# 생명함수론

보험계리실무

# 목차

# 1. 대수의 법칙

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|
| **대수의 법칙**<br>大數의 法則, the law of large numbers | ☞ 다수의 집단에 대하여 관찰 시 사람들의 생존 또는 사망비율에 일정한 법칙 존재<br>○ 생명보험의 보험료는 계약 당시에 정해지기 때문에 보험회사가 합리적인 경영을 위해서는 사람들이 어느 정도의 비율로 생존 또는 사망하는 가를 아는 것이 필요<br>○ 사람의 수명은 특정한 개인에 대해서는 예측하기가 곤란하지만 다수의 집단은 일정한 비율로 사망한다는 것을 알 수 있음<br>정규분포가정<br>☞ 총 시행횟수를 n, 어느 사상이 발생할 횟수를 m이라 할 때 m/n을 그 사상(event)의 확률추정치로 사용 가능함<br>○ m/n의 극한이 존재하는 것을 가정할 때 어느 사상이 일어날 확률은 다음과 같이 정의<br>$p = \lim_{n \to \infty} \frac{m}{n}$<br>○ 즉, n이 커질수록 확률의 추정치(m/n)의 신뢰성은 높아지므로 관찰의 횟수(n)가 클수록 더욱 정확한 확률의 추정치를 얻을 수 있음<br>☞ 보험료 산출 시 사용되는 생명표(사망률)의 과학적 근거 |

# 2. 생명표

| 구 분 | 내 용 |
| --- | --- |
| 종류 | ☞ 생명보험의 보험료를 계산하기 위해서는 사람들이 어느 정도의 비율로 사망 또는 생존해 가는 가를 알 필요가 있음<br><br>☞ 생명표(또는 사망표) : 생존. 사망의 상황을 매 연령별로 표로 나타낸 것으로, 매 연령마다 생존자수, 사망자수, 생존률, 사망률 및 평균여명 등이 표시<br>○ 국민생명표 : 국민 전체의 생존. 사망을 일정기간 동안 관찰하여 작성<br>-. 5년 마다 인구센서스를 기준으로 통계청에서 작성<br>-. 국민전체를 대상으로 하여 작성하기 때문에 생명보험회사가 사용하기에는 적당하지 않음<br>○ 경험생명표 : 생명보험 가입자(피보험자)를 관찰하여 작성<br>-. 생명보험회사에서 사용<br>-. 생명보험회사는 보험가입자에 대하여 건강진단을 실시하는 등 언더라이팅을 통해 역선택을 방지하고 있으며, 그러한 기능이 없는 국민생명표를 사용하기에는 적절치 않음 |

# 2. 생명표

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|

**우리나라의 생명표**

☞ 우리나라의 경험생명표 역사

| 연 도 | 적용한 생명표 | | |
|---|---|---|---|
| 1959년 이전 | 특정생명표 | | |
| 1960 ~ 1968년 | 일본 제9회 국민생명표(남자)를 수정한 일본 제9회 수정생명표 | | |
| 1969 ~ 1975년 | 일본 제10회 국민생명표(남자)를 수정한 일본 제10회 수정생명표 | | |
| 1976 ~ 1981.2 | 제1회 조정국민생명표(국민생명표 보정) | | |
| 1981.3 ~ 1986.1 | 제2회 조정국민생명표 | | |
| 1986.2 | ’85 간이경험생명표 | | |
| 1988년 | 제1회 경험생명표 | 65.75(남) | 75.65(여) |
| 1991년 | 제2회 경험생명표 | 67.16 | 76.78 |
| 1997년 | 제3회 경험생명표 | 68.39 | 77.94 |
| 2003년 | 제4회 경험생명표 | 72.32 | 80.90 |
| 2005년(4m) | 제5회 경험생명표 | 76.4 | 84.4 |
| 2009년(10m) | 제6회 경험생명표 | 78.5 | 85.3 |
| 2012년(7m) | 제7회 경험생명표 | 80.0 | 85.9 |
| 2015년(4m) | 제8회 경험생명표 | 81.4 | 86.7 |
| 2019년(4m) | 제9회 경험생명표 | 83.5(↑17.75) | 88.5(↑12.85) |

계산 속도가 빠름!

