

수리통계학2 001

- 변수변환기법을 이용해 확률변수 Y 의 확률밀도함수(pdf)를 구하라. (유도과정 구체적으로 적을 것)
 - X 가 균일분포 $U(0, 1)$ 일 때, $Y = -\ln(1-X)$ 의 pdf를 구하라.
 - X 가 균일분포 $U(-1, 2)$ 일 때, $Y = X^2$ 의 pdf를 구하라.
 - X 의 분포가 $N(\mu, \sigma^2)$ 일 때, $Y = e^X$ 의 pdf를 구하라.

- 확률변수 X_1 과 X_2 는 서로 독립적이고, 자유도가 r_1 과 r_2 인 카이제곱분포에 따를 때,
 - $Y_1 = X_1/(X_1 + X_2)$ 과 $Y_2 = X_1 + X_2$ 의 결합확률밀도함수를 구하라.
 - Y_1 과 Y_2 의 주변확률밀도함수(marginal pdf)를 각각 구하라.
 - Y_1 과 Y_2 는 독립적인가? 그 이유를 밝혀라.
 - Y_1 의 주변확률분포의 평균, $E(Y_1)$ 을 구하라.

- 확률변수 Y 의 mgf를 구하고 어떤 분포에 따르는지 밝혀라. (mgf 유도과정을 구체적으로 적을 것)
 - X 는 $N(\mu, \sigma^2)$ 에 따르는 확률변수일 때,
 $Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$ (Hint: 정규분포 mgf, $\exp[\mu t + \sigma^2 t^2/2]$)
 - X_1, X_2 는 각각 평균이 2와 3인 포아송분포를 따르는 독립적인 확률변수라고 할 때,
 $Y = X_1 + X_2$ (Hint: 포아송분포 mgf, $\exp\{\lambda(e^t - 1)\}$)
 - X_1, X_2 는 평균 $\theta = 5$ 인 지수분포에서 추출된 크기가 2인 확률표본이라고 할 때,
 $Y = (2/5)X_1 + (2/5)X_2$ (Hint: 지수분포 mgf, $1/(1 - \theta t)$)

- X_1, X_2, \dots, X_n 이 $N(0, \theta)$ 에서 추출된 확률표본일 때, (여기서 $\theta = \sigma^2$ 임)
 - θ 에 대한 MLE(Maximum Likelihood Estimator)가 $\hat{\theta} = (1/n) \sum_{i=1}^n X_i^2$ 임을 보여라.
 - MLE $\hat{\theta} = (1/n) \sum_{i=1}^n X_i^2$ 은 θ 에 대한 비편향추정량(unbiased estimator)인가? 그 이유를 밝혀라.

- X_1, X_2, \dots, X_n 이 균일(uniform)분포 $U(\theta, 1)$ 에서 추출된 확률표본일 때, (여기서 $0 < \theta < 1$)
 - θ 에 대한 최대가능도추정량(MLE) $\hat{\theta}$ 을 구하라.
 - θ 에 대한 적률추정량(method of moment estimator) $\tilde{\theta}$ 을 구하라.
 - 적률추정량 $\tilde{\theta}$ 은 비편향(unbiased) 추정량인가? 그 이유를 밝혀라.
 - 최대가능도추정량(MLE) $\hat{\theta}$ 의 분포함수와 확률밀도함수를 구하라.