💀

Guía de ejercicios

Created	@March 24, 2022 5:56 PM
Class	Modelos y Optimización I
Type	Resuelto
Completed	☐
Status	En curso

Notas

Hipótesis

⚠️Siempre validar que no contradigan el enunciado

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- Todo lo que se produce se vende (no hay stock inicial ni final)
- No hay desperdicio de recursos al fabricar
- No hay costo de M.O.
- No hay costo en el proceso de mezcla
- Las máquinas no fallan
- Las máquinas pueden trabajar asincrónicamente
- El orden en que los productos pasan por las máquinas está externamente determinado
- Se puede conseguir toda la cantidad X e Y que necesite el modelo
- Se puede conseguir X e Y en cantidades arbitrariamente fraccionadas
- Obtendremos una solución aplicable sólo en las circunstancias actuales
- No existen restricciones comerciales que obliguen a fabricar cantidades mínimas
- La mezcla no altera los volúmenes.
- Los productos de las X fuentes distintas son idénticos/misma calidad.
- No hay error en la medición
- Los productos que sobran se pueden utilizar en otro periodo de tiempo
- Los artículos fabricados por cada máquina son indistinguibles entre sí, independientemente del rendimiento de cada máquina
- Se tiene suficiente espacio para almacenar el stock necesario
- No hay costos adicionales por el almacenamiento del stock
- Las máquinas no cambian de artículo ni interrumpen la producción durante el día

- Los costos y cantidades de recursos disponibles son precisos y estables
- Cada proceso trabaja en una determinada tarea desde que la comienza hasta que la finaliza.
- No se pierde tiempo cambiando las tareas que realiza un determinado proceso
- Los tiempos de cada tarea son independientes del órden en que se realizan/trabajan.
- Una tarea iniciada o en curso no se puede interrumpir
- Certeza de la duración de las tareas

Heurísticas

Cuando me dan una heurística propuesta, evaluar:

- Condición de corte
- Desempate
- Que considere todo el problema

Guía 1

▼ Problema Tipo Nº 1

Un fabricante de bombones entrega sus productos en cajas de un kilogramo, en dos variedades: A y B.

La caja tipo A contiene 300 gramos de bombones de licor, 500 gramos de bombones de nuez y 200 gramos de bombones de fruta. La caja tipo B contiene 400 gramos, 200 gramos y 400 gramos de cada tipo de bombón, respectivamente.

La utilidad por cada caja de bombones tipo A es de $120, y por cada caja de tipo B es de $90.

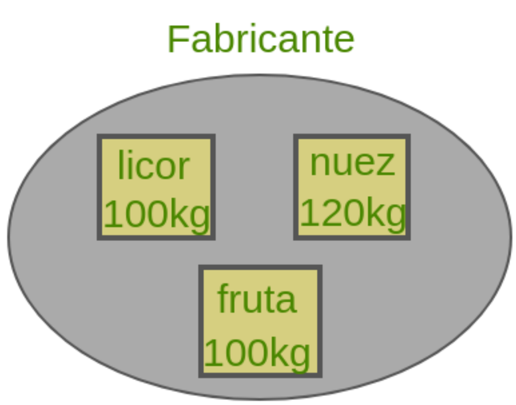
El fabricante dispone de 100 kilogramos de bombones de licor, 120 kilogramos de bombones de nuez, 100 kilogramos de bombones de fruta.

