#5.4

두가지결과가 발생하며 독립적으로 시행되므로 베르누이 분포를 따른다 →이항분포

옳은결정의수 $X \sim Bin(5, 0.6)$

1) $P(X=5) = 0.6^5 = 0.07776$

2) $P(X \geq 3) = \sum_{x=3}^{5} \binom{5}{x} 0.6^x \times 0.4^{5-x} = \binom{5}{3}0.6^3 \times 0.4^2 + \binom{5}{4}0.6^4 \times 0.4^1 + 0.6^5$

$$= 0.68256$$

3) $P(X=0) = 0.4^5 = 0.01024$

#5.7

두가지 결과가 발생하며 독립적으로 시행되므로 베르누이 분포를 따른다. → 이항분포

1) 자유투성공개수 $X \sim Bin(10, 0.946)$ → $P(X=10) = 0.946^{10} = 0.57400$

2) 자유투실패개수 $X \sim Bin(100, 0.054)$

· $P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{100}{x} 0.054^x \times 0.946^{100-x}$

$$= 0.946^{100} + 100 \times 0.054 \times 0.946^{99} + \binom{100}{2}0.054^2 \times 0.946^{98}$$

$$= 0.08867$$

· n이크고 p가 0에 근사하므로 포아송근사 ($\lambda = np = 100 \times 0.054 = 5.4$)

$$P(X \leq 2) \approx \sum_{x=0}^{2} \frac{5.4^x e^{-5.4}}{x!} = 0.09476$$

→ 근사하다

3) 이항분포를 따르므로 $0.946^{52} = 0.05576$

#5.8

일란성 쌍둥이가 나오는경우 : X

1) $X \sim Bin(20, 0.003)$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0.997^{20} = 0.05832$

2) $X \sim Bin (1000, 0.003)$

   ① $E(X) = np = 1000 \times 0.003 = 3$

   ② n이 크고 p가 0에 근사하므로 포아송 근사 $(\lambda = np = 3)$

$$P(X \leq 2) \approx \sum_{\lambda=0}^{2} \frac{3^{\lambda} e^{-3}}{\lambda!} = 0.4232$$

3) 뽑힐때까지 반복하므로 기하분포

100명 이내에서 뽑힐 확률들이므로 X는 총 시행횟수이다. $\rightarrow X \sim G(0.003)$

$$P(X \leq 100) = \sum_{\lambda=1}^{100} (1-0.003)^{\lambda-1} \times 0.003^1 = 0.003 \times \frac{1-(1-0.003)^{100}}{1-(1-0.003)}$$

$$= 1 - 0.997^{100} = 0.25951$$

#5.9

태그가 있는 물고기 : X

1) $\frac{20}{100} = 0.2$

2) 비복원이므로 초기하분포 $X \sim H(N, 20, 10)$

$$f(x) = \frac{\binom{20}{x}\binom{N-20}{10-x}}{\binom{N}{10}} , \text{ 이때 } x = Max(0, 30-N), \cdots \underset{\underset{10}{\downarrow}}{min(10, 20)}$$

3) $\hat{p} \approx \frac{4}{10}$

$$E(X) = n \times \frac{M}{N} = 10 \times \frac{20}{N} \approx 10 \times \frac{4}{10} , \text{ 정리하면 } \hat{N} = \frac{200}{4} = 50$$

#5.10

1) 응답 $\rightarrow$ 0, 차단 $\rightarrow X$

$$P(XXXXO) = 0.95^4 \times 0.05 = 0.0407$$

2) 10번째 전에 1명 응답, 10번째에 응답

$$\binom{9}{1} 0.95^8 \times 0.05 \times 0.05 = 0.01492$$

3) 모집단의 크기가 크고 표본크기가 상대적으로 작으므로 베르누이 실행으로 간주할수 있다.

따라서 $E(X) = np = n \times 0.05 = 10$, $n = 200$