Material de apoyo Teórica II Parte 2

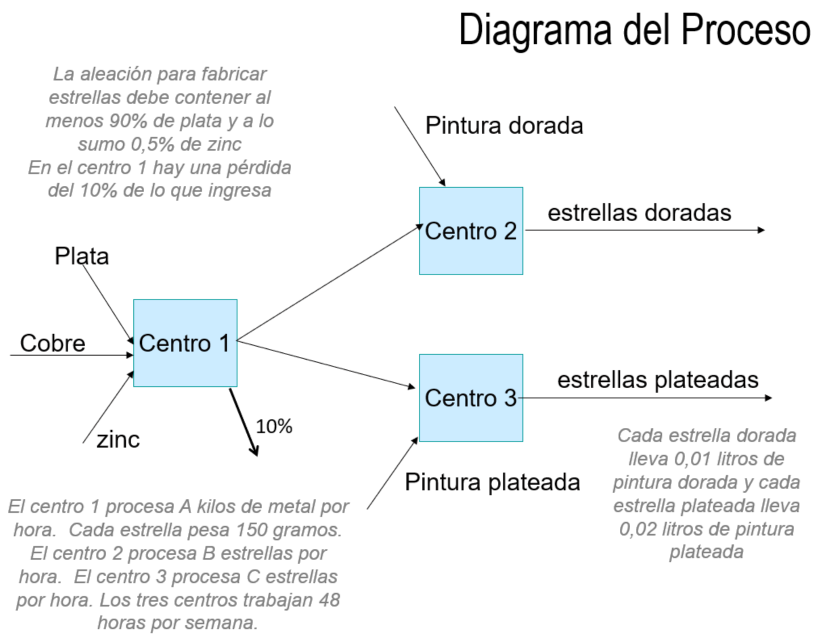
Este material apoya a la clase de centros y mezcla y de armado para esta semana

Armado vs Mezcla y otros centros de producción

Siguiendo la moda de los premios en los realities, la empresa “Master” fabrica estrellas doradas y plateadas haciendo una aleación de plata, cobre y zinc.
Los metales entran en el centro 1, en ese centro se fabrican estrellas y se distribuyen a los centros 2 (donde se pintan de dorado) y 3 (donde se pintan de plateado).
La aleación para fabricar estrellas debe contener al menos 90% de plata y a lo sumo 0,5% de zinc.
El centro 1 procesa A kilos de metal por hora. Cada estrella pesa 150 gramos.
En el centro 1 hay una pérdida del 10% de todo lo que ingresa.
El centro 2 procesa B estrellas por hora.
El centro 3 procesa C estrellas por hora.
Los tres centros (1, 2 y 3) trabajan 48 horas por semana
Cada estrella dorada lleva 0,01 litros de pintura dorada y cada estrella plateada lleva 0,02 litros de pintura plateada.
Se dispone semanalmente de D kilos de plata, E kilos de cobre, F kilos de zinc, G litros de pintura dorada y H litros de pintura plateada.
Los costos de los insumos son: Plata: \$P1/kg; Cobre: \$P2/kg; Zinc: \$P3/kg.; Pintura dorada, \$P4/litro; Pintura plateada, \$P5/litro.
Las estrellas doradas se venden a \$A cada una y las estrellas plateadas se venden a \$T cada una.

NOTA: A, B, C, D, E, F, G, H, \$P1, \$P2, \$P3, \$P4, \$P5, \$A y \$T son constantes conocidas

A continuación vemos un diagrama del proceso de producción.



Miremos atentamente este diagrama, percibimos una suerte de flujo de izquierda a derecha que coincide con la transformación física que se va produciendo. Arranco con un lingote de plata y termino, al final, con una estrella pintada. También podríamos imaginar un flujo inverso, es decir comenzar pensando en las estrellas que vendo a cambio de dinero y si quiero tener esas estrellas voy a tener que comprar pintura y pintarlas, pero para poder pintarlas necesito las estrellas, y si tengo que hacer las estrellas voy a tener que comprar plata, cobre y zinc para poder hacerlas.

