기초통계학II

1. 통계적 추론의 기본
   (1) 추정
   (2) 가설검정

■ 통계적 추론(Statistical Inference)

표본(자료)으로부터의 정보를 이용하여 모집단(미지의 모수)에 관한 추측이나 결론을 이끌어 내는 과정

○ 주요관심 문제

(수학, 물리학 법칙 등으로 설명이 안 되는 세상의 모든 관심사)

- 통계학 관련 학과의 취업률은 어느 정도 될까?
- 남녀 간에 급여수준에 차이가 있을까?
- 선거에 입후보할 후보자가 자신의 지지율이 얼마나 되는지 알고 싶을 때 몇 명을 어떻게 조사해야 할까?
- 남녀출생성비는 같을까?
- 3가지 사료에 따라 닭의 성장량에 차이가 있을까? 분산분석
- 2020년 올림픽 육상 100m 우승기록은 얼마나 될까? 회귀분석
- 남녀 간에 스마트폰 선호 모델에 차이가 있을까?

평균X
도수(비율)

(i) 모집단에 대해 특정분포 가정여부에 따라 통계적 추론 분류

=> 모수적 추론(parametric inference),

비모수적 추론(nonparametric inference)

□ 통계적 추론(Statistical Inference)

모집단(분포) 모평균, 모분산, 모비율…	⇒ (추출) ← (추론)	표본 (확률표본)

● 목적과 방법에 따라 추정과 가설검정으로 나뉨

값 옳은지 틀린지

- **추정(estimation)**
  - **점추정(point estimation)**: 모수의 값이 얼마인지를 알아봄
  - **구간추정(interval estimation)**: 모수를 포함할 것으로 기대되는 구간을 확률적으로 구함

- **가설검정(testing hypotheses)**: 모수에 대한 가설을 세우고 그 가설의 옳고 그름을 확률적으로 판정하는 방법론

- 통계적 추론의 기본원칙

  (1) 정확성 (2) 효율성(비용, 표본의 크기) (3) 객관성(확률)

○ 점추정

표본으로부터 구할 수 있는 모든 값

- 미지의 모수를 표본의 어떤 함수(통계량)를 이용하여 추정
- 직관적인 추정량

관심있는 모수를 추정할 때 사용되는 통계량

모수		추정량
모평균(μ)	$\Leftarrow$	표본평균($\overline{X}$)
모비율(θ)	$\Leftarrow$	표본비율(P)
모분산(σ^2)	$\Leftarrow$	표본분산(S^2)
모표준편차(σ)	$\Leftarrow$	표본표준편차(S)

표본에 따라 값이 바뀐다.

○ 추정량(estimator)은 확률변수, 추정값(estimate)는 실제 계산된 값

- 추정값(추정치): $\overline{x}, p, s^2, s$ (소문자)

◈ 점추정량의 선택 기준 (추정량의 성질)

관심있는 모수 ϕ

(1) 불편성(Unbiasedness) 만족해야함

- 어떤 추정량 $\hat{\phi}$가 $E(\hat{\phi}) = \phi$를 만족하면, $\hat{\phi}$을 ϕ의 **불편추정량 (unbiased estimator)**이라 한다.
- 추정량의 기대값이 모수와 같지 않을 때 편의(bias)가 있다고 표현한다.

※ 편의란 '추정량이 모수에 근접하지 않고 한쪽으로 기울어져 치우친 상태'를 의미한다.

예제) {1,2,3,4,5}에서 표본크기가 3인 표본을 비복원으로 추출한다.

$$\mu = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3, \quad \sigma^2 = \frac{1}{5}\{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2\} = 2$$

(1) 세 통계량 $\overline{X}$, $\widetilde{X}$, $X_{(1)}$ 값 중 어떤 것이 불편추정량인가?

10가지

표본	$\overline{X}$	중앙 $\widetilde{X}$	최소 $X_{(1)}$	
{1,2,3}	2	2	1	$E(\overline{X}) = \frac{2+2.33+\cdots+4}{10} = 3$
{1,2,4}	2.33	2	1	
{1,2,5}	2.67	2	1	
{1,3,4}	2.67	3	1	$E(\widetilde{X}) = \frac{2+2+\cdots+4}{10} = 3$
{1,3,5}	3	3	1	
{1,4,5}	3.33	4	1	
{2,3,4}	3	3	2	$E(X_{(1)}) = \frac{1+1+\cdots+3}{10} = 1.5$
{2,3,5}	3.33	3	2	
{2,4,5}	3.67	4	2	
{3,4,5}	4	4	3	

불편성 만족

추정량 : 1개만 선택해야함.

