Coloquios

Created	@July 1, 2022 9:24 PM
Class	Modelos y Optimización I
Type	Resuelto
Completed	☐
Status	Cursada aprobada

▼ Coloquio NN

Una empresa de telefonía celular decidió colocar antenas en una nueva área a la cual quiere prestar servicios. Esa área es la que vemos en la figura de la derecha (en donde hay dibujadas casas, hay un vecindario). Si se coloca una antena en una celda, dará servicio a 9 celdas (la celda en la cual se coloca y las 8 que la rodean). Por ejemplo, si se instala una antena en B2 brindará servicios a A1, B1, C1, A2, B2, C2, A3, B3 y C3.

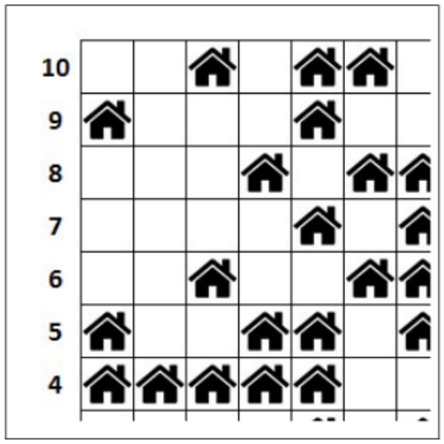
La empresa reconoce que es muy difícil brindar servicio a todos los vecindarios y además colocar las antenas sale muy caro, así que quiere brindar servicio a por lo menos el 70% de los vecindarios. ¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?.

Se pide:

A1. Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima

A2. José Movicom propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema: *Colocar las antenas en las celdas que tengan más vecindarios en las 8 celdas que las rodean*. Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3. Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Movicom.



Análisis previo

Se trata de un problema de cubrimiento con solapamiento, ya que una casa podría recibir señales de más de una antena. Tiene una demanda mínima de cubrir al menos el 70% de las casas.

Objetivo

Determinar en qué celdas instalar las antenas para minimizar la cantidad de antenas instaladas durante un determinado periodo de tiempo.

Hipótesis

- Todas las antenas brindan la misma calidad de señal
- La disposición de vecindarios y antenas es exacta
- No hay antenas defectuosas
- Se pueden colocar todas las antenas que se necesiten
- Se puede colocar una antena en la misma celda que hay un vecindario

Variables

Yij	Vale 1 si se coloca una antena en la celda ij. 0 sino
YVij	Vale 1 si hay un vecindario en la celda ij. 0 sino
YVAij	Vale 1 si se coloca una antena en el vecindario de la celda ij. 0 sino
YVCij	Vale 1 si el vecindario de la celda ij esta cubierto. 0 sino

Modelo

Funcional

$$MIN \rightarrow Z = \sum_{i=1}^{7} \sum_{j=i}^{7} Y_{ij}$$

Cantidad de antenas que se colocan

$$\sum_{i=1}^{7} \sum_{j=i}^{7} Y_{ij} \leq 49$$

Cantidad de vecindarios

$$\sum_{i=1}^{7}\sum_{j=i}^{7} YV_{ij} \leq 22$$

Vecindarios con antena

$$YVA_{ij} \leq YV_{ij} + Y_{ij} \leq 2 * YVA_{ij}$$

Vecindarios cubiertos por la antena

$$YVA_{ij} \leq YVC_{ij}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i+1,j+1}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i+1,j-1}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i-1,j-1}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i-1,j+1}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i,j+1}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i,j-1}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i+1,j}$$

$$YVA_{ij} \leq YVC_{i-1,j}$$

Al menos el 70% de los vecindarios debe estar cubierto

$$0.7 * 22 \approx 15 \leq \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{7} YVC_{ij}$$

Inconvenientes de la Heuristica propuesta por Movicom

No tiene en cuenta el objetivo que es el de colocar la menor cantidad de antenas, no establece ningún tipo de corte. Particularmente no tiene en cuenta que con tener el 70% de vecindarios cubierto alcanza. No aclara qué debe suceder en caso de empate. No tiene en cuenta que al colocar una antena habrá vecindarios que ya están cubiertos por otra antena.

Heurística de construcción

1. VecindariosCubiertos = 0
2. X = 9
3. Mientras haya vecindarios sin cubrir:
    a. Selecciono la celda que tenga X vecindarios sin cubrir. En caso de empate elijo la celda que tenga menor i y j, donde i,j es la posición en la grilla (con i=1, j=1 en el extremo izquierdo inferior). Si no hay una celda con esa cantidad, hago X -= 1 y vuelvo a 3.
    b. Coloco una antena en dicha celda.
    c. Marco como cubiertos a los vecindarios vecinos de esa celda y a la misma celda si contiene un vecindario.
    d. VecindariosCubiertos += X.
    e. Si VecindariosCubiertos ≥ 15 corto el ciclo. Sino, vuelvo a 3.
4. FIN

Resolviendolo con esta heurística el resultado sería:

- Se colocan antenas en las celdas (4,2), (6,4) y (4,6) y se cubrirían 16 vecindarios.

Una empresa fabrica y vende tres productos a partir de dos recursos (R1 y R2). Tiene además una demanda mínima de X1 y una demanda máxima de X2. A continuación el modelo de programación lineal continua que utiliza (maximiza el beneficio total):

X1 >= 4 (un X1/mes); X2 <= 10 (un. X2/mes); 2 X1 + 3 X2 + 4 X3 <= 38 (kg. de R1/mes);
4 X1 + 2 X2 + 2 X3 <= 40 (kg. de R2/mes); Z = 5 X1 + 10 X2 + 12 X3 (MAXIMO)

Optima Directo 5 10 12

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
5	X1	4	1	0	0	-1	0	0	0
0	X5	0	0	0	-4/3	-2/3	1	-1/3	0
10	X2	10	0	1	4/3	2/3	0	1/3	0
0	X7	4	0	0	2/3	8/3	0	-2/3	1
	Z=	120	0	0	4/3	5/3	0	10/3	0

Optima Dual -4 10 38 40

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
0	Y7	4/3	0	4/3	0	-2/3	0	-4/3	1
-4	Y1	5/3	1	2/3	0	-8/3	1	-2/3	0
38	Y3	10/3	0	1/3	1	2/3	0	-1/3	0
	Z=	120	0	0*	0	-4	-4	-10	0

B1. Sabiendo que el precio de venta del producto X1 es de $10 por unidad ¿cuánto conviene pagar, como máximo, por conseguir una unidad de X1 lista para vender?

B2. Aparece la posibilidad de conseguir 5 kilos de R1 pagando $3 por cada uno ¿es conveniente?. Si lo es ¿cómo queda el plan de producción luego de comprarlos?. Si no lo es ¿cuál es el precio máximo que pagaría para comprar un kilo de R1?.

NOTA: Los puntos B1 y B2 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

Modelo

$X1 \geq 4$

$X2 \leq 10$

$2X1 + 3X2 + 4X3 \leq 38$

$4X1 + 2X2 + 2X3 \leq 40$

$Z = 5X1 + 10X2 + 12X3 \rightarrow MAX$

Modelo normalizado

$X1 - X4 + \mu = 4$

$X2 + X5 = 10$

$2X1 + 3X2 + 4X3 + X6 = 38$

$4X1 + 2X2 + 2X3 + X7 = 40$

$Z = 5X1 + 10X2 + 12X3 - M\mu \rightarrow MAX$

Relación entre variables

Cantidad de X1 a fabricar	X1	Y5	Costo de oportunidad de X1
Cantidad de X2 a fabricar	X2	Y6	Costo de oportunidad de X2
Cantidad de X3 a fabricar	X3	Y7	Costo de oportunidad de X3
Excedente de demanda mínima	X4	Y1	Valor marginal de producción mínima
Sobrante de demanda máxima	X5	Y2	Valor marginal de producción máxima
Sobrante de recurso R1	X6	Y3	Valor marginal de R1
Sobrante de recurso R2	X7	Y4	Valor marginal de R2

Análisis previo

De la tabla óptima directa vemos que se van a producir 4 unidades de X1 y 10 de X2 (exactamente la demanda máxima), el recurso R1 está saturado y hay sobrante (4kg) de R2

Además, el valor marginal de producción mínima es 5/3, o sea que el funcional va a mejorar 5/3 por cada unidad menos que se afloje en la restricción; el valor marginal del recurso R2 es 10/3 o sea que el funcional va a mejorar en 10/3 por cada unidad de más que se tenga de recurso. La producción de producto X3 tiene un costo de oportunidad de 4/3, es decir que el funcional va a disminuir en 4/3 por cada unidad extra que se fabrique de X3.

Sabiendo que el precio de venta del producto X1 es de $10 por unidad ¿cuánto conviene pagar, como máximo, por conseguir una unidad de X1 lista para vender?

Primero tenemos que evaluar el rango de variación del C de la demana mínima en la tabla dual, para ver si los valores marginales siguen siendo iguales al relajar la restricción en una unidad:

			-C1	10	38	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y7	4/3	0	4/3	0	-2/3	0
-C1	Y1	5/3	1	2/3	0	-8/3	1
38	Y3	10/3	0	1/3	1	2/3	0
	Z-C	120	0		0		

Como el problema dual es de mínimo, todos los Zj-Cj deben ser menor o igual a 0 $\Rightarrow$

- $-2C_1/3 + 38/3 - 10 \leq 0 \Rightarrow C \geq 4$
- $8C_1/3 + 76/3 - 40 \leq 0 \Rightarrow C \leq 5.5$
- $-C_1 \leq 0 \Rightarrow C \geq 0$
- $2C_1/3 - 38/3 \leq 0 \Rightarrow C \leq 19$

Entonces, $4 \leq C \leq 5.5$

El caso que nos plantean implica reducir la restricción en una unidad, es decir que C = 3, pero con este cambio la tabla dejaría de ser óptima. Evaluamos que sucede si C = 3:

			-3	10	38	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y7	4/3	0	**4/3**	0	-2/3	0
-3	Y1	5/3	1	2/3	0	-8/3	1
38	Y3	10/3	0	1/3	1	2/3	0
	Z-C		0	2/3	0	-22.7	-3

Haciendo entrar a Y2 y quitando a Y7 $\Rightarrow$

			-3	10	38	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
10	Y2	1	0	1	0	-1/2	0
-3	Y1	1	1	0	0	-7/3	1
38	Y3	3	0	0	1	5/6	0
	Z-C	121	0	0	0	-107/3	-3

Llegamos a una tabla óptima donde el funcional es igual a 121 (mayor al funcional anterior), entonces en este caso para que convenga comprar producto X1, su precio debería ser como máximo $11 porque si lo compramos lo vamos a vender a $10 sumado al peso que ganamos por relajar la restricción.

La tabla original tenía una solución alternativa, evaluamos que sucede allí:

			-4	10	38	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y7	4/3	0	4/3	0	-2/3	0
-4	Y1	5/3	1	2/3	0	-8/3	1
38	Y3	10/3	0	1/3	1	2/3	0
	Z-C	120	0	0*	0	-4	-4

Entra Y2 y sale Y7

			-4	10	38	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
10	Y2	1	0	1	0	-1/2	0
-4	Y1	1	1	0	0	-7/3	1
38	Y3	3	0	0	1	5/6	0
	Z-C	120	0	0	0	-4	-4

En este caso, el valor marginal de X1 será igual 1, esto quiere decir que el funcional va a mejorar en una unidad si se relaja la restricción en una unidad. Reemplazando C1 por 3:

			-3	10	38	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
10	Y2	1	0	1	0	-1/2	0
-3	Y1	1	1	0	0	-7/3	1
38	Y3	3	0	0	1	5/6	0
	Z-C	120	0*	0	0	-19/3	-3

La solución sigue siendo óptima.

En conclusión: se comprueba que para ambas soluciones el precio máximo debera ser $11 para que convenga comprar una unidad de X1.

Aparece la posibilidad de conseguir 5 kilos de R1 pagando $3 por cada uno ¿es conveniente?. Si lo es ¿cómo queda el plan de producción luego de comprarlos?. Si no lo es ¿cuál es el precio máximo que pagaría para comprar un kilo de R1?