El problema es el mismo, pero lo podemos analizar de distinta forma. Tal vez te estés preguntando ¿Cuál es la mejor de las dos? la respuesta es fácil: La mejor es la que te ayude a entender mejor la situación y equivocarte menos al hacer el modelo.

Esto que estamos hablando ¿sirve solamente cuándo tengo un problema de centros? La respuesta es no. Los centros son una abstracción como cualquier otra, una simplificación para entender mejor la situación y modelizar mejor.

Veamos un ejemplo totalmente distinto, tengo que hacer un modelo de un gran centro de salud, perfectamente puedo razonarlos como distintos centros (o módulos o el nombre que más les guste) donde llegan pacientes (personas), suministros (barbijos, batas, remedios, etc.), recursos humanos (médicos, etc.) y donde tienen recursos fijos (tomógrafos, etc.), cada uno de estos centros tiene un horario y una cierta capacidad de atención máxima. Los pacientes se moverán o los llevaran en camilla (es lo mismo)

de un centro a otro hasta que finalice el proceso de atención médica y se retiren del sistema en estudio.
Esta estructura de pensamiento ayuda y facilita entender lo que está pasando, podemos trabajar mejor más rápido y equivocarnos menos.
Ya que hablamos de equivocarnos es bueno aclarar que debemos convivir con el error, no podemos hacer un trabajo complejo como un modelo, un programa, etc. sin tener en cuenta que nos vamos a equivocar. Por eso es importante tener orden o método y estructuras que nos ayuden a equivocarnos menos, y que cuando nos equivoquemos nos demos cuenta lo antes posible para poder arreglar el error.

Volvamos a observar el esquema que esta más arriba y analicen ¿Qué son las flechas que entran y salen de los distintos centros?

Si, a muchas de esas flechas las podemos asociar con variables, es muy fácil ver que las flechas que están en el extremo izquierdo tienen que ver con cuanta plata, cuanto cobre y cuanto zinc voy a necesitar.

Si bien hay flechas que no tienen por qué estar asociadas a variables que nos interesen, por ejemplo, la que indica el 10% que se pierde en el Centro 1, y también puede ocurrir que no me alcance con esas variables estas limitaciones no invalidan el hecho que me facilita identificar variables que si voy a necesitar y esto me ayuda a comprender la situación e incluso me dan la oportunidad de poder comenzar a armar el modelo.

Esto último no es menor, les va a pasar muchas veces que no van a saber por donde comenzar, tener algunas variables y con ellas poder armar las primeras ecuaciones de vínculo.

Estamos descubriendo algo importante, podemos comenzar a construir el modelo sin saber cómo vamos a modelar alguna de sus partes. Un error muy común es creer que no puedo comenzar hasta tener absolutamente todo resuelto en mi mente. Piensen que si esto fuera cierto no existiría el celular que ustedes tienen por dar solo un ejemplo. Comenzar me ayuda a ir entrando en el problema y mi cabeza seguirá trabajando, cada ve mejor, mientras voy haciendo partes del modelo. ¿por dónde comenzar entonces? por donde me sienta más seguro de hacerlo bien es una buena respuesta a esta pregunta.

Hipótesis y supuestos

Volvamos al caso en estudio: hay muchas hipótesis para analizar, es una situación muy simplificada la que me ofrecen y, por lo tanto, hay muchas cosas que no se mencionan. No se habla de gastos de energía, de gastos de personal, de espacios para trabajar, de desperdicios de pintura (¿quién pinta algo sin desperdiciar pintura?), de demandas máximas o mínimas, etc. Todos estos elementos son objeto de hipótesis y supuestos, Por ejemplo, debemos suponer que los gastos de energía son insignificantes, o bien son una constante y por lo tanto no afectan los resultados. También en esta situación voy a ceder todo lo que fabrique, mi hipótesis de producción igual ventas me permite usar una sola variable para las dos cosas, si trabajara con stocks tendría que tener una variable para producción y otra para ventas. ¿Se ve cómo las hipótesis me están ayudando a razonar el trabajo que tengo que hacer?