(2) **효율성(Efficiency)** : 추정량의 표준오차(표준편차)가 작은 것

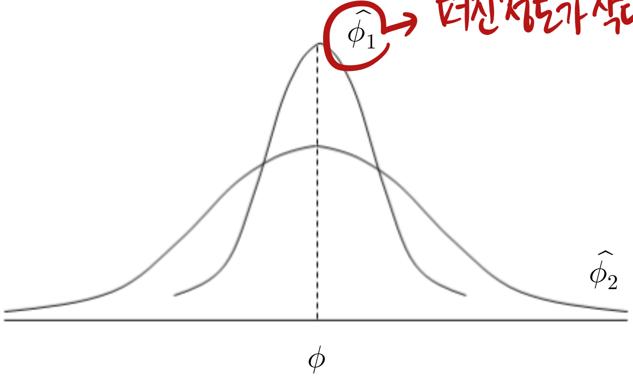
추정량 $\hat{\phi}$의 표준오차(standard error)를 $S.E.(\hat{\phi})$라 하면, 모수 ϕ의 불편추정량 $\widehat{\phi_1}$, $\widehat{\phi_2}$에 대하여

$$S.E.(\widehat{\phi_1}) < S.E.(\widehat{\phi_2})$$

$$\sqrt{E((\hat{\phi}-\phi)^2)}$$

가 성립할 때, $\widehat{\phi_1}$은 $\widehat{\phi_2}$보다 더 **효율성있는 추정량**이라 한다.

↑ 표준편차, 표준오차



퍼진정도가작다

표본	$\overline{X}$	$\widetilde{X}$	
{1,2,3}	2	2	
{1,2,4}	2.33	2	$S^2_{\overline{X}} = 0.37038$,
{1,2,5}	2.67	2	$S_{\overline{X}} = 0.60859$
{1,3,4}	2.67	3	
{1,3,5}	3	3	
{1,4,5}	3.33	4	
{2,3,4}	3	3	
{2,3,5}	3.33	3	$S^2_{\widetilde{X}} = 0.6667$,
{2,4,5}	3.67	4	$S_{\widetilde{X}} = 0.81652$
{3,4,5}	4	4	

$\mu=3$ 에 몰려있는것이 좋음

(3) 일치성(Consistency)

모집단과 가까워짐

- 표본 크기 n이 증가함에 따라 통계량이 점차 모수에 접근하게 될 때 그 통계량을 **일치추정량**이라 한다.
- 크기가 n인 표본에서 구한 통계량을 $\hat{\phi}_n$ 이라 할 때,

$$\lim_{n \to \infty} E(\hat{\phi}_n - \phi) = 0$$

※일치성이란 표본 크기가 클수록 추정량이 보다 신뢰성이 있음을 의미!!

○ 점추정값이 정확히 모수와 일치할 가능성은 거의 없음
=> 표준오차 같이 표현 (구간추정)

○ 추정량은 구간추정과 가설검정에서의 기준 통계량으로 사용

○ 구간추정

- 미지의 모수가 포함될 것으로 기대되는 범위를 확률적으로 구함
- 관심모수가 ϕ일 때, 100(1-α)% 신뢰구간(confidence interval): 아래의 식을 만족하는 $[L, U]$

$$P(L \le \phi \le U) = 1 - \alpha$$

  - ○ 100(1-α)%를 구간의 신뢰수준(confidence level)이라함
  - ○ L과 U를 유도하는데 점추정량이 중심적 역할을 함

    특히 점추정량의 표준화 => 중심축량(pivotal quantity)

    예) $Z_\mu = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,\ 1)$

관심갖는 모수가 모평균 μ인 경우

→ 점추정량 표본평균 $\overline{X}$

◉ 모평균 μ에 대한 95% 신뢰구간

- 모집단 가정: $N(\mu, \sigma^2)$이고 σ^2을 알고 있는 경우

- 표본추출: $X_1, X_2, \ldots, X_n \overset{i.i.d}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ (확률표본)