Conseguir 5kg es lo mismo que aumentar C3 a 43, veo que pasa en la dual original:

			-4	10	43	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y7	4/3	0	4/3	0	-2/3	0
-4	Y1	5/3	1	2/3	0	-8/3	1
43	Y3	10/3	0	**1/3**	1	2/3	0
	Z-C	120	0	5/3	0	-2/3	-4

Entra Y2 y sale Y3 (coincide con la solución alternativa):

			-4	10	43	40	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y7	-12	0	0	-4	-10/3	0
-4	Y1	-5	1	0	-2	-4	1
10	Y2	10	0	1	3	2	0
	Z-C	120	0	0	-5	-4	-4

Es óptima, el funcional quedaría 120-3*5 = 105 ⇒ no conviene

▼ 08/03/2021

Una empresa del rubro alimentario llamada “Idus” fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2. Para el producto X2 tiene pedidos que tiene que entregar sí o sí por 10 unidades cada mes. A continuación el planteo del problema y las tablas óptimas del directo y del dual:

2 X1 + 2 X2 <= 80 (kilos de R1/mes)

X1 + 2 X2 <= 50 (kilos de R2/mes)

X2 >= 10 (unidades/mes)

Z = 60 X1 + 40 X2 (MAXIMO)
(60 es el precio de venta de X1 y 40 es el precio de venta de X2)

Optima Directo 60 40

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z=	2200	0	0	30	0	20

Optima Dual 80 50 -10

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	2200	0	0*	0	-30	-10

1) Si se pudiera comprar producto X2 ya procesado y listo para vender (el producto comprado es idéntico al que fabrica Idus) ¿a qué precio –como máximo- convendría pagarlo?. ¿Cuántas unidades de X2 conviene comprar si se consigue alguien que se las vende a Idus a un precio igual al 90% del precio máximo que acabamos de obtener?

2) Volviendo al planteo original del problema que está en el enunciado, Idus tiene la posibilidad de conseguir kilos de R1 pagándolos con unidades de X2. Cada kilo que consiga de R1 lo tiene que pagar entregando 2 unidades de X2 (por ejemplo, si a Idus le venden 3 kg. de R1, entonces Idus tiene que fabricar 16 como mínimo de X2). Te pedimos que nos digas si la alternativa es conveniente y, si conviene, cuántos kilos conviene conseguir de R1 y cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta alternativa. Si no conviene, justificá la respuesta.

NOTA: Los puntos B1 y B2 se contestan en forma independiente.
Detalle los cálculos efectuados.
Para aprobar al menos uno de los puntos debe estar Bien y el otro no puede estar Mal

---

Normalización de restricciones

2X1 + 2X2 + X3 = 600

X1 + 2X2 + X4 = 50

X2 - X5 + μ = 10

MAX → Z = 60X1 + 40X2 - Mμ

Relación de variables

Cantidad de producto X1 a fabricar	X1	Y4	Costo de oportunidad de producto X1
Cantidad de producto X2 a fabricar	X2	Y5	Costo de oportunidad de producto X2
Sobrante de recurso R1	X3	Y1	Valor marginal de recurso R1
Sobrante de recurso R2	X4	Y2	Valor marginal de recurso R2
Excedente de producción mínima	X5	Y3	Valor marginal de producción mínima

Según las tablas óptimas, se producirán 30 unidades de X1 y 10 de X2 (o sea justo la demanda mínima), no sobrará nada de los recursos y se alcanzará una ganancia máxima de $2200.

El valor marginal de R1 es 30, o sea que el funcional mejoraría en 30 unidades si se consiguiera una unidad más del recurso. El valor marginal de producción mínima es 20, o sea que el funcional mejoraria en 20 unidades si se disminuyera la demanda mínima en una unidad.

1. Si se pudiera comprar producto X2, convendría que su valor sea inferior a $60 porque el valor marginal de producción mínima es 20 y la ganancia por venderlo es de $40. O sea que si se relaja la restricción y se venden unidades de X2 compradas, el funcional va a aumentar en 60 unidades, pero si el costo de comprar de ese producto es mayor, no nos va a convenir porque el funcional va a terminar siendo menor a $2200.

   Suponiendo que las conseguimos a $54 (el 90% de $60). Busco el rango de variación de C3 en la tabla óptima dual para ver cuánto se puede relajar la restricción tal que siga conviniendo comprar en vez de producir:

			80	50	-C3		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A!
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-C3	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=		0	-10-C3	0	-40-C3	C:

   Como el dual es un problema de mínimo, todos los Zj-Cj deben ser menor o igual a 0 ⇒

   - -10+C3 ≤ 0 sii C3 ≤ 10
   - -40+C3 ≤ 0 sii C3 ≤ 40
   - C3 ≥ 0

   ⇒ 0 ≤ C3 ≤ 10

   O sea que C3 puede variar entre 0 y 10 y la tabla seguirá siendo óptima, entonces se podrán comprar hasta 10 unidades de X2 sin que cambien los valores marginales. Entonces, si se compran las 10 unidades de X2, se gastarán $540 y se ganarán por su venta $600 ⇒ la ganacia final será de $60. Conviene comprar y vender las 10 unidades.

   Notas:
   ● Existe algún escenario en el que me convenga seguir comprando producto X2 ya habiendo comprado los 10 de la demanda mínima?
   Si, si puedo comprarlo a menos de $40 (la cota superior es $40) -> compro a un precio, revendo a un precio mayor y listo. La ganancia obtenida por vender X2 una vez comprados los 10 de la demanda mínima es $40 (solo lo que obtengo de la venta, sin el valor marginal)
   ● En el caso de que vendan producto X2 a menos de $40, ¿cuánto compro?
   Lo que de tomando dos hipótesis:
   ■ Puedo vender todo lo que quiera
   ■ Puedo comprar todo lo que quiera a ese precio

2. El recurso R1 está saturado, por lo que, en principio, va a convenir hacer el intercambio. Se debe verificar que el valor de que lo que entreguemos sea menor que el valor de lo que recibamos. En este caso, la cantidad que recibamos de R1 multiplicado por su valor marginal (30) debe ser mayor a la cantidad que entreguemos de X2 por su valor marginal (20) *(*por que valor marginal y no el valor al que lo venderiamos?)*. Ahora, si se recibe 1kg extra de R1, entonces ganariamos $30, pero tendríamos que entregar 2 unidades de X2 o sea que perderíamos $40. En este caso no convendría hacer el intercambio.

   En la tabla óptima dual hay soluciones alternativas óptimas, por lo que se va a evaluar que sucede en la solución alternativa

			80	50	-10		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	2200	0	0*	0	-30	-10

			80	50	-10		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
50	Y2	60	2	1	0	-1	0
-10	Y3	80	2	0	1	-2	1
	Z=	2200	0*	0	0	-30	-10

Vemos que el valor marginal de la producción mínima aumenta a 80 ⇒ no conviene.

Como decía el benemérito Dr. Cureta: ¡¡Vamos a vacunar!!!

Contamos con la siguiente Información: una lista de ciudades de una provincia (supongamos cuatro para no hacerlo tan largo), para cada ciudad tenemos la cantidad de habitantes, cantidad de personal de salud, cantidad de docentes (tanto el personal de salud como los docentes están incluidos en el total de habitantes).

Ciudad	**Cantidad de habitantes**	**Cantidad de personal de salud**	**Cantidad de docentes**
Uno	A1	B1	1350
Dos	45600	B2	C2
Tres	A3	5560	C3
Cuatro	A4	B4	567

A1, B1, B2, A3, C2, C3, A4, B4 son constantes conocidas

La provincia dispone de dos tipos de vacuna A y B, Cuenta con X cajas de vacuna A y con Y cajas de vacuna B *(considerar que X e Y son constantes conocidas)*. La vacuna A viene en cajas de 803 vacunas cada una y la vacuna B en cajas de 419 vacunas, cuando se abre una caja se debe utilizar completamente para que no se corte la cadena de frio.

Se sabe que las vacunas no alcanzan siquiera para todo el personal de salud además de los docentes, pero se quiere hacer el reparto de la mejor forma posible. Lo más prioritario es el personal de salud.

¿Qué es lo mejor que pueden hacer los responsables de Salud con la información disponible?

a) Analizá este problema, planteando las hipótesis importantes. Modelizá el problema de tal manera que el modelo pueda resolverse con métodos de Programación **Lineal**. Si este punto no es lineal, el examen está insuficiente.

b) Planteá una heurística de construcción para resolver el problema. Recordá que tu heurística debe tender al mejor resultado.

Formulá tu heurística de acuerdo con el objetivo del modelo que realizaste en el punto anterior.

NOTA: Para aprobar, ambos puntos debe estar al menos Bien- (Bien menos)

Análisis previo

Se quiere repartir la mayor cantidad de vacunas entre los habitantes de cada ciudad sabiendo que las vacunas se reparten en cajas tal que si se abre la caja, se debe utilizar completamente para que no se pierda la cadena de frío. Además, debe darse prioridad al personal de salud. Se trata de un problema de ??

Objetivo

Determinar la cantidad de cajas que deben repartirse a cada ciudad para minimizar la diferencia entre gente vacunada y no vacunada entre las distintas ciudades en un determinado período de tiempo.

Hipótesis

- Una caja puede ir a una única ciudad, no se pueden repartir vacunas de una misma caja entre distintas ciudades.
- No hay vacunas falladas.
- Las cantidades de habitantes, vacunas y cajas son constantes y exactas.
- Los docentes se pueden vacunar solo si ya se vacunó todo el personal de salud
- Los habitantes que no son docentes ni personal de salud solo podran vacunarse luego que hayan sido vacunados todos los docentes
- Las vacunas que sobren dentro de una misma ciudad, serán desechadas.
- Todos los habitantes están dispuestos a vacunarse.
- Cada vacuna puede ser aplicada a una única persona.
- Cada persona puede recibir una única dosis.
- Una persona puede vacunarse con A o con B indistintamente.

Variables

Cji	Cantidad de cajas de tipo j que van a la ciudad i	Entera
Si	Cantidad de personal de salud vacunado en la ciudad i	Exacta
Di	Cantidad de docentes vacunados en la ciudad i	Exacta
Hi	Cantidad de habitantes ordinarios vacunados en la ciudad i	Exacta
Ys_i	Vale 1 si se vacunó a todo el personal de salud de la ciudad i	Bivalente
Yd_i	Vale 1 si se vacunó a todos los docentes de la ciudad i	Bivalente
Pi	Proporción de vacunados de la ciudad i	
Max	Máxima proporción de vacunados	
Min	Mínima proporción de vacunados	

Modelo

<u>Cantidad de cajas necesarias</u>

Ca_i ≥ (Si + Di + Hi)/803

$Cb\_i \geq (Si + Di + Hi)/419$

$Ca\_1 + Ca\_2 + Ca\_3 + Ca\_4 \leq X$

$Cb\_1 + Cb\_2 + Cb\_3 + Cb\_4 \leq Y$

El personal de salud tiene prioridad

$Yd\_i \leq Ys\_i$

El personal docente tiene segunda prioridad

$Hi \leq Yd\_i*(Ai-Bi-Si)$

Todo el personal de salud es vacunado

Si $Ys\_1 = 1 \Rightarrow S1 = B1$

$Ys\_i*Bi \leq Si$

Todo el personal docente es vacunado

$Yd\_i*Ci \leq Di$

Cantidad de vacunados

$0 \leq Si \leq Bi$

$0 \leq Di \leq Ci$

Máxima y mínima proporción

$Pi = (Si + Hi + Di)/Ai$

$MAX \geq Pi$

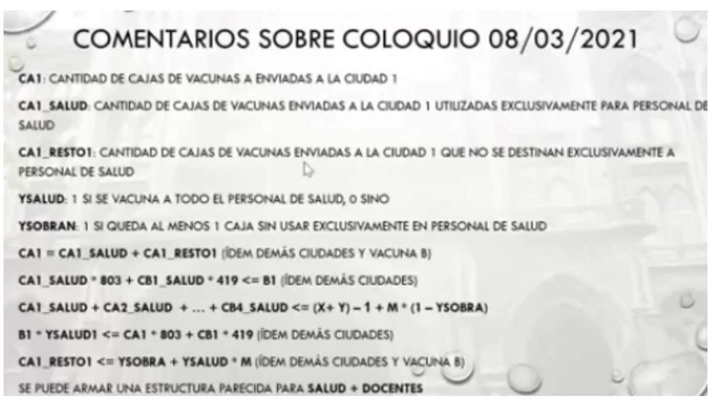
$MIN \leq Pi$

Funcional

$$MIN \rightarrow Z = MAX - MIN$$

Heurística

:)



El problema pide equidad, es decir que no se pide que se vacune si o si a todo el personal de salud antes de vacunar al resto, sino que el reparto sea equitativo.