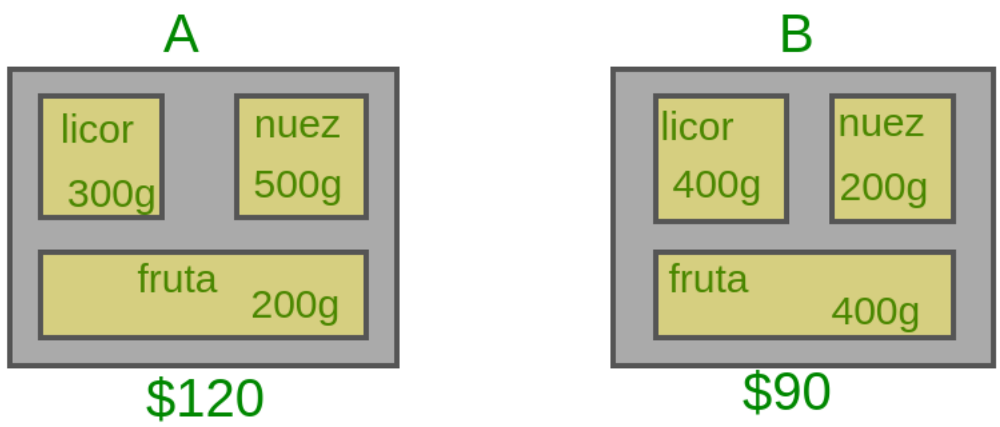
Se desea definir la cantidad de cajas de cada tipo que debe armar en esta situación para que su beneficio sea máximo.

Resolución

Comprender la situación problemática

¿Cuál es el problema? Saber cuántas cajas de tipo A y de tipo B se deben armar.





Objetivo

DETERMINAR cuántas cajas de cada tipo se deben armar PARA maximizar la utilidad DURANTE un período de tiempo.

> ⚠️ Cuando el enunciado no aclara el 'durante', se pone "un período de tiempo"

> ⚠️ ¿Qué significa "maximizar el beneficio"? Tengo que aclarar qué es el beneficio en este modelo. En este caso se habla sobre la utilidad, la utilidad es la ganancia que deja cada caja de bombones, es decir, el precio de venta menos el costo.

Hipótesis y supuestos

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- Todo lo que se produce se vende
- No hay desperdicio de recursos al fabricar

Definición de variables de decisión

Xa: Cantidad de cajas armadas de tipo A (cajas/período)

Xb: Cantidad de cajas armadas de tipo B (cajas/período)

Modelo de programación lineal

Objetivo en función de las variables de decisión:

MAX 120A + 90B

Restricciones:

Cantidad máxima de bombones de licor MAXL →

$$300g\frac{licor}{caja} * A\frac{caja}{periodo} + 400g\frac{licor}{caja} * B\frac{caja}{periodo} \leq 100000g\frac{licor}{periodo}$$

Cantidad máxima de bombones de nuez MAXN →

$$500g\frac{nuez}{caja} * A\frac{caja}{periodo} + 200g\frac{nuez}{caja} * B\frac{caja}{periodo} \leq 120000g\frac{nuez}{periodo}$$

Cantidad máxima de bombones de fruta MAXF →

$$200g\frac{fruta}{caja} * A\frac{caja}{periodo} + 400g\frac{fruta}{caja} * B\frac{caja}{periodo} \leq 100000g\frac{fruta}{periodo}$$

⇒ El modelo matemático queda:

MAX 120A + 90B

300A + 400B ≤ 100000

500A + 200B ≤ 120000

200A + 400B ≤ 100000

(https://www.desmos.com/calculator)

Gráficamente se obtiene que se tienen que armar 200 cajas de tipo A y 100 cajas de tipo B.

La utilidad máxima es Z = 33000 \$/período

Para calcular los slacks agregan nuevas variables para representar las cantidades sobrantes:

Variable Slack	***Descripción***	***Unidad***
X_3	*Sobrante de bombones de licor*	*kilogramos/período*
X_4	*Sobrante de bombones de nuez*	*kilogramos/período*
X_5	*Sobrante de bombones de fruta*	*kilogramos/período*

300A + 400B + X3 ≤ 100000

500A + 200B + X4 ≤ 120000

200A + 400B + X5 ≤ 100000

Luego, se reemplazan A y B por los óptimos y se despejan las variables nuevas:

