

<과제 답안>

1.

	A_1		A_2		A_3		합	평균
	합	평균	합	평균	합	평균		
B_1	607	303.5	647	323.5	642	321	1896	316
B_2	672	336	698	349	686	343	2056	342.7
B_3	730	365	650	325	674	337	2054	342.3
B_4	746	373	660	330	696	348	2102	350.3
B_5	749	374.5	657	328.5	700	350	2106	351.0
B_6	698	349	618	309	658	329	1974	329.0
합	4202		3930		4056		12188	
평균	350.2		327.5		338.0			338.6

$$CT = \frac{12188^2}{36} = 4126315$$

$$TSS = 305^2 + 302^2 + \dots + 330^2 + 328^2 - \frac{12188^2}{36}$$

$$= 4139818 - CT = 13503$$

$$SSA = \frac{4202^2 + 3930^2 + 4056^2}{6 \times 2} - CT = 3088.3$$

$$SSB = \frac{(1896^2 + 2056^2 + \dots + 1974^2)}{3 \times 2} - CT = 5549$$

$$SSTR = \frac{(607^2 + 672^2 + \dots + 700^2 + 658^2)}{2} - CT$$

$$= \frac{8279556}{2} - CT$$

$$= 13463$$

$$SS(AB) = SSTR - SSA - SSB = 13463 - 3088.3 - 5549 = 4825.7$$

$$SSE = SST - SSTR = 13503 - 13463 = 40$$

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F
처리A	2	3088.3	1544.15	695.56
처리B	5	5549	1109.8	499.91
상호작용	10	4825.7	482.57	217.37
오차	18	40	2.22	
전체	35	13503		

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

H_1 : 최소한 하나 이상의 α_i 는 0이 아니다. ($i = 1, 2, 3$)

(α_i : 석고 i의 처리 효과)

$$695.56 > F_{0.05, 2, 18} = 3.55$$

유의수준 5%에서 시멘트 강도에 대하여 석고 종류에 따라서 차이가 있다.

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_6 = 0$$

H_1 : 최소한 하나 이상의 β_j 는 0이 아니다. ($j = 1, \dots, 6$)

(β_j : 석고 첨가량 j수준에서의 처리효과)

$$499.91 > F_{0.05, 5, 18} = 2.77$$

유의수준 5%에서 석고 첨가량의 수준의 변화에 따라서 시멘트 강도에 차이가 있다.

$$H_0: (\alpha\beta)_{11} = \dots = (\alpha\beta)_{36} = 0$$

H_1 : 최소한 하나 이상의 $(\alpha\beta)_{ij}$ 는 0이 아니다. ($i = 1, 2, 3, j = 1, \dots, 6$)

$$217.37 > F_{0.05, 10, 18} = 2.41$$

유의수준 5%에서 석고 종류(A)와 석고 첨가량(B)의 교호작용(A×B)이 유의하다.

2.

(1) a=3, b=2, c=3

$$CT = \frac{1715^2}{18} = 163401.389$$

$$TSS = SSA + SSB + SSC + SS(AB) + SS(AC) + SS(BC) + SSE$$

$$= 1228.11 + 89.50 + 154.11 + 8.33 + 87.89 + 16.33 + 16.33 = 1595.6$$

$$= \sum \sum \sum Y_{ijk}^2 - CT$$

$$\sum \sum \sum Y_{ijk}^2 = TSS + CT = 1595.6 + 163401.389 = 164996.989$$

(2) P값이 0.05보다 큰 교호작용들 중 가장 큰 값을 보이는 (AB)값을 오차항에 풀링한다.

SOURCE	DF	SS	MS	F-VALUE
A	2	1228.11	614.06	149.41
B	1	84.50	84.50	20.56
C	2	154.11	77.06	18.75
AC	4	87.89	21.97	5.35
BC	2	16.33	8.17	1.49
ERROR	6	24.66	4.11	

$1.99 < F(0.05, 2, 6) = 5.14$ 이므로 BC는 유의수준 5%에서 유의하지 않다.

$5.35 > F(0.05, 4, 6) = 4.534$ 이므로 AC는 유의수준 5%에서 유의하다.

따라서 BC는 오차항에 풀링한다.

SOURCE	DF	SS	MS	F-VALUE
A	2	1228.11	614.06	119.93
B	1	84.50	84.50	16.50
C	2	154.11	77.06	15.05
AC	4	87.89	21.97	4.29
ERROR	8	40.99	5.12	

4.29 > F(0.05,4,8)=3.84이므로 AC는 $\alpha=0.05$ 에서 유의.

16.50 > F(0.05,1,8)=5.32이므로 B는 $\alpha=0.05$ 에서 유의.