▼ 09/02/2022

A En una provincia están construyendo una red de autopistas y ya se sabe qué ciudades estarán unidas por la autopista una vez que se terminen las obras. Esas ciudades son cinco (las llamaremos 1, 2, 3, 4 y 5). Lo que aún no está definido es cuáles son los tramos que se construirán, solamente se sabe que cada una de las ciudades tiene que estar conectada como mínimo con otras dos de las cinco ciudades.
Se conocen las constantes **Kij** que representan la cantidad de kilómetros que tendrá el tramo de la autopista que une las ciudades i y j, si es que se construye.
El costo de construcción es de **$K** el kilómetro, la planificación es anual, no se comienza a construir un tramo si no se sabe que se lo podrá terminar ese mismo año.
Para construir la autopista se dispone para el primer año de **$AN1** y para el segundo año de **$AN2**. Se sabe además que cada tramo que se construye mejora, en alguna medida el comercio y el bienestar de la población. Se calcula que un 5% de la mejora en el comercio se podrá invertir en el presupuesto para las obras del año siguiente a terminarse ese tramo (se recauda vía impuestos). Los datos de mejora del comercio y de mejora del bienestar, están asociados a pares de ciudades. Las constantes **Aij** indican la mejora en el comercio entre las ciudades i y j cuando estén conectadas por autopista y las constantes **Bij** indican el incremento de bienestar en las ciudades i y j cuando estén conectadas por autopista.
NOTA: Kij, $K, $AN1, $AN2, Aij y Bij son constantes conocidas
¿Qué es lo mejor que puede hacer el gobierno de la provincia con la información disponible?. Se pide:
A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima. **Si este punto no es lineal, el examen estará insuficiente.** NO SE PUEDE CAMBIAR EL NOMBRE DE LAS CONSTANTES DEL ENUNCIADO.
A2 El secretario de Transporte de la provincia propuso la siguiente heurística:
Se toman las ciudades por orden alfabético
Mientras quede dinero en el presupuesto
    Se construye el tramo que une a la ciudad con aquella que mejore más el bienestar.
    Se toma a la ciudad a la cual llegó la autopista como el origen del próximo tramo a construir
Fin Mientras
Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene. Si no funciona bien en este caso ¿qué condiciones se deberían dar para que funcione bien?
A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

A1

Análisis previo

Es un problema de cobertura de conjuntos??? donde se quiere cubrir distancias entre ciudades con la restricción de que todas las ciudades se unan al menos a otras dos. La construcción de caminos está limitada por el costo que conlleva, además tiene la particularidad de que por cada tramo construido mejoran el comercio y el bienestar de la población; y el 5% de la mejora de comercio de un año se puede invertir en la construcción de obras del año siguiente.

Objetivo

Determinar qué autopistas se deben construir para maximizar las mejoras para la población durante un período de dos años.

Hipotesis

- La mejora en el comercio y en el bienestar se miden monetariamente
- Un tramo de autopista entre dos ciudades está constituido por Kij km
-

Variables

Yij	Vale 1 si se construye una autopista entre las ciudades i y j. 0 sino

Modelo

Funcional

$$MAX \rightarrow Z = \sum (A_{ij} + B_{ij}) * Y_{ij}$$

Cada ciudad debe estar conectada con al menos otras dos ciudades

$$2 \leq \sum_{j=1}^{5} Y_{ij}$$

Para cada i = {1, 2, 3, 4, 5}

Simetría de distancias

$$Y_{ij} = Y_{ji}$$

Costos

$$\sum \$K * K_{ij} * Y_{ij} \leq \$AN1$$

$$\sum \$K * K_{pq} * Y_{pq} \leq \$AN2 + 0.05 * \sum A_{ij} * Y_{ij}$$

con ij ≠ pq

A2

- No tiene en cuenta la mejora en el comercio
- No tiene en cuenta el costo por tramo
- No tiene en cuenta que todas las ciudades deben conectarse a otras dos
- No define desempate si hay dos ciudades que mejoran igual el bienestar

A3

1. Se ordenan los tramos de mayor a menor por la relación

   (Mejora bienestar + Mejora comercio)/CostoTramo

   donde CostoTramo es $K*Kij

   En caso de empate ordeno por orden alfabético según la ciudad de origen.
2. Mientras haya ciudades sin conectar con otras dos ciudades:
   a. Si el presupuesto alcanza para construir el primer tramo
      i. Construir el primer tramo, quitarlo de la lista.
      ii. Agregarles una conexión a ambas ciudades.
   b. Sino, tomar el siguiente tramo y volver a *a)*.
3. Mientras haya tramos:

   Mientras haya presupuesto:

      Construir el tramo y marcarlo como construido

B) Nuestra empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2. Además tenemos una serie de pedidos comprometidos de X2 que suman 10 unidades por mes. Aquí vemos el planteo del problema:
2 X1 + 2 X2 <= 80 (kg. R1/mes); X1 + 2 X2 <= 50 (kg. R2/mes); X2 >= 10 (unidades/mes)
Z = 30 X1 + 20 X2 (MAXIMO) (30 es el precio de venta de X1 y 20 es el precio de venta de X2)

Optima Directo

			30	20			
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
30	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
20	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z=	1100	0	0	15	0	10

Optima Dual

			80	50	-10		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	15	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	10	0	-1	1	-1	1
	Z=	1100	0	0*	0	-30	-10

Una famosa empresa amiga nos ofrece las siguientes alternativas, independientes una de la otra:

a) Nos vende unidades de X2 ya elaborado a $ 20,50 cada una. Esas unidades de X2 tienen las mismas características que las nuestras (es decir, podemos dárselas a los clientes en lugar de las que fabricamos nosotros) ¿Es conveniente comprar?. Si no es conveniente ¿por qué?. Si es conveniente, ¿cuántas unidades conviene comprar?.

b) Nos pide 3 unidades de X2 ya elaborado (es decir, aumenta en 3 la demanda mínima) ¿Cuál sería el precio mínimo que deberíamos cobrarle por cada unidad de X2 que nos pide para que nos convenga venderle esas 3 unidades?. Recuerde que actualmente se las estamos cobrando a 20 pesos.

Analice las dos alternativas, justificando sus respuestas. No es necesario que compare una alternativa contra la otra.

2X1 + 2X2 + X3 = 80

X1 + 2X2 + X4 = 50

X2 - X5 + u = 10

Z = 30X1 + 20X2 - Mu (MAX)

Cantidad de producto X1 a fabricar	X1	Y4	Costo de oportunidad de producto X1
Cantidad de producto X2 a fabricar	X2	Y5	Costo de oportunidad de producto X2
Sobrante de recurso R1	X3	Y1	Valor marginal de recurso R1
Sobrante de recurso R2	X4	Y2	Valor marginal de recurso R2
Excedente de producción mínima	X5	Y3	Valor marginal de producción mínima

A

Para saber si nos conviene comprar en vez de fabricar, analizamos el valor marginal de la demanda mínima en la tabla óptima dual. Tiene un valor de 10, o sea que el funcional mejoraría en 10 unidades si se relajara la demanda en una unidad. Además, X2 tiene un precio de venta de $20, o sea que si compraramos una unidad para vender directamente, en lugar de fabricarla, estaríamos ganando $20 + $10 - $20,50 = $9,50. Analizamos el rango de variación de la demanda mínima para ver cuánto conviene comprar tal que se mantengan los valores marginales:

			80	50	-C3		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	15	1	1/2	0	-1/2	0
-C3	Y3	10	0	-1	1	-1	1
	Z=	1200-10C3	0	-10-C3	0	-40-C3	-C3

- $-10-C3 \leq 0 \Rightarrow -C3 \leq 10$
- $-40-C3 \leq 0 \Rightarrow -C3 \leq 40$

$\Rightarrow 0 \leq C3 \leq 10$

O sea que convendrá comprar las 10 unidades de producto X2 y el funcional quedaría Z = 1200 - 10*20.5 + 10*20 = 1195

B

Analizo qué sucede con la tabla dual al aumentar la demanda en tres unidades:

			80	50	-13		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	15	1	**1/2**	0	-1/2	0
-13	Y3	10	0	-1	1	-1	1
	Z=	1070	0	3	0	-27	-13

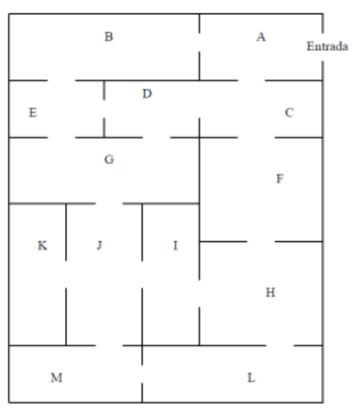
Haciendo entrar a Y2 a la base y quitando a Y1:

			80	50	-13		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
50	Y2	30	2	1	0	-1	0
-13	Y3	40	2	0	1	-2	1
	Z=	980	-6	0	0	-24	-13

Con esta tabla habría que venderle esas 3 unidades a, por lo menos, $60 c/u para que convenga

▼ 16/02/2022

A



El director de una galería de arte desea localizar cámaras de seguridad para vigilar todas las salas de la galería. En el gráfico que se presenta a la izquierda vemos la planta de la galería, con las puertas que unen distintas salas (por ejemplo, hay una puerta entre la sala A y la B, una puerta entre la sala G y la J, etc.). Una sala se considera vigilada si tiene una cámara instalada en una de sus puertas (por ejemplo, si se instala una cámara en la puerta entre las salas A y B, esa cámara vigila las dos salas). El director averiguó precios de cámaras y el modelo más económico, de los que le sirven para su galería, cuesta 2000 dólares por cámara instalada (incluye el sistema de vigilancia centralizado).
¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?
Se pide:
A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal. Es importante resolverlo con un modelo y no por tanteo en base a los datos del problema. **Si este punto no es lineal, el examen estará insuficiente**
A2 Thomas Crowne propone la siguiente heurística de construcción: Ordenar las salas de acuerdo con la cantidad de puertas que tienen de mayor cantidad de puertas a menor cantidad de puertas. Comenzar poniendo cámaras en las salas en ese orden hasta que todas las salas estén cubiertas.
Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene. ¿Qué condiciones se deberían dar para que funcione bien?
A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que Ud. criticó en el punto A2.

A1

Análisis

Es un problema de cobertura de conjuntos donde se quiere colocar cámaras tal que se puedan vigilar todas las salas teniendo en cuenta el costo por cámara instalada y la disposición de las puertas.

Objetivo

Determinar en qué puertas se deben colocar cámaras de vigilancia para minimizar el costo durante un determinado período de tiempo.

Hipotesis

- El costo de la colocación de una cámara es fijo
- Todas las cámaras graban con la misma calidad

- No hay cámaras defectuosas
- Una sala se considera vigilada si tiene una cámara instalada en al menos una de sus puertas

Variables

Yij	Vale 1 si se coloca una cámara en la puerta que une la sala i con la sala j. 0 sino.

i = j = {A, B, …, L}

Modelo

Funcional

$$Min \rightarrow Z = 2000 * \sum Y_{ij}$$

Todas las salas deben estar vigiladas por alguna cámara:

$$1 \leq Y_{AB} + Y_{AC}$$

$$1 \leq Y_{AB} + Y_{BE}$$

$$1 \leq Y_{AC} + Y_{CD} + Y_{CF}$$

$$1 \leq Y_{CD} + Y_{DE} + Y_{DG}$$

$$1 \leq Y_{BE} + Y_{DE} + Y_{EG}$$

$$1 \leq Y_{CF} + Y_{FH}$$

$$1 \leq Y_{EG} + Y_{DG} + Y_{GJ}$$

$$1 \leq Y_{FH} + Y_{HI} + Y_{HL}$$

$$1 \leq Y_{HI} + Y_{IJ}$$

$$1 \leq Y_{IJ} + Y_{GJ} + Y_{JK} + Y_{JM}$$

$$1 \leq Y_{JK}$$

$$1 \leq Y_{HL} + Y_{LM}$$

$$1 \leq Y_{LM} + Y_{JM}$$

A2

- No define qué hacer en caso de empate al ordernar por cantidad de puertas
- No es óptimo porque no evalúa si la sala ya está siendo vigilada por otra puerta
- No aclara en qué puerta se debe colocar la cámara
- Al comenzar por la sala con mayor cantidad de puertas, es posible que las que tengan menor cantidad provoquen que se coloquen más cámaras de las necesarias. Por ejemplo, si se colocara una cámara entre J y G, luego se tiene que colocar otra entre J y K porque K solo tiene una puerta y entonces J estaría doblemente cubierta.

