

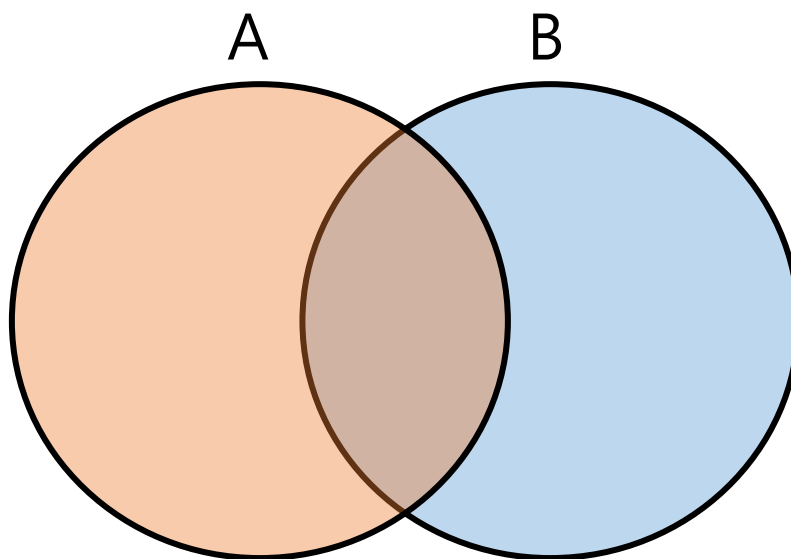
# **2023 알고스 고급 스터디 6주차**

## **inclusion-exclusion principle**

2016133 이유진

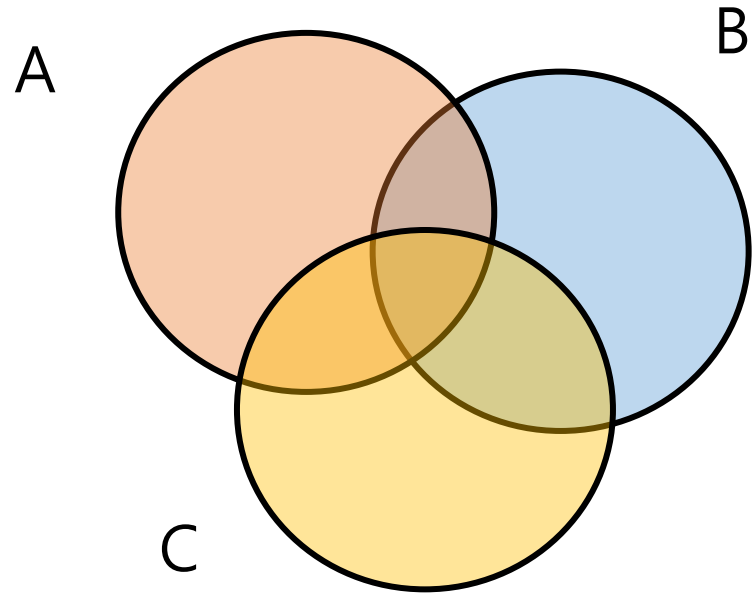
# inclusion-exclusion principle

- 합집합의 크기 (원소 개수)
- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$



# inclusion-exclusion principle

- $n(A \cup B \cup C)$   
$$= n(A) + n(B) + n(C) - \{ n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \}$$
$$+ n(A \cap B \cap C)$$