X3 = 300x200 + 400x100 - 100000 = 0 ⇒ no sobra nada de bombones de licor

X4 = 500x200 + 200x100 - 120000 = 0 ⇒ no sobra nada de bombones de nuez

X5 = 200x200 + 400x100 - 80000 = 20000 ⇒ sobran 20000g de bombones de fruta

Por lo tanto, el valor de todas las variables y el funcional, en el óptimo, será:

X_1 = 200 *Cajas bombones tipo "A"/período*

X_2 = 100 *Cajas bombones tipo "B"/período*

X_3 = 0 *Kgs. Bombones de licor/período*

X_4 = 0 *Kgs. Bombones de nuez /período*

X_5 = 20 *Kgs. Bombones de fruta/período*

Z = 33.000 *$/período*

▼ Problema Tipo Nº 2

Una empresa automotriz está equipada para producir automóviles y camiones.

Su planta fabril está organizada en cuatro departamentos: estampado, montaje de motores, línea de montaje de automotores y línea de montaje de camiones. Las capacidades de cada departamento están limitadas de la siguiente forma:

Estampado puede producir 25.000 autos ó 35.000 camiones por año.

Montaje de motores puede producir 33.333 autos ó 16.667 camiones por año

Montaje de autos: 25.000 por año.

Montaje de camiones: 15.000 por año.

Se desea producir como mínimo 12.000 autos y 8.000 camiones por año, estimándose asimismo en 18.000 unidades la cantidad demandada máxima anual de automóviles.

El margen de beneficios es de 150.000$ por auto y 125.000$ por camión.

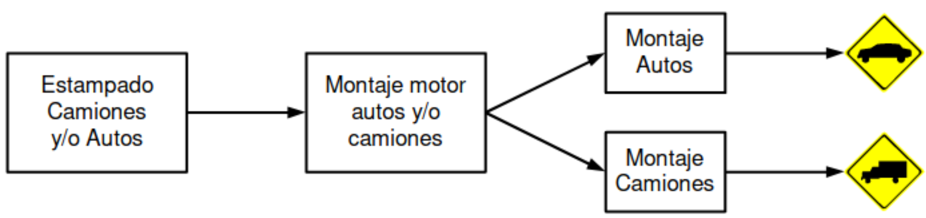
Se desea conocer el plan de producción que haga máximo el margen total de beneficio

Resolución

Comprender la situación problemática

Se quiere saber cuántos autos y cuántos camiones se deben producir para obtener el máximo margen de beneficios.

➢ *Fábrica – Subsistema Producción*



Objetivo

DETERMINAR cuántos autos y cuántos camiones se deben producir PARA maximizar el margen total de beneficios DURANTE un año.

Hipótesis y supuestos

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- No hay stock ni inicial ni final. Todo lo que se produce se vende
- No hay desperdicio de recursos al fabricar
- No existen costos fijos en el sistema producción

- Se vende al contado
- Se planifica a moneda constante
- Los excedentes de caja no se los trabaja a interés
- Las capacidades son prácticas, es decir, están afectadas por las paradas
- Se produce un solo tipo de auto y un solo modelo de camión

Definición de variables de decisión

Variable	Descripción	Unidad
X1	Cantidad de autos a producir	unidades/año
X2	Cantidad de camiones a producir	unidades/año

Modelo de programación lineal

Restricciones:

1. *Estampado puede producir hasta 25.000 autos o 35.000 camiones por año*

   De 1, la capacidad de estampado se debe expresar entre unidades iguales, vale decir, en autos o en camiones.

   Si 35.000 camiones = 25.000 autos → 1 camión = 0,71 autos.

   La ecuación la podríamos expresar como

$$X_1 \frac{autos}{año} + 0{,}71 \frac{autos}{camión} * X_2 \frac{camiones}{año} \leq 25.000 \frac{autos}{año}$$

   ó

$$X_1 \frac{autos}{año} * 1{,}4 \frac{camiones}{auto} + X_2 \frac{camiones}{año} \leq 35.000 \frac{camiones}{año}$$

   De esta forma la ecuación es homogénea en unidades.