A3

1. Ordenar las salas por cantidad de puertas de menor a mayor. En caso de empate, ordenar por orden alfabético.
2. Mientras haya salas sin vigilar:
    a. Si la sala tiene una sola puerta

        i. Colocar una cámara en la única puerta.
        ii. Marcar la sala actual y la contigua como vigiladas. Por ejemplo, si se coloca en la puerta que conecta K y J, se marcan K y J como vigiladas.
   b. Sino
      a. Si la sala tiene una única sala adyacente que aún no esta vigilada:
         i. Colocar una cámara en la puerta.
         ii. Marcar la sala actual y la adyacente como vigiladas.
      b. Sino:
         i. Colocar una cámara en la puerta cuya sala contigua tenga menor cantidad de puertas. En caso de empate, elegir por orden alfabético.
         ii. Marcar la sala actual y la adyacente como vigilada.

Con está heurística se deberían colocar 7 cámaras en las siguientes puertas:

A-B

C-F

D-E

G-J

K-J

I-H

L-M

B) Una empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2. Tiene pedidos comprometidos de X2 que suman 10 unidades por mes. A continuación, el planteo y solución del problema:
2 X1 + 2 X2 <= 80 (kg. R1/mes); X1 + 2 X2 <= 50 (kg. R2/mes); X2 >= 10 (unidades/mes)
Z = 60 X1 + 40 X2 (MAXIMO) (60 es el beneficio unitario de X1 y 40 es el beneficio unitario de X2)

Optima Directo 60 40

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z=	2200	0	0	30	0	20

Optima Dual 80 50 -10

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	2200	0	0*	0	-30	-10

B1) Se sabe que el beneficio de $40 para X2 se compone de un precio de venta de $60 y un costo de fabricación de $20. Nos ofrecen vendernos producto X2 ya elaborado (es igual al fabricado por la empresa) a $P por unidad. ¿Cuál debería ser el valor de P para que convenga comprar producto X2? Si nos lo venden a un precio menor que el que determinaste como conveniente ¿cuál sería la cantidad de producto X2 a comprar?

B2) Para este problema, se decide analizar la posibilidad de agregar un nuevo recurso (R6) para la producción de X1 y X2. El producto X1 consume 4 kg. de R6 por unidad y X2 consume 1 kg. de R6 por unidad. Existe una disponibilidad de 140 kg. de R6 por mes y se pagan 5 $/kg. consumido de R6 (sólo se paga lo que se consume). La incorporación de este nuevo recurso haría que el beneficio de X1 aumentara en $10 y el beneficio de X2 aumentara en $20. Se quiere saber cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

2X1 + 2X2 + X3 = 80

X1 + 2X2 + X4 = 50

X2 - X5 + u = 10

Max → Z = 60X1 + 40X2 - Mu

B1

Primero analizo si conviene comprar producto X2, para eso veo en la tabla que se fabrican 10 unidades de X2, es decir que se fabrica justo la demanda mínima, es probable que convenga fabricar menos para que haya más recursos para fabricar X1 que genera mayor beneficio. Para que convenga comprarlo en vez de fabricarlo, el costo $P deberá ser menor a $80 que es lo que ganaríamos ($20 del costo de oportunidad encubierto por relajar la demanda mínima y $60 de la venta). Para ver cuánto nos conviene comprar, tenemos que analizar el rango de variación de la demanda mínima de X2 en la tabla dual:

			80	50	-C3		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-C3	Y3	20	0	-1	1	-1	1
			0		0		-C3

- 40 + C3 - 50 ≤ 0 ⇒ C3 ≤ 10
- -40 + C3 ≤ 0 ⇒ C3 ≤ 40

⇒ 0 ≤ C3 ≤ 10

O sea que si el precio es menor a $80 va a convenir comprar las 10 unidades que nos pide la demanda mínima en vez de fabricarlas. El funcional aumentaría a $2400.

B2

Agregar un recurso implica añadir una nueva restricción:

2X1 + 2X2 + X3 = 80

X1 + 2X2 + X4 = 50

X2 - X5 + u = 10

4X1 + X2 + X6 = 140

Max → Z = 70X1 + 60X2 - Mu

*Se pagan 5$ por cada kg consumido de R6

Veo si con los nuevos beneficios la tabla sigue siendo óptima

Primero analizo si la solución que ya tenemos seguiría siendo óptima:

4*30 + 1*10 = 130 ≤ 140

La solución sigue siendo óptima, pero cambiaron los beneficios por lo tanto hay que evaluar si la tabla sigue siendo óptima:

Los vectores canónicos de la primera tabla dual son los correspondientes a las variables slack Y4 e Y5 cambiados de signo porque están relacionados a variables artificiales (el dual es problema de mínimo, donde sus restricciones son de mayor o igual)

M (matriz de cambio de base)

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

			80	50	-10		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	**1/2**	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
		Z=2200	0	0*	0	-30	-10

O sea que con esta solución la tabla sigue siendo óptima.

Evalúo el cambio de los beneficios en la tabla óptima primal:

*A los beneficios les resto el gasto del recurso para que tenga sentido la tabla

			50	55			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60+10-5*4	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	20	0	0	-1/2	1	1
40+20-5	X2	10	0	1	0	0	-1
0	X6	10	0	0	-2	0	-3
		Z=2050	0	0	25	0	-5

Haciendo entrar X5 y quitando X4:

			50	55			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60+10-5*4	X1	30	1	0	1	-1	0
0	X5	20	0	0	-1/2	1	1
40+20-5	X2	10	0	1	-1/2	1	0
0	X6	10	0	0	-7/2	3	0
		Z=2050	0	0	22.5	5	0

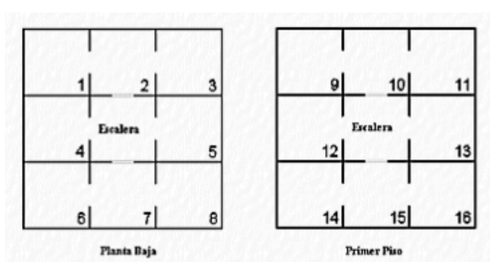
Esquema de producción:

- Se fabrican 30 unidades de X1
- Se fabrican 10 unidades de X2
- Sobran 10kg de R3
- Se saturan los recursos R1 y R2

Z = 2050 ⇒ no conviene, es menor a lo que ganabamos sin el nuevo recurso.

▼ 23/02/2022(*)

Los monjes de Riddlewell estaban descansando cuando el abad les anunció que había llegado un mensajero comunicando que venían peregrinos buscando dónde descansar por una noche. El Abad les dijo “Alojaremos a la mayor cantidad que podamos, pero acordaos de que las normas de la abadía exigen que en cada ala del edificio duerman 11 personas y que duerman al menos el doble de personas en el piso de abajo que en el de arriba. Todas las habitaciones deben estar ocupadas, pero en ninguna debe haber más de 3 peregrinos”. A continuación, se muestra un plano de los dos pisos de la abadía.



El ala norte de la abadía está constituida por las habitaciones 1, 2, 3, 9, 10 y 11.
El ala sur la forman las habitaciones 6, 7, 8, 14, 15 y 16.
El ala este está formada por las habitaciones 3, 5, 8, 11, 13 y 16 y el ala oeste por las
habitaciones 1, 4, 6, 9 ,12 y 14. ¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

A1. Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución,
definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.
A2. La zorra a la cual le daba arroz el Abad propone la siguiente heurística de construcción para resolver el problema:
Comenzando por el ala norte colocar 1 peregrino en la planta baja y dos en el primer piso, en cada habitación.
Si al finalizar con las seis habitaciones del ala no hay 11 peregrinos colocar uno más en cada habitación del primer piso (recorriéndolas del número menor al mayor) hasta que sumen 11.
Repetir el procedimiento con las demás alas (la sur, luego la este y luego la oeste)
Resuelva el problema con la heurística e indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene. ¿Cuándo va a funcionar mal? y ¿qué condiciones se deberían dar para que funcione bien?
A3. Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

A1

Análisis

Es un problema de cobertura de conjuntos sin solapamiento con restricciones respecto a cantidades mínimas y máximas de personas en ciertas habitaciones.

Objetivo

Determinar cuántas personas alojar en cada habitación para maximizar la cantidad de alojados durante una noche.

Hipótesis

- En cada ala debe haber 11 exactamente personas.
- Se va a alojar la suficiente cantidad de peregrinos como para poder ocupar todas las habitaciones.

Variables

Xi	Cantidad de personas alojadas en la habitación i.

i = {1, 2, …, 16}

Modelo

<u>Funcional</u>

$$MAX \to Z = \sum_{i=1}^{16} X_i$$

En cada ala debe haber al menos 11 personas

$$\sum X_1 + \sum X_2 + \sum X_3 + \sum X_9 + \sum X_{10} + \sum X_{11} = 11$$

$$\sum X_1 + \sum X_4 + \sum X_6 + \sum X_9 + \sum X_{12} + \sum X_{14} = 11$$

$$\sum X_6 + \sum X_7 + \sum X_8 + \sum X_{14} + \sum X_{15} + \sum X_{16} = 11$$

$$\sum X_3 + \sum X_5 + \sum X_8 + \sum X_{11} + \sum X_{13} + \sum X_{16} = 11$$

Debe haber al menos el doble de personas en el piso de abajo que en el de arriba

$$\sum X_1 + \sum X_2 + \sum X_3 + \sum X_4 + \sum X_5 + \sum X_6 + \sum X_7 + \sum X_8 \geq 2 * (\sum X_9 + \sum X_{10} + \sum X_{11} +$$

Todas las habitaciones deben estar ocupadas

$$Xi \geq 1$$

para todo i = {1, 2, …, 16}

En ninguna habitación puede haber más de 3 personas

$$Xi \leq 3$$

para todo i = {1, 2, …, 16}

A2

- No cumple la restricción de que deben dormir al menos el doble de personas en el piso de abajo.
- No maximiza la cantidad de personas alojadas, quedan habitaciones con lugar disponible.
- No indica cómo proceder cuando se tiene que completar un ala que ya tiene peregrinos alojados. Además, no tiene en cuenta esos peregrinos alojados al sumar 11.

La heuristica no funciona nunca porque no cumple la restricción de que en el piso de abajo haya al menos el doble que en el piso superior.

A3

Colocar un peregrino en cada habitación de ambos pisos.

Colocar un peregrino en cada habitación de la planta baja.

Colocar un peregrino en cada habitación adyacente a la escalera (horizontal o verticalmente) en el piso inferior (o sea en las habitaciones 10, 12, 13 y 15).

Colocar un peregrino en la primera (9) y en la última (16) habitación del piso superior.

B) FFSA fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1, R2 y R3. Aquí vemos el planteo:

2 X1 + 3 X2 <= 240 (kilos de R1/mes)

2 X1 + 2 X2 <= 180 (kilos de R2/mes)

X1 + 2 X2 <= 150 (kilos de R3/mes)

Z = 20 X1 + 35 X2 (MAXIMO) (20 es el beneficio unitario de X1 y 35 es el beneficio unitario de X2)

Optima Directo 20 35

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	30	1	0	2	0	-3
35	X2	60	0	1	-1	0	2
0	X4	0	0	0	-2	1	2
	Z=	2700	0	0	5	0	10

Optima Dual 240 180 150

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
240	Y1	5	1	2	0	-2	1
150	Y3	10	0	-2	1	3	-2
	Z=	2700	0	0*	0	-30	-60

1) Se quiere determinar la conveniencia de fabricar un nuevo producto al cual llamaremos X6. Este producto consume por unidad 1 kilo de R1 y 1 kilo de R3 y tiene un precio de venta de $15. Además, por imposiciones del mercado, se incorpora una demanda máxima de 25 unidades para X1. ¿Cuál será el nuevo plan de producción?

2) Una empresa ofrece la posibilidad de comprarle a FFSA recurso R1 a $10/kg. Además, esta empresa vende recurso R3 a $5/kg. Lo que exige la empresa para comprarnos R1 es que por cada kilo de R1 que compre, FFSA compre a esa empresa 2 kilos de R3. Queremos que determines cuánto conviene venderle a esta empresa de R1 y cuánto conviene comprarle de R3. Se quiere saber cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

NOTA: Los puntos B1 y B2 se contestan en forma independiente. Detalle los cálculos efectuados.