- μ의 점추정량 : $\overline{X}$ = $\hat{\mu}$

- $\overline{X}$의 통계적 성질 $E(\overline{X}) = \mu,\ Var(\overline{X}) = \sigma^2/n$

$$\overline{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n) \longrightarrow Z_\mu = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

신뢰구간 $P(L<\mu<U)=1-\alpha$

↳ μ의 분포를 알아야 구할수있음 : 점추정량의 분포 이용

○ 표준정규분포로부터

$$0.95 = P(-1.96 < Z_{\mu} < 1.96) = P\left(-1.96 < \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1.96\right)$$

$1-\alpha$

$$= P\left(-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \overline{X}-\mu \le 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(-\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le -\mu \le -\overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= P(\overline{X}-1.96\sigma/\sqrt{n} < \mu < \overline{X}+1.96\sigma/\sqrt{n})$$

○ 95% 신뢰 구간 = $[\overline{X}-1.96\sigma/\sqrt{n}, \overline{X}+1.96\sigma/\sqrt{n}]$

○ 100(1-α)% 신뢰구간 = $[\overline{X}-z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}\,,\ \overline{X}+z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}]$

↳ $\overline{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

추정량의 표준편차 = 표준오차

e.g. $z_{0.05}=1.645$ ⇒ 90% 신뢰구간

$z_{0.005}=2.575$ ⇒ 99% 신뢰구간

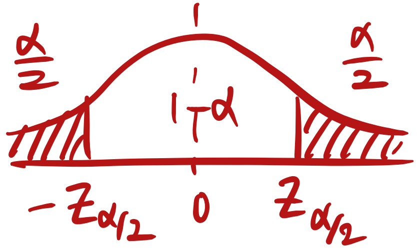
※ 여기서 구간의 너비는 구간추정의 정확성을 의미하며 (오차 : $\overline{X}-\mu$)

α를 작게 하면 (신뢰도를 높이면) 넓어지고, 신뢰수준↑

α를 크게 하면 (신뢰도를 낮추면) 좁아진다. 신뢰수준↓

$P(L \le \mu \le U) = 1-\alpha$

↳ $P(-z_{\alpha/2} \le Z \le z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$



신뢰구간의 넓이가 넓다고 무조건 좋은게 아님

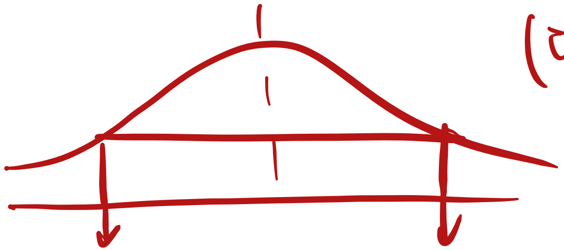
Q? 주어진 α에서 구간의 너비를 줄이는 방법? 표본 크기 $n\uparrow$

Q? 95% 신뢰구간에서 –1.96($-z_{0.025}$)과 1.96($z_{0.025}$) 대신 확률을 만족시키는 다른 값을 사용할 수 있는가?

예를 들어 (–1.751($-z_{0.04}$), 2.326($z_{0.01}$)) 또는 ($-\infty$, 1.645($z_{0.05}$))?

같은 신뢰수준일때 신뢰구간의 폭이 좁을수록 좋다.

(대칭일때)



◉ 【파이】 파이에 포함된 칼로리의 모평균의 95% 신뢰구간

- ○ 16개의 파이를 무작위로 조사 $n=16$
- ○ 파이의 칼로리는 표준편차가 8인 정규분포를 따른다고 가정 $\sigma=8$
- ○ 16개 파이의 표본평균(kcal)이 $\overline{x}=162.7$

$$\left(162.7-1.96\times\frac{8}{\sqrt{16}},\ 162.7+1.96\times\frac{8}{\sqrt{16}}\right)=(158.78,\ 166.62)$$

