이자론(利子論)

보험계리실무

목차

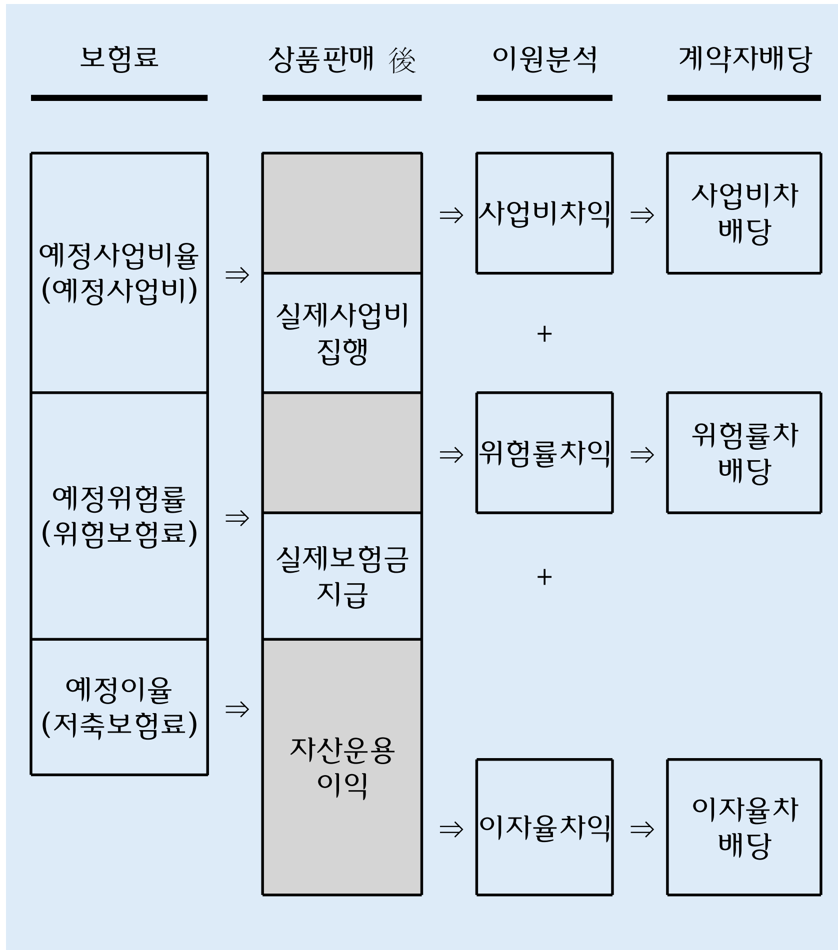
1. 보험수리의 이해

구 분	내 용
필요성	☞ 보험은 각종 리스크에 대비하기 위한 경제적 제도 ○ 오늘날 사회경제환경의 급속한 변화는 여러 형태의 리스크(risk)를 발생시키고 있는 실정이다. 이에 따라 보험사업도 보다 합리적이고 과학적인 방법을 적용하여 운영하기 위해서는 수리적 · 과학적인 경영방법이 절실히 요구 ☞ 보험제도는 다수의 경제주체가 결합하여 보험단체를 구성하고 소액의 금전급부(보험료)를 갹출하여 공동준비재산(책임준비금)을 형성하여 우연한 사고로 인한 손실에 대해 금전 등의 재산적 급부를 행함으로써 경제적 불안을 제거하는 경제제도 ☞ 곧 다수의 집단에 대하여 확률이론을 도입한 대수의 법칙 및 보험료 산출의 원리인 수지상등의 원칙, 보험계약자집단의 공동준비재산의 적립 및 평가를 위해서는 보험수리적인 기법의 적용은 필수적
적용	☞ 합리적인 보험제도를 성립하기 위해 보험수리 분야는 지속적으로 발전되어 왔으며, 생명보험에 있어서 수리적 사항은 전통적인 범위를 넘어서서 경영진에 도움을 주는 분야로 확대

classical	new
• 사망률 등 각종 위험률의 계산 • 보험료 및 책임준비금의 계산 • 해약환급금 등 제 지급금의 계산 • 이원분석 및 각종 배당금의 계산 등	• 리스크관리 기법 개발을 통한 경영의 건전성 및 합리성 측정 • 회사의 경영계획 수립, 사업비 예측, 이익계획, 보험회사의 가치평가 • 보험회사의 지급여력에 관한 사항 • 상품판매효과 분석, 판매수당체계 및 효율분석 • 통계작성 · 분석을 통한 경영지표제시