B1

Primero agrego la nueva restricción

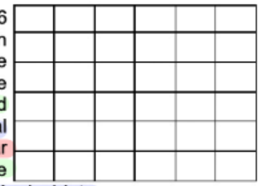
2X1 + 3X2 + X3 = 240

2X1 + 2X2 + X4 = 180

X1 + 2X2 + X5 = 150

X1 + X

▼ 09/03/2022



A. A la derecha vemos el plano de una planificación urbana que consta de 36 lotes. En cada lote se pueden construir ~~una fábrica~~, un edificio de oficinas, un edificio de viviendas, un centro comercial, una plaza o un depósito (también puede dejarse el lote vacío, pero para que la urbanización sea considerada exitosa debe tener la menor cantidad posible de lotes vacíos y también la menor cantidad posible de plazas porque no dan ganancia). Cada fábrica debe estar alejada al menos 4 lotes de cada edificio de viviendas. Cada edificio de viviendas debe estar a no más de 3 lotes de un centro comercial. Cada depósito debe estar a menos de 6 lotes de alguna fábrica. Cada edificio de viviendas debe tener una plaza a no más de 1 lote. Se deben construir al menos 5 edificios de viviendas, a lo sumo 6 edificios de oficina, no más de 2 depósitos y no más de 2 centros comerciales.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal.

A2 Abel Fatala propone la siguiente heurística de construcción:

Colocar 5 edificios de viviendas en la primera fila y 5 fábricas en la última fila.
Luego, por cada edificio de viviendas construir una plaza en un lote de la segunda fila.
Completar el resto con edificios de oficina.

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que Ud. criticó en el punto A2.

A1

Análisis previo

Es un problema de cobertura de conjuntos sin solapamiento donde se busca minimizar la cantidad de lotes vacíos y de plazas ya que no dan ganancias. Cuenta con restricciones respecto a la distancia entre ciertos tipos de lotes y demanda mínima y máxima de ciertos lotes.

Objetivo

Determinar qué tipo de lotes se deben construir y dónde para minimizar la cantidad de plazas y lotes vacíos durante un determinado período de tiempo.

Hipotesis

- Las distancias por lote se toman horizontal o verticalmente.

Variables

Yt,ij	Vale 1 si se construye un lote de tipo t en la celda ij. 0 sino

i = {1, 2, 3, …, 36}

j = {1, 2, 3, …, 36}

t = {F, EO, EV, CC, P, D, LV}

F → Fabrica

EO → Edificio de oficinas

EV → Edificio de viviendas

CC → Centro comercial

P → Plaza

D → Deposito

LV → Lote vacio

Modelo

<u>Funcional</u>

$$MIN \rightarrow Z = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} Y_{P,ij} + Y_{LV,ij}$$

No solapamiento

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} Y_{t,ij} = 1$$

Cantidad mínima de lotes

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} Y_{EV,ij} \geq 5$$

Cantidad máxima de lotes

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} Y_{EO,ij} \leq 6$$

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} Y_{D,ij} \leq 2$$

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} Y_{CC,ij} \leq 2$$

Disposición de lotes

Cada fabrica debe estar alejada al menos 4 lotes de edificios de viviendas

$$Y_{F,ij} + \sum_{p=1}^{j-4} Y_{EV,ip} \leq 1$$

$$Y_{F,ij} + \sum_{p=1}^{j+4} Y_{EV,ip} \leq 1$$

$$Y_{F,ij} + \sum_{p=1}^{i-4} Y_{EV,pj} \leq 1$$

$$Y_{F,ij} + \sum_{p=1}^{i+4} Y_{EV,ip} \leq 1$$

Cada edificio de viviendas debe estar a no más de 3 lotes de un centro comercial

$$2 * Y_{EV,ij} \leq Y_{EV,ij} + \sum_{p=1}^{i+3} Y_{CC,ip} + \sum_{p=1}^{i-3} Y_{CC,ip} + \sum_{p=1}^{j+3} Y_{CC,pj} + \sum_{p=1}^{j-3} Y_{CC,pj}$$

Cada depósito debe estar a menos de 6 lotes de una fábrica

$$2 * Y_{D,ij} \leq Y_{D,ij} + \sum_{p=1}^{i+6} Y_{F,ip} + \sum_{p=1}^{i-6} Y_{F,ip} + \sum_{p=1}^{j+6} Y_{F,pj} + \sum_{p=1}^{j-6} Y_{F,pj}$$

Cada edificio de viviendas debe tener una plaza a no más de un lote

$$2 * Y_{EV,ij} \leq Y_{EV,ij} + \sum_{p=1}^{i+1} Y_{P,ip} + \sum_{p=1}^{i-1} Y_{P,ip} + \sum_{p=1}^{j+1} Y_{P,pj} + \sum_{p=1}^{j-1} Y_{P,pj}$$

Nota: mejor admitir distancias diagonales

$$\text{YFVArea(i, j)} \quad <= \quad \sum_{x=-4}^{4} \sum_{y=-4}^{4} \text{YFA(i + x, j + y)} \quad <= \quad \text{M * YFVArea(i, j)}$$

$$\forall \textbf{ (i, j) / } (\mathbf{x \neq 0} \ \vee \ \mathbf{y \neq 0}) \ \wedge \ \mathbf{1 \leq i + x \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{1 \leq j + y \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{|x| + |y| <= 4}$$

$$\text{YFDArea(i, j)} \quad <= \quad \sum_{x=-6}^{6} \sum_{y=-6}^{6} \text{YFA(i + x, j + y)} \quad <= \quad \text{M * YFDArea(i, j)}$$

$$\forall \textbf{ (i, j) / } (\mathbf{x \neq 0} \ \vee \ \mathbf{y \neq 0}) \ \wedge \ \mathbf{1 \leq i + x \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{1 \leq j + y \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{|x| + |y| <= 6}$$

$$\text{YCCArea(i, j)} \quad <= \quad \sum_{x=-3}^{3} \sum_{y=-3}^{3} \text{YCC(i + x, j + y)} \quad <= \quad \text{M * YCCArea(i, j)}$$

$$\forall \textbf{ (i, j) / } (\mathbf{x \neq 0} \ \vee \ \mathbf{y \neq 0}) \ \wedge \ \mathbf{1 \leq i + x \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{1 \leq j + y \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{|x| + |y| <= 3}$$

$$\text{YPZArea(i, j)} \quad <= \quad \sum_{x=-1}^{1} \sum_{y=-1}^{1} \text{YPZ(i + x, j + y)} \quad <= \quad \text{M * YPZArea(i, j)}$$

$$\forall \textbf{ (i, j) / } (\mathbf{x \neq 0} \ \vee \ \mathbf{y \neq 0}) \ \wedge \ \mathbf{1 \leq i + x \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{1 \leq j + y \leq 6} \ \wedge \ \mathbf{|x| + |y| <= 1}$$

A2

- No cumple con todas las restricciones del problema: que haya depósitos a menos de 6 lotes de la fábricas, que haya un centro comercial a menos de 3 lotes de un edificio de viviendas, que a lo sumo se construyan 6 edificios de oficinas.
- No tiene en cuenta el objetivo de minimizar plazas al distribuirlas de esa manera porque no es necesario poner una plaza por cada edificio de vivienda, podría haber una plaza cada cuatro.

A3 - mal e incompleto

Nota: el problema no requiere que se pongan fabricas ni depositos → los evitaría.

nroLote = 1

Recorriendo cada lote por fila desde el extremo superior izquierdo hacia la derecha:

1. Coloco un EV en plano[nroLote].
2. nroLote++
3. Si cantidadEvs es igual a 5. Termino recorrido.
4. Coloco una Plaza en plano[nroLote].
5. nroLote++
6. Coloco un EV en plano[nroLote].
7. nroLote++
8. Si cantidadEvs es igual a 5. Termino recorrido.
9. Coloco un CC en plano[nroLote].
10. Si cantidadCCs es igual a 2 vuelvo a 1, sino a 4.

Recorriendo cada lote por fila desde el extremo inferior izquierdo hacia la derecha:

1.

B1 Una empresa nos solicitó que analicemos su plan de producción, que está representado en un modelo de PL. Tienen tres productos que piensan lanzar al mercado y para fabricarlos utilizan 3 recursos. Uno de los productos tiene una demanda mínima. El funcional maximiza la ganancia por ventas. Como los dueños no entienden la resolución del problema por medio del método simplex les comentamos que resultados obtuvimos: *los tres productos se fabrican*, y *no hay sobrantes de ningún recurso*, aunque si deciden aumentar la cantidad de alguno de los recursos *solo les convendría comprar dos de los tres, el otro no les conviene, aunque se los regalen*. Entonces uno de los dueños nos hizo el siguiente comentario: "podemos llegar a cumplir parte o toda la demanda mínima consiguiendo producto terminado de otro fabricante a igual calidad, pero a un costo superior a nuestro precio de venta". Te pedimos que nos digas en qué condiciones les conviene comprar el producto y en qué caso no les conviene comprarlo. Justificá tu respuesta y aclará qué hipótesis utilizaste.

B2 Una empresa fabrica X1 y X2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual mínima para X2 de 10 unidades. Cuenta con un programa Lineal para su producción mensual.
A continuación, se muestran las ecuaciones iniciales y las tablas óptimas directa y dual de dicho Programa Lineal: **2 X1 + 2 X2 $\leq$ 80 (kg. de R1); X1 + 2 X2 $\leq$ 50 (kg. de R2); X2 $\geq$ 10 (un. de X2);**
Z = 60 X1 + 40 X2 (MAX) (60 y 40 son los precios de venta de X1 y X2)

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z =	2200	0	0	30	0	20
			80	50	-10		

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z =	2200	0	0*	0	-30	-10

Se presentan tres posibilidades luego de observar la solución. óptima (sólo se puede elegir una)
a) Comprar 20 kg. de R1 pagando $ 280 (en total)
b) Vender 10 kg. de R2 cobrando $ 400 (en total)
c) Comprar 5 unidades ya fabricadas de X2 (para reducir en 5 la demanda mínima), pagando $ 35 por unidad comprada.
¿Cuál de las tres posibilidades es más conveniente?

B1

Hipótesis:

- No hay costos de producción
- Los precios no varían

Un primer indicador de si conviene o no comprar es ver si el modelo indica que se fabrique exactamente la demanda mínima, de ser así, es posible que por fabricar forzosamente ese producto, no se puedan destinar recursos a fabrir otros productos que generen mayor ganancia. De igual forma, si la demanda mínima es excedida, entonces no va a convenir comprar producto ya fabricado.

Otro indicador es evaluar si el valor marginal del producto sumado a su precio de venta es mayor al precio del producto ya fabricado. De ser mayor, probablemente convenga comprarlo. Si nuestro precio de venta es mayor al costo, entonces va a convenir siempre comprarlo para revenderlo a mayor precio. Para saber cuánto conviene comprar se debe hacer un análisis del rango de variación del excedente de producción mínima para asegurarnos que el valor marginal no cambie.

B2

Normalización

2X1 + 2X2 + X3 = 80

X1 + 2X2 + X3 = 50

X2 - X4 + μ = 10

MAX → Z = 60X1 + 40X2 - Mμ

Relación de variables

Cantidad fabricada de X1	X1	Y4	CO de X1
Cantidad fabricada de X2	X2	Y5	CO de X2
Sobrante de R1	X3	Y1	VM de R1
Sobrante de R2	X4	Y2	VM de R2
Excedente de demanda minima	X5	Y3	VM de demanda minima

Opción a - Comprar 20kg de R1 a $280 en total

Reemplazando el coeficiente de Y1 en la tabla dual por C1, como todos los Zj-Cj tienen que ser menor o igual a 0 por ser problema de mínimo, quedan las inecuaciones:

- $C/2 + 10 - 50 \leq 0 \Rightarrow C \leq 80$
- $-C/2 + 10 \leq 0 \Rightarrow C \geq 20$

Vemos que esta solución no admite sumar 20kg de R1 porque su cota superior es 80, que es su valor actual.

Probamos con la solución alternativa, haciendo entrar a Y2 y quitando a Y1 de la base:

			C	50	-10		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
50	Y2	60	2	1	0	-1	0
-10	Y3	80	2	0	1	-2	1

- $100-20-C \leq 0 \Rightarrow C \geq 80$

Con la solución alternativa el VM de R1 es 0, o sea que va a empezar a sobrar recurso. Entonces, esta opción no conviene.

Opción b - Vender 10kg de R2 por $400 en total

Analizo rango de variación de R2:

- $40 + 10 - C \leq 0 \Rightarrow C \geq 50$

Con esta solución, no podríamos vender 10kg de R2.