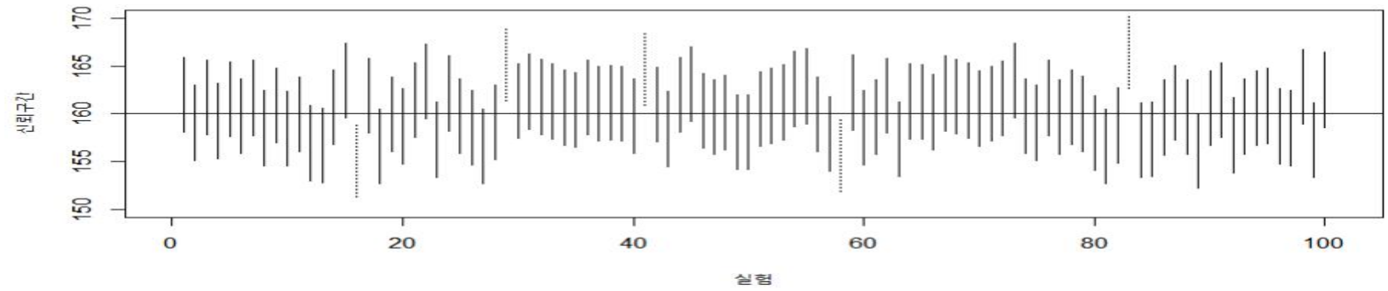
Q? 위의 구간 (158.78, 166.62) 사이에 모평균이 있을 확률은 0.95?

=> 아니다

※ 95% 신뢰구간에서 신뢰도 95%의 의미 (객관성)

95% 신뢰구간을 표본을 바꾸어가며 반복하여 만들어 갈 때, 20번중 1번꼴로 μ를 포함하지 않는 잘못된 구간이 만들어진다.

예) $\mu = 160$일 때 모의실험



【그림 8.1】 신뢰구간의 이해(실선: 모수를 포함, 점선: 모수를 포함하지 않음)

○ 가설 검정

● 모집단의 모수 또는 분포에 대한 추측이나 주장을 설정하고 이것의 옳고 그름을 표본으로부터 얻어진 정보를 이용하여 확률적으로 판정하는 과정

① **가설(hypothesis)**

○ 귀무가설(H_0) : 검정의 대상이 되는 가설 (기존의 가설)

○ 대립가설(H_1) : 표본으로부터 얻은 정보를 이용하여 입증하고자 하는 가설 (새로운 주장)

=> 우리가 보이고자 하는 대립가설이 옳다는 것을 직접적으로 보이지 않고, 자료로부터 귀무가설이 잘못되었다는 충분한 근거를 찾으면 대립가설이 타당하다고 주장하는 것.

【표 8.1】 귀무가설과 대립가설의 형태

상황	귀무가설 H_0	대립가설 H_1
①	$H_0 : \phi \le \phi_0$	$H_1 : \phi > \phi_0$
②	$H_0 : \phi \ge \phi_0$	$H_1 : \phi < \phi_0$
③	$H_0 : \phi = \phi_0$	$H_1 : \phi \ne \phi_0$

단측

양측

○ 상황 ①과 ②: 단측검정(one-sided test)
○ 상황 ③: 양측검정(two-sided test)

◉ 【파이】 기존 파이의 평균 칼로리는 165kcal이었다고 하자. 가설검정을 통해 새로운 파이는 기존의 파이보다 칼로리가 낮다는 것을 보이고자 한다면

$$\Rightarrow H_0 : \mu \geq 165 \text{ vs } H_1 : \mu < 165$$

◉ 【출생성비】 남녀의 출생성비가 다르다는 것을 보이고 싶은 경우, θ를 딸이 출생할 확률이라고 하면

$$\Rightarrow H_0 : \theta = 0.5 \text{ vs } H_1 : \theta \neq 0.5$$

◉ 【취업률비교】 A 전공 졸업생의 취업률이 B전공 졸업생 취업률보다 높다는 것을 보이고 싶은 경우

$$\Rightarrow H_0 : \theta_A \leq \theta_B \text{ vs } H_1 : \theta_A > \theta_B$$

$$(\Leftrightarrow H_0 : \theta_A - \theta_B \leq 0 \text{ vs } H_1 : \theta_A - \theta_B > 0)$$

- 가설검정의 원리

주장	H_1 이 참인 것을 보이고 싶음			
방법론	H_0 참 가정	⇒	**【비정상적인】** 표본 나오기 힘든 표본	⇒	H_0 기각 H_1 채택

Q. 비정상적인 표본임을 무엇으로 요약해 보일 것인가?

⇨ 검정통계량과 유의수준

가설을검정하기위해구한값

※ 유의수준(significant level): H_0 가 사실일 때, 비정상적인 표본 (검정통계치)이 나올 확률(즉, H_0 를 기각할 확률)