1. 보험수리의 이해

구 분	내 용
영업보험료 구성	



※ 영업보험료=부가보험료(Loading)+순보험료(net Premium)

☞ 확률이론에 기초한 대수의 법칙에 의해 만들어진 생명표와 이자율·사업비율을 적용하여 수지상등의 원칙에 의해 보험료를 산출

☞ 영업보험료는 순보험료와 부가보험료로 구분되고, 순보험료는 위험을 보장하는 위험보험료와 저축보장을 하는 저축보험료로 구분

☞ 부가보험료는 신계약비, 유지비로 구분

☞ 보험료 계산 시 적용되는 기초율인 예정사망률, 예정이율, 예정사업비율을 보험료 산출의 3대 요소, 즉 3이원(利源)이라 한다. 여기에 적용된 예정기초율은 보험회사의 실적율(실제사망율, 자산운용수익률, 실제사업비율)에 대응하여 손익이 산출

☞ 위험율차손익, 이자율차손익, 사업비차손익을 산출

2. 이자론 개요

구 분	내 용
개요	☞ 생명보험계약은 장기의 계약이기 때문에 보험기간에 걸쳐 보험료 수입과 보험금 지급시점과의 차이가 발생하며, ☞ 장래의 보험금 지급에 대비하여 준비금으로 보험료의 일부를 적립하게 되고, ☞ 여기에서 이자가 발생한다 ☞ 생명보험은 예정이율을 적용하여 보험료를 산출하므로 이자개념 등 이자론의 학습이 필요하다

본 장에서는 이자와 관련하여 종가함수, 단리와 복리, 현가와 할인, 확정연금 및 투자수익률의 산출에 대하여 설명하고자 한다

3. 종가함수와 실이자율

구 분	내 용

종가함수

終價, accumulated value

☞ 최초에 원금이 투자되어 시간이 경과된 시점에서 원금과 이자의 합계를 그 시점에서의 원리합계

$A(0)$ $\qquad\qquad$ $A(t) = A(0) + I$

$0 \qquad\qquad t$

$a(0) = 1$(원금) $\qquad\qquad$ $a(t)$

-. t : 원금이 투자된 기간

-. $A(t)$: t 시점에서의 종가, $A(0)$: 원금

-. I : t 기간동안 발생한 이자

$$A(t) = \text{원금 + 이자} = A(0) + I$$

-. a(0) : t=0 시점에 투자된 원금을 1원이라 가정 시, a(0) = 1

-. a(t) : t 시점에서의 종가 (단위종가함수), $a(t) = \dfrac{A(t)}{A(0)}$

$$A(t) = A(0) \cdot a(t)$$

실이율

effective rate of interest

☞ 원금 1원이 1년 동안 투자되었을 때 부리된 이자, 연간실이율

$$i = a(1) - a(0), \quad a(1) = 1 + i$$

$$i = a(1) - 1 = \frac{a(1) - a(0)}{a(0)} = \frac{A(1) - A(0)}{A(0)}$$

4. 단리와 복리

구 분	내 용
단리 simple interest	☞ 투자기간 중 원금은 증가하지 않고 원금에 대해 이자만 계산하는 방법
복리 compound interest	☞ 일정기간 마다 발생하는 이자가 원금에 전입되어 그 원리합계를 다음 기간의 새로운 원금으로 하여 이자를 계산하는 방법

단리

이자(I) = 원금(P) × 기간(t) × 이율(i)

t시점에서 종가함수 :

$A(t) = P + I = P + P \cdot t \cdot i = \boxed{P \cdot (1 + t \cdot i)}$

원금이 1인 경우의 단위종가함수 :