En la solución alternativa:

- $2C - 20 - 80 \leq 0 \Rightarrow C \leq 50$
- $-C + 20 \leq 0 \Rightarrow C \geq 20$

Con la solución alternativa vendiendo 10kg de R2, el funcional quedaría $1600 + $400 = $2000, que es menor a lo que teníamos originalmente.

Opción c - Comprar 5 unidades de X2 por $35 cada una

Analizo cuanto se puede relajar la restricción de demanda mínima:

- $40 + C - 50 \leq 0 \Rightarrow \mathbf{C \leq 10}$
- $-40 + C \leq 0 \Rightarrow C \leq 40$

Puedo relajarlo en 5 unidades, el VM de demanda minima es 20, el funcional quedará $2300 - 5*$35 + 5*$40 + 5*$20 = $2425

En conclusión, conviene la opción C

▼ 16/03/2022

Por las medidas de COVID-19, una compañía aérea se ve obligada a dejar de operar sus vuelos con destino a Miami desde los aeropuertos de Bariloche, Salta, Mendoza e Iguazú. Para ello, todos los vuelos programados para los próximos meses que habían sido puestos a la venta (y que estaban completos) deben ser desplazados a otros aeropuertos más grandes, en otras ciudades (pueden ser trasladados a Córdoba, Ezeiza o al Aeroparque de la Ciudad de Buenos Aires). Cada vuelo desplazado conlleva un incremento del costo de la compañía al tener que pagar el vuelo interno de los pasajeros que tienen que cambiar el lugar de partida (les pagan el costo del vuelo interno entre la ciudad original de partida y la nueva ciudad de partida).

En la siguiente tabla se indica cuál es el costo que hay que pagar por cada vuelo que se traslada desde cada una de las ciudades originales de partida hasta cada una de las nuevas ciudades de partida (en miles de pesos).

	Aeroparque	Córdoba	Ezeiza
Bariloche	71,4	88	66
Salta	205	143	65
Mendoza	84	97	91
Iguazú	166	124	72,5

El número de vuelos a desplazar en cada una de estas ciudades es de 24 en Bariloche, 28 en Salta, 18 en Mendoza y 30 en Iguazú. El número de vuelos que cada aeropuerto grande puede recibir es de: 35 vuelos en Aeroparque, 20 en Córdoba y 45 en Ezeiza.

Si alguno de los aeropuertos que son potenciales destinos (Aeroparque, Córdoba o Ezeiza) recibe menos de 15 vuelos, el costo de traslado aumenta en $X miles de pesos ($X es una constante conocida). Ninguno de los aeropuertos que son potenciales destinos puede recibir vuelos de los cuatro aeropuertos que son desplazados ni de tres de ellos (puede recibir vuelos de dos de los aeropuertos desplazados o de uno de ellos).

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

Se pide:

A1. Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal.

A2. Luis Pablo Ceriani plantea una heurística de construcción para este problema que consiste en desplazar en primer lugar los vuelos que originalmente partían de Iguazú al aeropuerto que menos costo implique, siempre que tenga capacidad. Luego hace lo mismo con los vuelos que originalmente salían de Mendoza, a continuación, con los que salían de Bariloche y por último a los que salían de Salta.

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene. Si no funciona bien en este caso. ¿Qué condiciones tendrían que cumplir los datos del problema para que funcione bien?

A3. Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que Ud. criticó en el punto A2

A1

Análisis previo

Se trata de un problema de transporte donde los orígenes son los aeropuertos de Bariloche, Salta, Mendoza e Iguazú y los destinos son los aeropuertos de Córdoba, Ezeiza y Aeroparque. Los aeropuertos destino tienen una restricción en cuanto a la cantidad de aeropuertos origen de los que pueden recibir vuelos y otra restricción donde aumenta el costo de traslado si la cantidad de vuelos recibida es menor a cierto valor.

Hipótesis

- Los costos mencionados no varían y son exactos.
- Los origenes no tienen preferencia sobre a qué destino trasladar los vuelos.
- Los destinos aceptan recibir vuelos de cualquier origen, sin preferencias.
- El costo extra por recibir menos de 15 vuelos se aplica sobre el total del costo para todos los vuelos, no por cada traslado individual.

Definición de variables

X_ij	Cantidad de vuelos que se trasladan del aeropuerto i al aeropuerto j.
Y_ij	Vale 1 si el aeropuerto j recibe vuelos del aeropuerto i. 0 sino.
Yd_j	Vale 1 si el aeropuerto j recibe menos de 15 vuelos. 0 sino.

i = {BRC, MZA, STA, IZU}

j = {AEP, EZE, CBA}

Modelo

<u>Funcional</u>

$$MIN \rightarrow Z = \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} C_{ij} * X_{ij} + \sum_{j \in D} \$X * Yd_j$$

donde Cij es el costo del vuelo de i a j

Número de vuelos a desplazar

$$\sum_{j \in D} X_{brc,j} = 24$$

$$\sum_{j \in D} X_{mza,j} = 18$$

$$\sum_{j \in D} X_{sta,j} = 28$$

$$\sum_{j \in D} X_{izu,j} = 30$$

Número de vuelos que pueden recibir

$$\sum_{i \in O} X_{i,eze} \leq 45$$

$$\sum_{i \in O} X_{i,aep} \leq 35$$

$$\sum_{i \in O} X_{i,cba} \leq 20$$

Un aeropuerto puede recibir menos de 15 vuelos

$$(14 + m)(1 - Y_{dj}) \leq \sum_{i \in O} X_{ij} \leq 14 + M(1 - Y_{dj})$$

para cada j = {AEP, EZE, CBA}

Un aeropuerto puede recibir vuelos de dos de los aeropuertos origen o de uno de ellos

$$1 \leq Y_{brc,j} + Y_{mza,j} + Y_{sta,j} + Y_{izu,j} \leq 2$$

$$Y_{ij} \leq \sum_{i \in O} X_{ij} \leq (1 - m) + M * Y_{ij}$$

para cada j = {AEP, EZE, CBA}

A2

- No define qué sucede si hay empate
- No especifica qué hacer si el aeropuerto de menor costo no tiene más capacidad, se trasladan a otro aeropuerto destino? o se sigue con los distintos aeropuertos origen?
- No funciona bien porque quedan 8 vuelos con origen Salta sin trasladar, ya que el único aeropuerto destino posible en ese punto es Aeroparque pero ya recibe vuelos de otros dos aeropuertos.
- No establece un ranking considerando el costo de los traslados entre todos los aeropuertos → no es coherente con el objetivo.

Para que funcione bien deberían priorizarse los vuelos que tienen menor costo promedio.

A3

Ranking de vuelos de menor a mayor costo

SALTA 137.6

IGUAZU 120.8

MENDOZA 90.7

BARILOCHE 75.1

1. VuelosPendientesSalta = 28
2. VuelosPendientesIguazu = 30
3. VuelosPendientesMendoza = 18
4. VuelosPendientesBariloche = 24
5. CapacidadEzeiza = 45
6. CapacidadAeroparque = 35
7. CapacidadCordoba = 20
8. OrigenesPendientes = [Salta, Iguazu, Mendoza, Bariloche]
9. Mientras haya vuelos pendientes:
   a. Trasladar todos los vuelos del primer origen pendiente al aeropuerto destino de menor costo, con capacidad mayor a 0 y que esté disponible. Si la capacidad es 0 o no está disponible, elegir al segundo destino de menor costo.

      En caso de empate, elegir al aeropuerto cuyos costos de traslado desde otros origenes, sea mayor; por ejemplo si el costo de Salta a Cordoba fuese $65, se elegiría este último por sobre Salta-Ezeiza. Ante empate, elegir por orden alfabético.

   b. Actualizar la capacidad del aeropuerto destino.
   c. Actualizar el contador de vuelos pendientes del aeropuerto origen.
   d. Si la capacidad destino resultó negativa, sumar el sobrante al contador de vuelos pendientes del aeropuerto origen. Volver a 9.
   e. Si el contador de vuelos pendientes es 0, quitar al origen de la lista OrigenesPendientes.
   f. Si el aeropuerto destino recibe vuelos de dos origenes distintos, marcarlo como no disponible.

El resultado será:

Costo total $8006.3

STA → EZE (28)

IZU → EZE (17)

IZU → CBA (13)

MZA → AEP (18)

BRC → AEP (17)

BRC → CBA (7)

Una empresa fabrica X1 y X2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual mínima para X2 de 20 unidades. A continuación, vemos el planteo del problema:

2 X1 + 2 X2 <= 160 (kg. de R1/mes)

X1 + 2 X2 <= 100 (kg.de R2/mes)

X2 >= 20 (un./mes)

Z = 60 X1 + 40 X2 (MAXIMO) (60 es el beneficio unitario de X1 y 40 es el beneficio unitario de X2)

Abajo mostramos las tablas óptimas directa y dual de dicho Programa Lineal:

Optima Directo 60 40

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
60	X1	60	1	0	1/2	0	1
40	X2	20	0	1	0	0	-1
	Z=	4400	0	0	30	0	20

Optima Dual 160 100 -20

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
160	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-20	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	4400	0	0*	0	-60	-20

B1. Nos proponen una forma de conseguir kilos de R1. Por cada kg. de R1 que consigamos, habrá que entregar 1 kg. de R2 y además pagar $29. ¿Es conveniente esta posibilidad? Si no lo es ¿cuánto habría que pagar como máximo para que conviniera? Si lo es ¿cuántos kilos de R1 conviene conseguir de esta manera?.

B2. Para disminuir la demanda de X2 hay que pagar una multa de $16 por cada unidad de X2 que se entregue por debajo de las 20 unidades comprometidas. ¿Conviene más pagar la multa o cumplir con las unidades comprometidas? Si conviene pagar la multa ¿cuántas unidades de X2 conviene entregar y cuál es la ganancia adicional que se obtiene por no tener que cumplir el compromiso?

B3. Si aparece la posibilidad de conseguir kilos de R1 pagando $23 por cada kilo ¿es conveniente? Si lo es ¿cuántos kilos conviene conseguir a ese precio? Si no es conveniente ¿a qué precio resultaría conveniente comprar 1 kilo de R1?

NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

B1

Normalización

2X1 + 2X2 + X3 = 160

X1 + 2X2 + X4 = 100

X2 - X5 + μ = 20

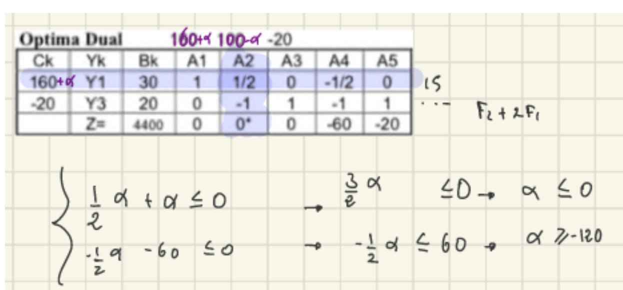
Z = 60X1 + 40X2 - Mμ

Relación de variables

Cantidad de producto X1	X1	Y4	CO de X1
Cantidad de producto X2	X2	Y5	CO de X2
Sobrante de R1	X3	Y1	VM de R1
Sobrante de R2	X4	Y2	VM de R2
Excedente de demanda mínima	X5	Y3	VM de prod. minima

B1

Veo si la solución óptima actual permite variar las disponibilidades de recursos:



Optima Dual 160+α 100-α -20

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
160+α	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-20	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	4400	0	0*	0	-60	-20

15

F2 + 2F1

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\alpha + \alpha \leq 0 \rightarrow \frac{3}{2}\alpha \leq 0 \rightarrow \alpha \leq 0 \\ -\frac{1}{2}\alpha - 60 \leq 0 \rightarrow -\frac{1}{2}\alpha \leq 60 \rightarrow \alpha \geq -120 \end{cases}$$

El valor de alfa no es válido. Busco en la solución alternativa:

			$160+\alpha$	$100-\alpha$	-20		
C_k	Y_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$100-\alpha$	Y_2	60	2	1	0	-1	0
-20	Y_3	80	2	0	1	-2	1
$Z = 9400 - 60\alpha$			0^*	0	0	-60	-20

$$\begin{cases} -2\alpha + \alpha \leq 0 \\ \alpha - 60 \leq 0 \end{cases} \quad \boxed{\alpha \geq 0} \quad \boxed{\alpha \leq 60} \Rightarrow 0 \leq \alpha \leq 60$$

Vemos que el valor de Z disminuiría \$60+\$29 por kg de R1 conseguido ⇒ no conviene.

