

<과제 5> - 답안

문제 1.

(1)

변인	자유도	SS	MS
A	2	3088.2	1544.1
B	5	5548.9	1109.78
(AB)	10	4825.8	482.58
Error	18	40	2.22
Total	35	13502.9	

1) FIXED

**A와 B의 교호작용

$$H_0: (\alpha\beta)_{11} = \dots = (\alpha\beta)_{36} = 0, \quad H_1: \text{not } H_0$$

$$F = \frac{MS(AB)}{MSE} = \frac{482.58}{2.22} = 217.38 > F(0.05, 10, 18) = 2.41 \text{ 이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.}$$

따라서 A와 B의 교호작용은 유의하다.

**A의 주효과

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0, \quad H_1: \text{not } H_0$$

$$F = \frac{MSA}{MSE} = \frac{1544.1}{2.22} = 695.54 > F(0.05, 2, 18) = 3.55 \text{ 이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.}$$

따라서 A의 주효과는 유의하다.

**B의 주효과

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0, \quad H_1: \text{not } H_0$$

$$F = \frac{MSB}{MSE} = \frac{1109.78}{2.22} = 499.90 > F(0.05, 5, 18) = 2.77 \text{ 이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.}$$

따라서 B의 주효과는 유의하다.

2) RANDOM

**A와 B의 교호작용

$$H_0: \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0, \quad H_1: \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0$$

$$F = \frac{MS(AB)}{MSE} = \frac{482.58}{2.22} = 217.38 > F(0.05, 10, 18) = 2.41 \text{ 이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.}$$

따라서 A와 B의 교호작용은 유의하다.

**A의 주효과

$$H_0: \sigma_{\alpha}^2 = 0, \quad H_1: \sigma_{\alpha}^2 > 0$$

$$F = \frac{MSA}{MS(AB)} = \frac{1544.1}{482.58} = 3.20 < F(0.05, 2, 10) = 4.10 \text{ 이므로 귀무가설을 기각할 수 없다.}$$

따라서 A의 주효과가 유의하지 않다.

**B의 주효과

$$H_0: \sigma_{\beta}^2 = 0, \quad H_1: \sigma_{\beta}^2 > 0$$

$$F = \frac{MSB}{MS(AB)} = \frac{1109.78}{482.58} = 2.30 < F(0.05, 5, 10) = 3.33 \text{이므로 귀무가설을 기각할 수 없다.}$$

따라서 B의 주효과가 유의하지 않다.

3) MIXED

****A와 B의 교호작용**

$$H_0 : \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0, \quad H_1 : \sigma_{\alpha\beta}^2 > 0$$

$$F = \frac{MS(AB)}{MSE} = \frac{482.58}{2.22} = 217.38 > F(0.05, 10, 18) = 2.41 \text{이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.}$$

따라서 A와 B의 교호작용은 유의하다.

****A의 주효과**

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0, \quad H_1 : \text{not } H_0$$

$$F = \frac{MSA}{MS(AB)} = \frac{1544.1}{482.58} = 3.20 < F(0.05, 2, 10) = 4.10 \text{이므로 귀무가설을 기각할 수 없다.}$$

따라서 A의 주효과가 유의하지 않다.

****B의 주효과**

$$H_0 : \sigma_{\beta}^2 = 0, \quad H_1 : \sigma_{\beta}^2 > 0$$

restricted version:

$$F = \frac{MSB}{MSE} = \frac{1109.78}{2.22} = 499.90 > F(0.05, 5, 18) = 2.77 \text{이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.}$$

이 경우에는 B의 주효과가 유의하다.

unrestricted version:

$$F = \frac{MSB}{MS(AB)} = \frac{1109.78}{482.58} = 2.30 > F(0.05, 5, 10) = 3.33 \text{이므로 귀무가설을 기각할 수 없다.}$$

이 경우에는 B의 주효과가 유의하지 않다.

(2)

σ^2 의 추정값은 $MSE=2.22$

$$\hat{\sigma}_{\alpha\beta}^2 = \frac{MS(AB) - MSE}{n} = \frac{482.58 - 2.22}{2} = 240.18$$

(3)

restricted version:

$$\hat{\sigma}_{\beta}^2 = \frac{MSB - MSE}{na} = \frac{1109.78 - 2.22}{2 \times 3} = 184.59$$

unrestricted version:

$$\hat{\sigma}_{\beta}^2 = \frac{MSB - MS(AB)}{na} = \frac{1109.78 - 482.58}{2 \times 3} = 104.53$$

문제 2.

1)

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0 \quad H_1 : \text{not } H_0$$

$$SSTR = \sum_j \sum_i (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 = 698.2, \text{ 자유도: } p-1=4-1=3$$

$$SSW = \sum_i \sum_j (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2 = (30-27)^2 + (28-27)^2 + \dots + (14-24.5)^2$$

$$SSE = SSW - SSTR = 811 - 698.2 = 112.8$$

$$\text{자유도: } (n-1)(p-1) = (5-1) \times (4-1) = 12$$

$$F = \frac{SSTR/(4-1)}{SSE/(5-1)(4-1)} = \frac{698.2/3}{112.8/12} = 24.76 > F(0.05, 3, 12) = 3.49 \text{ 이므로}$$

귀무가설을 기각할 수 있다. 따라서 처리효과가 유의하다.

2)

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0 \quad H_1: \text{not } H_0$$

$$\epsilon = 0.6049$$

$$\text{자유도 } (3, 12) \rightarrow (3 \times 0.6049, 12 \times 0.6049) = (1.8147, 7.2588)$$

p값은 0.0006 (R명령어 1-pf(24.76, 1.8147, 7.2588)) 이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.

따라서 처리효과가 유의하다.

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0 \quad H_1: \text{not } H_0$$

$$\epsilon = 1$$

$$\text{자유도 } (3, 12) \rightarrow (3 \times 1, 12 \times 1) = (3, 12)$$

F=24.76 > F(0.05, 3, 12)=3.49 이므로 귀무가설을 기각할 수 있다.

따라서 처리효과가 유의하다.