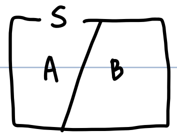
108

1.1-3

(a) $P(A) = P(\text{한번 던졌는데 3이 나온경우}) = \frac{1}{6}$

(b) $P(B) = 1 - P(\text{실험이 한번의 시행으로 끝나는경우}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

(c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1$



(∵ A와 B는 상호배반사건)

1.1-5

(a) $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - \left(P(A_1 \cap A_2) + P(A_2 \cap A_3) + P(A_3 \cap A_1)\right) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \frac{1}{3^3}$

$= \frac{19}{27}$

(b) (a)의 계산식을 변형해보면

$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - \left[1 - \left\{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \frac{1}{3^3}\right\}\right]$ → $(x-y)^3$ 꼴

$= 1 - \left\{1^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3\right\}$

$= 1 - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^3$

$= \frac{19}{27}$

1.2-6

(a) ${}_9P_9 = 9! = 362880$

(b) ${}_9C_3 = \frac{9!}{3!6!} = 84$

(c) $2^9 = 512$

1.2-7 한 무늬는 13장

(a) $\frac{{}_{13}C_5 \cdot {}_{13}C_4 \cdot {}_{13}C_3 \cdot {}_{13}C_1}{{}_{52}C_{13}} = 0.005387\cdots \rightarrow 0.00539$

(b) $\frac{{}_{13}C_5 \cdot {}_{13}C_4 \cdot {}_{13}C_2 \cdot {}_{13}C_2}{{}_{52}C_{13}} = 0.008816\cdots \rightarrow 0.00882$

(c) $\frac{{}_{13}C_5 \cdot {}_{13}C_4 \cdot {}_{13}C_1 \cdot {}_{13}C_3}{{}_{52}C_{13}} = 0.005387\cdots \rightarrow 0.00539$

(d) 3:1일 확률 → a무늬 3장, b무늬 1장 or a무늬 1장, b무늬 3장
2:2일 확률 → a무늬 2장, b무늬 2장
→ 즉 {(a) or (c)}와 (b)를 비교하는 것과 같다.

∴ 나머지 두 무늬가 3:1일 확률이 2:2일 확률보다 크다.

1.3-1

(a) $P(B_1) = \frac{5000}{1000000} = 0.005$ ✓

(b) $P(A_1) = \frac{78515}{1000000} = 0.078515$ ✓

(c) $P(A_1|B_2) = \frac{P(A_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{73630}{995000} = 0.074$ ✓

(d) $P(B_1|A_1) = \frac{P(B_1 \cap A_1)}{P(A_1)} = \frac{4885}{78515} = 0.062217\cdots \rightarrow 0.06222$ ✓

(e) (c): HIV를 보유하지 않은사람의 검사결과가 양성일 확률 ✓

(d): 검사결과가 양성인 사람이 실제로 HIV를 보유하고있을 확률 ✓

1.3-3

(a) $S = \{(R,R), (R,W), (W,R), (W,W)\}$ ✓

(b) $P(RR \mid RR \cup RW \cup WR)$

$$= \frac{P(RR \cap (RR \cup RW \cup WR))}{P(RR \cup RW \cup WR)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$ ✓

1.3-7

(a) $S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$
$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),$
$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

(b) $P(7 \text{ or } 11) = P(7) + P(11) = \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ ✓

(c) $P(8 \mid 7 \text{ or } 8) = \frac{P(8 \cap (7 \text{ or } 8))}{P(7 \text{ or } 8)} = \frac{P(8)}{P(7)+P(8)} = \frac{5}{6+5} = \frac{5}{11}$ ✓ (∵ 상호배반사건의 합집합은 두사건의 합)

(d) 도박꾼이 처음에 8을 얻고 이길 확률

$$= P(8)\,P(8 \mid 7 \text{ or } 8) = P(8) \cdot \frac{P(8 \cap (7 \text{ or } 8))}{P(7 \text{ or } 8)}$$