② 검정통계량(test statistic)

○ 귀무가설을 기각시킬 것인가, 채택할 것인가를 결정하기 위해 사용되는 통계량

○ 검정통계량을 유도하는 방법(⇒수리통계학): 여기서는 직관적으로

- Most Powerful test, Likelihood Ratio test 등

○ 귀무가설 하에서 검정통계량의 확률분포를 이용하여 표본(검정통계치)의 정상/비정상을 판정

- 기각역(rejection region): 비정상 영역 ⇨ H_0 기각(reject)
- 채택역(acceptance region): 정상 영역 ⇨ H_0 유지(retain)

○ 정상/비정상의 기준(기각역/채택역)은 **유의수준**(significant level)으로 결정(e.g. $\alpha = 0.05$, $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.1$ 등)

◉ 【파이】 $H_0 : \mu \geq 165$ vs $H_1 : \mu < 165$

⇨ 표본평균 $\overline{X}$가 작으면 작을수록 비정상적인 자료(H_1 채택)

◉ 【출생성비】 $H_0 : \theta = 0.5$ vs $H_1 : \theta \neq 0.5$

⇨ 표본비율 P가 0.5에서 멀어질수록 즉 0 또는 1에 가까울수록 비정상적인 자료

◉ 【취업률비교】 $H_0 : \theta_A - \theta_B \leq 0$ vs $H_1 : \theta_A - \theta_B > 0$

⇨ 표본비율의 차 $P_A - B_B$가 크면 클수록 비정상적인 자료

잘못된 의사결정

- **유의수준과 오류** 일반화과정(일부→전체)에서 발생
  - ○ 오류의 종류

결정 \ 실제	H_0 참	H_1 참
H_0 채택	O	제2종의 오류 (Type II Error) β
H_1 채택	제1종의 오류 (Type I Error) α	O

- ○ $\alpha =$ P(제1종의 오류)$=P$(H_0가 참일 때, H_1을 채택)=P(H₁채|H₀참)
- ○ $\beta =$ P(제2종의 오류)$=P$(H_1이 참일 때, H_0를 채택)=P(H₀채|H₁참)

※ 검정력(power, 1-β) : $1-\beta = P(H_0$ 기각 | H_1 사실) : 가설검정이 얼마나 옳게 판단했는지

유의수준(significance level : α) 결정 : 제1종 오류의 최대값

- $X_1, X_2, \ldots, X_{16} \sim$ iid $N(\mu, 4)$ 모집단이 정규모집단
  - $H_0: \mu = 0$ vs $H_1: \mu = 1$
  - 검정원칙: $\overline{X} \geq$ 0.5(기각역)이면 H_0 기각, 여기서 0.5 임계값 (critical value)
  - 귀무가설 하에서 $\overline{X} \sim N(0, 4/16)$

$$\alpha = P_{H_0}(\overline{X} \geq 0.5) = P\left(\frac{\overline{X} - 0}{2/\sqrt{16}} \geq \frac{0.5 - 0}{2/\sqrt{16}}\right)$$
$$= P(Z \geq 1) = 0.1587$$

  - 대립가설 하에서 $\overline{X} \sim N(1, 4/16)$

$$\beta = P_{H_1}(\overline{X} < 0.5) = P\left(\frac{\overline{X} - 1}{2/\sqrt{16}} < \frac{0.5 - 1}{2/\sqrt{16}}\right)$$
$$= P(Z < -1) = 0.1587$$

- 검정원칙: $\overline{X} \geq 0.75$(기각역)이면 H_0 기각 (α 작아짐)
  - 귀무가설 하에서 $\overline{X} \sim N(0, 4/16)$

$$\alpha = P_{H_0}(\overline{X} \geq 0.75) = P\left(\frac{\overline{X}-0}{2/\sqrt{16}} \geq \frac{0.75-0}{2/\sqrt{16}}\right)$$
$$= P(Z \geq 1.5) = 0.0668$$

  - 대립가설 하에서 $\overline{X} \sim N(1, 4/16)$

$$\beta = P_{H_1}(\overline{X} < 0.75) = P\left(\frac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{16}} < \frac{0.75-1}{2/\sqrt{16}}\right)$$
$$= P(Z < -0.5) = 0.3085$$

