

<기초통계학I> 5장 과제물

아래 과제물을 “강의실 홈페이지 과제 제출하기”를 통해 5월20일(목)까지 제출

- 풀이 과정을 파일로 작성하는 것이 불편하면 연습장에 손으로 푼 후에 풀이 결과를 스캔하거나 사진으로 찍어서 제출해도 됨
- 모든 계산은 엑셀 등 자료처리 프로그램을 이용하지 말고 직접 손으로 계산해서 풀 것 (계산기는 사용 가능)
- 어떤 경우에도 과제물은 PDF 파일로 변환해서 제출할 것

○ 교재 5장 연습문제 #5.4, #5.7, #5.8, #5.9 #5.10

※ 아래 수정사항 참조

#5.9 : 20마리를 잡아 \Rightarrow 20마리의 베스 물고기를 잡아

#5.4

두가지 결과가 발생하며 독립적으로 시행되므로 베르누이 분포를 따른다 → 이항분포

공포결정의 수 $X \sim \text{Bin}(5, 0.6)$

$$1) P(X=5) = 0.6^5 = 0.07776$$

$$2) P(X \geq 3) = \sum_{x=3}^5 \binom{5}{x} 0.6^x \times 0.4^{5-x} = \binom{5}{3} 0.6^3 \times 0.4^2 + \binom{5}{4} 0.6^4 \times 0.4^1 + 0.6^5 \\ = 0.68256$$

$$3) P(X=0) = 0.4^5 = 0.01024$$

#5.7

두가지 결과가 발생하며 독립적으로 시행되므로 베르누이 분포를 따른다. → 이항분포

$$1) \text{자유투성공개수 } X \sim \text{Bin}(10, 0.946) \Rightarrow P(X=10) = 0.946^{10} = 0.57400$$

$$2) \text{자유투실패개수 } X \sim \text{Bin}(100, 0.054)$$

$$\begin{aligned} \cdot P(X \leq 2) &= \sum_{x=0}^2 \binom{100}{x} 0.054^x \times 0.946^{100-x} \\ &= 0.946^{100} + 100 \times 0.054 \times 0.946^{99} + \binom{100}{2} 0.054^2 \times 0.946^{98} \\ &= 0.08867 \end{aligned}$$

• n 이 크고 p 가 0에 유사하므로 푸아송 근사 ($\lambda = np = 100 \times 0.054 = 5.4$)

$$P(X \leq 2) \approx \sum_{x=0}^2 \frac{5.4^x e^{-5.4}}{x!} = 0.09476$$

→ 근사하다

$$3) \text{이항분포를 따르므로 } 0.946^{52} = 0.05576$$

#5.8

일관성 쌍둥이가 나오는 경우 : X

$$1) X \sim \text{Bin}(20, 0.003)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0.997^{20} = 0.05832$$

$$2) X \sim \text{Bin}(1000, 0.003)$$

$$\textcircled{1} E(X) = np = 1000 \times 0.003 = 3$$

$\textcircled{2}$ n 이 크고 p 가 0에 근사하므로 푸아송 근사 ($\lambda = np = 3$)

$$P(X \leq 2) \approx \sum_{x=0}^2 \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = 0.4232$$

가) 뽑힐 때까지 반복하므로 기하분포

100명 이내에서 뽑힐 확률이므로 X 는 총 시행 횟수이다. $\rightarrow X \sim G(0.003)$

$$P(X \leq 100) = \sum_{x=1}^{100} (1-0.003)^{x-1} \times 0.003^1 = 0.003 \times \frac{1 - (1-0.003)^{100}}{1 - (1-0.003)}$$

$$= 1 - 0.997^{100} = 0.25951$$

#5.9

태그가 있는 물고기 : X

$$1) \frac{20}{100} = 0.2$$

2) 비복원이므로 기하분포 $X \sim H(N, 20, 10)$

$$f(x) = \frac{\binom{20}{x} \binom{N-20}{10-x}}{\binom{N}{10}}, \text{ 이때 } x = \max(0, 30-N), \dots, \min(10, 20)$$

\downarrow
10

$$\text{가) } \hat{p} \approx \frac{4}{10}$$

$$E(X) = n \times \frac{M}{N} = 10 \times \frac{20}{N} \approx 10 \times \frac{4}{10}, \text{ 정리하면 } \hat{N} = \frac{200}{4} = 50$$

#5.10

1) 응답 $\rightarrow 0$, 차단 $\rightarrow X$

$$P(XXXX0) = 0.95^4 \times 0.05 = 0.0407$$

2) 10번째 전에 1명 응답, 10번째에 응답

$$\binom{9}{1} 0.95^8 \times 0.05 \times 0.05 = 0.01492$$

가) 모집단의 크기가 크고 표본 크기가 상대적으로 작으므로 베르누이 실험으로 간주할 수 있다.

$$\text{따라서 } E(X) = np = n \times 0.05 = 10, n = 200$$