# inclusion-exclusion principle

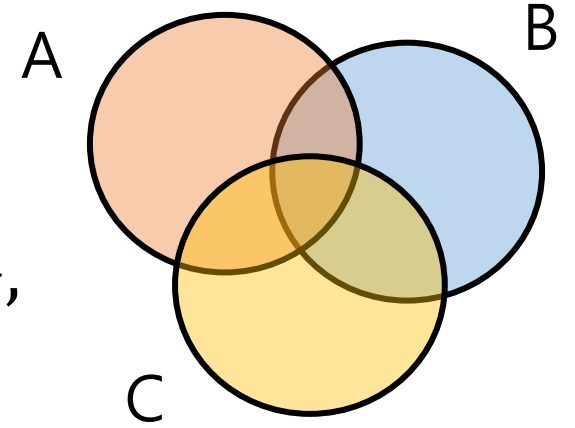
- $A = \{ A_1, A_2, \dots, A_n \}$
- $S_n = |S| = |\cup_{i=1}^n A_i|$
- $$S_n = \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k|$$
$$- \dots + (-1)^{n-1} \cdot |A_1 \cap \dots \cap A_n|$$

# analysis

- $n = 3$ 인 경우  $S_n$  을 구하기 위해서는?

$\{\emptyset\}, \{A_1\}, \{A_2\}, \{A_3\}, \{A_1 \cap A_2\}, \{A_2 \cap A_3\}, \{A_1 \cap A_3\},$   
 $\{A_1 \cap A_2 \cap A_3\}$  필요  $\rightarrow 2^3$ 개

- 즉,  $A$ 의 집합 원소 개수가  $n$ 개일 때 총  $2^n$ 개의 조합 필요  
 $\rightarrow O(2^N)$



# boj17436 소수의 배수(G3) <https://www.acmicpc.net/problem/17436>

시간 제한	메모리 제한	제출	정답	맞힌 사람	정답 비율
0.25 초 (추가 시간 없음)	512 MB	1111	585	487	61.490%

## 문제

N개의 소수와 자연수 M이 주어진다. M 이하의 자연수 중에서 N개의 소수 중 적어도 하나로 나누어 떨어지는 수의 개수를 세어보자.

## 입력

첫째 줄에  $N(1 \leq N \leq 10)$ 과  $M(1 \leq M \leq 10^{12})$ 이 주어진다. 둘째 줄에는 N개의 소수가 주어진다. 입력으로 주어지는 소수는 100보다 작거나 같으며, 같은 소수가 두 번 이상 주어지지 않는다.

## 출력

첫째 줄에 M 이하의 자연수 중에서 N개의 소수 중 적어도 하나로 나누어 떨어지는 수의 개수를 출력한다.

# boj17436 소수의 배수(G3) <https://www.acmicpc.net/problem/17436>

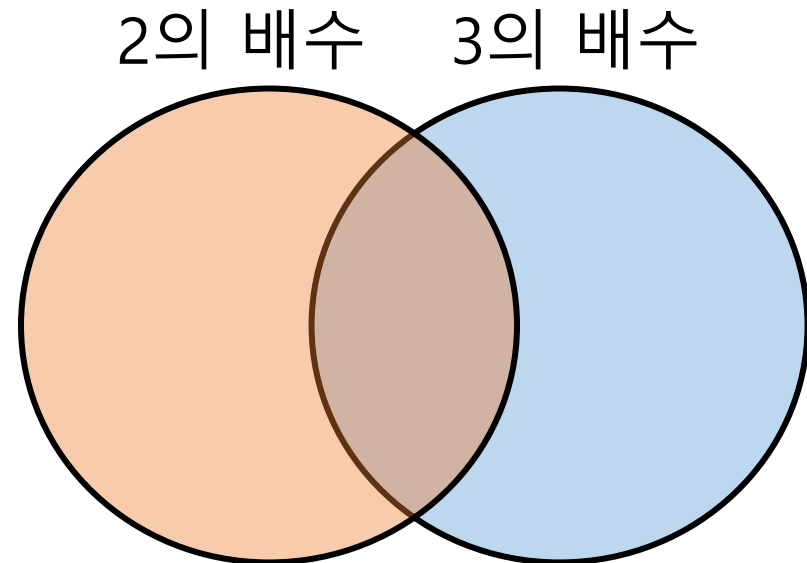
예제 입력 2 복사

```
2 100
2 3
```

예제 출력 2 복사

```
67
```

- $n(2\text{의 배수} \cup 3\text{의 배수})$   
 $= n(2\text{의 배수}) + n(3\text{의 배수}) - n(2 * 3\text{의 배수})$   
 $= 50 + 33 - 16 = 67$



