

과제 1 답안

1 - 1)

	A_1	A_2	A_3	A_4	
	8.44	8.59	9.34	8.92	
	8.36	8.91	9.41	8.92	
	8.28	8.60	9.69	8.74	
합	25.08	26.10	28.44	26.58	106.20
평균	8.36	8.70	9.48	8.86	8.85

$$CT = \frac{106.20^2}{12} = 939.87$$

$$TSS = 8.44^2 + 8.36^2 + \dots + 8.74^2 - 939.87 = 2.1480$$

$$SSTR = \frac{1}{3}\{25.08^2 + 26.10^2 + 28.44^2 + 26.58^2\} - 939.87 = 1.9788$$

$$SSE = TSS - SSTR = 2.1480 - 1.9788 = 0.1692$$

변인	자유도	제곱합	평균제곱	F
처리(모형)	3	1.9788	0.6596	31.19
오차	8	0.1692	0.02115	
전체	11	2.1480		

1 - 2)

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$, $H_1 : \text{최소한 하나의 } i \text{ 에 대해 } \tau_i \neq 0$

$\tau_i : i \text{ 번째 처리효과}$

$F_{0.05,3,8} = 4.07 < 31.19$ 이므로 H_0 을 기각한다.

유의수준 5%에서 반응 온도는 강도에 영향을 미친다.

1 - 3)

(1) 최소유의차

$$t_{0.025,8} \sqrt{0.02115} \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 2.306 \times \sqrt{0.0141} = 0.27$$

μ_i : i 번째 수준의 반응 온도에서 강도의 모평균

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$ \bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{2\cdot} = 8.36 - 8.70 = 0.34 > 0.27$	H_0 기각
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$		
$H_0 : \mu_1 = \mu_3$	$ \bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{3\cdot} = 8.36 - 9.48 = 1.39 > 0.27$	H_0 기각
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_3$		
$H_0 : \mu_1 = \mu_4$	$ \bar{y}_{1\cdot} - \bar{y}_{4\cdot} = 8.36 - 8.86 = 0.50 > 0.27$	H_0 기각
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_4$		
$H_0 : \mu_2 = \mu_3$	$ \bar{y}_{2\cdot} - \bar{y}_{3\cdot} = 8.70 - 9.48 = 0.78 > 0.27$	H_0 기각
$H_1 : \mu_2 \neq \mu_3$		
$H_0 : \mu_2 = \mu_4$	$ \bar{y}_{2\cdot} - \bar{y}_{4\cdot} = 8.70 - 8.86 = 0.16 < 0.27$	H_0 기각 X
$H_1 : \mu_2 \neq \mu_4$		
$H_0 : \mu_3 = \mu_4$	$ \bar{y}_{3\cdot} - \bar{y}_{4\cdot} = 9.48 - 8.86 = 0.62 > 0.27$	H_0 기각
$H_1 : \mu_3 \neq \mu_4$		

5% 유의수준에서 μ_2 와 μ_4 간에는 유의한 차이가 있다고 말할 수 없으나 그 이외에는 모두 유의한 차이가 있다고 말할 수 있다. 따라서, 5% 유의수준에서 반응온도 A_2 와 A_4 간의 강도의 차이가 있다고 말할 수 없으나 다음의 반응온도 쌍 (A_1, A_2) , (A_1, A_3) , (A_1, A_4) , (A_2, A_3) , (A_3, A_4) 에서는 두 집단 간 강도의 차이가 있다고 말할 수 있다.

(2) Bonferroni

$$k = \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$t_{\frac{0.025}{6}, 8} = t_{0.004, 8} = 3.50 \quad (\text{R: qt}(0.004, 8, \text{lower.tail}=\text{FALSE}))$$

$$t_{0.004,8}\sqrt{0.02115}\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=0.42$$

5% 유의수준에서 μ_2 와 μ_4 간에는, μ_1 와 μ_2 간에는 유의한 차이가 있다고 말할 수 없으나 그 이외에는 모두 유의한 차이가 있다고 말할 수 있다. 따라서, 5% 유의수준에서 반응온도 A_2 와 A_4 간의 강도의 차이가 있다고 말할 수 없고 반응온도 A_1 와 A_2 간의 강도의 차이가 있다고 말할 수 없다. 하지만 5% 유의수준에서 다음의 반응온도 쌍 (A_1, A_3) , (A_1, A_4) , (A_2, A_3) , (A_3, A_4) 에서는 두 집단 간 강도의 차이가 있다고 말할 수 있다.