→ (c)의 계산결과; $\frac{P(7)}{P(7)+P(8)}$

$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$로 5가지

$$= \frac{5}{36} \cdot \frac{5}{11}$$ ✓

(e) 도박꾼이 이기는 경우

① 첫시도에 7, 11 이 나온다 : $\frac{6+2}{36} = \frac{8}{36}$

② 첫시도에 4, 5, 6, 8, 9, 10 이 나온다 → (d)의 과정 활용

i) 4를 얻고 이길 확률 $= P(4)\,P(4 \mid 4 \text{ or } 7) = P(4) \cdot \frac{P(4 \cap (4 \text{ or } 7))}{P(4 \text{ or } 7)} = P(4) \cdot \frac{P(4)}{P(4)+P(7)} = \frac{3}{36} \cdot \frac{3}{9}$

ii) 5를 얻고 이길 확률 $= P(5)\,P(5 \mid 5 \text{ or } 7) = P(5) \cdot \frac{P(5 \cap (5 \text{ or } 7))}{P(5 \text{ or } 7)} = P(5) \cdot \frac{P(5)}{P(5)+P(7)} = \frac{4}{36} \cdot \frac{4}{10}$

iii) 6을 얻고 이길 확률 $= P(6)\,P(6 \mid 6 \text{ or } 7) = P(6)\cdot\dfrac{P(6\cap(6\text{ or }7))}{P(6\text{ or }7)} = P(6)\cdot\dfrac{P(6)}{P(6)+P(7)} = \dfrac{5}{36}\cdot\dfrac{5}{11}$

iv) 8을 얻고 이길 확률 $= P(8)\,P(8 \mid 8 \text{ or } 7) = P(8)\cdot\dfrac{P(8\cap(8\text{ or }7))}{P(8\text{ or }7)} = P(8)\cdot\dfrac{P(8)}{P(8)+P(7)} = \dfrac{5}{36}\cdot\dfrac{5}{11}$

v) 9를 얻고 이길 확률 $= P(9)\,P(9 \mid 9 \text{ or } 7) = P(9)\,\dfrac{P(9\cap(9\text{ or }7))}{P(9\text{ or }7)} = P(9)\cdot\dfrac{P(9)}{P(9)+P(7)} = \dfrac{4}{36}\cdot\dfrac{4}{10}$

vi) 10을 얻고 이길 확률 $= P(10)\,P(10 \mid 10 \text{ or } 7) = P(10)\,\dfrac{P(10\cap(10\text{ or }7))}{P(10\text{ or }7)} = P(10)\cdot\dfrac{P(10)}{P(10)+P(7)} = \dfrac{3}{36}\cdot\dfrac{3}{9}$

→ 모두 합하면 (각 사건(주사위 눈의 합)은 모두 상호배반사건)

$$\frac{8}{36} + 2\left(\frac{3}{36}\cdot\frac{3}{9} + \frac{4}{36}\cdot\frac{4}{10} + \frac{5}{36}\cdot\frac{5}{11}\right) = 0.49292929\cdots \rightarrow 0.49293$$ ✓

#1.4-3

$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B) = 0.8 + 0.5 - 0.9 = 0.4$

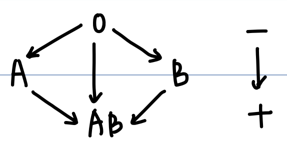
$P(A)P(B) = 0.8 \times 0.5 = 0.4$

✓

$P(A\cap B) = P(A)P(B)$ 이므로 A와 B는 독립사건이다.

#1.4-11

모든 혈액형 조합 쌍의 가지수는 $8\cdot 8 = 64$개 ⇒ 표본공간 S의 원소



(a) 서로에게 혈액공급이 가능한 경우 : Rh형(+/−)과 ABO식 혈액형이 모두 일치하는 경우

$0.07^2 + 0.33^2 + 0.02^2 + 0.09^2 + 0.01^2 + 0.03^2 + 0.08^2 + 0.37^2 = 0.2666$ ✓

