

#1

	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	total
합	25.08	26.10	28.44	26.58	106.20
평균	8.36	8.70	9.48	8.86	8.85

$$1) CT = \frac{106.20^2}{12} = 939.87$$

$$TSS = (8.44^2 + 8.59^2 + \dots + 8.74^2) - 939.87 = 2.148$$

$$SSTR = (25.08^2 + 26.10^2 + 28.44^2 + 26.58^2) / 3 - 939.87 = 1.9788$$

$$SSE = TSS - SSTR = 2.148 - 1.9788 = 0.1692$$

$$MSTR = SSTR / 3 = 0.6596$$

$$MSE = SSE / 8 = 0.02115$$

$$F = MSTR / MSE = 31.1868$$

	자유도	제곱합	평균제곱	F
처리	3	1.9788	0.6596	31.1868
오차	8	0.1692	0.02115	
전체	11	2.148		

2) A_i의 분산이 σ_i²일때 (i=1,2,3,4)

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$$

$$H_1: \text{not } H_0$$

$$F = 31.1868 > F_{0.05, 3, 8} = 4.07 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각}$$

따라서 5%의 유의수준에서 반응온도에 따른 강도의 변화가 있다고 할 수 있다.

3) μ_i가 1번재 수준의 반응온도에서의 강도 모평균일때 $|\bar{y}_i - \bar{y}_j|$ 를 계산하면

$$|\bar{y}_1 - \bar{y}_2| = |8.36 - 8.70| = 0.34 \quad |\bar{y}_2 - \bar{y}_3| = |8.70 - 9.48| = 0.78$$

$$|\bar{y}_1 - \bar{y}_3| = |8.36 - 9.48| = 1.12 \quad |\bar{y}_2 - \bar{y}_4| = |8.70 - 8.86| = 0.16$$

$$|\bar{y}_1 - \bar{y}_4| = |8.36 - 8.86| = 0.50 \quad |\bar{y}_3 - \bar{y}_4| = |9.48 - 8.86| = 0.62$$

종류	평균	종류	평균	차이	가설검정식	최소유의차	Bonferroni	Scheffe	Tukey
1	8.36	2	8.70	0.34	H ₀ : μ ₁ = μ ₂ H ₁ : μ ₁ ≠ μ ₂	0	X	X	X
		3	9.48	1.12	H ₀ : μ ₁ = μ ₃ H ₁ : μ ₁ ≠ μ ₃	0	0	0	0
		4	8.86	0.50	H ₀ : μ ₁ = μ ₄ H ₁ : μ ₁ ≠ μ ₄	0	0	0	0
2	8.70	3	9.48	0.78	H ₀ : μ ₂ = μ ₃ H ₁ : μ ₂ ≠ μ ₃	0	0	0	0
		4	8.86	0.16	H ₀ : μ ₂ = μ ₄ H ₁ : μ ₂ ≠ μ ₄	X	X	X	X
3	9.48	4	8.86	0.62	H ₀ : μ ₃ = μ ₄ H ₁ : μ ₃ ≠ μ ₄	0	0	0	0

① 최소유의차

$$|\bar{y}_i - \bar{y}_j| > t_{0.025, 8} \cdot \sqrt{MSE} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = 2.306 \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.27 \text{ 이면 이 상의 차이는 유의함}$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| = |8.36 - 8.70| = 0.34 > 0.27 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각, 차이가 유의함}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{즉 5\%의 유의수준에서 반응온도 A}_1 \text{과 A}_2 \text{에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다}$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_3| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.27 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각, 차이가 유의함}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_3 \quad \text{즉 5\%의 유의수준에서 반응온도 A}_1 \text{과 A}_3 \text{에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다}$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_4| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.27 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각, 차이가 유의함}$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_4 \quad \text{즉 5\%의 유의수준에서 반응온도 A}_1 \text{과 A}_4 \text{에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다}$$

$$H_0: \mu_2 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_3| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.27 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각, 차이가 유의함}$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_3 \quad \text{즉 5\%의 유의수준에서 반응온도 A}_2 \text{와 A}_3 \text{에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다}$$

$$H_0: \mu_2 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_4| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.27 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각 불가, 차이가 유의하지 않음}$$

$$H_1: \mu_2 \neq \mu_4 \quad \text{즉 5\%의 유의수준에서 반응온도 A}_2 \text{와 A}_4 \text{에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다}$$

$$H_0: \mu_3 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_3 - \bar{y}_4| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.27 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각, 차이가 유의함}$$

$$H_1: \mu_3 \neq \mu_4 \quad \text{즉 5\%의 유의수준에서 반응온도 A}_3 \text{과 A}_4 \text{에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다}$$

② Bonferroni

$$k = 4, \alpha = 0.025 \rightarrow |\bar{y}_i - \bar{y}_j| > t_{\frac{0.025}{2}, 8} \times \sqrt{MSE} \times \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = 3.507 \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.42 \text{ 이면 이 쌍의 차이는 유의함}$$

