통계수학2 과제#1

* [풀이기술]이라고 되어 있는 문제만 풀이를 기술하고 나머지는 답만 적을 것.

1. 수렴, 발산을 판정하고, 급수가 수렴한다면 그 합을 구하여라. (Hint. $\frac{n^n}{n!} = \frac{n \times n \times \cdots \times n}{n \times (n-1) \times \cdots \times 1}$)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

2. 등비급수가 수렴하도록 하는 x값을 찾고 급수의 합을 구하여라.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x-3)^n$$

3. 적분판정법을 사용하여 급수의 수렴, 발산을 판정하여라. [풀이기술]

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(n^2)}{n}$$

4. 주어진 급수의 수렴,발산을 판정하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos n}{n^2}$$

5. 주어진 급수의 수렴,발산을 판정하여라.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{5n^3-3n}{n^2(n-2)(n^2+5)}$$

6. 비판정법을 사용하여 급수의 수렴, 발산을 판정하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2(n+2)!}{n!\, 3^{2n}}$$

7. 근판정법을 사용하여 급수의 수렴, 발산을 판정하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin^n\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

8. 주어진 급수가 절대수렴하는지, 조건부수렴하는지, 발산하는지를 판단하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+\sqrt{n}}$$

9. 주어진 급수가 절대수렴하는지, 조건부수렴하는지, 발산하는지를 판단하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$$

10. 전체 급수의 합을 몇 개의 항을 사용하여 추정하여야 오차가 0.001보다 작아지는가? [풀이기술]

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{n^2+1}$$

11. $x=0.1$일 때 e^x의 근사값으로 $1+x+\frac{1}{2}x^2$를 사용하려고 한다. 테일러 정리를 이용하여 근사의 오차의 상계를 제시하시오. [풀이기술]
($2<e<3$를 사용해도 됨)

(a) 급수의 수렴 반지름과 수렴구간을 구하여라. (b) 어떤 x에 대하여 절대수렴하는가? (c) 어떤 x에 대하여 조건부수렴하는가?

12. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(x+2)^n}{n}$

13. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3^{2n}(x-2)^n}{3n}$

14. $f(x)=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots$와 같이 멱급수로 정의하였다.

(a) $f(x)$가 정의되는 구간을 구하여라. (멱급수의 수렴범위)

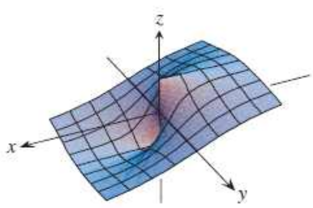
(b) $f(x)$의 도함수를 구하여라. (도함수가 정의되는 구간 명시)

15. 급수 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(n^2/2^n)$ 값을 구하여라. [풀이기술] (Hint. $1/(1-x)$를 등비급수로 표현한 후 x에 관한 등식의 양변을 미분하고, 양변에 x를 곱하여라. 다시 미분하고 x를 곱하여라)

16. 다음 함수의 정의역을 구하라. 그리고 주어진 점을 지나는 함수의 등위곡선 또는 등위곡면의 방정식을 구하여라.

$$f(x,y)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x}{y}\right)^n,\ (1,\ 2)$$

17. 주어진 함수에 대해서 다른 경로를 따라서 접근하여 $(x,y)\to(0,0)$일 때 극한이 존재하지 않음을 보여라. (Hint: $y=x\ (x>0)$를 따라 $(0,0)$에 접근, $y=x\ (x<0)$를 따라 $(0,0)$에 접근)



$$f(x,y)=-\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

[풀이기술]