

4.1 총 10점

- (1) $0.20 + 0.25 + k + 0.30 = 1 \quad \therefore k = 0.25$ 0.5%
 $E(X) = 1(0.2) + 2(0.25) + 4(0.25) + 8(0.30) = 4.1$ 0.5%
- (2) $f(0) = k \cdot (0.5)^0 = k$
 $f(1) = k \cdot (0.5)^1 = 0.5k$
 $f(2) = k \cdot (0.5)^2 = 0.25k$
 $\sum_{k=0}^{\infty} f(k) = k + 0.5k + 0.25k = 1.75k = 1 \quad \therefore k = \frac{1}{1.75} = \frac{4}{7}$ 0.5%
 $E(X) = 0 \cdot \frac{4}{7} + 1 \cdot \frac{2}{7} + 2 \cdot \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$ 0.5%
- (3) $\int_0^1 kx dx = k \int_0^1 x dx = k \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^1 = \frac{k}{2} = 1 \quad \therefore k = 2$ 0.5%
 $E(X) = \int_0^1 2x^2 dx = 2 \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^1 = \frac{2}{3}$ 0.5%
- (4) $\int_0^{\infty} f(x) = \int_0^{\infty} k \cdot e^{-x} dx = k \cdot 1 = 1 \quad \therefore k = 1$ 0.5%
 $E(X) = \int_0^{\infty} x \cdot e^{-x} dx$
 $= -x \cdot e^{-x} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-x} dx$
 $= 0 + 1 = 1$ 0.5%

4.5

옷이 젖혀지면 F, 떨어지면 B

(1) $\Omega = \{ R, FR, FFR, FFFR, FFFF \}$ 1점총 5점 $P(R) = 0.4$ 1점

$$P(FR) = (0.6)(0.4) = 0.24$$
 1점

$$P(FFR) = (0.6)^2(0.4) = 0.144$$
 1점

$$P(FFFF) = (0.6)^4(0.4) = 0.0864$$
 1점

$$P(FFFR) = (0.6)^3 = 0.1296$$
 1점

- (2) 총 9점 정확한 답은 1)입니다. 다시 말해, 이 문제에서는 옷이 젖혀지면 F라고 정의했고, 젖혀진 옷의 수가 확률 변수 Y입니다. 그러나 너무 많은 학생이 옷이 젖혀진 것을 R 이라고 이해하여 확률 변수 Y를 R의 개수로 풀이하였습니다. 그래서 결합확률, 주변확률 등 개념에 대한 이해가 된 학생에 한하여 2)도 정답 처리하였습니다.

① 1)

Y \ X		시행 횟수				$f_X(X)$				
		1	2	3	4					
F의 개수 = 젖혀진 옷의 개수 34	0	0.4	0	0	0	0.4				
	1	0	0.24	0	0	0.24				
	2	0	0	0.144	0	0.144				
	3	0	0	0	0.0864	0.0864				
	4	0	0	0	0.1296	0.1296				
$f_Y(Y)$						0.4	0.24	0.144	0.216	1

(1)

Y \ X		시행 횟수				$f_Y(Y)$
		1	2	3	4	
R의 개수 = 떨어진 옷의 개수	0	0	0	0	0.1296	0.1296
	1	0.4	0.24	0.144	0.0864	0.8704
$f_X(X)$		0.4	0.24	0.144	0.216	1

② 독립 1점

$$P(X=4, Y=1) \neq P(X=4)P(Y=1)$$

$$0.0864 \neq (0.216)(0.8704) = 0.1880064$$

이유 1점③ $E(X) = (0.4) + 2(0.24) + 3(0.144) + 4(0.1296) = 2.106$

$$E(Y) = 0(0.4) + 1(0.24) + 2(0.144) + 3(0.0864) + 4(0.1296) = 1.3056$$

7) $E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 3.4816$ 1%

$$E(XY) = 1 \times 2 \times (0.24) + 2 \times 3 \times (0.144) + 3 \times 4 \times (0.0864) + 4 \times 4 \times (0.1296) = 4.4544$$
 1%

$$E(X) = 0.8704$$

$$7) E(X+Y) = 3.0464$$

$$E(XY) = 1.6576$$

④ 7) $Var(X) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$
 $= 1^2(0.24) + 2^2(0.144) + 3^2(0.0864) + 4^2(0.1296) - (1.3056)^2$
 $= 3.6672 - (1.3056)^2$
 $= 1.9626$ 2%