Analizar las hipótesis me ayuda a delimitar el universo de estudio, el universo donde funciona el modelo que voy a construir. También me ayuda a ir entendiendo la situación cada vez con más claridad.

Objetivo

El objetivo en este problema es muy fácil; recuerden las tres preguntas que vimos más arriba:

¿Qué voy a hacer?

Determinar las cantidades a producir y vender de estrellas doradas y plateadas.

¿Cuándo?

La semana que viene

¿Para qué?

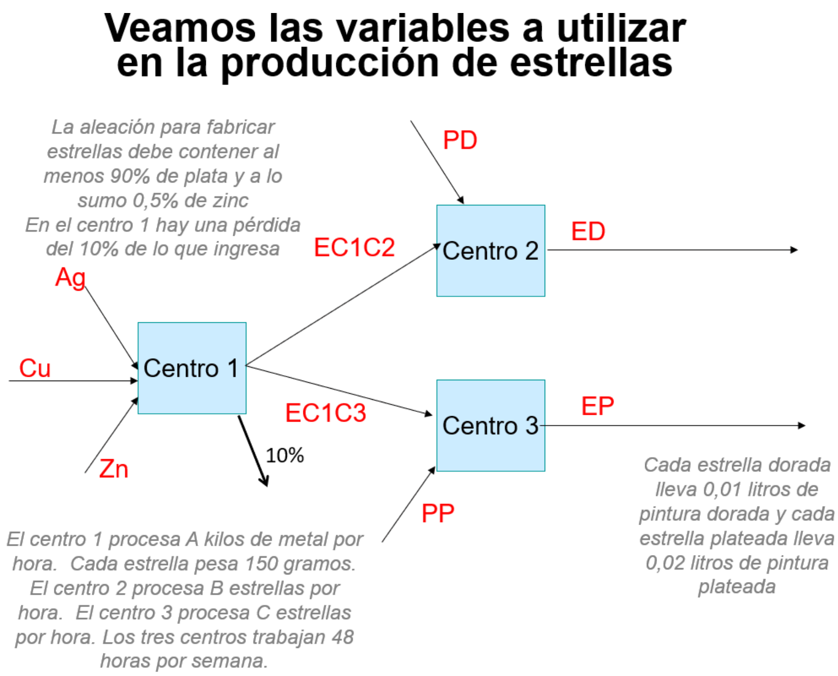
Ganar la mayor cantidad de dinero posible.

En otras situaciones puede ocurrir que determinar el objetivo les tome mucho mas trabajo. tanto puede ser porque se les ocurre más de uno y no saben cual seria mejor, como puede suceder que no se les ocurra ninguno.

Variables

Son fáciles de encontrar en este caso, siguiendo las flechas de mi diagrama empiezo a encontrar varias. Más adelante vamos a ver casos en que algunas variables las encontramos en seguida y otras nos cuesta más verlas.

Una posible solución:
Definición de variables:
Ag: cantidad usada de Plata (kg/sem)
Cu: cantidad usada de Cobre (kg/sem)
Zn: cantidad usada de Zinc (kg/sem)
MC1Cj: Estrellas que salen del C1 y van al Cj (estrellas/sem)
PP: cantidad usada de Pintura plateada (litros/sem)
PD: cantidad usada de Pintura dorada (litros/sem)
EP: cantidad fabricada de Estrellas plateadas (estrellas/sem)
ED: cantidad fabricada de Estrellas doradas (estrellas/sem)



Son muy importantes las variables EC1C2 y EC1C3 porque son las que conectan un centro con el otro, porque la manera de plantear el problema es centro por centro, pero necesitamos las variables de conexión a fines de que quede todo como parte de un mismo modelo y no como 3 modelos desconectados.

