, $\sum \hat{y}_i e_i = 0$
- 9) 추정회귀선 $\hat{y}=\hat{eta}_0+\hat{eta}_1x$ 은 반드시 (x,y)를 통과
- 10) 잔차제곱합은 (SSE) $= SS_{yy} \hat{\beta}_1 S_{xy}$

2.4時間は三部へいるとしてはこれがまます!

- 가중최소제곱법(method of weighted least squares)
 - 등분산가정이 만족되지 못하는 경우

: 최소제곱법에 의한 추정량은 최량선형비편향추정량이 아님

- 가중오차제곱 Q를 최소화하는 회귀계수를 추정하는 방법

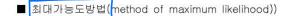
$$Q(\beta_0,\beta_1) = \sum \omega_i (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

가중값 🐠 반응변수의 분산의 역수에 비례하도록 설정 : 건축단차 건하지 못하므로 기본을 제시한 것!

- n_i 개 자료의 평균, $Var(y_i) = \sigma^2/n_i \propto 1/n_i$: $\omega_i = n_i$
- \mathbf{n}_i 개 자료의 합, $Var(y_i) = n_i \sigma^2 \propto n_i$: $\omega_i = 1/n_i$
- 분산이 x_i 에 비례, $Var(y_i) \varpropto x_i$: $\omega_i = 1/x_i$

5

2장 Review



$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \ i = 1,...n$$

$$E(\epsilon_i) = 0$$
, $Var(\epsilon_i)\sigma^2$, $Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, $i \neq j$

- 분포에 대한 가정 $\epsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$ o 뇌녀이 생겨된 때문다!
- 가능도함수 (무거통계(하에서 사세성) 배울)

$$L(\beta_0,\beta_1,\sigma^2|y_1,\cdot\cdot\cdot,y_n)=f(y_1,\cdot\cdot\cdot,y_n|\beta_0,\beta_1,\sigma^2)=\prod_{i=1}^n f(y_i)$$

- 최대가능도 추정량: 가능도함수를 최대화하는 $eta_0, \; eta_1, \; \sigma^2$

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_0$$

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_1$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{0_{M\!E}} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{0}, \qquad \qquad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{1_{M\!E}} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{1}, \qquad \qquad \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{{}^{2}_{M\!E}}^{2} = \underbrace{S\!S\!E}_{0} \quad \text{official}$$

ज र्यामामिष्ट्रभिष्ठकं त्याभ हत

• 분포에 대한 가정

$$\begin{cases} y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, & i = 1, ..., n \\ \\ \epsilon_i \sim N(0, \sigma^2), & Cov(\epsilon_i, \epsilon_j), \ i \neq j \\ \\ y_i \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2), & Cov(y_i, y_j), \ i \neq j \end{cases}$$

णभ्यद्वयक्रम ध्रभ्यव्याः

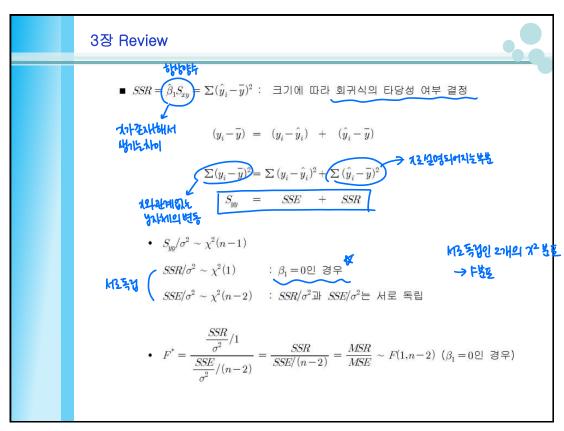
- 모형의 비교

$$\begin{aligned} y_i &= \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i \\ y_i &= \beta_0 + \epsilon_i \end{aligned} \qquad SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = S_{yy} + (\hat{\beta}_1 S_{xy}) \end{aligned}$$
 When the standard of the standard

(ex. क्रमध्ययसारका मेर्डियान मध्य ध्रा

たらにのつりとはりは好き世川なる

7



- ullet 분산분석과 F-검정 : $F^*(표준화한 SSR)$ 의 크기로 타당성 결정
 - 가설검정의 관점

- $F^* \geq F(\alpha,1,n-2)$ 이면 H_0 기각
- $p-\text{TV} = P(F(1,n-2) > F^*)$
- 결정계수 R² (선형 관계)

$$R^2 = \frac{SSR}{S_{yy}} = 1 - \frac{SSE}{S_{yy}}, \qquad R^2 = r_{xy}^2$$

 $\sqrt{0} \le R^2 \le 1$

५ 'प्रभागा साम्पार्ट्स' में 'वृत्ते दे धला नार्यः भर्षः' व मह

: 544 = 548+56E

3장 Review

 $lacksymbol{\bullet}$ \hat{eta}_0 와 \hat{eta}_1 는 y_i 의 선형결합

$$\left(\begin{array}{c} \hat{\beta}_0 \sim N \bigg| \beta_0, \sigma^2 \bigg| \frac{1}{n} + \frac{\overline{x}^2}{S_{xx}} \bigg| \bigg) \\ \\ \hat{\beta}_1 \sim N \bigg| \beta_1, \frac{\sigma^2}{S_{xx}} \bigg| \end{array} \right)$$