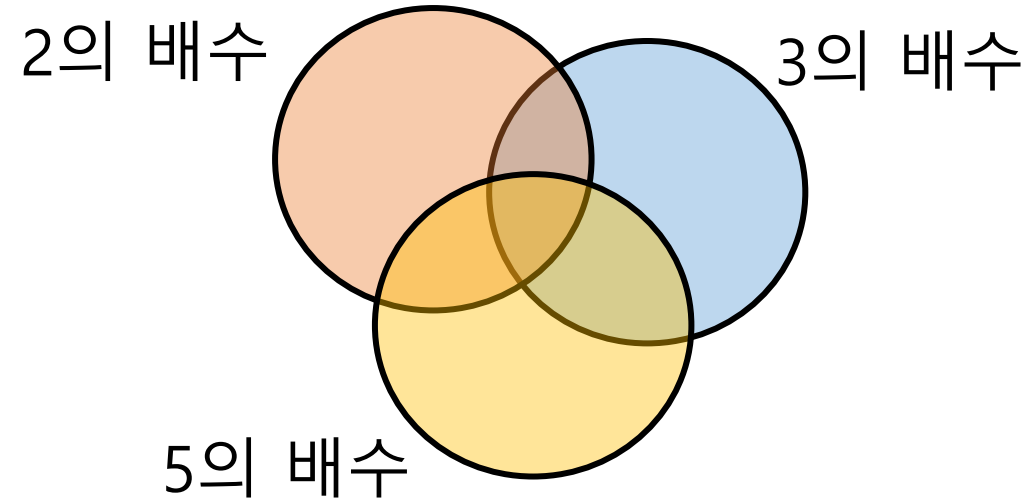
# boj17436 소수의 배수(G3) <https://www.acmicpc.net/problem/17436>

예제 입력 3 복사

```
3 100
2 3 5
```

예제 출력 3 복사

```
74
```



- $$\begin{aligned} & n(2\text{의 배수} \cup 3\text{의 배수} \cup 5\text{의 배수}) \\ &= n(2\text{의 배수}) + n(3\text{의 배수}) + n(5\text{의 배수}) \\ &\quad - \{ n(2 * 3\text{의 배수}) + n(3 * 5\text{의 배수}) + n(5 * 2\text{의 배수}) \} + n(2 * 3 * 5\text{의 배수}) \\ &= 50 + 33 + 20 - (16 + 6 + 10) + 3 = 74 \end{aligned}$$



# boj17436 소수의 배수(G3) <https://www.acmicpc.net/problem/17436>

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;

int main() {
    ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(0); cout.tie(0);

    long long N, M; // 1 ≤ N ≤ 10, 1 ≤ M ≤ 1012
    cin >> N >> M;

    vector<long long> prime(10);
    for (int i = 0; i < N; i++) cin >> prime[i];

    long long ans = 0;
    for (int i = 1; i < (1<<N); ++i) { //멱집합의 크기
        int odd = 0; //짝수개 집합의 교집합은 빼고, 홀수개 집합의 교집합은 더함
        long long value = 1;

        for (int j = 0; j < N; ++j) {
            if (i & (1 << j)) {
                odd = 1 - odd;
                value *= prime[j];
            }
        }
        ans += odd ? M / value : -M / value;
    }
    cout << ans << '\n';
    return 0;
}
```

# boj

- 14848 정수 게임(G3) <https://www.acmicpc.net/problem/14848>
- 16565 N포커(G2) <https://www.acmicpc.net/problem/16565>
- 9472 알고리즘 기말고사(G2) <https://www.acmicpc.net/problem/9472>
- 9359 서로소 (G1) <https://www.acmicpc.net/problem/9359>
- 1441 나누어 질까(G1) <https://www.acmicpc.net/problem/1441>

**감사합니다.**