Centro 1

¡Típico centro de mezcla!

Relación Entrada/Salida (E/S):
$0,9 (Ag + Cu + Zn) = 0,150 (EC1C2 + EC1C3)$
Disponibilidad de Materia Prima:
$Ag \leq D \qquad Cu \leq E \qquad Zn \leq F$
Mezcla a la entrada:
$Ag \geq 0,9 (Ag + Cu + Zn) \qquad Zn \leq 0,005 (Ag + Cu + Zn)$

Tenemos dos inecuaciones porque tenemos dos condiciones de mezcla. Como ejercicio piensen cómo serían las restricciones de su trago preferido: van a comprobar que son muchas más.

Un error común es pensar que el porcentaje de cada componente tiene que ser una variable del problema y esto nos lleva inevitablemente a multiplicar variables y, si recuerdan los principios de la programación lineal sabrán que eso no se debe hacer dado que nos saca de programación lineal y nos impide usar los algoritmos y soft disponibles para programación lineal.

Por si alguno no visualiza el producto de variables les mostramos como seria: me quedaría ~~(Ag / (Ag+Cu+Zn)) = % de Ag,~~ siendo Ag, Cu, Zn, %de Ag–todas ellas variables. (lo tachamos para que no se les ocurra repetirlo en un modelo lineal porque no lo es)

Capacidad productiva:
(Ag + Cu + Zn) (KG/SEM) $\leq$ A (KG/H) 48 (H/SEM)

Centro 2

Aquí no hay mezcla

Relación Entrada/Salida (E/S):
EC1C2 = ED
Uso de pintura:
PD (L/sem) = 0,01 (L/Estrella) ED (Estrella/sem)
Disponibilidad de Pintura dorada:
PD (L/sem) $\leq$ G (L/sem)
Capacidad productiva:
(EC1C2) (Estrella/sem) $\leq$ B (Estrella/H) 48 (H/sem)

Noten que contar con un rotulo al lado de cada ecuación facilita comprender y revisar el trabajo hecho, una de las ventajas de los rótulos de cada ecuación es que me ayudan a darme cuenta más rápido cuando he cometido un error, con todas las ventajas que eso tiene.

El centro 3 es similar al centro 2, cuando tengo centros que son similares un buen control es asegurarse que todos tengan la misma cantidad de ecuaciones.

Centro 3

Aquí tampoco hay mezcla

Relación Entrada/Salida (E/S):
EC1C3 = EP
Uso de pintura:
PP (L/sem) = 0,02 (L/Estrella) EP (Estrella/sem)
Disponibilidad de Pintura plateada:
PP (L/sem) $\leq$ H (L/sem)
Capacidad productiva:
(EC1C3) (Estrella/sem) $\leq$ C (Estrella/H) 48 (H/sem)

Al problema anterior le agregamos lo siguiente:

En vez de venderlas de manera individual, las estrellas doradas y plateadas se venden en dos tipos de presentación llamadas "Tegui" y "Dona".

La presentación "Tegui" consiste en vender 3 estrellas doradas y 2 plateadas en una caja. Cada caja de "Tegui" se vende a \$A1 y su demanda al fin de la semana será de A2 cajas.

La presentación "Dona" tiene también 5 estrellas en una caja (4 plateadas y 1 dorada). Cada caja de "Dona" se vende a \$T1 y su demanda al fin de la semana será de T2 cajas.

NOTA: \$A1, A2, \$T1, T2 son constantes conocidas

Como no me dicen si las demandas son de igual, de máximo o de mínimo voy a adoptar la hipótesis de que son de máximo.

No vamos a hacer un nuevo modelo, no se justifica de ninguna manera. Conviene decir que cuando agrego algo al modelo, trato de modificar lo menos posible lo existente, para evitar generar errores en lo que ya tengo hecho.

