	30	45	60
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$$

일대일

$$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x}=0$$

일대일대응

$$\lim_{x\to0}(1+x)^{1/x}=e$$

↳ 가로세로

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$$

* 연속: $\lim_{x\to c} f(x)=f(c)$

열린구간연속 $(a,b),(-\infty,\infty)$

닫힌구간연속 : $x\to a+$, $x\to b-$

* 중간값정리

$[a,b]$ 연속, $f(c)=k$ 최소1개

* 이분법 : 구간을반씩줄임. 연속일때O

* 미분계수의 정의

$$f'(c)=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{x\to c}\frac{f(x)-f(c)}{x-c}$$
$$=\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}f(x)$$

* 미분가능

열린 : (a,b)

닫힌 : (a,b)+ a에서우미분계수
b에서좌미분계수

미분가능 → 연속

$\not\leftarrow$ 반대

* 미분법칙

$$(f(x)+g(x))'=f(x)g'(x)+f(x)g(x)'$$
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f(x)g'(x)-f(x)g(x)'}{g(x)^2}$$

* 고계도함수

$\frac{dy}{dx^2}$: y를 x^2로 한번미분

$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$ 이계도함수

$$f^{(n)}(x)=\begin{cases}(-1)^k\sin x & n=2k\\(-1)^{k+1}\cos x & n=2k-1\end{cases}$$

* 삼각함수의 미분

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\sec^2 x$

$(\cot x)'=-\csc^2 x$

$(\sec x)'=\sec x\tan x$

$(\csc x)'=-\csc x\cot x$

$(e^x)'=e^x$

$(\ln x)'=\frac{1}{x}\ (x>0)$

$(a^x)'=(\ln a)\,a^x$

$(\log_a x)'=\frac{1}{(\ln a)\,x}$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\sin^2x+\cos^2x=1$

$1+\tan^2x=\sec^2x$

$1+\cot^2x=\csc^2x$

$\csc x=\frac{1}{\sin x}$

$\sec x=\frac{1}{\cos x}$

$\cot x=\frac{1}{\tan x}$

* 연쇄법칙

$f(g(x))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$

* 음함수미분

$(y^3+y^2-5y-x^2)'=-4'$

$3y^2\frac{dy}{dx}+2y\frac{dy}{dx}-5\frac{dy}{dx}-2x=0$

$\therefore \frac{dy}{dx}=\frac{2x}{3y^2+2y-5}$ = 기울기

* 역함수의도함수

$(f^{-1})'(y_0)=\frac{1}{f'(x_0)}$

y_0에서의 역함수의 도함수

= y_0을 함숫값으로 갖는점에서의 $\frac{1}{\text{도함수}}$

ex. $f(x)=x^3+x-1$

$(f^{-1})'(3)=\frac{1}{f'(2)}=\frac{1}{4}$

* 역삼각함수의 도함수

$(\arcsin y)'=\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$

$(\arccos y)'=-\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$

$(\arctan x)'=\frac{1}{1+y^2}$

$(\mathrm{arccot}\,y)'=-\frac{1}{1+y^2}$

$(\mathrm{arcsec}\,y)'=\frac{1}{|y|\sqrt{y^2-1}}$

$(\mathrm{arccsc}\,y)'=-\frac{1}{|y|\sqrt{y^2-1}}$

* newton

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$ 반복

· 해에서의미분계수≠0
· 미분가능, 2것이 연속
) O

· 해근처에서 도함수행동 나쁨
· 초기값별로
· 미분값이 0에 근접 → 진동
) X

* 극값 [a,b] 연속 → 존재

(근처열린구간에서최대 → 극대

* 임계수: $f'(c)=0$ 또는 미분불능

임계수 $\overset{X}{\rightarrow}$ / $\overset{O}{\leftarrow}$ 극값

* 닫힌구간최대최소

임계수, 끝점에서의 함숫값비교

* 부정형 : $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\times\infty, \infty-\infty, 1^\infty, 0^0, \infty^0$

→ 대수적기법 : 인수분해, 약분, 유리화…

↳ 미분계수의 정의 (연속전제)

* 로피탈 $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}\right)$

원래함수에 ln을취해 극한을 구하고 다시돌려놓는다.
(지수로 x가 올라간경우)

$\lim_{x\to0+}(\sin x)^x \to \lim_{x\to0+}\ln\left((\sin x)^x\right)$

* 증가와감소

· $x_1<x_2 \to f(x_1)<f(x_2)$ 순증가
· (a,b)의 모든 x : $f'(x)>0 \to [a,b]$ 증가
즉 (a,b)에서 임계수 구해서 구간 나누고 각각 $f'(x)$ 부호를 알아본다

* 볼록과오목

· f' 증가 → 아래볼록 $(- \to 0 \to +)$
· 모든실수 $f''(x)>0$ → 아래볼록
· $f''(x)=0$ → 직선
· $f'(c)=0$, $f''(c)>0 \to f(c)$ 극소
· $f'(c)=0$, $f''(c)=0$ → 판정X