$a(t) = 1 + it$

(단리) 단위종가함수

= 원금 + 원금 x 이율 x 기간

1원

복리

0시점에서 원금을 1원(a(0)=1)이라 할 때 각 시점에서의 단위종가함수 :

$a(1) = 1 + i$

$a(2) = (1+i) + (1+i) \cdot i = (1+i)^2$

$a(3) = (1+i)^2 + (1+i)^2 \cdot i = (1+i)^3$

$\vdots$

$a(n) = (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-1} \cdot i = (1+i)^n$, 따라서 $a(t) = (1+i)^t$

원금을 P라 할 때 종가함수(원리합계) :

$\boxed{A(t) = P \cdot (1+i)^t}$

(복리) 단위종가함수

원금 x (1+이율)^{기간}

1원

5. 현가와 할인

구 분	내 용

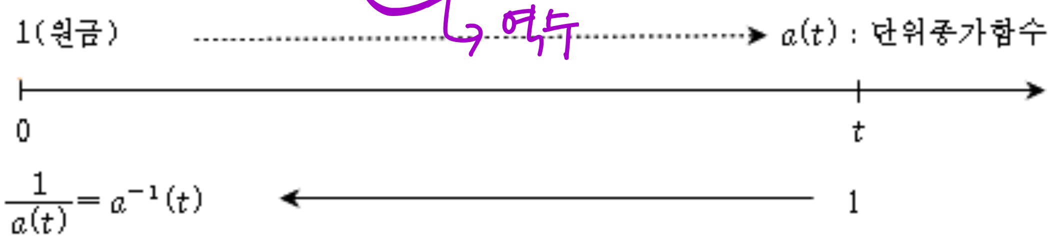
현가

現價, present value

현가 = $\frac{1}{종가}$

☞ 단위종가함수는 현재 1원이 투자되었을 경우 미래의 특정시점에서 얼마가 될 것인가를 계산하는 개념인데 반해, 현가(現價)는 그 역(逆)의 개념

↳ 역수



-. $\frac{1}{a(t)} = a^{-1}(t)$: 단위현가함수 또는 단위할인함수

⇒ 원금 1원에 대하여 t년 후의 단위종가함수는 a(t)가 되고, t년 후에 1원을 얻기 위한 현가함수

복리이율 하에서 원금 1원에 대하여 t년 후의 종가함수 :

$$a(t) = (1+i)^t$$

time value

t년 후 1원에 대한 현가함수 :

✓ $$a^{-1}(t) = \frac{1}{a(t)} = \frac{1}{(1+i)^t}$$

가치

현재 → 단위현가

종가 → 단위종가

t에 1, 2, 3, … 도

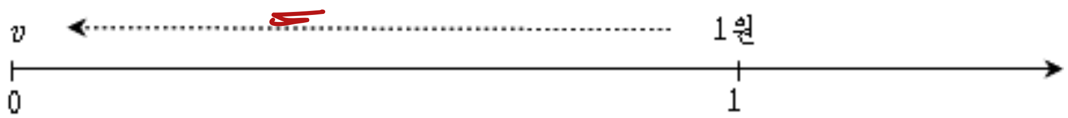
t=1 인 경우의 단위현가함수 :

$$a^{-1}(1) = \frac{1}{a(1)} = \frac{1}{1+i} = v$$

, 따라서 $a^{-1}(t) = \frac{1}{a(t)} = \frac{1}{(1+i)^t} = v^t$

5. 현가와 할인

구 분	내 용
기말	(예제) 복리인 연간실이율 5%하에서 3년 후에 1,000원을 얻기 위해 현재 투자해야 할 금액을 구하시오. (풀이) 현가(PV) $=1{,}000 \cdot \dfrac{1}{a(3)}$ $=1{,}000 \cdot \dfrac{1}{(1+0.05)^3}$ $=1{,}000 \cdot v_{0.05}^3$ $=1{,}000 \cdot 0.86383760$ $= 864$(원)
할인	☞ 복리를 가정할 때 1년 후에 1원을 얻기 위해 현재 투자해야 하는 금액은 υ가 되고, 1년 후의 1원과 현가 υ와의 차이를 d(실할인율 : effective rate of discount)로 나타내면