2. *Montaje de motores puede producir hasta 33.333 autos o 16.667 camiones por año*

   Si 16.667 camiones = 33.333 autos ⇒ 1 camión = 2 autos

$$X1 \frac{autos}{año} + 2 \frac{autos}{camion} * X2 \frac{camiones}{año} \leq 33333 \frac{autos}{año}$$

   o

$$X1 \frac{autos}{año} * 0,5 \frac{camiones}{auto} + X2 \frac{camiones}{año} \leq 16667 \frac{camiones}{año}$$

3. *Montaje de autos puede producir hasta 25.000 autos por año*

   X1 ≤ 25000

4. *Montaje de camiones puede producir hasta 15.000 camiones por año*

   X2 ≤ 15000

5. *Se desea como mínimo 12000 autos y 8000 camiones por año*

   X1 ≥ 12000

   X2 ≥ 8000

6. *Se estiman 18000 unidades la cantidad demandada máxima anual de automóviles*

   X1 ≤ 18000

Funcional:

MAX 150.000X1 + 125.000X2

En limpio el modelo matemático queda:

MAX 150.000X + 125.000Y

X + 0,71Y ≤ 25000

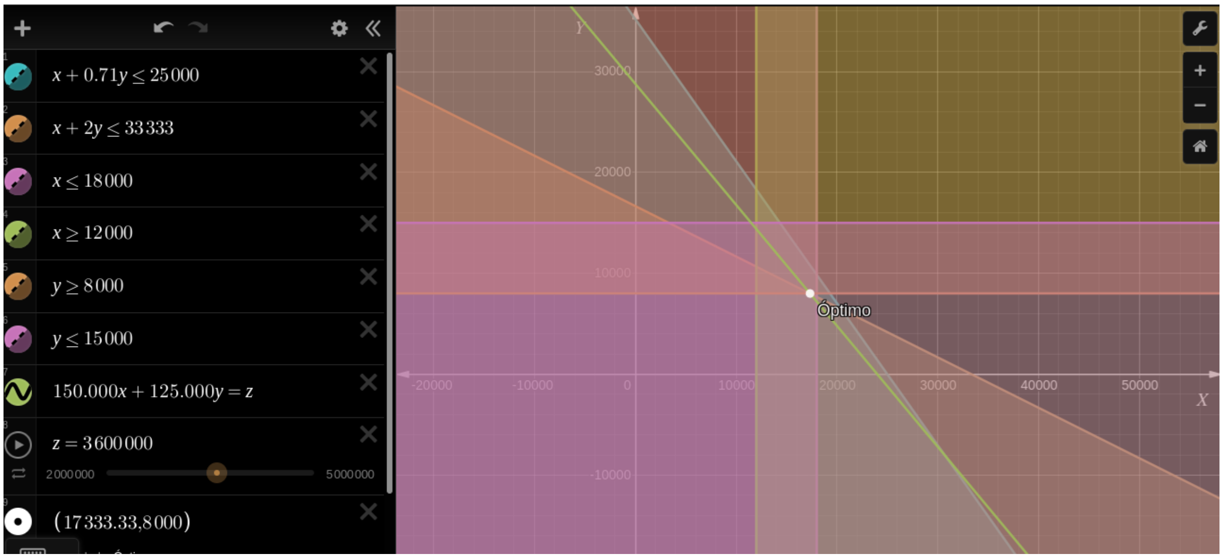
X + 2Y ≤ 33333

X ≤ 18000

X ≥ 12000

Y ≥ 8000

Y ≤ 15000



▼ Problema Tipo Nº 3

Dos aditivos “1” y “2” deben ser empleados para mejorar la calidad de una nafta. Se deben cumplir las siguientes condiciones:

a. Como los aditivos no producen combustión es conveniente, para evitar la formación de depósitos en el carburador, que por cada 10 litros de gasolina no se agregue más de 1/2 litro de aditivos.

b. La cantidad de aditivo “2” más dos veces la cantidad de aditivo 1 debe ser, como mínimo, 1/2 litro por cada 10 litros de gasolina. De esta manera se logra una nafta de color óptimo.

c. Agregar un litro de aditivo “1” significa que a la nafta se agregan 10 unidades de octanaje y agregar un litro de aditivo “2”, 20 unidades de octanaje.