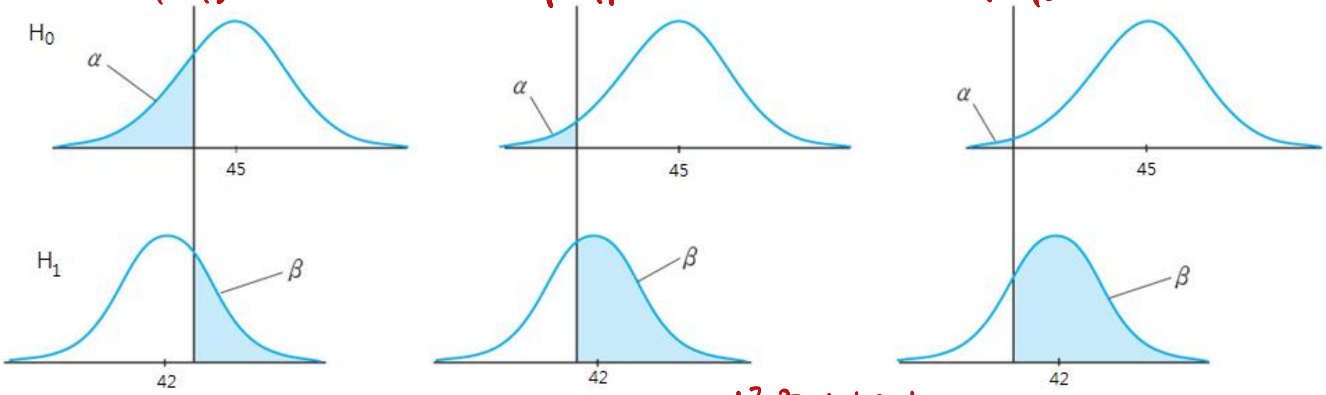
검정력 : $1-\beta = 1-0.3085 = 0.6915$

=> 일반적인 가설검정에서는 기각기준인 임계값을 먼저 정하지 않고 유의수준에 따라 임계값 결정

$\alpha = P(H_1 \text{채택} | H_0 \text{참})$, $\beta = P(H_0 \text{채택} | H_1 \text{참})$

◉ $H_0 : \mu = 45$ vs $H_1 : \mu = 42$

- $\overline{X} \le k$ 이면 귀무가설 기각$(k = 43, 41, 40)$



α를 줄이면 β가 커지고 β를 줄이면 α가 커진다.

- k의 조정으로 α, β를 줄일 수 없음 [시소(seesaw) 효과]
- 좋은 검정방법을 찾는 기준(⇒수리통계): 특정 α하에서 β를 가장 작게($1-\beta$를 크게) 만드는 검정방법 선택

maximum

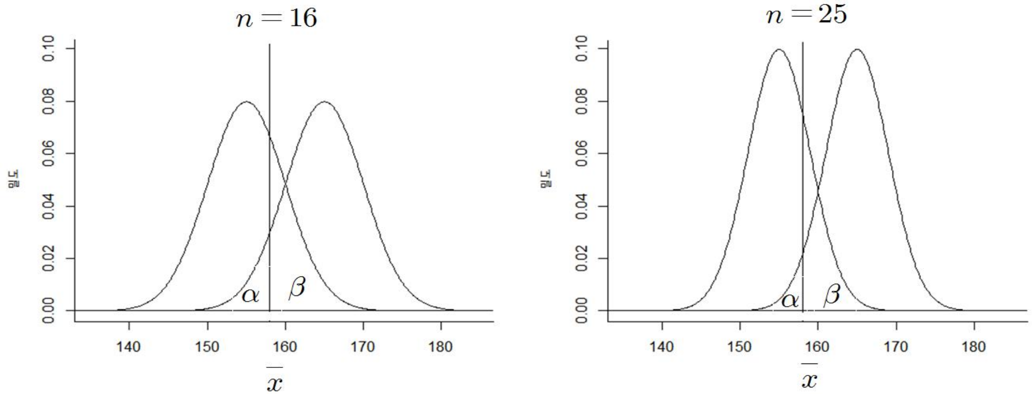
교재가 α가 β보다 우선 고려되며, α에 대해 0.05와 같은 상한선을 정하고 β를 최소한으로 만드는 검정 방법을 선택한다.