B2

El valor marginal de la demanda mínima es 20, o sea que si se aflojara la restricción en una unidad, el valor del funcional Z aumentaría 20 unidades. Como la multa es menor a esa ganancia, convendría aflojar la restricción una unidad. Para saber cuántas unidades de X2 conviene entregar, evaluamos el rango de variación de la demanda mínima:

	160	100	-C		
	A1	A2	A3	A4	A5
160	1	1/2	0	-1/2	0
-C	0	-1	1	-1	1
	0	C-20	0	C-80	-C

$\Rightarrow 0 \leq C \leq 20$

O sea que produciendo 0 unidades de X2, el funcional Z aumentaría \$20*20-\$16*20 = \$80.

B3

Evaluando el rango de variación de C1:

$C/2 + 20 - 100 \leq 0 \Rightarrow C \leq 160$

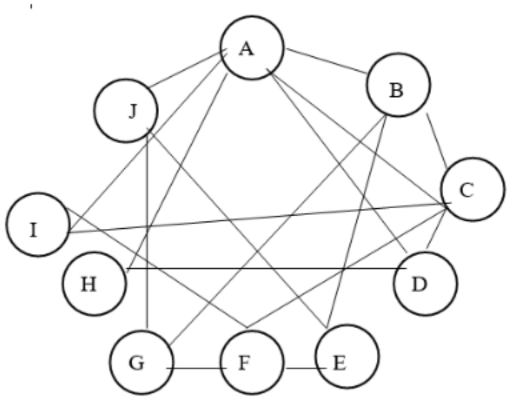
$-C/2 - 20 \leq 0 \Rightarrow C > 40$

Entonces, la tabla será óptima para $40 \leq R1 \leq 160$.

Evaluando sobre la tabla óptima alternativa se obtiene $C \geq 160$. Entonces, con la solución alternativa convendría conseguir todo lo que dé de R1.

▼ 13/07/2022

A



"Iluminati", una empresa de electricidad debe colocar centrales eléctricas en algunas de las diez ciudades que aparecen en el dibujo de la izquierda (cada círculo representa una ciudad distinta). No desea colocar una central en cada una, por supuesto, porque el costo de instalar una central en una ciudad es bastante alto.
Hemos identificado a las ciudades con letras y diremos que el costo de instalar una central en la ciudad i es una constante conocida llamada Ci (es decir que el costo de instalar una central en la ciudad A, por ejemplo, es CA). Para evitar emergencias eléctricas, todas las ciudades deben estar cubiertas. Una ciudad está cubierta cuando en ella se instaló una central o cuando hay central en al menos dos de las ciudades con las cuales se conecta (en el gráfico las líneas representan las conexiones).

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible? Se pide

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal. Es importante resolverlo con un modelo y no por tanteo en base a los datos del problema. **Si este punto no es lineal, el examen estará insuficiente**

A2 Uno de los gerentes de "Iluminati", utilizando las bondades del teletrabajo, propuso la siguiente heurística:
Ordenar las centrales por el costo de instalación (Ci) del menor al mayor
Mientras queden ciudades sin cubrir
    Tomar la primera central de la lista e instalarla;
    Marcar las ciudades que quedan cubiertas;
    Sacar de la lista la central instalada
Fin Mientras
Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que Ud. criticó en el punto A2.

A1

Análisis previo

Es un problema de cobertura de conjuntos con solapamiento donde se deben cubrir todas las ciudades. Se considera una ciudad como cubierta si tiene instalada una central eléctrica o si hay una central eléctrica en al menos dos de sus ciudades vecinas.

Objetivo

Determinar en qué ciudades se deben colocar centrales eléctricas de forma que todas las ciudades estén cubiertas para minimizar los costos durante un determinado período de tiempo.

Hipótesis

- Las centrales son indistinguibles entre sí
- Los costos son fijos
- Una ciudad puede estar cubierta por más de dos centrales

Variables

Yi	Vale 1 si se coloca una central en la ciudad i
YVi	Vale 1 si se coloca una central en al menos dos ciudades vecinas a i

Modelo

Funcional

$$MIN \rightarrow Z = \sum C_i * Y_i$$

Todas las ciudades deben estar cubiertas

$$Y_i + YV_i \geq 1$$

Para todo i = {A, B, …, J}

Relación de variables

$$2YV_A \leq Y_B + Y_C + Y_D + Y_H + Y_I + Y_J \leq 6YV_A + 1 - YV_A$$

$$2YV_B \leq Y_A + Y_C + Y_E + Y_G \leq 4YV_B + 1 - YV_B$$

$$2YV_C \leq Y_B + Y_D + Y_G + Y_I \leq 4YV_C + 1 - YV_C$$

$$2YV_D \leq Y_A + Y_C + Y_H \leq 3YV_D + 1 - YV_D$$

$$2YV_E \leq Y_B + Y_F + Y_J \leq 3YV_E + 1 - YV_E$$

$$2YV_F \leq Y_C + Y_E + Y_G + Y_I \leq 4YV_F + 1 - YV_F$$

$$2YV_G \leq Y_B + Y_F + Y_J \leq 3YV_G + 1 - YV_G$$

$$2YV_H \leq Y_A + Y_D \leq 2YV_H + 1 - YV_H$$

$$2YV_I \leq Y_A + Y_C \leq 2YV_I + 1 - YV_I$$

$$2YV_J \leq Y_A + Y_E + Y_G \leq 3YV_J + 1 - YV_J$$

Nota: más fácil plantearlo al revés

CIUDAD A (SI NO TIENE INSTALACION, LA SUMA DE LOS VECINOS ≥ 2)

$$(1 - Y_D)\, 2 \leq Y_B + Y_C + Y_D + Y_H + Y_i + Y_J \cancel{\leq 6}$$

A2

- No define qué hacer en caso de empate
- No es óptima porque no tiene en cuenta la cantidad de conexiones de cada ciudad al colocar una central, probablemente se coloquen más centrales de las necesarias

A3

1. Ordenar las centrales por costo de instalación de menor a mayor. En caso de empate ordenar en orden alfabético.
2. Copiar la lista de centrales a una lista parcial.
3. Mientras haya ciudades en la lista parcial:
    a. Colocar una central en la ciudad
    b. Eliminar ciudad y sus ciudades vecinas de la lista parcial
    c. Actualizar lista de ciudades con una conexión con central y sin central propia
    d. Actualizar lista de ciudades cubiertas (con dos conexiones con central o con central propia)
4. Mientras haya ciudades con conexión a **una** ciudad con central instalada y sin central propia:
    a. Colocar una central en la ciudad
    b. Actualizar lista de ciudades con una conexión con central y sin central propia
    c. Actualizar lista de ciudades cubiertas (con dos conexiones con central o con central propia)

B) Una empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1, R2 y R3. Aquí vemos el planteo del problema y las tablas óptimas del directo y del dual:

X1 - X2 <= 50 (kg. R1/mes); X1 + X2 <= 100 (kg. R2/mes); 3 X1 + X2 <= 150 kg. R3/mes);

Z = 120 X1 + 60 X2 (MAXIMO) (120 es el beneficio unitario de X1 y 60 es el beneficio unitario de X2)

Optima Directo 120 60

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	100	0	0	1	2	-1
60	X2	75	0	1	0	3/2	-1/2
120	X1	25	1	0	0	-1/2	1/2
	Z=	7500	0	0	0	30	30

Optima Dual 50 100 150

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
100	Y2	30	-2	1	0	1/2	-3/2
150	Y3	30	1	0	1	-1/2	1/2
	Z=	7500	-100	0	0	-25	-75

B1) Antes de que comience el proceso de producción, se presenta un viejo amigo, a quien el dueño le debe un favor, solicitando que se le regalen kilos de R1. El dueño quiere ayudarlo, pero sin perjudicar sus beneficios ya planificados. Un gerente dice que el modelo indica que se le pueden regalar, antes de comenzar el proceso productivo, 100 kilos. Otro dice que antes de comenzar a producir se le pueden regalar solamente 50 kilos. ¿Alguno tiene razón? ¿Por qué?.

B2) Se debe agregar un nuevo recurso al producto X2 para que cumpla con el standard de calidad internacional. Si se sabe que de dicho recurso se consumen 2 hs por cada unidad fabricada de X2. ¿Qué disponibilidad mínima inicial del recurso se debe poseer para mantener el nivel actual de producción de X2?

B3) Le ofrecen a la empresa conseguir kg. de R3. Para conseguir 1 kg. de R3 hay que entregar 1 kg. de R1 más $25 ¿Es conveniente este intercambio?. ¿Cuántos kilos de R3 es conveniente conseguir de este modo?.

B1

Viendo las restricciones, inicialmente se tienen 50kg de R1, o sea que en principio se descarta la idea de regalar 100kg porque al comenzar el proceso no los tenemos.

Evaluo si la tabla dual sigue óptima si regalamos los 50kg de R1:

			0	100	150		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
100	Y2	30	-2	1	0	1/2	-3/2
150	Y3	30	1	0	1	-1/2	1/2
			-50				

Como Z1-C1 es negativo, la tabla sigue siendo óptima, entonces podemos regalarle 50kg de R1 antes de comenzar a producir.

B2

Agregar un nuevo recurso implica agregar una nueva restricción:

$2X2 \leq B$

Para que se siga cumpliendo el plan de producción, se tiene que cumplir que $2X2 \leq 2*75 = 150$

B3

			50-a	100	150+a		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
100	Y2	30	-2	1	0	1/2	-3/2
150+a	Y3	30	1	0	1	-1/2	1/2

$Z = 7500+30a$

$Z1 - C1 = -200+150+a-50+a = -100+2a \leq 0 \Rightarrow a \leq 50$

$Z2 - C2 = 0$

$Z3 - C3 = 0$

$Z4 - C4 = 50 - 75 - a/2 = -25 - a/2 \leq 0 \Rightarrow a \geq -50$

$Z5 - C5 = -150 + 75 + a/2 = -75 + a/2 \leq 0 \Rightarrow a \leq 150$

Si a = 50 ⇒

			0	100	200		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
100	Y2	30	-2	1	0	1/2	-3/2
200	Y3	30	1	0	1	-1/2	1/2
	Z=	9000	0*	0	0	-50	-50

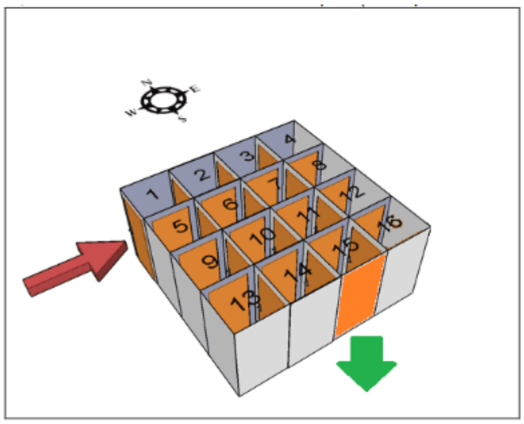
Conviene intercambiar 50kg, el funcional aumentaría a 9000-25*50 = 7750.

▼ 27/07/2022

Después de años de estar en prisión, injustamente detenido, Ganzúa está decidido a escapar (este problema está ambientado en la Edad Media, así que todos los hechos son imaginarios). Para poder escapar tiene que entrar por la celda 1 a una parte de la prisión que tiene 16 celdas y salir por la celda 15. Desde cada celda solamente se puede mover a una celda adyacente en posición horizontal o vertical (nunca diagonal). Moverse a una celda adyacente en horizontal le lleva W minutos y moverse a una celda adyacente en vertical le lleva Y minutos. Tiene que pasar por todas las celdas porque en cada una tiene que buscar una parte de la clave que le servirá para abrir la puerta de la celda 15 y salir en libertad. En la prisión hay un guardia que está siempre cambiando de lugar. Ganzúa sabe que, si no visita ni la celda 5 ni la 11 en quinto orden, el guardia no lo va a alcanzar. Afuera de la prisión están sus amigos, que están mal estacionados y no quieren llamar la atención.

Nota: W, Y son constantes conocidas.

¿Qué es lo mejor que puede hacer Ganzúa con la información suministrada?



