Material adicional Teórica XI (videos)

Temario

Volvemos a la resolución del problema de los helados para ver:

- Variación simultánea de dos recursos
- Introducción de un nuevo producto
- Agregado de inecuaciones

$$
\begin{aligned}
2\ X1 + 2\ X2 &\leq 600\ [\text{KG AZUCAR/MES}] \\
4\ X2 &\leq 600\ [\text{KG CREMA/MES}] \\
2\ X1 + 4\ X2 &\leq 800[\text{KG ALMID./MES}]
\end{aligned}
$$

TABLA OPTIMA DEL DIRECTO

			8	10			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
8	X1	200	1	0	1	0	-1/2
10	X2	100	0	1	-1/2	0	1/2
0	X4	200	0	0	2	1	-2
		2600	0	0	3	0	1

Modificaciones al problema original

❸ Variación simultánea de recursos

Si variamos más de un recurso al mismo tiempo, no podemos confiar en el rango de variación (porque el rango de variación sirve si lo único que cambia es ese recurso).

Para poderlo trabajar con varios recursos debe haber una relación entre la variación de los recursos (uno varía en función de lo que varía otro).
Se reduce a un problema de conveniencia económica (si me mejora el Z o no)

♋ Se presenta la posibilidad de conseguir azúcar entregando a cambio crema (para conseguir 1 kg. de azúcar se deben entregar 1,5 kg. de crema). ¿Conviene efectuar este canje?. Si conviene: ¿cuántos kg. de azúcar es conveniente conseguir?

Para que convenga, <u>en principio el recurso que recibo debe estar saturado</u> (si tiene sobrante, directamente no conviene). En este caso el azúcar está saturado así que en principio conviene.

En segundo lugar <u>hay que verificar que el valor de lo que entregamos sea menor que el valor de lo que recibimos</u>. En este caso 1,5 kg de crema por el valor marginal de la crema es menor que 1 kg de azúcar por el valor marginal del azúcar

Podemos ver en el Z que por cada canje ganamos 3 pesos

			$600+\alpha$	$600-1{,}5\alpha$	800		
$600+\alpha$	y_1	3	1	-2	0	-1	1/2
800	y_3	1	0	2	1	1/2	-1/2
		$2600+3\alpha$	0	$-200-0{,}5\alpha$	0	$-200-\alpha$	$-100+0{,}5\alpha$

Hay que hallar el valor de α para que todos los zj-cj sigan siendo menores o iguales a cero (uno de ellos se hará cero = soluciones alternativas en el dual = punto degenerado en el directo)

Este valor de α es para que <u>esta tabla</u> siga siendo óptima. Hay que pasar a la próxima tabla óptima (alternativa) y ver si sigue siendo conveniente el negocio.

$$\left.\begin{array}{r} -200-0{,}5\alpha <= 0 \\ -200-\alpha <= 0 \\ -100+0{,}5\alpha <= 0 \end{array}\right\} \text{Implica} \quad \alpha <= 200$$

Reemplazamos en la tabla óptima actual el valor de alfa por 200. Nos tiene que quedar una solución alternativa y hacemos entrar esa variable a la base y veremos qué variable sale.

			600+200	600-300	800		
600+200	y_1	3	1	-2	0	-1	1/2
800	y_3	1	0	2	1	1/2	-1/2
		2600+600	0	-200-100	0	-200-200	-100+100

En este caso en la próxima tabla no conviene porque sale Y1 de la base, pero hay que probar que es así y no decir que analizando la tabla óptima basta.
Se sigue analizando hasta que el negocio no convenga más, en nuestro caso en la próxima tabla ya no conviene porque sale Y1 de la base y el valor marginal pasa entonces a ser cero. Si hubiera salido otra variable de la base hubiéramos tenido que armar la próxima tabla y analizar en ella si el negocio

❹ Introducción de un nuevo producto

Ahora vamos a ver qué pasa cuando analizamos la posibilidad de fabricar un nuevo producto y no queremos resolver el problema de vuelta desde el principio.

- Ante el peligroso aumento de la competencia se decide ofrecer una promoción de yogur helado a 8 $/lata. Cada lata de yogur insume 1 kg. de almidón, 3 kg. de crema y 2 kg. de azúcar

$$2\ X1 + 2\ X2 + 2\ X6 \leq 600\ [KG\ AZ/MES]$$
$$4\ X2 + 3\ X6 \leq 600\ [KG\ CR/MES]$$
$$2\ X1 + 4\ X2 + 1\ X6 \leq 800[KG\ AL/MES]$$

$$Z(MAX) = 8\ X1 + 10\ X2 + 8\ X6$$

X6: latas de yogur helado fab. por mes (latas/mes)

Estimación previa por el método del lucro cesante:

Lucro Cesante = ∑ UsoRecursoi * VMRecursoi

Lucro Cesante = 2 kgAZ/lata * 3 $/kgAZ + 3 kgCR/lata * 0 $/kgCR + 1 kgAL/lata * 1 $/kgAL

LucroCesante = 7 $/lata

Esto es una **estimación** del valor del Zj del nuevo producto. ¿El verdadero valor del Zj será mayor o menor que el Lucro Cesante?. Será mayor o igual ¿por qué?