- ($H_0: \mu_1 = \mu_2 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| = |8.36 - 8.70| = 0.34 < 0.42$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₂에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다
- ($H_0: \mu_1 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_3| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_3$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₃에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_1 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_4| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_2 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_3| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_2 \neq \mu_3$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₂와 A₃에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_2 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_4| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.42$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
 $H_1: \mu_2 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₂와 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다
- ($H_0: \mu_3 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_3 - \bar{y}_4| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.42$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_3 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₃과 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

③ Scheffe

$$|\bar{y}_i - \bar{y}_j| > \sqrt{(4-1) \cdot F_{0.05, 3, 8}} \times \sqrt{MSE} \times \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = \sqrt{3 \times 4.07} \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.41 \text{ 이면 이 쌍의 차이는 유의함}$$

- ($H_0: \mu_1 = \mu_2 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| = |8.36 - 8.70| = 0.34 < 0.41$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₂에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다
- ($H_0: \mu_1 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_3| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_3$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₃에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_1 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_4| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_2 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_3| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_2 \neq \mu_3$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₂와 A₃에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_2 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_4| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.41$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
 $H_1: \mu_2 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₂와 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다
- ($H_0: \mu_3 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_3 - \bar{y}_4| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.41$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_3 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₃과 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

④ Tukey

$$|\bar{y}_i - \bar{y}_j| > (q_{(0.05, 4, 8)} / \sqrt{2}) \times \sqrt{MSE} \times \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} = (4.57 / \sqrt{2}) \times \sqrt{0.02115} \times \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 0.38 \text{ 이면 이 쌍의 차이는 유의함}$$

- ($H_0: \mu_1 = \mu_2 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_2| = |8.36 - 8.70| = 0.34 < 0.38$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₂에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다
- ($H_0: \mu_1 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_3| = |8.36 - 9.48| = 1.12 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_3$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₃에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_1 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_1 - \bar{y}_4| = |8.36 - 8.86| = 0.50 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_1 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₁과 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_2 = \mu_3 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_3| = |8.70 - 9.48| = 0.78 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_2 \neq \mu_3$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₂와 A₃에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다
- ($H_0: \mu_2 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_2 - \bar{y}_4| = |8.70 - 8.86| = 0.16 < 0.38$ 이므로 H_0 기각 불가, 차이가 유의하지 않음
 $H_1: \mu_2 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₂와 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 없다
- ($H_0: \mu_3 = \mu_4 \rightarrow |\bar{y}_3 - \bar{y}_4| = |9.48 - 8.86| = 0.62 > 0.38$ 이므로 H_0 기각, 차이가 유의함
 $H_1: \mu_3 \neq \mu_4$ 즉 5% 유의수준에서 반응온도 A₃과 A₄에서의 강도 차이가 있다고 할 수 있다

$$4) \text{ 잔차} = y_{13} - \bar{y}_1 = 8.28 - 8.36 = -0.08$$

$$\text{studentized 잔차} = \frac{n_i - 1}{n_i} y_{13} - \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^3 y_{1k} = \frac{3-1}{3} \times 8.28 - \frac{1}{3} (8.44 + 8.36) = -0.08$$

#2

 μ_i 가 i 번째 환자의 산소량 모형일때 ($i=1,2,3$)

$$H_0: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 = 0 \quad (\text{선택된 } H_0)$$

$$H_1: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 \neq 0$$

 C_i 가 μ_i 의 계수라면 $C_1=2, C_2=-1, C_3=-1$

$$Y_{1\cdot} = 22, Y_{2\cdot} = 46, Y_{3\cdot} = 211 \rightarrow \bar{Y}_{1\cdot} = 2.2, \bar{Y}_{2\cdot} = 4.6, \bar{Y}_{3\cdot} = 21.1$$

$$n=10$$

$$CT = \frac{(22+46+211)^2}{30} = 2594.7$$

$$TSS = (0^2 + 2^2 + \dots + 30^2) - 2594.7 = 4983 - 2594.7 = 2388.3$$

$$SSR = (22^2 + 46^2 + 211^2) / 10 - 2594.7 = 2117.4$$

$$SSE = TSS - SSR = 270.9$$

$$MSE = SSE / 27 = 10.033$$

$$L = 2 \times 2.2 - 4.6 - 21.1 = -21.3$$

$$S_L^2 = \frac{10.033}{10} (2^2 + (-1)^2 + (-1)^2) = 6.0198$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{(-21.3)^2}{6.0198} = 75.3663 > F_{0.05, 1, 27} = 4.206 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각}$$

따라서 5%의 유의수준에서 동맥화과 서맥 환자간의 산소량 차이가 있다고 할 수 있다.

#3

 σ_i^2 이 처리액의 농도 i 에 따른 인장강도의 분산일때 ($i=A, B$)

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\text{검정통계량 } H^* = \frac{\max(S_i^2)}{\min(S_i^2)} \sim H(p, n-1)$$

$$S_A^2 = \frac{1}{6-1} \left(\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2 \right) = 1.1$$

$$S_B^2 = \frac{1}{6-1} \left(\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2 \right) = 15.7667$$

$$\text{따라서 } H = \frac{15.7667}{1.1} = 14.333 > H(2, 5) = 7.15 \text{ 이므로 } H_0 \text{ 기각}$$

즉 5%의 유의수준에서 처리액의 농도에 따라 인장강도의 분산이 다르다고 할 수 있다.