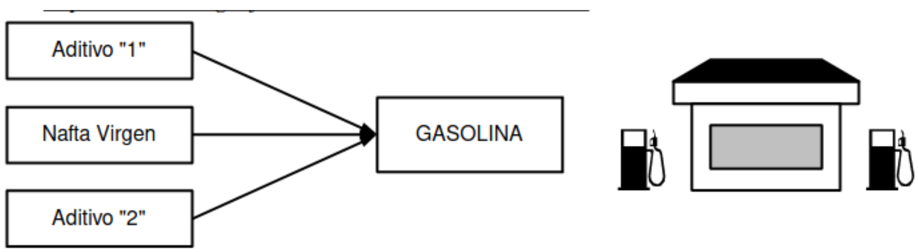
La nafta sin aditivos posee un octanaje de 84 y se quiere que, como mínimo, la gasolina obtenida posea un número de octanos superior a 90.

El costo del aditivo “1” es de 153 $/litro y el del “2”, 400 $/litro.

Resolución

Comprender la situación problemática

Se quiere maximizar la calidad de la nafta aumentando su cantidad de octanos a partir de dos aditivos.



Objetivo

DETERMINAR la cantidad de aditivos 1 y 2 a agregar a la nafta PARA minimizar los costos DURANTE 10 litros de nafta.

(Determinar la cantidad de cada uno de los aditivos a agregar a la nafta virgen por cada 10 litros de gasolina de manera de minimizar los costos)

❓ ¿De dónde sale lo de 'minimizar costos'? Prestar atención al enunciado que no menciona ganancias sino costos.

Hipótesis y supuestos

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- No hay desperdicio de recursos al fabricar
- No hay costo en el proceso de mezcla
- No hay costo de M.O.
- Todas las naftas vírgenes que pueda usar tienen igual costo
- La relación de octanos es lineal
- El aumento en unidades de octanaje de los aditivos se considera por cantidad agregada cada 10 litros de gasolina

Definición de variables de decisión

Variable	Definición	Unidad
X1	Cantidad de aditivo de tipo 1 a agregar a la nafta	litro/10 litros de nafta
X2	Cantidad de aditivo de tipo 2 a agregar a la nafta	litro/10 litros de nafta

Modelo de programación lineal

Restricciones:

1. *Por cada 10 litros de gasolina no se agregue más de 1/2 litro de aditivos*

$$X1 \frac{litros}{10 litros} + X2 \frac{litros}{10 litros} \leq 0.5 \frac{litros}{10 litros}$$

2. *La cantidad de aditivo 2 más dos veces la cantidad de aditivo 1 debe ser, como mínimo, 1/2 litro por cada 10 litros de gasolina*

$$2X1 \frac{litros}{10 litros} + X2 \frac{litros}{10 litros} \geq 0.5 \frac{litros}{10 litros}$$

3. *Agregar un litro de aditivo "1" significa que a la nafta se agregan 10 unidades de octanaje y agregar un litro de aditivo "2", 20 unidades de octanaje. Se quiere que, como mínimo, la gasolina obtenida posea un número de octanos superior a 90.*

   Nafta sin aditivos = 84 octanaje

Quiero que con los aditivos se sumen, al menos, 6 octanos ⇒

$$X1\frac{litros}{10litros} * 10\frac{octanos}{litros} + X2\frac{litros}{10litros} * 20\frac{octanos}{litros} \geq 6\frac{octanos}{10litos}$$