* 적분공식 다음장에 추가

$n\neq-1$: $\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+c$

$n=-1$: $\int x^{-1}dx=\ln|x|+c$

$\int\cos x\,dx=\sin x+c$

$\int\sec x\tan x=\sec x+c$

$\int\sin x\,dx=-\cos x+c$

$\int\csc^2 x\,dx=-\cot x+c$

$\int\sec^2 x\,dx=\tan x+c$

$\int\csc x\cot x=-\csc x+c$

$\int e^x dx=e^x+c$

$\int a^x dx=\frac{1}{\ln a}a^x+c$

$\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$ → $\int\frac{u'(x)}{u(x)}dx=\ln|u(x)|+c$ 유리함수 이용

*구분구적법 (리만합)

$$\sum_{1}^{\infty} f(c_i)\Delta x \quad (x_{i-1}\le c_i \le x_i)$$

*미적분학의 정리

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$$

*적분의 평균값정리

적당한 수 c

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$$

*미적분학의 제2정리

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)$$

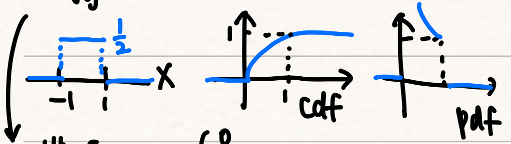
*누적분포함수 cdf

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=\begin{cases}0 & (y<0)\\ \sqrt{y} & (0<y<1)\\ 1 & (y\ge 1)\end{cases}$$

$P(X^2\le y)$

$$=P(-\sqrt{y}\le X\le \sqrt{y}) = \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f_X(x)dx$$

$$=\begin{cases}\int_{-1}^{1} f_X(x)dx=1 & (y\ge 1)\\ \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f_X(x)dx=\sqrt{y} & (0\le y\le 1)\end{cases}$$



미분 $f_Y(y)=\begin{cases}0\\ \frac{1}{2\sqrt{y}}\\ 0\end{cases}$

*치환적분

$u=g(x)$, $du=g'(x)dx$

→ $\int f(g(x))g'(x)dx=\int f(u)du$

ex $\int 5e^{5x}dx$: $u=5x$

일반지수법칙 $\int g'(x)g^{n}(x)dx$

$$=\frac{1}{n+1}(g(x))^{n+1}+c$$

$a\to g(a)$

$b\to g(b)$

*우,기함수

우: y축→×2 / 기: 원점 →0

*삼각함수적분공식 추가

$$\int \tan x\,dx = -\ln|\cos x|+c$$

$$\int \cot x\,dx = \ln|\sin x|+c$$

$$\int \sec x\,dx = \ln|\sec x+\tan x|+c$$

*부분적분법

$$\int uv'dx = uv-\int u'vdx$$

u: 미분하면 간단해지는것

v: 적분이 쉬운것

· 항이 하나인경우 $\int_0^1 \underbrace{\arcsin x}_{u}\cdot \underbrace{1}_{v'}\,dx$

$$\int \ln x\,dx = x\ln x - x + c$$

*이상적분/특이적분

① 적분구간이 ∞

$$\int_a^\infty f(x)\,dx = \lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int_{-\infty}^b f(x)\,dx = \lim_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)\,dx$$

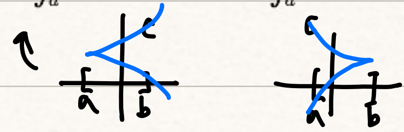
$$\int_{-\infty}^\infty f(x)\,dx = \underline{\int_{-\infty}^c f(x)\,dx} + \underline{\int_c^\infty f(x)\,dx}$$

둘중하나라도 발산하면 발산

② 무한불연속성

[a,b) 연속, b에서 무한불연속성

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to b-}\int_a^c f(x)\,dx$$

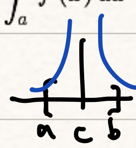


(a,b] 연속, a에서

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to a+}\int_c^b f(x)\,dx$$

[a,b] 연속, $c\in(a,b)$ 에서

$$\int_a^b f(x)\,dx = \underline{\int_a^c f(x)\,dx} + \underline{\int_c^b f(x)\,dx}$$



하나라도 발산하면 발산

극한존재→수렴

특별한형태

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x^p} = \begin{cases}\frac{1}{p-1} & (p>1)\\ \text{발산} & (p\le 1)\end{cases}$$

*확률변수 X

확률 $P(a\le X\le b)$

기댓값 $\int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x)\,dx = \mu x$

중앙값 $\int_{-\infty}^{m} f_x(x)\,dx = \frac{1}{2}$ 이되는 m

분산 $\int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu_x)^2 f_x(x)\,dx$

$$= E(x^2)-E(x)^2$$

*정규분포 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

*코시분포 $X\sim Cauchy(0,1)$ scale

x_0 γ

location parameter

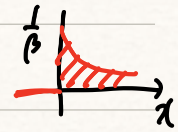
$$f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$$

기댓값은 없다(발산)

*지수분포 $X\sim Exp(\beta)_{or}\ X\sim Exp(\lambda)$

$$f(x)=\frac{1}{\beta}e^{-\frac{x}{\beta}}\left(\beta>0,\lambda=\frac{1}{\beta}\right)$$



$$\int_0^\infty f(x)dx=1$$

중앙값 $Med(X)=\beta\log 2$

기댓값 $E(X)=\beta$

분산 $Var(x)=\beta^2$