(b) 첫 번째 뽑힌 사람(A_1)이 두 번째 뽑힌 사람(A_2)에게 피를 제공할 수 있는 확률 ; 독립사건의 확률계산 $(P(A\cap B) = P(A)P(B))$

i) A_1이 Rh−인 경우 → A_2는 Rh− or Rh+

- $O^- \rightarrow A^\pm, B^\pm, AB^\pm, O^\pm$: $0.08 \times 1 = 0.08$
- $A^- \rightarrow A^\pm, AB^\pm$: $0.07 \times (0.07 + 0.33 + 0.01 + 0.03) = 0.0308$
- $B^- \rightarrow B^\pm, AB^\pm$: $0.02 \times (0.02 + 0.09 + 0.01 + 0.03) = 0.003$
- $AB^- \rightarrow AB^\pm$: $0.01 \times (0.01 + 0.03) = 0.0004$

ii) A_1이 Rh+인 경우 → A_2는 Rh+

- $O^+ \rightarrow A^+, B^+, AB^+, O^+$: $0.37 \times (0.33 + 0.09 + 0.03 + 0.37) = 0.3034$
- $A^+ \rightarrow A^+, AB^+$: $0.33 \times (0.33 + 0.03) = 0.1188$
- $B^+ \rightarrow B^+, AB^+$: $0.09 \times (0.09 + 0.03) = 0.0108$
- $AB^+ \rightarrow AB^+$: $0.03 \times 0.03 = 0.0009$

→ 모두 합치면 0.5481 ✓

(c) 여사건의 확률로 계산; P(적어도 한 사람이 다른사람에게 피 제공 가능) = 1 − P(서로 피 제공 불가능)

Rh형은 달라도 − → + 가능
∴ ABO형만 고려하면 된다.
⇒ $A \not\rightleftarrows B$ 인 경우밖에 없음!

$A^+ \to B^+\ B^-$: $0.33 \times (0.02+0.09) = 0.0363$
$A^- \to B^+\ B^-$: $0.07 \times (0.02+0.09) = 0.0077$
$B^+ \to A^+\ A^-$: $0.09 \times (0.07+0.33) = 0.036$
$B^- \to A^+\ A^-$: $0.02 \times (0.07+0.33) = 0.008$

⇒ 모두 합하면 0.088

∴ $1 - 0.088 = 0.912$ − 2

#1.5-3

위중환자 : A_1 , 중환자 : A_2, 안정환자 : A_3, 사망 : D 라고 하면,

문제에서 제시된 조건은 $P(A_1) = 0.2$, $P(A_2) = 0.3$, $P(A_3) = 0.5$,
$P(D|A_1) = 0.3$, $P(D|A_2) = 0.1$, $P(D|A_3) = 0.01$ 로 표현할 수 있다.

$$P(A_1|D) = \frac{P(A_1)P(D|A_1)}{P(D)} = \frac{P(A_1)P(D|A_1)}{P(A_1)P(D|A_1) + P(A_2)P(D|A_2) + P(A_3)P(D|A_3)}$$

$$= \frac{0.2 \times 0.3}{0.2\times 0.3 + 0.3 \times 0.1 + 0.5 \times 0.01} = \frac{12}{19} = 0.631578\cdots \to 0.63158$$ ✓

#1.5-5

질병이 있는경우 : A^+ , 양성인 경우 : T^+
질병이 없는경우 : A^- , 음성인 경우 : T^-
라고 할때,

문제에 제시된 조건은 $P(A^+) = 0.0005$, $P(T^+|A^+) = 0.99$, $P(T^+|A^-) = 0.03$ 이라고 표현할 수 있다.
$P(A^-) = 1 - P(A^+) = 0.9995$

(a) $$P(A^+|T^+) = \frac{P(A^+ \cap T^+)}{P(T^+)} = \frac{P(A^+)P(T^+|A^+)}{P(A^+)P(T^+|A^+) + P(A^-)P(T^+|A^-)}$$

$$= \frac{0.0005 \times 0.99}{0.0005 \times 0.99 + 0.9995 \times 0.03} = 0.016240\cdots \to 0.01624$$ ✓

(b) $$P(A^-|T^+) = \frac{P(A^- \cap T^+)}{P(T^+)} = \frac{P(A^-)P(T^+|A^-)}{P(A^+)P(T^+|A^+) + P(A^-)P(T^+|A^-)}$$

$$= \frac{0.9995 \times 0.03}{0.0005 \times 0.99 + 0.9995 \times 0.03} = 0.983759\cdots \to 0.98376$$ ✓