n이 커지면 오차가 줄어듦

- 표본크기 n로 α와 β를 동시에 조절 가능 ($n\uparrow \Rightarrow \alpha\downarrow,\ \beta\downarrow$)

◉ 【파이】 표본평균이 158이하이면 귀무가설 기각

○ $H_0 : \mu = 165$ vs $H_1 : \mu = 155$



【그림 8.3】 $n=16$ 때와 25일 때의 α와 β의 비교

=> p.212 (예제8.7) 참고

α (제1종오류의확률)

○ 유의수준 결정

【표 8.1】 귀무가설과 대립가설의 형태

<table>
<tr><th>상황</th><th colspan="2">귀무가설</th><th>대립가설</th></tr>
<tr><td>①</td><td>$H_0 : \phi \le \phi_0$</td><td rowspan="3">단측검정일때 부등호사용X 그냥이렇게써버리기도함.
$H_0 : \phi = \phi_0$</td><td>$H_1 : \phi > \phi_0$</td></tr>
<tr><td>②</td><td>$H_0 : \phi \ge \phi_0$</td><td>$H_1 : \phi < \phi_0$</td></tr>
<tr><td>③</td><td>$H_0 : \phi = \phi_0$</td><td>$H_1 : \phi \ne \phi_0$</td></tr>
</table>

- 양측검정의 경우 유의수준은 $\phi = \phi_0$일 때 귀무가설을 기각 시킬 확률
- 단측검정의 경우 귀무가설에서의 모수는 $\phi \ge \phi_0$, $\phi \le \phi_0$와 같이 구간으로 표시 되기 때문에 모수 값에 따라 제1종 오류 확률이 달라진다.

→ $\phi = \phi_0$ 일때 α값이 가장커진다

유의수준의 max값을 설정하는이유.

예) 가설 : $H_0 : \mu \le 0$ vs $H_1 : \mu > 0$

기각역: $\overline{X} \ge 0.75$

$\mu=0$

$$\alpha = P_{H_0}(\overline{X} \ge 0.75) = P\left(\frac{\overline{X}-0}{2/\sqrt{16}} \ge \frac{0.75-0}{2/\sqrt{16}}\right)$$

$$= P(Z \ge 1.5) = 0.0668$$

$\mu=-0.5$

$$\alpha = P_{H_0}(\overline{X} \ge 0.75) = P\left(\frac{\overline{X}-0}{2/\sqrt{16}} \ge \frac{0.75+0.5}{2/\sqrt{16}}\right)$$

$$= P(Z \ge 2.5) = 0.0062$$

=> 0에 가까울수록 제1종 오류의 확률은 가장 큰 값을 가진다.

귀무가설하에서의 모든 경우에 적용할 수 있으려면 제 1종 오류 확률의 최대값을 유의수준으로 정하는 것이 타당하다.

$\alpha = \max P$(제1종오류) = $\max P(H_0$기각 | H_0 사실)

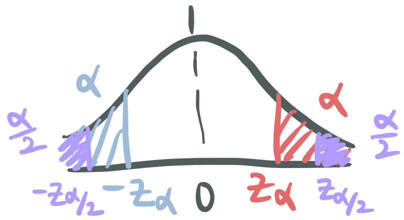
- 가설검정의 순서
  - 귀무가설과 대립가설의 설정
  - 검정통계량 결정
  - 유의수준 결정
  - 기각역 계산
  - 판정

◉ 모평균의 검정

= 정규모집단

○ 가정: $X_1, X_2, \ldots, X_n \sim$ iid $N(\mu, \sigma^2)$ 이고 σ^2가 알려진 경우

○ 가설: $H_0 \ : \ \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_1 \ : \begin{cases} a.\ \mu > \mu_0 \\ b.\ \mu < \mu_0 \\ c.\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$



(모평균에 대한 점추정량 $\bar{X}$ → 표준화 Z는 검정통계량)

주로 점추정량의 표준화된식

○ H_0가 사실이라면, 검정통계량: $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

○ H_0가 기각되는 검정통계치 z의 범위를 기각역이라 한다.