Porque como estamos cambiando más de un recurso a la vez, no podemos confiar en que el valor marginal se va a mantener (el rango de variación es válido cuando movemos un solo recurso). Y como estamos quitando recurso, si no se mantiene el valor marginal, aumenta.

Estimación previa por el método del lucro cesante:

- Si el lucro cesante es mayor que el beneficio del nuevo producto NO CONVIENE producir el nuevo producto
- Si el lucro cesante es menor o igual que el beneficio del nuevo producto PUEDE SER CONVENIENTE fabricar el nuevo producto
- Como en el caso de nuestro producto el lucro cesante es 7 y es menor o igual que el cj (que es 8) PUEDE SER CONVENIENTE fabricar el nuevo producto, así que vamos a tener que incorporarlo a la solución que hasta ahora es óptima, de manera de analizar su conveniencia sin hacer todo de nuevo.

Resolución incorporando a la tabla óptima del problema:

- Para incorporar a la tabla óptima del problema sin resolver todo de nuevo, hay que encontrar la matriz de cambio de base que permita pasar el vector expresado en la base inicial (que se obtiene de los datos del producto a agregar) a la base óptima
- La matriz de cambio de base se obtiene de la expresión en la tabla óptima de los vectores que en la primera tabla eran canónicos (tomados en el orden que permita expresar la matriz identidad en la primera tabla)
- En el caso de nuestro problema, los vectores canónicos en la primera tabla eran A3, A4 y A5, en ese orden
- Entonces, la matriz de cambio de base está integrada por los vectores A3, A4 y A5 en la tabla óptima
- Vamos a premultiplicar el vector nuevo expresado en la primera tabla por la matriz de cambio de base para obtener ese vector en la tabla óptima

Matriz de cambio de base:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ -1/2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

			8	10				8	θ
8	x_1	200	1	0	1	0	-1/2	3/2	400/3
10	x_2	100	0	1	-1/2	0	1/2	-1/2	----
0	x_4	200	0	0	2	1	-2	5	40
		2600	0	0	3	0	1	-1	

8	x_1	140	1	0	2/5	-3/10	1/10	0
10	x_2	120	0	1	-3/10	1/10	3/10	0
8	x_6	40	0	0	2/5	1/5	-2/5	1
		2640	0	0	17/5	1/5	3/5	0

❺ Agregado de inecuaciones

- Ahora vamos a ver qué pasa cuando agregamos una restricción que antes no existía.
- Lo primero que tenemos que probar es si fabricando la misma cantidad cumplimos con la restricción.
- Si es así, la restricción nueva no afecta al óptimo actual (sigue siendo el óptimo).
- Si afecta, debemos analizar en el DUAL

☯ Se piensa en otra alternativa para hacer a la heladería más competitiva. Consiste en incorporar trozos de fruta a los helados. Se necesitan 4 kg. de fruta por lata de helado de agua y 3 kilos de fruta por cada lata de helado de crema. Se dispone de 1000 kg. de fruta mensuales

$2\ X1 + 2\ X2 \leq\ 600$ [KG AZUCAR/MES]

$4\ X2 \leq\ 600$ [KG CREMA/MES]

$2\ X1 + 4\ X2 \leq\ 800$[KG ALMID./MES]

$4\ X1 + 3\ X2 < 1000$[KG FRUTA/MES]

Z(MAX) = 8 X1 + 10 X2

Prueba de la restricción con la solución óptima actual:

- Antes de agregar la restricción, conviene probar con los valores actuales de X1 y X2 a ver si alcanza la disponibilidad del nuevo recurso fruta para seguir fabricando lo que hacíamos hasta ahora

  4 X1 + 3 X2 <= 1000
  4 200 + 3 100 = 1100 que no es <= 1000

- Por lo tanto tenemos que agregar la nueva restricción: no podemos seguir produciendo lo mismo que hasta ahora (además sabemos que nos faltan 100 kilos)

Resolución incorporando a la tabla óptima:

- Agregar una inecuación, si pasamos al dual, es como agregar un producto nuevo, así que podemos aplicar el mismo método que hicimos con un nuevo producto, premultiplicando por la matriz inversa óptima
- En el caso de nuestro problema, los vectores canónicos en la primera tabla dual eran los de las dos artificiales
- Como los vectores de las artificiales y los de las variables slack son linealmente dependientes, la matriz de cambio de base está integrada por los vectores -A4 y -A5 en la tabla óptima
- Vamos a premultiplicar el vector nuevo expresado en la primera tabla dual por la matriz de cambio de base para obtener ese vector en la tabla óptima dual

$$\begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

			600	600	800			1000	θ
600	y_1	3	1	-2	0	-1	1/2	5/2	6/5
800	y_3	1	0	2	1	1/2	-1/2	-1/2	---
		2600	0	-200	0	-200	-100	100	
1000	y_6	6/5	2/5	-4/5	0	-2/5	1/5	1	
800	y_3	8/5	1/5	8/5	1	3/10	-2/5	0	
		2480	-40	-120	0	-160	-120	0	

Da 100 (la cantidad de fruta que nos faltaba)