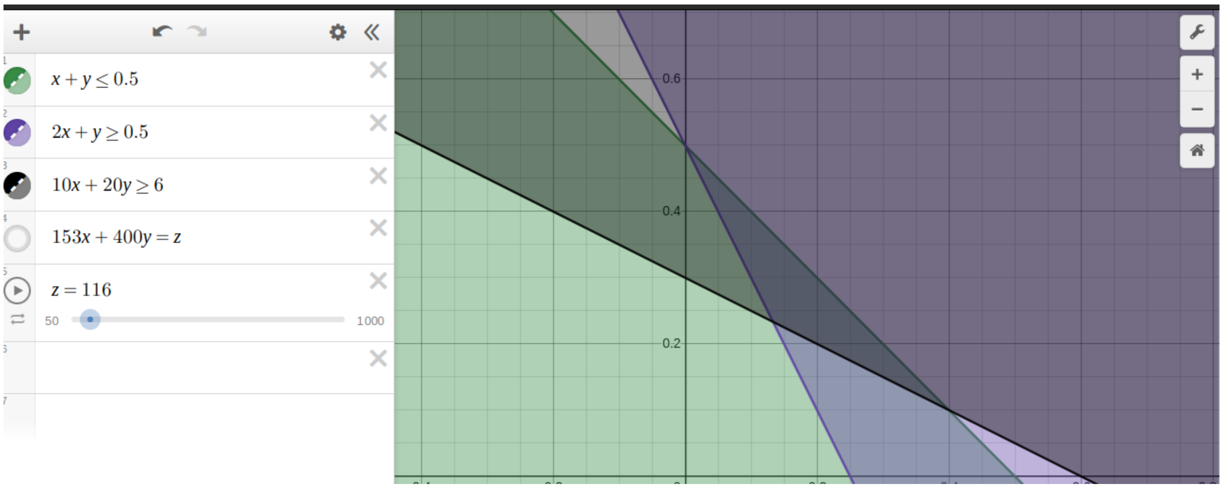
El modelo matemático queda:

MIN 153X1 + 400X2

X1 + X2 ≤ 0.5

2X1 + X2 ≥ 0.5

10X1 + 20X2 ≥ 6



▼ Problema para resolver Nº2

Hay tres máquinas disponibles para la producción de dos productos. Cada uno de ellos requiere los tiempos de proceso que se indican en la tabla siguiente (expresados en horas/unidad).

Producto	Máq. A	Máq. B	Máq. C
1	2	3	4
2	4	2	2
Disponibilidad (hs/mes)	80	60	100

El esquema del proceso productivo es el siguiente:

➢ Ambos productos deben pasar sucesivamente por las tres máquinas (en el orden "A→B→C") para quedar totalmente terminados. Una máquina puede procesar un solo producto por vez.

➢ El precio de venta de 1 es de 60 $/u y el de 2 es de 50 $/u. Se planea la operación para el mes que viene.

¿Cuál es el uso óptimo de estos recursos frente al objetivo de maximizar las ganancias?

Pregunta adicional: ¿Es conveniente conseguir 20 horas/mes más de equipo B?

Resolución

Comprender la situación problemática

El problema es que se quiere saber cuántos productos 1 y 2 producir. Se tienen tres máquinas (A, B y C) para producir 2 productos. Cada máquina puede atender de a un producto por vez. El producto tiene que pasar por cada máquina en el orden A → B → C. Se quiere saber cómo usar los recursos para maximizar las ganancias.

Objetivo

Determinar cuántos productos 1 y 2 se deben producir PARA maximizar las ganancias DURANTE un mes.