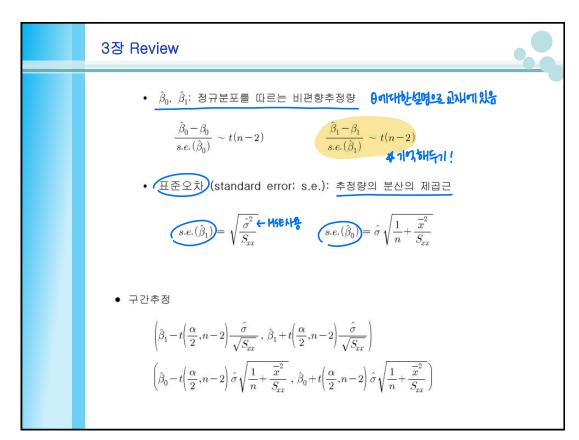
• 표본의 크기가 큰 경우 (중심극한정리) -> 씨노사용

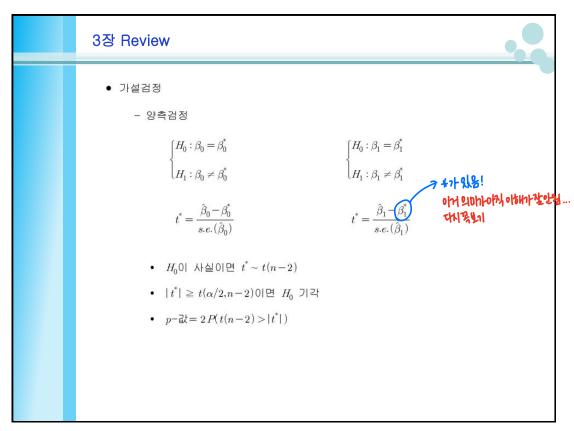
$$\hat{\beta}_0 \approx N \! \left(\beta_0, \hat{\sigma}^2 \! \left(\frac{1}{n} \! + \! \frac{\overline{x}^2}{S_{\!xx}} \right) \right)$$

$$\hat{eta}_1 pprox N \! \left(eta_1, rac{\hat{\sigma}^2}{S_{\!xx}}
ight)$$

• 표본의 크기가 작으면 중심극한정리 적용은 부적절

10







- 단측검정

$$\begin{cases} H_0: \beta_0 = \beta_0^* & \begin{cases} H_0: \beta_1 = \beta_1^* \\ H_1: \beta_0 > \beta_0^* \end{cases} & \begin{cases} H_0: \beta_1 = \beta_1^* \\ H_1: \beta_0 < \beta_0^* \end{cases} & \begin{cases} H_0: \beta_1 = \beta_1^* \\ H_1: \beta_1 < \beta_1^* \end{cases} \\ \end{cases}$$

क्रमध्यनाम भरेष्ठाभिष्ठघट्मश्रयम्

■ 가설 $\begin{cases} H_0:\beta_1=0\\ &\text{검정통계값의 제곱은 분산분석에서의 F^*값과 같음}\\ H_1:\beta_1\neq 0 \end{cases}$

$$t^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{\hat{\beta}_1}{s.e.(\hat{\beta}_1)}\right)^2 = \frac{SSR}{MSE} = F$$

$$t^{-\frac{1}{2}} = \frac{\hat{\beta}_1}{s.e.(\hat{\beta}_1)}$$

13

3장 Review



- 1) $X=x_0$ 일때 반응변수의 기댓값: $E(Y|X=x_0)$
- 2) $X=x_0$ 일때 반응변수의 새로운 관측(예측)값: $y_0=(y|X=x_0)$
- 3) $X=x_0$ 일때 반응변수 m개의 평균: $\bar{y}_0=(\bar{y}|X=x_0)$
- 1) $E(Y|X=x_0)$

$$\hat{E}(Y|X=x_0) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 = \hat{y}_0$$



 σ^2 을 $MSE(=\hat{\sigma}^2)$ 로 대체하여 추정

$$\frac{\hat{E}(Y|X=x_0)-E(Y|X=x_0)}{s.e[\hat{E}(Y|X=x_0)]} \sim t(n-2) \quad \text{when it of the property of the$$

• 분산에 대한 추론

$$y_i \, \sim \, N(\,\beta_0 + \beta_1 \, x_i \,, \sigma^2 \,)$$

$$\frac{(n-2)MSE}{\sigma^2} = \frac{SSE}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2)$$
 - oldotzakult!