A1. Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal. Es importante resolverlo con un modelo y no por tanteo en base a los datos del problema. Si este punto no es lineal, el examen estará insuficiente

A2. Ronnie Biggs propone una heurística para resolver el problema. Primero se fija cuál de los valores es mayor: W o Y. Si W es mayor que Y se mueve de manera vertical hasta que se termine la columna, pasa a la columna siguiente y se mueve también de manera vertical, repitiendo este procedimiento hasta que llegue a la celda 15. Si Y es mayor que W se mueve de manera horizontal hasta que se termine la fila, pasa a la fila inferior y se mueve también de manera horizontal, repitiendo este procedimiento hasta que llegue a la celda 15. Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

A3. Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

A1

Análisis previo

Es un problema de viajante donde se tienen que recorrer todas las celdas en el menor tiempo posible. Tiene las particularidades de que algunas celdas deben visitarse en un orden específico y que los movimiento solo pueden ser en sentido vertical y horizontal.

Objetivo

Determinar el orden en que debe recorrer las celdas para minimizar el tiempo del recorrido durante un determinado período de tiempo.

Hipotesis

- La quinta visita puede ser o bien a la celda 5 o bien a la celda 11
- Los tiempos W, Y son exactos
- Las celdas se visitan una única vez

Variables

Yij	Vale 1 si se tomó el camino de i a j. 0 sino
Ui	Indica en qué momento de la secuencia se visitó a la celda i
Y5	Vale 1 si la quinta visita es a la celda 5. 0 sino
Y11	Vale 1 si la quinta visita es a la celda 11. 0 sino

i = j = {1, 2, …, 16}

Modelo

Funcional

$$Min \rightarrow Z = \sum Y_{ij} * C_{ij}$$

donde i ≠ j, Cij el costo temporal de ir de la celda i a la j. → *por ahi aclarar el tema de vertical/horizontal para diferenciar la Y y W*

Orden secuencial y subtours

$$U_i - U_j + 15 * Y_{ij} \leq 14$$

para todo i,j tal que i ≠ j e i en [2, 16]

Solo se llega a cada vertice por un camino

$$\sum_{i \neq j, i \neq 15} Y_{ij} = 1$$

para cada j = {1, 2, …, 16}

Solo se sale de cada vertice por un camino

$$\sum_{j \neq i, j \neq 1} Y_{ij} = 1$$

para cada i = {1, 2, …, 16}

Solo puede ir de una celda a otra adyacente horizontal o verticalmente

$$Y_{i,i-1} + Y_{i,i+1} + Y_{i,i-4} + Y_{i,i+4} \leq 1$$

$$\sum_{p \neq 1, p \neq 4} Y_{i,i-p} + \sum_{p \neq 1, p \neq 4} Y_{i,i+p} = 0$$

para cada i

La 5ta visita tiene que ser a la celda 5 o a la 11[lo hice al revés 🤦🏼‍♀️]

$$Y_5 + Y_{11} = 1$$

Si U5 = 5 ⇒ Y5 = 1

$$5 * Y_5 \leq U_5 \leq 5 + M(1 - Y_5)$$

Si U11 = 5 ⇒ Y11 = 1

$$11 * Y_{11} \leq U_{11} \leq 11 + M(1 - Y_{11})$$

Origen y destino

U15 = 14

A2

- No recorre todas las celdas

A3

Si W > Y:

1. Moverse de manera horizontal hasta que termine la fila
2. Pasa a la fila inferior y se mueve en sentido horizontal hasta que termine la fila
3. Moverse en sentido vertical hasta el final de la columna
4. Moverse un lugar en sentido horizontal y luego un lugar en sentido vertical
5. Moverse en sentido horizontal hasta que termine la fila
6. Moverse en sentido vertical a la fila debajo
7. Moverse en sentido horizontal a la ultima celda

Sino:

1. Moverse en sentido vertical hasta el final de la columna
2. Moverse un lugar en sentido horizontal
3. Moverse en sentido vertical hasta el final
4. Moverse en sentido horizontal hasta el final de la fila
5. Moverse un lugar en sentido vertical
6. Moverse un lugar en sentido horizontal
7. Moverse un lugar en sentido vertical
8. Moverse un lugar en sentido horizontal
9. Moverse un lugar en sentido vertical
10. Moverse en sentido horizontal a la ultima celda

B) La empresa Boletus fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1, R2 y R3:

2 X1 + 3 X2 <= 480 (kilos de R1/mes)

2 X1 + 2 X2 <= 360 (kilos de R2/mes)

X1 + 2 X2 <= 300 (kilos de R3/mes)

Z = 20 X1 + 35 X2 (MAXIMO) (20 es el precio de venta de X1 y 35 es el precio de venta de X2)

A continuación, presentamos las dos tablas óptimas.

Optima Directo 20 35

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	60	1	0	2	0	-3
0	X4	0	0	0	-2	1	2
35	X2	120	0	1	-1	0	2
	Z=	5400	0	0	5	0	10

Optima Dual 480 360 300

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
480	Y1	5	1	2	0	-2	1
300	Y3	10	0	-2	1	3	-2
	Z=	5400	0	0*	0	-60	-120

B1) Un proveedor ofrece la posibilidad de entregarle a Boletus recurso R3. El proveedor exige que, por cada dos kilos de recurso R3 que entrega, Boletus le entregue a él 1 kilo de recurso R1. Se quiere saber si conviene, cuántas unidades de R3 le entregará el proveedor a Boletus y cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

B2) Se quiere determinar la conveniencia de fabricar un nuevo producto al cual llamaremos X6. Este producto consume por unidad 1 kilo de R1, 2 kilos de R2 y 1 kilo de R3. ¿Cuál debe ser el precio de venta de este nuevo producto para que convenga fabricarlo? ¿Cuál será la nueva estructura de producción considerando que se introduce este producto con un precio de venta de $25?

Normalización

2X1 + 3X2 + X3 = 480

2X1 + 2X2 + X4 = 360

X1 + 2X2 + X5 = 300

MAX → Z = 20X1 + 35X2

Relación de variables

X1 → Y4

X2 → Y5

X3 → Y1

X4 → Y2

X5 → Y3

B1

Reemplazando los bj en la tabla dual:

			480-a	360	300+2a		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
480-a	Y1	5	1	2	0	-2	1
300+2a	Y3	10	0	-2	1	3	-2
	Zj-Cj		0		0		

Como el dual es un problema de minimo, los Zj-Cj tienen que ser menor o igual a 0

- 960-2a-600-4a-360 = - 6a ≤ 0 ⇒ a ≥ 0 —— Y2 = -45
- -960+2a+900+6a = -60 + 8a ≤ 0 ⇒ a ≤ 7.5 —— Y4 = 0
- 480-a-600-4a = -120 - 5a ≤ 0 ⇒ a ≤ 24 ——- Y5 = -157.5

Entonces, si el proveedor entrega 7.5kg de R3 la tabla seguirá siendo óptima, el funcional aumentará a $5512.5.

La estructura de producción queda: se producirán 0 unidades de X1, 157.5 unidades de X2 y sobrarán 45kg de R2.

Busco la tabla de la solución alternativa para ver si con esta solución también conviene, para eso entra Y2 y sale

			480-a	360	300+2a		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
360	Y2	5/2	1/2	1	0	-1	1/2
300+2a	Y3	15	1	0	1	1	-1
	Zj-Cj			0	0		

- 180 + 300 + 2a - 480 + a = 3a ≤ 0

No existe *a* tal que la tabla siga siendo óptima con esta estructura de producción.

B2

Se agrega una variable nueva:

2X1 + 3X2 + X3 **+ X6** = 480

2X1 + 2X2 + X4 **+ 2X6** = 360

X1 + 2X2 + X5 **+ X6** = 300

MAX → Z = 20X1 + 35X2 **+ $PX6**

<u>Primera tabla</u>

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
			2	3	1	0	0
			2	2	0	1	0
			1	2	0	0	1

Busco matriz de cambio de base, vectores que en la primera tabla eran canónicos: X3, X4 y X5

Vectores de esas variables pero de la tabla óptima:

X3	X4	X5
2	0	-3
-2	1	2
-1	0	2

Se multiplica la matriz de cambio de base por el vector que resulta de haber introducido la nueva variable (1,2,1). El resultado es el vector que se tiene que agregar a la tabla óptima para el nuevo producto:

			20	35			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	60	1	0	2	0	-3
0	X4	0	0	0	-2	1	2
35	X2	120	0	1	-1	0	2
	Zj-Cj		0	0	5	0	10

Para que la tabla siga siendo óptima deberá cumplirse que todos los Zj-Cj sean mayor o igual a 0, por ser un problema de máximo. Entonces, deberá cumplirse que 15 - $P ≥ 0, que es lo mismo que pedir que $P ≤ 15.

Si se introduce el producto con un precio de $25, la tabla quedaría:

			20	35			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	60	1	0	2	0	-3
0	X4	0	0	0	-2	1	2
35	X2	120	0	1	-1	0	2
	Zj-Cj		0	0	5	0	10

Entra X6 y sale X2 ⇒

			20	35			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	60	1	1	**1**	0	-1
0	X4	240	0	-2	0	1	-2
25	X6	120	0	1	-1	0	2
	Zj-Cj		0	10	-5	0	30

Entra X3 y sale X1 ⇒

			20	35			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	60	1	1	1	0	-1
0	X4	240	0	-2	0	1	-2
25	X6	180	1	2	0	0	1
	Zj-Cj	4500	25	40	0	0	5

Comprobamos que con este precio no conviene porque el funcional disminuye a $4500. La estrucura de producción será: producir 180 unidades de X6 y 0 de X1 y X2 (solo se produce el producto nuevo), sobrarán 60kg de R1 y 250kg de R2.

▼ 10/08/2022

A Una empresa de telecomunicaciones diseña instalaciones en sus clientes. Estas instalaciones consisten en un gran número de computadoras que deben estar interconectadas. Un diseño común es instalar las computadoras en determinada cantidad de *anillos* (*rings*). Las comunicaciones dentro de un mismo anillo son muy baratas y rápidas. Las comunicaciones entre anillos (entre dos computadoras que pertenecen a distintos anillos) es bastante cara. Desafortunadamente, hay límites en el tamaño de los anillos.
Más formalmente, digamos que hay *14* computadoras, cada una tiene requerimientos diarios de comunicación que se han estimado en ***Ri*** mensajes. Entre cualquier par de computadoras i y j es necesario enviar ***Min(Ri,Rj)*** mensajes diarios. Los datos de la cantidad de los requerimientos de comunicación de cada computadora se muestran a continuación:

Nombre de la computadora	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Requerimiento diario (*Rj*)	90	40	30	Y	50	90	80	40	30	40	P	80	50	30

Cada computadora debe instalarse en un anillo. Si dos computadoras están en el mismo anillo, los mensajes que se envíen entre ellas no tienen costo. Cuando dos computadoras están en distintos anillos, cada uno de los mensajes que se envíen de una a otra cuesta $30. Existen límites sobre la cantidad de mensajes que pueden circular dentro de cada anillo. Diariamente, no pueden intercambiarse menos de ***W1*** mensajes ni más de ***W2*** mensajes. *Y, P, Ri, Min(Ri,Rj), W1 y W2 son constantes conocidas*
¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible? Se pide:
A1 Análisis del problema. Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo matemático para su resolución por Programación Lineal. Es importante resolverlo con un modelo y no por tanteo en base a los datos del problema. **Si este punto no es lineal, el examen estará insuficiente**. Recuerden que el análisis, el objetivo y las hipótesis tienen que ser los mismos para A1, A2 y A3.
A2 Angel Di Mazo plantea una heurística para resolver el problema.
Ordena las computadoras de mayor a menor según la cantidad de mensajes a enviar (*Rj*).
Mientras queden computadoras en la lista
    Mientras no se exceda el límite de mensajes (W2) del anillo
    Toma la primera y la última de la lista y la coloca en el mismo anillo. Luego las elimina de la lista.
    Fin mientras.
Genera un nuevo anillo
Fin mientras
Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.
A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que Ud. criticó en el punto A2.

A1

Análisis previo

Es un problema de asignación? donde se tienen que asignar computadoras en anillos cuidando que en cada anillo circule una cantidad que esté dentro del rango permitido. Además, el envío de mensajes tiene un costo que varía según si las computadoras están en el mismo anillo o no.

Objetivo

Determinar cuántas computadoras ubicar en cada anillo para minimizar los costos durante un día.

Hipotesis

- No hay computadoras defectuosas
- Los datos de requerimientos diarios son precisos
- Las computadoras y los anillos son indistinguibles
- El limite en el tamaño de los anillos está vinculado a la cantidad máxima de mensajes que soporta
- Los costos son fijos

Variables

Modelo