2021년 여름계절학기 기초통계학Ⅱ 기말고사 답안지

학번: 2016133 이름: 이유진

● 풀이 과정을 쓰고, 소수점이 많이 나오는 경우에는 소수점 넷째자리에서 반올림해서 소수점 세 자리까지 사용하세요.

20. (1) (4점)

$$\hat{b}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{\Sigma x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{92500 - 5 \times \frac{750}{5} \times \frac{500}{5}}{137500 - 5 \times \left(\frac{750}{5}\right)^2} = 0.7$$

$$\hat{b}_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = \frac{500}{5} - 0.7 \times \frac{750}{5} = -5$$

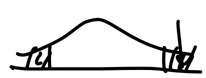
$$\therefore \ \hat{y} = 0.7x - 5$$

(2) (3점)

$$SSE = S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} = 15000 - 12250 = 2750 \text{ 이므로}$$

$$\hat{\sigma}^2 = MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{2750}{5-2} = 916.667$$

(3) (5점)

가설	$H_0: \beta_1 = 0$, $H_1: \beta_1 \neq 0$
검정통계량	$T = \dfrac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{MSE/S_{xx}}} = \dfrac{0.7}{0.191} = 3.656$
기각역	$\lvert T \rvert \geq t_{0.025,3} = 3.182$
결론 (검정결과)	$\lvert T \rvert = 3.656 > 3.182 = t_{0.025,3}$ 이므로 H_0 기각. 따라서 β_1은 0이라고 할 수 없다. 

(4) (5점)

$$\alpha = 0.05$$

$$\beta_0 \pm t_{\alpha/2, n-2} \sqrt{MSE} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}} \text{ 에서}$$

$$\text{표준오차 } SE = \sqrt{916.667} \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{\left(\frac{750}{5}\right)^2}{137500 - 5 \times \left(\frac{750}{5}\right)^2}} = 31.754$$

$$t_{0.025,3} = 3.182$$

$$-5 \pm 3.182 \times 31.754 = (-106.041, 96.041)$$

(5) (5점)

$x^* = 160 \rightarrow \hat{y}^* = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x^* = 0.7 \times 160 - 5 = 107$

$\hat{y}^* \pm t_{0.025,3} \sqrt{MSE} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x^* - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$

$107 \pm 3.182 \times 33.172$

$= (-104.853, 106.253)$

(6) (5점)

$x^* = 120,$

21. $CT = Y_{++}^2 / m \ (Y_{++} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij})$

- $TSS = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \overline{Y})^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - CT$ (Total Sum of Squares)
- $SSTR = \sum_{i=1}^{k} n_i (\overline{Y_i} - \overline{Y})^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i \overline{Y_i}^2 - CT = \sum_{i=1}^{k} Y_{i+}^2 / n_i - CT$

(Sum of Squares due to Treatment)

- $SSE = TSS - SSTR = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^2 - \sum_{i=1}^{k} n_i \overline{Y_i}^2$ (Sum of Squares due to Errors)

(1) (6점)

변동의 요인	제곱합	자유도	제곱 평균	F
처리	62	2	31	11.625
오차	24	9	2.667	
계	86	11		

$108386 - 12.95^2 = 86$

$4(95.5^2 - 97.5^2 + 92^2) - 12.95^2 = 62$

(2) (5점)

가설	$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$, H_1 : not H_0
검정통계량	$F = \frac{MSTR}{MSE} = 11.652$
기각역	$F \geq F_{0.05,2,9} = 4.257$
결론 (검정결과)	$F = 11.652 > 4.257 = F_{0.05,2,9}$ 이므로 H_0기각 따라서 필터의 종류에 따라 공기청정정도에 차이가 있다

(3) (4점)

$$LSD = \overset{2.263}{\overbrace{t_{0.025,9}}} \times 2.667 \times \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = 4.268$$

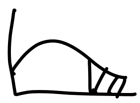
종류		차
1	2	95.5 − 97.5 = −2
	3	95.5 − 92 = 3.5
2	3	97.5 − 92 = 5.5 → 유의한차이

따라서 (1,2 / 3) 으로 분류가능

22. (10점) 도시대로 1~5

가설	$H_0: \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = \theta_5$, H_1 : not H_0
검정통계량	$\chi^2 = \frac{(41 - 200 \times \frac{1}{5})^2}{200 \times \frac{1}{5}} + \frac{(43-40)^2}{40} + \frac{(45-40)^2}{40} + \frac{(35-40)^2}{40} + \frac{(36-40)^2}{40}$ $= 1.9$
기각역	$\chi^2 > \chi^2_{0.05,4} = 9.448$
결론 (검정결과)	$\chi^2 = 1.9 < 9.448 = \chi^2_{0.05,4}$ 이므로 H_0기각불가 따라서 자동차 외장색의 차이도가 없다고 할수있다.

23. (1)(10점) 성별X, 만족도Y

가설	H_0: X와 Y는 독립, H_1: X와 Y는 독립이 아님
검정통계량	$\chi^2=\sum\sum \frac{(O_{ij}-\hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}} = \frac{(15-\frac{40\cdot20}{100})^2}{\frac{40\cdot20}{100}} + \frac{(5-\frac{60\cdot20}{100})^2}{\frac{60\cdot20}{100}}+\cdots$ $= 12.163$
기각역	$\chi^2 < \chi^2_{0.05,2} = 5.994$
결론 (검정결과)	$\chi^2=12.163 > 5.994=\chi^2_{0.05,2}$ → H_0 기각  따라서 성별과 만족도는 독립이라고 할 수 없다

(2) (4점)

수정잔차 $\frac{O_{ij}-\hat{E}_{ij}}{\sqrt{\hat{E}_{ij}(1-p_{i\cdot})(1-\hat{\theta}_{\cdot j})}}$ 을 각각 계산하면 (1.96보다 절댓값이 크면 유의)

표.

	남	여
불	2.572	-2.572
보	-1.531	1.531
만	-1.667	1.667

→ 남자는 불만족, 여자는 만족하는 비율이 높다.