

# Neural Network Basic Assignment

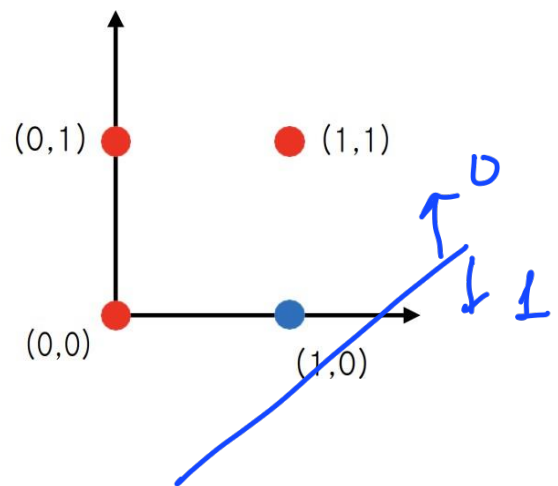
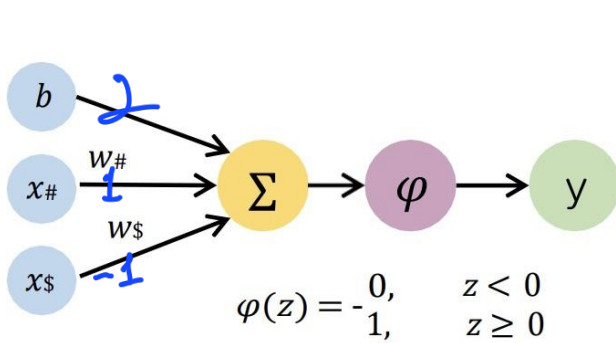
이름: 이영아

1. Sigmoid Function을  $z$ 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned} \sigma' &= \frac{+e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1+e^{-z}} \cdot \frac{e^{-z}}{1+e^{-z}} = \sigma(1-\sigma) \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



$$b = -2 \quad w\# = 1 \quad w\$ = -1$$

2-1. ●, ●을 분류하는 임의의  $b, w$ 를 선정하고 분류해보세요.

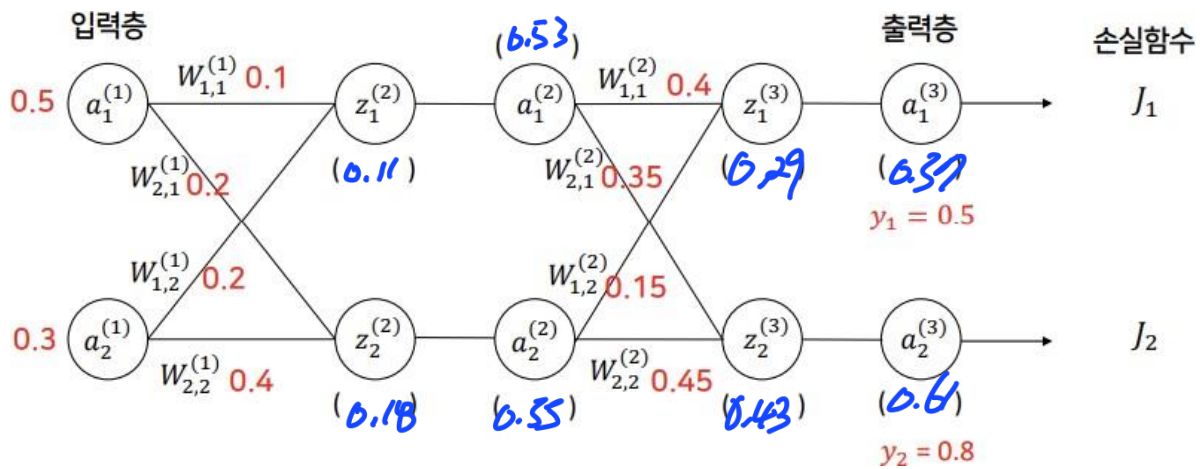
	$z$	$y$
$0, 0 \Rightarrow -2$	$0$	$0$
$0, 1 \rightarrow -3$	$0$	$0$
① $1, 0 \rightarrow -1$	$0$	$1$
$1, 1 \rightarrow -2$	$0$	$0$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고  $b, w$ 를 1회 업데이트 해주세요.

$$\eta = 0.5$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \rightarrow b &= -2 + 0.5(1-0) \cdot 1 = -1.5 \\ w\# &= 1 + 0.5(1-0) \cdot 1 = 1.5 \\ w\$ &= -1 + 0.5(1-0) \cdot 0 = -1 \end{aligned}$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)