7) $Var(Y) = 0.8704 - (0.8704)^2$
 $= 0.1128$

#4.6

5점 3분5초

X: 경기 4

Y: 득점이 아닌 경기 4

(1)	Y	0	1	2	3	
5점	$f_Y(y)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{6}{32}$	$\frac{1}{2}$	1

$$Y=0: \uparrow LLL \uparrow \rightarrow f(0) = \frac{1}{8}$$

$$Y=1: \uparrow D L L \uparrow, \uparrow L D L \uparrow, \uparrow L L D \uparrow \rightarrow f(1) = \frac{3}{16}$$

$$Y=2: \uparrow D D L L \uparrow, \uparrow D L D L \uparrow, \uparrow D L L D \uparrow, \uparrow L D D L \uparrow, \uparrow L D L D \uparrow, \uparrow L L D D \uparrow \rightarrow f(2) = \frac{6}{32}$$

$$Y=3: \uparrow D D D \uparrow, \uparrow L D D \uparrow, \uparrow D L D \uparrow, \uparrow D D L \uparrow, \rightarrow f(3) = \frac{1}{2}$$

$$\uparrow L L D D \uparrow, \uparrow L D L D \uparrow, \uparrow L D D L \uparrow, \uparrow D L L D \uparrow, \uparrow D L D L \uparrow, \uparrow D D L L \uparrow$$

풀이 틀림 (옳음), -1

$$(2) E(Y) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{16} + 2 \times \frac{6}{32} + 3 \times \frac{1}{2} = \frac{33}{16} = 2.0625 \quad 1\text{점}$$

3점

$$E(Y^2) = 0^2 \times \frac{1}{8} + 1^2 \times \frac{3}{16} + 2^2 \times \frac{6}{32} + 3^2 \times \frac{1}{2} = \frac{87}{16} = 5.4375 \quad 1\text{점}$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = 5.4375 - (2.0625)^2 = 1.1875 \quad 1\text{점}$$

(3)		경기 4			
5점	$Y \backslash X$	3	4	5	$f_Y(y)$
	0	$\frac{1}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$
	1	0	$\frac{3}{16}$	0	$\frac{3}{16}$
	2	0	0	$\frac{6}{32}$	$\frac{6}{32}$
	3	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{6}{32}$	$\frac{1}{2}$
	$f_X(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	1

3점

득점이
아닌 경기 4

$$P(X=5, Y=3) = \frac{6}{32} \neq P(X=5) P(Y=3) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16} \quad 1\text{점}$$

∴ 독립이 아니다 1점

(4) 경기 4번에 무승부 결정하려면, 3경기 모두 이하여야 한다. (5점 3분5초)

2점

$$P(\uparrow D D D \uparrow) = (0.5)(0.6)(0.6) = 0.18 \quad 2\text{점 1점}$$

$$P(\uparrow L L L \uparrow) = (0.5)(0.6)(0.6) = 0.18$$

$$\therefore P(\text{무승부 결정}) = P(\uparrow D D D \uparrow) + P(\uparrow L L L \uparrow) = 0.36 \quad 1\text{점}$$

#47

B: 3, B: 2

X: 빨간 공자의 수

Y: 빨간색과 파란색 공자의 수의 차이 (절대값)

(1) 4점

A	B	C	X	Y	$\frac{3C_3}{5C_3} = \frac{1}{10}$
R	R	R	3	3	
B	R	R	2	1	0.6
R	B	R	2	1	0.6
R	R	B	2	1	0.6
B	B	R	1	1	0.3
B	R	B	1	1	0.3
R	B	B	1	1	0.3

풀이 1점

X \ Y	1	2	3	$f_Y(Y)$
1	0.3	0.6	0	0.9
3	0	0	0.1	0.1
$f_X(X)$	0.3	0.6	0.1	1

3점

(2) $P(X=3, Y=3) = 0.1 \neq P(X=3) \cdot P(Y=3) = 0.1 \cdot 0.1 = 0.01$ 1점

2점 독립이 아니다 1점

(3) $E(X) = 1(0.3) + 2(0.6) + 3(0.1) = 1.8$

5점 $E(Y) = 1(0.9) + 3(0.1) = 1.2$

$E(XY) = 1 \cdot 1(0.3) + 1 \cdot 2(0.6) + 3 \cdot 3(0.1) = 2.4$ - 1점

$Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 2.4 - (1.8)(1.2) = 0.24$ - 1점

$Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 3.6 - (1.8)^2 = 0.36$ 1점

$Var(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2 = 1.8 - (1.2)^2 = 0.36$

$Corr(X, Y) = \frac{0.24}{\sqrt{(0.36)(0.36)}} = 0.667$ - 1점