

21-여름계절 알고리즘 중간고사 / 이현자 교수님

* 시험 시간 : 1시간 & 오픈북, 오픈 인터넷, 서술형 6문항 이었습니다 *

1. 1~10까지의 정수의 합을 구하는 알고리즘은 재귀함수로 작성해 보시오.
2. 1번의 알고리즘을 재현식으로 표현하시오.
3. 1번의 알고리즘이 모든 양의 정수 N에 대해서도 성립함을 증명하시오.
4. 1번의 알고리즘의 시간 복잡도를 구하시오. (힌트: 함수호출의 횟수를 기본연산의 횟수로 생각하시오.)
5. 노드 값의 순서가 $A > B > C$ 일 때, 가능한 모든 이진검색트리를 그리시오. 각각의 검색빈도확률이 $PA=0.1$, $PB=0.3$, $PC=0.6$ 일 때 각 이진검색트리의 평균 검색 시간을 구하고, 최적이진트리를 구하시오
6. 입력데이터(크기 9)가 다음과 같을 때, 합병정렬 과정을 그림으로 나타내시오. 단, 중앙을 얻기 위해 floor() 함수를 사용한다.

InputData = { 151, 5, 9, 75, 79, 41, 95, 31, 24 }

1. ~10 정수의 합 재귀

```
int add(int n){
    if (n==1) return 1;
    else return n + add(n-1);
}
```

2. 재귀식

$$\sum_{n=1}^n n = \begin{cases} 1 & \text{if } n=1 \\ n + \sum_{i=1}^{n-1} i & \text{(otherwise)} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\Rightarrow W(n) = \frac{n(n+1)}{2}, W(1)=1$$

3. 기본값과 재귀에 대한

basic) $W(1)=1$

hypothesis) $n \geq 1$ 에 대해 $W(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ 가 성립함을 가정

induction) $W(n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ 임을 보임

$$\begin{aligned} W(n+1) &= (n+1) + \frac{n(n+1)}{2} \quad (\text{by 재귀식}) \\ &= \frac{n+1}{2} + \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{n+1+n(n+1)}{2} \\ &= \frac{(n+1)(n+2)}{2} \end{aligned}$$

\therefore 증명!

4. 수학적 귀납법 (기본값과 가정)