Tenemos que separar las estrellas doradas y plateadas en las que van para Tegui y las que van para Dona

Entonces tenemos que definir más variables:

EPTegui: cantidad de estrellas plateadas usadas para armar cajas de tipo Tegui (estrellas/sem)
EPDona: cantidad de estrellas plateadas usadas para armar cajas de tipo Dona (estrellas/sem)
EDTegui: cantidad de estrellas doradas usadas para armar cajas de tipo Tegui (estrellas/sem)
EDDona: cantidad de estrellas doradas usadas para armar cajas de tipo Dona (estrellas/sem)
Tegui: cantidad de cajas de tipo Tegui armadas (cajas/sem)
Dona: cantidad de cajas de tipo Dona armadas (cajas/sem)

División estrellas doradas y plateadas para Tegui y Dona:
EP = EPTegui + EPDona
ED = EDTegui + EDDona

Demanda de caja Tegui
Tegui (cajas/sem) $\leq$ A2 (cajas/sem)
(si suponemos demanda máxima, en el caso en el cual supongamos demanda mínima hay que poner $\geq$)

Demanda de caja Dona
Dona (cajas/sem) $\leq$ T2 (cajas/sem)
(si suponemos demanda máxima, en el caso en el cual supongamos demanda mínima hay que poner $\geq$)

Cajas Tegui y Dona a vender

Este proceso es un armado

¿Por qué este proceso es un armado?

Porque puedo discriminar en el producto final (cajas) los elementos que la componen (estrellas)

En el armado es muy importante asegurar que cada componente esté presente en el producto final en la cantidad requerida

Si tuviéramos un problema en el cual hay que armar muñecos y cada muñeco tiene 1 cabeza, 1 torso, 2 piernas y 2 brazos, no podemos sumar la cantidad de piezas y decir que el muñeco tiene que tener 6 de esas piezas, porque podría armar un muñeco con 3 cabezas y 3 piernas. Tenemos que poner una restricción para el componente cabeza que asegure que hay una cabeza por muñeco, otra que asegure que hay un torso por muñeco, otra que asegure que hay dos brazos por muñeco y una que asegure que hay dos piernas por muñeco.

Por eso hay que poner una restricción por componente

Armado de caja Tegui
EDTegui (estrellas/sem) = 3 (estrellas/caja) Tegui (cajas/sem)
EPTegui (estrellas/sem) = 2 (estrellas/caja) Tegui (cajas/sem)

Armado de caja Dona
EDDona (estrellas/sem) = 1 (estrellas/caja) Dona (cajas/sem)
EPDona (estrellas/sem) = 4 (estrellas/caja) Dona (cajas/sem)

Un error muy común es plantear una ecuación de este tipo:

Tegui = 3 EDTegui + 2 EPTegui

Antes de seguir analicen las unidades de cada lado, a la izquierda tienen cajas Tegui por semana, pero a la derecha tienen un conglomerado de unidades diversas, me doy cuenta que vengo mal.

Ahora voy a usar el mismo ejemplo que antes supongo que quiero hacer 100 cajas me va a quedar: 100 = 3*300 + 2*200

Es decir que ni las unidades ni los valores son coherentes, vengo muy mal. Por eso esta manera de plantearlo no sirve.

Todavía nos falta la función objetivo (también llamado Z)

Como tenemos algunas cosas que representan ganancias y otras que representan costos, podemos armar una función lineal de beneficio (ganancias – costos):

MAX Z = $A1 Tegui + $T1 Dona - $P1 Ag - $P2 Cu - $P3 Zn - $P4 PD - $P5 PP

¿Qué nos queda de esta clase?

- Supuestos básicos necesarios para formular un modelo matemático lineal con variables continuas (parte 1)
- Modelización matemática de centros de producción (parte 2)
- Modelización matemática de Mezcla y Armado (parte 2)