최종 모형 :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + \epsilon_{ijk} (i = 1,2,3, j = 1,2, k = 1,2,3)$$

$$(3) \quad \mu(\widehat{A_1 B_1 C_k}) = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_j + \hat{\gamma}_k + (\widehat{\alpha\gamma})_{ik} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\gamma}_k + (\widehat{\alpha\gamma})_{ik} + \hat{\mu} + \hat{\beta}_j - \hat{\mu} = \overline{Y_{1k}} + \overline{Y_{.l}} - \overline{Y_{...}}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(A_1 B_1 C_1) &= \frac{\sum_j Y_{1j1}}{2} + \frac{\sum_i \sum_k Y_{i1k}}{9} + \frac{\sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}}{18} = \frac{95 + 87}{2} + \frac{95 + 102 + \dots + 111 + 87}{9} - \frac{1715}{18} \\ &= \frac{182}{2} + \frac{877}{9} - \frac{1715}{18} = 93.167 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{n_e} = \frac{abc}{ac + b - 1} = \frac{3 \times 2 \times 3}{3 \times 3 + 2 - 1} = \frac{18}{10} = 1.8$$

$$\hat{\mu}(A_1 B_1 C_1) \pm t(0.025, 8) \sqrt{5.12 / \sqrt{1.8}} = 93.16 \pm 2.306 \sqrt{5.12 / \sqrt{1.8}} = 93.16 \pm 3.889$$

(89.271, 97.049)

3.

(1)

$$CT = \frac{487^2}{3 \times 2 \times 2} = 19764.08$$

$$SST = \sum \sum y_{ik}^2 - CT = 20001 - 19764.08 = 236.917$$

(2)

$$SSA = \frac{1}{4}(174^2 + 154^2 + 159^2) - CT = 54.167$$

$$SSC = \frac{1}{6}(246^2 + 241^2) - CT = 2.083$$

$$SSAC = \frac{1}{2}(87^2 + 79^2 + 80^2 + 87^2 + 75^2 + 79^2) - CT = 58.417$$

$$SS(AC) = SSAC - SSA - SSC = 58.417 - 54.167 - 2.083 = 2.167$$

(3)

$$SSB = \frac{1}{6}(231^2 + 256^2) - CT = 52.087$$

$$SSAB = \frac{1}{2}((45 + 44)^2 + (33 + 31)^2 + (40 + 38)^2 + (42 + 43)^2 + (46 + 44)^2 + (40 + 41)^2) - CT$$
$$= 229.42$$

$$SS(AB) = SSAB - SSA - SSB = 123.166$$

$$SSBC = \frac{1}{3}((45 + 33 + 40)^2 + (44 + 31 + 38)^2 + (42 + 46 + 40)^2 + (43 + 44 + 41)^2) - CT = 56.253$$

$$SS(BC) = SSBC - SSB - SSC = 2.084$$

$$SSE = SST - SSA - SSB - SSC - SS(AB) - SS(AC) - SS(BC) = 1.163$$

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	46.536	0.021
B	1	52.087	52.087	89.497	0.011
C	1	2.083	2.083	3.579	0.199
(AB)	2	123.166	61.583	105.813	0.009
(AC)	2	2.167	1.084	1.863	0.349
(BC)	1	2.084	2.084	3.581	0.199
오차	2	1.163	0.582		
전체	11	236.917	21.538		

↓ (AC)를 오차항에 흡수

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	32.514	0.003
B	1	52.087	52.087	62.529	0.001
C	1	2.083	2.083	2.501	0.189
(AB)	2	123.166	61.583	73.929	0.0007
(BC)	1	2.084	2.084	2.502	0.189
오차	4	3.33	0.833		
전체	11	236.917			

↓ (BC)를 오차항에 흡수

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	25.008	0.002
B	1	52.087	52.087	48.095	0.001
C	1	2.083	2.083	1.923	0.224
(AB)	2	123.166	61.583	56.863	0.0004
오차	5	5.414	1.083		
전체	11	236.917			

↓ C를 오차항에 흡수

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	21.667	0.002
B	1	52.087	52.087	41.670	0.0007
(AB)	2	123.166	61.583	49.266	0.0002
오차	6	7.497	1.250		
전체	11	236.917			

$$\text{점추정 } \mu(\widehat{A_i B_i}) = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i + (\widehat{\alpha\beta})_{ii} = \overline{Y_{u.}}$$

	$\overline{Y_{u.}}$
(A1 , B1)	44.5
(A2 , B1)	32
(A3 , B1)	39
(A1 , B2)	42.5
(A2 , B2)	45
(A3 , B2)	40.5

$$\text{최적: (A2 , B2) , } \overline{Y_{22.}} = 45 , \frac{1}{n_e} = \frac{1}{2} \Rightarrow n_e = 2$$

$$\begin{aligned} \mu(A_2, B_2): & 45 \pm t(6, 0.025) \sqrt{\frac{1.250}{2}} \\ &= 45 \pm 2.447 \sqrt{\frac{1.250}{2}} \\ &= 45 \pm 1.935 \Rightarrow (43.065, 46.935) \end{aligned}$$