

<과제 4 답안>

1.

(1) a=3, b=2, c=3

$$CT = \frac{1715^2}{18} = 163401.389$$

$$TSS = SSA + SSB + SSC + SS(AB) + SS(AC) + SS(BC) + SSE$$

$$= 1228.11 + 89.50 + 154.11 + 8.33 + 87.89 + 16.33 + 16.33 = 1595.6$$

$$= \sum \sum \sum Y_{ijk}^2 - CT$$

$$\sum \sum \sum Y_{ijk}^2 = TSS + CT = 1595.6 + 163401.389 = 164996.989$$

(2) P값이 0.05보다 큰 교호작용들 중 가장 큰 값을 보이는 (AB)값을 오차항에 풀링한다.

SOURCE	DF	SS	MS	F-VALUE
A	2	1228.11	614.06	149.41
B	1	84.50	84.50	20.56
C	2	154.11	77.06	18.75
AC	4	87.89	21.97	5.35
BC	2	16.33	8.17	1.49
ERROR	6	24.66	4.11	

$1.99 < F(0.05, 2, 6) = 5.14$ 이므로 BC는 유의수준 5%에서 유의하지 않다.

$5.35 > F(0.05, 4, 6) = 4.534$ 이므로 AC는 유의수준 5%에서 유의하다.

따라서 BC는 오차항에 풀링한다.

SOURCE	DF	SS	MS	F-VALUE
A	2	1228.11	614.06	119.93
B	1	84.50	84.50	16.50
C	2	154.11	77.06	15.05
AC	4	87.89	21.97	4.29
ERROR	8	40.99	5.12	

4.29 > F(0.05,4,8)=3.84이므로 AC는 $\alpha=0.05$ 에서 유의.

16.50 > F(0.05,1,8)=5.32이므로 B는 $\alpha=0.05$ 에서 유의.

최종 모형 :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_i + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + \epsilon_{ijk} (i = 1, 2, 3, j = 1, 2, k = 1, 2, 3)$$

$$(3) \mu(\widehat{A_i B_i C_k}) = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i + \hat{\gamma}_k + (\widehat{\alpha\gamma})_{ik} = \hat{\mu} + \hat{\alpha}_i + \hat{\gamma}_k + (\widehat{\alpha\gamma})_{ik} + \hat{\mu} + \hat{\beta}_i - \hat{\mu} = \overline{Y_{i,k}} + \overline{Y_{i.}} - \overline{Y_{...}}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(A_1 B_1 C_1) &= \frac{\sum_j Y_{1j1}}{2} + \frac{\sum_i \sum_k Y_{i1k}}{9} + \frac{\sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}}{18} \\ &= \frac{95 + 87}{2} + \frac{95 + 102 + \dots + 111 + 87}{9} - \frac{1715}{18} = \frac{182}{2} + \frac{877}{9} - \frac{1715}{18} = 93.167 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{n_e} = \frac{abc}{ac+b-1} = \frac{3 \times 2 \times 3}{3 \times 3 + 2 - 1} = \frac{18}{10} = 1.8$$

$$\hat{\mu}(A_1 B_1 C_1) \pm t(0.025, 8) \sqrt{5.12} / \sqrt{1.8} = 93.16 \pm 2.306 \sqrt{5.12} / \sqrt{1.8} = 93.16 \pm 3.889$$

(89.271, 97.049)

2.

(1)

$$CT = \frac{487^2}{3 \times 2 \times 2} = 19764.08$$

$$SST = \sum \sum \sum y_{ijk}^2 - CT = 20001 - 19764.08 = 236.917$$

(2)

$$SSA = \frac{1}{4}(174^2 + 154^2 + 159^2) - CT = 54.167$$

$$SSC = \frac{1}{6}(246^2 + 241^2) - CT = 2.083$$

$$SSAC = \frac{1}{2}(87^2 + 79^2 + 80^2 + 87^2 + 75^2 + 79^2) - CT = 58.417$$

$$SS(AC) = SSAC - SSA - SSC = 58.417 - 54.167 - 2.083 = 2.167$$

(3)

$$SSB = \frac{1}{6}(231^2 + 256^2) - CT = 52.087$$

$$\begin{aligned} SSAB &= \frac{1}{2}((45 + 44)^2 + (33 + 31)^2 + (40 + 38)^2 + (42 + 43)^2 + (46 + 44)^2 + (40 + 41)^2) - CT \\ &= 229.42 \end{aligned}$$

$$SS(AB) = SSAB - SSA - SSB = 123.166$$

$$SSBC = \frac{1}{3}((45 + 33 + 40)^2 + (44 + 31 + 38)^2 + (42 + 46 + 40)^2 + (43 + 44 + 41)^2) - CT = 56.253$$

$$SS(BC) = SSBC - SSB - SSC = 2.084$$

$$SSE = SST - SSA - SSB - SSC - SS(AB) - SS(AC) - SS(BC) = 1.163$$

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	46.536	0.021
B	1	52.087	52.087	89.497	0.011
C	1	2.083	2.083	3.579	0.199
(AB)	2	123.166	61.583	105.813	0.009
(AC)	2	2.167	1.084	1.863	0.349
(BC)	1	2.084	2.084	3.581	0.199
오차	2	1.163	0.582		
전체	11	236.917	21.538		

↓ (AC)를 오차항에 흡수

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	32.514	0.003
B	1	52.087	52.087	62.529	0.001
C	1	2.083	2.083	2.501	0.189
(AB)	2	123.166	61.583	73.929	0.0007
(BC)	1	2.084	2.084	2.502	0.189
오차	4	3.33	0.833		
전체	11	236.917			

↓ (BC)를 오차항에 흡수

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	25.008	0.002
B	1	52.087	52.087	48.095	0.001
C	1	2.083	2.083	1.923	0.224
(AB)	2	123.166	61.583	56.863	0.0004
오차	5	5.414	1.083		
전체	11	236.917			

↓ c를 오차항에 흡수

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F	P
A	2	54.167	27.084	21.667	0.002
B	1	52.087	52.087	41.670	0.0007
(AB)	2	123.166	61.583	49.266	0.0002
오차	6	7.497	1.250		
전체	11	236.917			

점추정 $\mu(\widehat{A_iB_j})=\hat{\mu}+\hat{\alpha_i}+\hat{\beta_j}+(\widehat{\alpha\beta})_{ij}=\overline{Y_{ij}}$.

	$\overline{Y_{ij}}$.
(A1 , B1)	44.5
(A2 , B1)	32
(A3 , B1)	39
(A1 , B2)	42.5
(A2 , B2)	45
(A3 , B2)	40.5

최적: (A2 , B2) , $\overline{Y_{22.}}$ =45 , $\frac{1}{n_e}=\frac{1}{2}\Rightarrow n_e=2$

$$\begin{aligned} \mu(A_2,B_2): 45\pm t(6,0.025)\sqrt{\frac{1.250}{2}} \\ =45\pm 2.447\sqrt{\frac{1.250}{2}} \\ =45\pm 1.935\Rightarrow (43.065,46.935) \end{aligned}$$