$$d = 1 - v = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{i}{1+i}$$

단위종가함수 :

$$d = \frac{a(1) - a(0)}{a(1)}$$

간 할인받은 금액을 할인받기 전의 금액

년 후의 금액)으로 나눈 값

6. 확정연금

구 분	내 용
확정연금	☞ 연금지급기간 중에 연금수급자의 생사에 관계없이 확정적으로 지급되는 연금

NH

기말급 연금	기시급 연금	거치연금
연금지급이 일정기간의 말에 지급되는 경우	일정기간의 초에 지급되는 연금	일정기간 동안 연금지급이 없고 그 이후부터 연금지급이 이루어지는 연금

1년있다가부터

가입하자마자

ex) 한5년있다가 < 기말 / 기시

거치

영구적으로주는경우

$n \to \infty$

$\therefore a_{\infty} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-v^n}{i} = \frac{1}{i}$

$i = 0.05$ 라면 $a_{\infty} = 20$

1원을 매년 영구적으로 주는데 20?!

↳ 할인(이자율) 작용 (화폐가치 ↓)

□ 기말급 연금 : 연금의 평가시점을 t=0 시점에서 고려할 때

-. $a_{\overline{n}|}$: 연금지급기간이 n년인 기말급 연금의 현가

⇒ 매년 말에 1원씩 지급되는 각각의 현가의 합

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1}{1+i} + \left(\frac{1}{1+i}\right)^2 + \left(\frac{1}{1+i}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{1+i}\right)^n$$

$$= v + v^2 + v^3 + \cdots + v^n$$

$$= \frac{v \cdot (1-v^n)}{1-v}$$

$$= \frac{1-v^n}{i} \quad \leftarrow v = \frac{1}{1+i}$$

6. 확정연금

구 분	내 용
확정연금	

-. $s_{\overline{n|}}$: t=n 시점에서 볼 때 매년 말에 1원씩 지급되는 연금들의 종가의 합, 기말급 확정연금 종가

$$s_{\overline{n|}} = 1+(1+i)+(1+i)^2+(1+i)^3+\cdots+(1+i)^{n-1}$$

$$= \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

수열의합

확정연금 현가를 n년간 이자를 부리하여 구할 경우 :

$$s_{\overline{n|}} = a_{\overline{n|}} \cdot (1+i)^n$$

$$= \frac{1-v^n}{i} \cdot (1+i)^n$$

$$= \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

6. 확정연금

구 분	내 용
확정연금	

생명보험회사만

□ 기시급 연금 : 연금의 평가시점을 t=1 시점에서 고려할 때

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + \frac{1}{1+i} + \left(\frac{1}{1+i}\right)^2 + \left(\frac{1}{1+i}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{1+i}\right)^{n-1}$$
$$= 1 + v + v^2 + v^3 + \cdots + v^{n-1}$$
$$= \frac{1-v^n}{1-v}$$
$$= \frac{1-v^n}{d}$$

이자율이 없다면
일시납X, 분할납O
등가로 만드는 이자율이 있는 경우?
→ 선택지

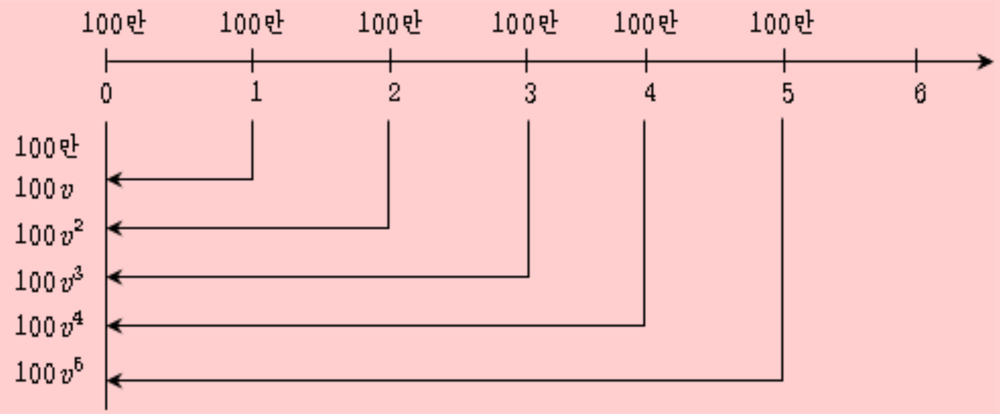
$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \cdots + (1+i)^n$$
$$= \frac{(1+i)\cdot\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$$
$$= \frac{(1+i)^n - 1}{d}$$

