

과제 Review

2.1 (예 1.1 계속) 포도수확량 자료

1장의 (예 1.1)에서 나온 자료에서 열매 개수를 설명변수, 수확량을 반응 변수로 하여 다음 물음에 답하라.

2.1.1 최소제곱법에 의해 회귀계수(절편과 기울기)를 추정하고 추정회귀식을 구하라.

2.1.2 회귀계수의 추정량은 y_i 의 선형결합의 형태로 표현된다고 하였다. 2.3절의 식 (2.12)와 (2.13)에서 계수 k_i 와 m_i 의 값을 구하고 이 계수들을 이용하여 회귀계수의 추정값을 계산하고 2.1.1에서의 결과와 비교하라.

2.1.3 잔차 $e_i = y_i - \hat{y}_i$ 를 구하고 이들의 제곱합으로 SSE 의 값을 구하라.

2.1.4 SSE 의 값을 공식 (2.21)에 의해 구하라.

2.1.5 σ^2 의 추정값을 구하라.

2.1.6 Σe_i 의 값이 0임을 확인하고, \hat{y}_i 의 값을 x 축으로 e_i 의 값을 y 축으로 하는 산점도를 그리고 잔차가 특정한 패턴을 따르는지 확인하라.

2.1.7 2.1.2에서 구한 k_i 및 m_i 의 값을 이용하여 $\Sigma k_i = 0$, $\Sigma k_i x_i = 1$ 및 $\Sigma m_i = 1$, $\Sigma m_i x_i = 0$ 이 됨을 수치적으로 확인하라.

1

1

과제 Review

$$2.1 \quad \sum x_i = 1285.21 \quad \sum y_i = 53.7 \quad \sum x_i^2 = 140168.7 \quad \sum y_i^2 = 248.29 \quad \sum x_i y_i = 5880.88$$

$$\bar{x} = 107.10, \quad \bar{y} = 4.475$$

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n = 140168.7 - 1285.21^2 / 12 = 2521.64$$

$$S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i) / n = 5880.88 - (1285.21)(53.7) / 12 = 129.565$$

$$S_{yy} = 248.29 - 53.7^2 / 12 = 7.9825$$

$$2.1.1 \quad \hat{\beta}_1 = 129.565 / 2521.64 = 0.05138$$

$$\hat{\beta}_0 = 4.475 - (0.05138)(107.10) = -1.0279$$

$$\Rightarrow \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x = -1.0278 + 0.05138x$$

2

2

과제 Review

2.1.2 $k_i = (x_i - \bar{x})/S_{xx}$

$$k_1 = (116.37 - 107.10)/2521.64 = 0.003676$$

$$k_2 = (82.77 - 107.10)/2521.64 = -0.00965$$

$$\vdots$$

$$k_{12} = (122.3 - 107.10)/2521.64 = 0.006028$$

$$k_1 y_1 + k_2 y_2 + \dots + k_{12} y_{12} = 0.003676(5.6) - 0.00965(3.2) + \dots + 0.006028(5.4) = 0.05138$$

2.1.3 $\hat{y}_i = -1.0278 + 0.05138 x_i$ $e_i = y_i - \hat{y}_i$

$$\hat{y}_1 = -1.0278 + 0.05138(116.37) = 4.9513$$

$$e_1 = 5.6 - 4.9513 = 0.6487$$

$$\hat{y}_2 = -1.0278 + 0.05138(82.77) = 3.2249$$

$$e_2 = 3.2 - 3.2249 = 0.0249$$

$$\vdots$$

$$\hat{y}_{12} = -1.0278 + 0.05138(122.30) = 5.2560$$

$$e_{12} = 5.4 - 5.2560 = 0.1440$$

$$SSE = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_{12}^2 = 0.6487^2 + 0.0249^2 + \dots + 0.1440^2 = 1.3254$$

3

3

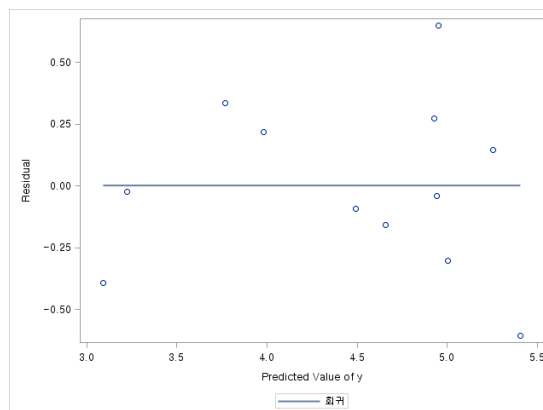
과제 Review

2.1.4 $SSE = S_{yy} - \hat{\beta}_1 S_{xy} = 7.9825 - (0.05138)(129.564) = 1.3254$

2.1.5 $\hat{\sigma}^2 = SSE/(n-2) = 1.3254/10 = 0.13254$

2.1.6 $\sum e_i = e_1 + \dots + e_{12} = 0.6487 + 0.0249 + \dots + 0.1440 = 0$

2.1.7



4

4

과제 Review

2.3 Forbes 자료

스코틀랜드 물리학자인 J. D. Forbes는 물의 끓는 온도를 이용하여 해발 고도를 알아보고자 하였다. 그는 대기압력을 통해 해발고도를 알 수 있다는 현상을 알고 여러 가지 조건에서 대기압력과 물의 끓는 온도를 동시에 측정하고 그 관계를 규명하였다. 1800년 중반에 기압계는 휴대하기 어려운 기구였으므로 Forbes는 물의 끓는 온도를 이용하여 대기압력을 추정하고 이를 토대로 해발고도를 측정하고자 한 것이다.

