

<기초통계학I> 7장 과제물

기말시험 준비를 위해 아래의 7장 연습문제를 각자 풀어보기 바람.

※ 이번 과제물은 제출할 필요 없음

○ 교재 7장 연습문제 #7.4, #7.6, #7.8, #7.9, #7.10

#7.4

$$1) E(X) = 1 \times 0.25 + 2 \times 0.5 + 3 \times 0.15 + 4 \times 0.1 = 2.1$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$= (1^2 \times 0.25 + 2^2 \times 0.5 + 3^2 \times 0.15 + 4^2 \times 0.1) - 2.1^2$$

$$= 0.79$$

$$2) \text{가일이상거리 배달되는 택배의 수 } Y \sim \text{Bin}(4, 0.15 + 0.1)$$

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - 0.75^4 = 0.6836$$

$$3) \text{배달되는데 이틀 걸리는 택배의 수 } Y \sim \text{Bin}(100, 0.5)$$

$$P(Y \leq 55) \approx P\left(Z \leq \frac{55.5 - 100 \times 0.5}{\sqrt{100 \times 0.5 \times 0.5}}\right) = P(Z \leq 1.1) = 0.8643 \quad (\text{정규근사})$$

#7.6

$$\text{단위면적당 쌀생산량 } X \sim N(70, 5^2)$$

$$\text{생산량이 } 72.55 \text{ kg 이상인 지역의 수 } Y \sim \text{Bin}(200, p)$$

$$p = P(X \geq 72.55) = P\left(Z \geq \frac{72.55 - 70}{5}\right) = P(Z \geq 0.51) = 0.3050$$

$$\therefore P(Y \geq 65) \approx P\left(Z \geq \frac{64.5 - 200 \times 0.305}{\sqrt{200 \times 0.305 \times (1 - 0.305)}}\right) = P(Z \geq 0.538) = 0.2946$$

#7.8

$$1) X \sim \text{Bin}(100, p)$$

$$p = P(X \geq 2.51), \text{자살의 중앙값이 } 2.51 \text{ 이므로 } p = 0.5$$

$$P(X \geq 44) \approx P\left(Z \geq \frac{44.5 - 100 \times 0.5}{\sqrt{100 \times 0.5 \times 0.5}}\right) = P(Z \geq -1.7) = 0.9072$$

$$2) Y \sim \text{Bin}(100, p)$$

$$p = P(Y \geq 5500), \text{북한의 중앙값이 } 5500 \text{ 이므로 } p = 0.5$$

$$P(Y \geq 60) \approx P\left(Z \geq \frac{59.5 - 100 \times 0.5}{\sqrt{100 \times 0.5 \times 0.5}}\right) = P(Z \geq 1.9) = 0.0287$$

$$3) E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 100 \times 0.5 + 100 \times 0.5 = 100$$

$$\text{Var}(X+Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + \text{Cov}(X, Y)$$

$$= 100 \times 0.5 \times 0.5 + 100 \times 0.5 \times 0.5 + 0 = 50$$

$$4) P(X+Y \geq 104) \approx P\left(Z \geq \frac{104 - 100}{\sqrt{50}}\right) = P(Z \geq 0.495) = 0.3085$$

$$\rightarrow P(X \geq 44) + P(Y \geq 60) \neq P(X+Y \geq 104)$$

#7.9

당배한개비 타르함량 $X \sim (4.5, 0.5^2)$

n개 무작위 추출

1) 중심극한정리 적용

$$P(X \geq 4.5) = P\left(Z \geq \frac{4.5 - 4.5}{0.5}\right) = P(Z \geq 0) = 0.5$$

2) $n=40 \rightarrow$ n이 충분히 크므로 중심극한정리 적용

$$\bar{X} \sim N\left(4.5, \frac{0.5^2}{40}\right)$$

$$P(\bar{X} \geq 4.6) = P\left(Z \geq \frac{4.6 - 4.5}{0.5/\sqrt{40}}\right) = P(Z \geq 1.265) = 0.1020$$

3) $n=100 \rightarrow$ n이 충분히 크므로 중심극한정리 사용

$$X_1 + X_2 + \dots + X_{100} = Y$$

$$Y \sim N(4.5 \times 100, 0.5^2 \times 100)$$

$$P(Y \geq 460) = P\left(Z \geq \frac{460 - 450}{5}\right) = P(Z \geq 2) = 0.0228$$

#7.10

걸리는 시간 $X \sim N(25, 5^2)$

$$1) P(X \leq 30) = P\left(Z \leq \frac{30 - 25}{5}\right) = P(Z \leq 1) = 0.8413$$

2) 10명 중 위험에 빠진 환자의 수 $Y \sim \text{Bin}(10, 1 - 0.8413)$

$$P(Y=2) = \binom{10}{2} 0.1587^2 \times 0.8413^8 = 0.2844$$

3) 100명 중 위험에 빠진 환자의 수 $Y \sim \text{Bin}(100, 1 - 0.8413)$

$$P(Y \geq 20) \approx P\left(Z \geq \frac{19.5 - 100 \times 0.1587}{\sqrt{100 \times 0.1587 \times 0.8413}}\right) = P(Z \geq 0.993) = 0.1611$$