# 2. 생명표

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|
| 생명표의 작성 | ☞ 생명표에 사용되는 기호 |

· x (연령)

· lx (생존자수) : 초기의 기초생존자수(100,000명) 중 x세까지 생존하는 인원수를 표시한다.

· dx (사망자수) : (x) 가 x+1세까지 1년 이내에 사망하는 인원수를 표시한다.

※ (x) : 피보험자가 x세인 사람

· px (생존률) : (x) 가 x+1세까지 1년간 생존하는 확률이다.

· qx (사망률) : (x) 가 x+1세 전까지 1년 이내에 사망할 확률이다.

· $e_x$ ( 평균여명) : (x) 가 평균적으로 생존하는 연수이다.

# 2. 생명표

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|
| 생명표의 작성 | ☞ 제5회 경험생명표(남자, 배당사망률 일부) |

| x (연령) | lx (생존자수) | dx (사망자수) | px (생존률) | qx (사망률) | $\mathring{e}_x$ (평균여명) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 100,000 | 344 | 0.99656 | 0.00344 | 75.93 |
| 1 | 99,656 | 55 | 0.99945 | 0.00055 | 75.19 |
| 2 | 99,601 | 48 | 0.99952 | 0.00048 | 74.23 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 35 | 97,801 | 93 | 0.99905 | 0.00095 | 42.23 |
| 36 | 97,708 | 103 | 0.99895 | 0.00101 | 41.27 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 40 | 97,231 | 154 | 0.99842 | 0.00158 | 37.46 |
| 41 | 97,077 | 171 | 0.99824 | 0.00176 | 36.52 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 50 | 94,641 | 416 | 0.9956 | 0.0044 | 28.33 |
| 51 | 94,225 | 448 | 0.99525 | 0.00475 | 27.45 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 102 | 4 | 3 | 0.25925 | 0.74075 | 0.82 |
| 103 | 1 | 1 | 0.2166 | 0.7834 | 0.72 |
| 104 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0.5 |

※ w(한계연령, limiting age) : 생존자수가 0이 되는 처음 연령

ω 오메가

⇒ 제5회 경험생명표(남자)의 경우 w =104세

제9회 기준(남자 111, 여자 113세)

# 2. 생명표

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|
| 생명표의 작성 | |

-. 0세의 경우 생존자 100,000명($l_0$) 중 1년 동안 344명이 사망하여 1년 후에 1세가 된 사람이 99,656명이라는 것을 표시
즉,