물의 끓는 온도(°F)	압력(Hg)	$100 \times \log_{10}(\text{압력})$
194.5	20.79	131.79
212.2	30.06	147.80

자료원 : Weisberg(2014)

2.3.1 압력 = $\beta_0 + \beta_1(\text{온도}) + \varepsilon$ 의 모형을 적합시켜 회귀계수의 추정값 $\hat{\beta}_0$ 과 $\hat{\beta}_1$, $\hat{\sigma}^2$, e_i , \hat{y}_i 를 구하라.

2.3.2 $100 \log_{10}(\text{압력}) = \beta_0 + \beta_1(\text{온도}) + \varepsilon$ 의 모형을 적합시켜 회귀계수의 추정값 $\hat{\beta}_0$ 와 $\hat{\beta}_1$, $\hat{\sigma}^2$, e_i , \hat{y}_i 를 구하라.

2.3.3 2.3.1과 2.3.2에서의 두 모형을 비교하라.

5

5

과제 Review

2.3

$$2.3.1 \quad \sum x_i = 3450.2 \quad \sum y_i = 426.00 \quad \sum x_i^2 = 700759 \quad \sum y_i^2 = 10821.0 \quad \sum x_i y_i = 86735.5$$

$$\bar{x} = 3450.2/17 = 202.95 \quad \bar{y} = 426/17 = 25.059$$

$$S_{xx} = 700759 - 3450.2^2/17 = 530.762$$

$$S_{xy} = 86735.5 - (3450.2)(426)/17 = 277.547$$

$$S_{yy} = 10821.0 - 426^2/17 = 145.941$$

$$\hat{\beta}_1 = 277.547/530.762 = 0.5229 \quad \hat{\beta}_0 = 25.059 - (0.5229)(202.95) = -81.064$$

$$SSE = 145.941 - (0.5229)(277.547) = 0.812 \quad \hat{\sigma}^2 = 0.812/(17-2) = 0.0541$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i = -81.06 + 0.5229 x_i$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

6

6

과제 Review

$$2.3.2 \quad \sum x_i = 3450.2 \quad \sum y_i = 2373.29 \quad \sum x_i^2 = 700759 \quad \sum y_i^2 = 331751.6 \quad \sum x_i y_i = 482141.5$$

$$\bar{x} = 3450.2/17 = 202.94$$

$$\bar{y} = 2373.29/17 = 139.605$$

$$S_{xx} = 700759 - 3450.2^2/17 = 530.762$$

$$S_{xy} = 482141.5 - (3450.2)(2373.29)/17 = 475.314$$

$$S_{yy} = 331751.6 - 2373.29^2/17 = 427.751524$$

$$\hat{\beta}_1 = 475.314/530.762 = 0.8955$$

$$\hat{\beta}_0 = 139.605 - (0.8955)(202.94) = -42.137$$

$$SSE = 427.752 - (0.8955)(475.314) = 2.108 \quad \hat{\sigma}^2 = 2.108/(17-2) = 0.141 \quad (0.0541)$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i = -42.137 + 0.8955 x_i$$

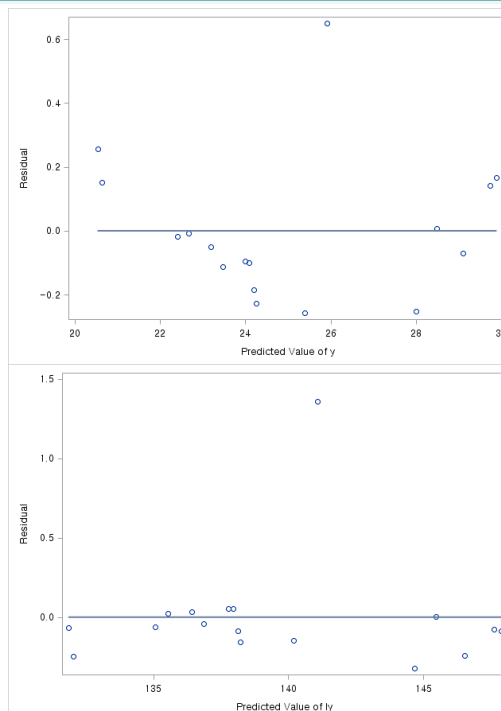
$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

7

7

과제 Review

2.3.3



8

8