α에 따라 정해짐

○ 유의수준을 α라고 하면, 기각역은 $\begin{cases} a.\ z \geq z_\alpha \\ b.\ z \leq -z_\alpha \\ c.\ |z| \geq z_{\alpha/2} \end{cases}$

대립가설을 받아들일수 있는 영역

H0하에 Z가 0에 가까울수록 H0 채택, 멀어지면 H1 채택 (∵ 0에서 멀수록 H0하에 비정상 → 기각한다)

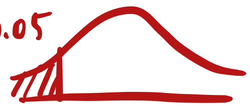
※ 기각역은 유의수준 α가 작아(커)질수록 좁아(넓어)진다.

◉ 【파이】 기존 칼로리보다 낮음

- 가정: 칼로리 분포는 $N(\mu, 20^2)$
- $H_0 : \mu = 165$ vs $H_1 : \mu < 165$
- $n = 25$ ⇨ 귀무가설 하에서

검정통계량 $$Z = \frac{\overline{X} - 165}{20/\sqrt{25}} \sim N(0,1)$$

$\alpha = 0.05$



$-z_{0.05}$
$= -1.645$

- 5% 유의수준 ⇨ $P(Z \le -1.645) = 0.05$

  ↳ 기각역 : $z \le -1.645$

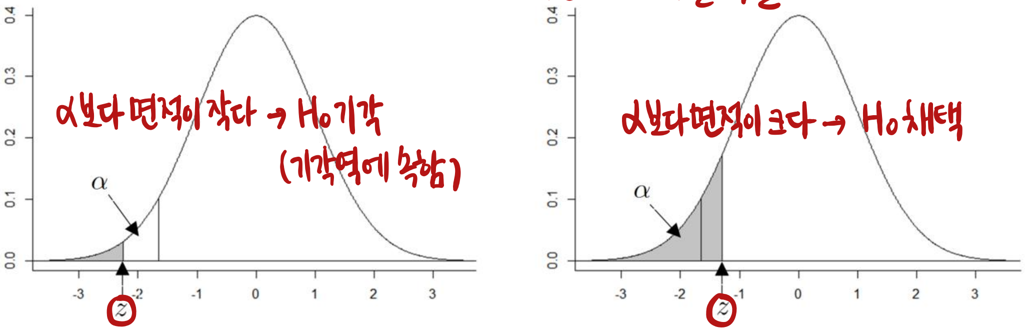
- $\overline{x} = 156$ ⇨ $z = \dfrac{156 - 165}{20/\sqrt{25}} = -2.25 < -1.645$ (H_0 기각)
- 결론: 5% 유의수준에서 새로운 파이의 평균칼로리는 기존 파이의 칼로리 보다 낮다고 할 수 있음 (H_1 채택)

↳ 결론은 대립가설의 입장에서 써야함.

가설검정에서의 또 다른 판단기준값 (기각역말고)

- **유의확률(significance probability : p-값)** → 작으면 작을수록 H_0 기각.

↳ 내가 구한 검정통계량값이 이 값보다 더 비정상적인 값이 나올 확률



내가구한 【그림 8.6】 유의수준과 유의확률 비교

○ 관측값에 의해 귀무가설을 기각시킬 수 있는 최소 유의수준 귀무가설하에서 계산된 검정통계량의 값보다 비정상적인 경우의 확률

귀무가설을 기각시킬 수 있는 최소의 유의수준

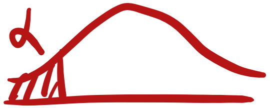
- p-값 $\leq$ α ⇨ 귀무가설 기각
- p-값 $>$ α ⇨ 귀무가설 기각 못시킴

◉ 【파이】 기존 칼로리보다 낮음

- 가정: 칼로리 분포는 $N(\mu, 20^2)$
- $H_0 : \mu = 165$ vs $H_1 : \mu < 165$
- $n = 25$ ⇨ 귀무가설 하에서
- $\bar{x} = 156$ ⇨ $z = \dfrac{156 - 165}{20/\sqrt{25}} = -2.25 < -1.645$
- 위 예제에서 p-값은 $P(Z \leq -2.25) = 0.0122 \leq 0.05$

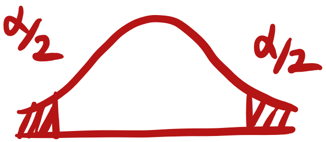
주의 ★ 양측검정인 경우: p-값$=2P(Z \geq |z|)$

단측검정



P와 α 비교

양측검정



검정통계량 면적이 α/2 보다 작거나 같은 경우 기각

→ $2P(Z \geq |z|) \leq \frac{\alpha}{\cancel{2}}$