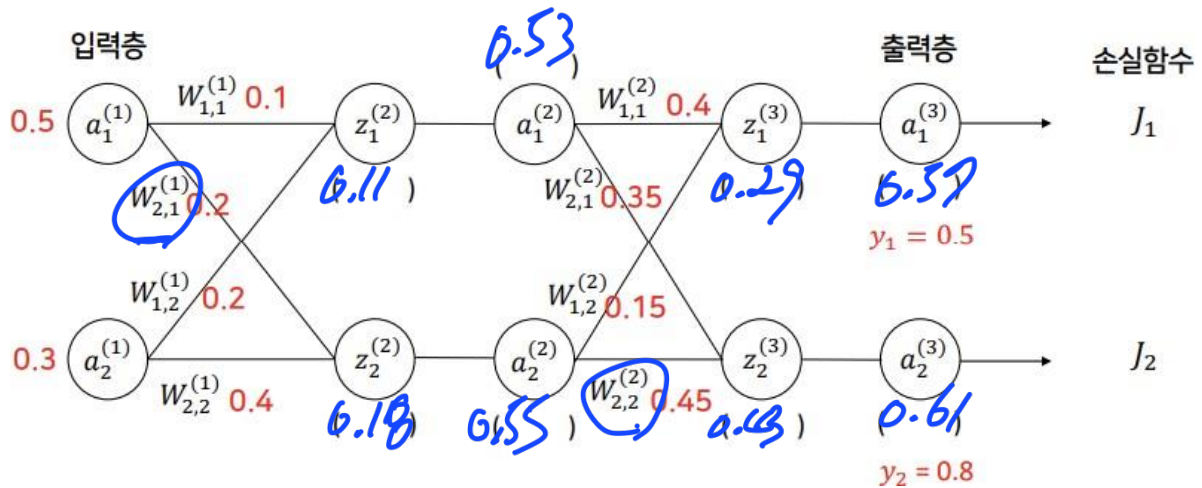


- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 z_1^2 &= a_1^{(1)} \cdot w_{1,1}^{(1)} + a_2^{(1)} \cdot w_{2,1}^{(1)} = 0.05 + 0.06 = 0.11 & a_1^2 &= \frac{1}{1+e^{-0.11}} \approx 0.53 \\
 z_2^2 &= a_1^{(1)} \cdot w_{1,2}^{(1)} + a_2^{(1)} \cdot w_{2,2}^{(1)} = 0.12 + 0.1 = 0.22 & a_2^2 &= \frac{1}{1+e^{-0.22}} \approx 0.55 \\
 z_1^3 &= a_1^{(2)} \cdot w_{1,1}^{(2)} + a_2^{(2)} \cdot w_{2,1}^{(2)} = 0.21 + 0.08 = 0.29 & a_1^3 &= \frac{1}{1+e^{-0.29}} \approx 0.57 \\
 z_2^3 &= a_1^{(2)} \cdot w_{1,2}^{(2)} + a_2^{(2)} \cdot w_{2,2}^{(2)} = 0.53 \cdot 0.15 + 0.55 \cdot 0.45 = 0.43 & a_2^3 &= \frac{1}{1+e^{-0.43}} \approx 0.61
 \end{aligned}$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수  $J_1$ 과  $J_2$ 의 값을 구해주세요. ( $J_1$ 과  $J_2$ 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{1}{2} (a_1^3 - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245 \\
 J_2 &= \frac{1}{2} (a_2^3 - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805
 \end{aligned}$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때  $w_{2,2}^{(2)}$ 와  $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인  $w_{2,1}^{(1)}$ 과  $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} w_{2,2}^{(2)} &= w_{2,2}^{(2)} - 0.1 \frac{\partial J_2}{\partial w_{2,2}^{(2)}} \\ &= 0.43 - 0.1 (-0.025) \\ &= 0.4525 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_2}{\partial w_{2,2}^{(2)}} &= \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} \\ &= (a_2^{(3)} - y_2) \cdot a_2^{(3)} \cdot (1 - a_2^{(3)}) \cdot a_{2,2}^{(2)} \\ &= (0.61 - 0.8) (0.61) (0.39) \\ &\quad \times 0.55 \\ &= -0.025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} w_{2,1}^{(1)} &= w_{2,1}^{(1)} - 0.1 \frac{\partial J_1}{\partial w_{2,1}^{(1)}} \\ &= 0.2 - 0.1 (-0.002) \\ &= 0.2002 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_1}{\partial w_{2,1}^{(1)}} &= \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} \\ \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(3)}} &= \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} + \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \\ &= \frac{\partial J_1}{\partial z_1^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_1^{(3)}}{\partial a_1^{(3)}} + \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial a_2^{(3)}} \\ &= (a_1^{(3)} - y_1) a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) w_{1,2}^{(2)} \\ &\quad + (a_2^{(3)} - y_2) a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) w_{2,2}^{(2)} = -0.018 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = a_1^{(3)} = 0.5$$

$$\frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} = -0.002$$

$$\frac{\partial a_1^{(3)}}{\partial z_1^{(3)}} = a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) = 0.248$$