또는, $\ddot{s}_{\overline{n}|} = \ddot{a}_{\overline{n}|} \cdot (1+i)^n$
$$= \frac{(1+i)^n - 1}{d}$$

6. 확정연금

구 분	내 용
확정연금	(예제) 갑이 자동차를 매년 초에 1,000,000원씩 6년간 할부로 구입할 수 있는 것을 일시금으로 구입하고자 할 때의 일시금을 구하시오.(단, 이자율은 5%이다)

(풀이)



매년 초에 할부금을 지급하므로 기시급 확정연금 현가를 적용하여 계산한다.

따라서

$$\text{일시금} = 1{,}000{,}000 \cdot (1+v+v^2+v^3+v^4+v^5)$$

$$= 1{,}000{,}000 \cdot \ddot{a}_{\overline{6}|}$$

$$= 1{,}000{,}000 \cdot \frac{1-v^6}{d}$$

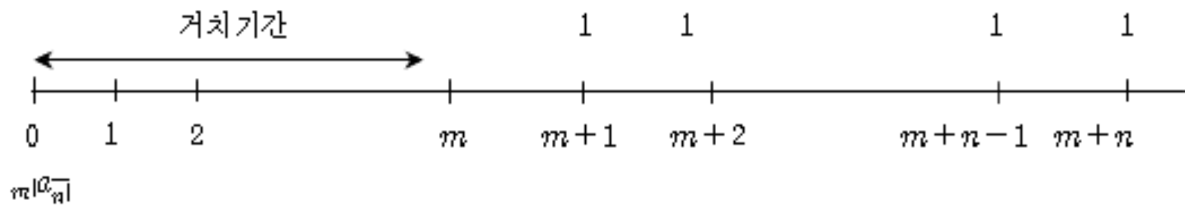
$$= 1{,}000{,}000 \cdot \left(\frac{1.05}{0.05}\right) \cdot \left[1-\left(\frac{1}{1.05}\right)^6\right]$$

$$= 5{,}329{,}477$$

6. 확정연금

구 분	내 용
확정연금	

□ 거치연금



거치기간이 m년 이고 n년간 기말급으로 지급하는 거치연금의 경우 연금현가 :

$$ {}_{m|}a_{\overline{n|}} = v^{m} \cdot a_{\overline{n|}} = a_{\overline{m+n|}} - a_{\overline{n|}} $$

m년 거치 n년 기시급 거치연금의 현가 :

$$ {}_{m|}\ddot{a}_{\overline{n|}} = v^{m} \cdot \ddot{a}_{\overline{n|}} = \ddot{a}_{\overline{m+n|}} - \ddot{a}_{\overline{n|}} $$

7. 수익률의 산출

구　분	내　용
Hardy 공식	☞ 일반적으로 보험회사의 투자수익률을 계산하는 경우에 사용

$$i = \frac{2I}{A+B-I}$$

-. A : 연시의 자산
-. B : 연말의 자산
-. I : 연간투자수입(이자)
-. i : 연간투자수익률

※ Hardy 공식의 유도

연말자산 B에 연간투자수입(이자) I가 포함되어 있으므로 B-I 한 후의 연간평균자산은 (A + B - I)/2 가 된다.
따라서 연간투자수익률은

$$i = \frac{I}{(A+B-I)/2} = \frac{2I}{A+B-I}$$

일반화 이자율은 ⊖ X
수익률은 ⊖ 가능

이자율계산하듯이 하기 복잡함
(중간에 새로 들어오거나 나갈때)
→ 장부 정보이용, 약식으로 계산

균등가정