$$100{,}000(l_0) - 344(d_0) = 99{,}656(l_1)$$

-. 그 다음은 1세부터 2세까지 55명이 사망하여 2세의 생존자수 $l_2$는

$$99{,}656(l_1) - 55(d_1) = 99{,}601(l_2)$$

-. 이와 같은 가정을 각 연령별로 계속하여 생존자수가 0이 되는 연령까지 계속

-. 0세의 사람이 1세까지 생존할 확률

$$\frac{99{,}656}{100{,}000} = 0.99656$$

-. 1세의 사람이 2세까지 생존할 확률

$$\frac{99{,}601}{99{,}656} = 0.99946$$

-. 2세의 사람이 3세까지 생존할 확률

$$\frac{99{,}563}{99{,}601} = 0.99962$$

일반적인 (x)가 x+1세까지 1년간 생존할 확률을 생존자수, 사망자수 기호를 사용하여 표시하면,

$${}_1p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

더 일반화된식

$$n \times p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

# 2. 생명표

| 구 분 | 내 용 |
| --- | --- |

**생명표의 작성**

-. 0세 사망률의 경우

$$\frac{344}{100,000} = 0.00344$$

-. 1세 사망률의 경우

$$\frac{66}{99,656} = 0.00066$$

(x)가 x+1세까지 1년 이내에 사망할 확률

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

더 일반화

-. 위의 내용에 의해 아래와 같은 식이 성립

$$n \times q_x = 1 - n \times p_x$$

$$p_x + q_x = \frac{l_{x+1} + d_x}{l_x} = \frac{l_x}{l_x} = 1$$

$$p_x = 1 - q_x$$

$$q_x = 1 - p_x$$

# 2. 생명표

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|
| 생명표의 작성 | |

-. 피보험자 (x) 가 일정기간(n년) 동안 생존할 확률

$$ {}_{n}p_{x} = \frac{l_{x+n}}{l_{x}} $$

-. 예를 들어, 30세의 피보험자가 40세까지 10년간 생존할 확률을 제5회 경험생명표(남자)를 사용하여 계산하면

$$ {}_{10}p_{30} = \frac{l_{40}}{l_{30}} = \frac{97,231}{98,192} = 0.99021 $$

-. 피보험자 (x) 가 n년 이내에 사망할 확률

$$ \begin{aligned} {}_{n}q_{x} &= \frac{d_{x} + d_{x+1} + d_{x+2} + \cdots + d_{x+n-1}}{l_{x}} \\ &= \frac{l_{x} - l_{x+n}}{l_{x}} \\ &= 1 - \frac{l_{x+n}}{l_{x}} \\ &= 1 - {}_{n}p_{x} \end{aligned} $$

$$ \therefore\ {}_{n}p_{x} + {}_{n}q_{x} = 1 $$

# 3. 평균여명

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|
| **평균여명**<br>expection of life | ☞ 어느 연령에 도달한 사람이 미래에 생존할 수 있는 기간의 평균 |

| 개산평균여명 | 완전평균여명 |
|---|---|
| · 생명표상의 x 세의 생존자수(lx)에 대해 앞으로의 생존년수를 구할 때 단수부분 (端數部分, fraction of the year)을 고려하지 않고 정수부분만으로 평균여명 을 구하는 것<br>1년안에로 가정<br>죽는다고<br>· $e_x$로 표시 | · 개산평균여명이 생존하는 연수의 정수 부분만을 고려하여 계산하는데 비해 단 수부분까지 고려하여 계산한 평균여명<br>· $\mathring{e}_x$ 로 표시 |

## □ 개산평균여명 (概算平均餘命, curtate expectation of life)

일반화

$l_x$ → $l_{x+1}$년 → $l_{x+2}$년 → $l_{x+3}$년 → $l_{x+4}$년

$x$ $x+1$ $x+2$ $x+3$ $x+4$

-. lx 인들의 1인당 평균여명은 정수부분만 계산한 lx인들의 총 생존년수를 lx로 나눈 값

$e_x$ = lx인들의 총 생존년수(정수부분) / lx

$$= \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + l_{x+3} + \cdots}{l_x}$$

$$= p_x + {}_2p_x + {}_3p_x + \cdots$$

# 3. 평균여명

| 구 분 | 내 용 |
|---|---|
| 평균여명<br>expection of life | □ 완전평균여명(完全平均餘命, complete expectation of life) |

□ UDD 가정(Uniform Distribution of Deaths throughout the year)

-. 완전평균여명을 계산하기 위해서는 각 연령별로 사망자가 일년을 기준으로 고르게 분포되어 있다고 가정

-. UDD 가정하에 lx 의 완전평균여명은 정수부분 및 단수부분의 총 생존연수를 lx로 나눈 값

-. 단수부분은 각 연령별로 사망하는 평균시점을 중간시점으로 가정하여 총 생존연수를 계산 하므로 UDD 가정하에서 평균 1/2년이 총 생존연수에 더 포함

$\mathring{e}_x$ = [(정수부분 총 생존연수) + (단수부분 총 생존연수)] / lx

$$= \frac{(l_x + l_{x+1} + l_{x+2} + \cdots + l_{\omega-1}) + \frac{1}{2}(d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + \cdots + d_{\omega-1})}{l_x}$$

$$= e_x + \frac{1}{2}$$