■ σ²에 대한 (1-α)×100%의 신뢰구간

$$\left(\frac{(n-2)\mathit{MSE}}{\chi^2(\alpha/2,n-2)},\ \frac{(n-2)\mathit{MSE}}{\chi^2(1-\alpha/2,n-2)}\right)$$

ለጉ፟፟፟፟፟፟፟፟፟፟፟፟፟ጜጜጜጜጜጜጜጜጜጜ (ፒዘት/አባ የሃፈገ

17

3장 Review



• 원점을 통과하는 모형 🗶 시험이안나%

$$y_i = \beta_1 x_i + \epsilon_i$$
, $\epsilon_i \sim N(0.\sigma^2)$, $Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0$, $i \neq j$

• β_1 의 추정: $Q(\beta_1) = \sum (y_i - \beta_1 x_i)^2$ 를 최소화

$$\hat{\beta}_1 = \sum y_i x_i / \sum x_i^2 = S_{xy}^* / S_{xx}^*$$

$$S_{xy}^* = \sum (x_i - 0)y_i = \sum x_i y$$
, $S_{xx}^* = \sum (x_i - 0)^2 = \sum x_i^2$

 $E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$: 비편향추정량

• $\hat{eta}_1 \sim Nig(eta_1, \sigma^2/S_{xx}^*ig)$: 추론에서 t(n-1) 분포의 사용

• $\hat{\beta}_1$, $\hat{E}(y|X=x_0)$, $(\hat{y}|X=x_0)$ 의 분산

$$Var(\hat{\beta}_1) = \sigma^2 / S_{xx}^*$$

$$Var[\hat{E}(Y|X=x_0)] = \sigma^2 x_0^2 / S_{xx}^*$$

$$Var(\hat{y}_0|X=x_0) = \sigma^2(1+\sigma^2x_0^2/S_{xx}^*)$$

σ²의 추정

$$\hat{\sigma}^2 = M\!S\!E = (S_{\!y\!y}^* - \hat{\beta}_1 S_{\!x\!y}^*)/(n-1)$$

• 결정계수 R^2 (개념과 해석에 주의)

$$R_0^2 = \sum \hat{y}_i^2 / \sum y_i^2$$

- 이론적으로 $eta_0=0$ 이라도 $H_0:eta_0=0$ 의 검정 후 모형 선택

19

3장 Review

• 적합결여검정(lack of fit test)

 H_0 : 주어진 모형이 적절함 H_0 : $E(Y) = eta_0 + eta_1 X$ 가셨더라가 가게인 산다 알려 H_1 : 주어진 모형이 적절하지 않음 H_1 : $E(Y)
eq eta_0 + eta_1 X$ 7 0 지사인이에게목

@ १९ प्राप्तान प्रमुख्या । अस्ति । अस

■ σ²의 값이 알려진 경우

$$\chi^2 = \frac{SSE}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2)$$

• H_0 이 사실이면 $\chi^2 \sim \chi(n-2)$ • $\chi^2 \geq \chi^2(\alpha,n-2)$ 이면 H_0 기각



• 조리 자를 모르는 경우 이때 사용이 무늬이하다.)

모형에 의존하지 않는 σ^2 의 추정방법이 필요

- y_{ij} : i번째 그룹의 j번째 반응변수의 값 $i=1,\cdots,m \,, \, \sum_{i=1}^m n_i = n \label{eq:interpolation}$

$$SD_i^2 = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 / (n_i - 1), \quad i = 1, \dots, m$$

• 순수제곱합 *SS_{PE}*

$$SS_{PE} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{m} (n_i - 1)SD_i^2$$

$$d.f = \sum_{i=i}^{m} (n_i - 1) = \sum_{i=i}^{m} n_i - \sum_{i=i}^{m} 1 = \underbrace{n - m}_{\text{(ifilleff-2ightf)}}$$

21

3장 Review

7 鬼鬼鬼鬼鬼鬼鬼鬼鬼鬼鬼

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_{\!\!\!\!\!i}} (y_{ij} - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_{\!\!\!\!i}} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_{\!\!\!\!i}} (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SSE = SS_{PE} + SS_{LOF}$$
 df: $(n-p') = (n-m) + (m-p')$ 以上以其第 2.

• 적합결여에 따른 제곱합

$$SS_{LOF} = SSE - SS_{PE} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{m} n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$$

• 적합결여검정 : $\mathit{SS}_{\mathit{LOF}}$ 의 크기에 따라 H_{0} 의 기각 여부 결정

$$F^* = \frac{SS_{LOF}/(m-p')}{SS_{PF}/(n-m)} \sim F(m-p',n-m)$$