(3) Scheffe

$$\sqrt{(4-1)F_{0.05,3,8}}\sqrt{0.02115}\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=\sqrt{3\times 4.07}\times\sqrt{\frac{0.02115\times 2}{3}}=0.41$$

5% 유의수준에서 μ_2 와 μ_4 간에는, μ_1 와 μ_2 간에는 유의한 차이가 있다고 말할 수 없으나 그 이외에는 모두 유의한 차이가 있다고 말할 수 있다. 따라서, 5% 유의수준에서 반응온도 A_2 와 A_4 간의 강도의 차이가 있다고 말할 수 없고 반응온도 A_1 와 A_2 간의 강도의 차이가 있다고 말할 수 없다. 하지만 5% 유의수준에서 다음의 반응온도 쌍 (A_1, A_3) , (A_1, A_4) , (A_2, A_3) , (A_3, A_4) 에서는 두 집단 간 강도의 차이가 있다고 말할 수 있다.

(4) Tukey

$$\frac{q_{0.05,4,8}}{\sqrt{2}}\sqrt{0.02115}\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=\frac{4.53}{\sqrt{2}}\sqrt{0.02115}\sqrt{\frac{2}{3}}=0.38$$

5% 유의수준에서 μ_2 와 μ_4 간에는, μ_1 와 μ_2 간에는 유의한 차이가 있다고 말할 수 없으나 그 이외에는 모두 유의한 차이가 있다고 말할 수 있다. 따라서, 5% 유의수준에서 반응온도 A_2 와 A_4 간의 강도의 차이가 있다고 말할 수 없고 반응온도 A_1 와 A_2 간의 강도의 차이가 있다고 말할 수 없다. 하지만 5% 유의수준에서 다음의 반응온도 쌍 (A_1, A_3) , (A_1, A_4) , (A_2, A_3) , (A_3, A_4) 에서는 두 집단 간 강도의 차

이가 있다고 말할 수 있다.

1-4)

$$\text{잔차} = 8.28 - 8.36 = -0.08$$

$$\text{Studentized 잔차} = \frac{-0.08}{\sqrt{\frac{(3-1) \times 0.02115}{3}}} = -0.67$$

2.

$$H_0: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 = 0, H_1: 2\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 \neq 0$$

μ_i : i번째 호수의 산소량에 대한 모평균

$$c_1 = 2, c_2 = -1, c_3 = -1$$

$$Y_{1.} = 22, Y_{2.} = 46, Y_{3.} = 211, Y_{..} = 279$$

$$\bar{Y}_{1.} = 2.20, \bar{Y}_{2.} = 4.60, \bar{Y}_{3.} = 21.10$$

$$CT = \frac{279^2}{30}$$

$$TSS = (0^2 + 2^2 + \dots + 20^2 + 30^2) - \frac{279^2}{30} = 2388.3$$

$$SSTR = \frac{1}{10} (22^2 + 46^2 + 211^2) - \frac{279^2}{30} = 2117.4$$

$$SSE = TSS - SSTR = 270.9, MSE = \frac{270.9}{27} = 10.033$$

$$L = 2 \times 2.20 - 1 \times 4.60 - 1 \times 21.10 = -21.3$$

$$S_L^2 = 10.033 \times \frac{1}{10} (2^2 + (-1)^2 + (-1)^2) = 6.0198$$

$$T^2 = \frac{(-21.3)^2}{6.0198} = 75.366 > F_{0.05, 1, 27} = 4.21$$

유의수준 5%에서 H_0 를 기각한다. 따라서 동쪽 호수와 서쪽 호수 간에는 산소량의 차이는 있다.

3.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

σ_i : 처리액의 농도 i 에서의 인장강도의 분산 ($i = A, B$)

$$S_1^2 = 1.1, S_2^2 = 15.77$$

$$H^* = \frac{15.77}{1.1} = 14.34 > H(0.95, 2, 5) = 7.15$$

유의수준 5%에서 H_0 를 기각한다. 따라서 5% 유의수준에서 처리액 농도에 따라 인장 강도의 분산이 다르다.