Hipótesis y supuestos

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- No hay desperdicio de recursos al fabricar
- No hay costo en el proceso de mezcla
- No hay costo de M.O.
- Las máquinas no fallan
- Las máquinas pueden trabajar asincrónicamente
- El orden en que los productos pasan por las máquinas está externamente determinado (esta es importante)

Definición de variables de decisión

Variable	Definición	Unidad
X1	Cantidad de producto 1 a producir	unidad/mes
X2	Cantidad de producto 2 a producir	unidad/mes

Modelo de programación lineal

Restricciones:

1. *La máquina A tiene 80 horas de disponibilidad*

$$X1\frac{unidad}{mes} * 2\frac{hs}{unidad} + X2\frac{unidad}{mes} * 4\frac{hs}{unidad} \leq 80\frac{hs}{mes}$$

2. *La máquina B tiene 60 horas de disponibilidad*

$$X1\frac{unidad}{mes} * 3\frac{hs}{unidad} + X2\frac{unidad}{mes} * 2\frac{hs}{unidad} \leq 60\frac{hs}{mes}$$

3. *La máquina C tiene 100 horas de diponibilidad*

$$X1\frac{unidad}{mes} * 4\frac{hs}{unidad} + X2\frac{unidad}{mes} * 2\frac{hs}{unidad} \leq 100\frac{hs}{mes}$$

Modelo matemático:

MAX 60x + 50y

2x + 4y ≤ 80

3x + 2y ≤ 60

4x + 2y ≤ 100

Lo óptimo es producir 10 unidades de P1 y 15 unidades de P2.

El ingreso total Z es $1350.

Slack:

2*10 + 4*15 + SOBR_A = 80

3*10 + 2*15 + SOBR_B = 60

4*10 + 2*15 + SOBR_C = 100

⇒ SOBR_A = 0, SOBR_B = 0 y SOBR_C = 30hs

Si se aumentan 20hs al equipo B ⇒ el modelo queda:

MAX 60x + 50y

2x + 4y ≤ 80

3x + 2y ≤ 80

4x + 2y ≤ 100

Lo mejor sería producir 20 unidades de P1 y 10 unidades de P2

El ingreso total Z sería $1700 (mayor al caso anterior)

Slack:

2*20 + 4*10 + SOBR_A = 80

3*20 + 2*10 + SOBR_B = 80

4*20 + 2*10 + SOBR_C = 100

⇒ SOBR_A = 0, SOBR_B = 0 y SOBR_C = 0

Se incrementan los ingresos y no se desperdician horas en ninguna máquina ⇒ conviene. Tener en cuenta que conviene también porque hay una hipótesis de que agregar 20hs a B no tiene costo.

▼ Problema para resolver Nº3

Se desea definir las cantidades a fabricar de dos productos, A y B cuyo procesamiento se realiza en dos centros de máquinas, conociéndose los datos referentes a los tiempos de proceso y disponibilidades en los centros. Se sabe además que debe cumplirse con un pedido mínimo de 50 unidades de A. Al mismo tiempo, la producción de B debe ser por lo menos cuatro veces superior a la producción de A. Se conocen los márgenes brutos de beneficio de cada producto.

		Producto		**Disponibilidad**
		A	**B**	
Tiempos unitarios	**Máquina I**	1	0,4	200
	Máquina II	0,5	1	200
Margen bruto unitario		12	8	

Resolución

Comprender la situación problemática

Se tienen 2 máquinas para producir dos productos distintos, A y B. Cada máquina tiene una disponibilidad de 200hs y tarda determinado tiempo en producir cada producto. Se quiere definir cuánto producir de cada producto para maximizar los margenes brutos de beneficio de cada uno.

Objetivo

Determinar la cantidad a fabricar de productos A y B para maximizar el margen bruto total durante un período de tiempo.

Hipótesis y supuestos

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- No hay desperdicio de recursos al fabricar
- No hay costo en el proceso de mezcla
- No hay costo de M.O.
- Las máquinas no fallan
- Las máquinas pueden trabajar asincrónicamente
- Todo lo producido se vende

Definición de variables de decisión

Variable	Definición	Unidad
X1	Cantidad de productos A a fabricar	unidades/periodo
X2	Cantidad de productos B a fabricar	unidades/periodo

Modelo de programación lineal

Restricciones:

1. *Debe cumplirse con un pedido mínimo de 50 unidades de A*

   $X1 \geq 50$

2. *La producción de B debe ser por lo menos cuatro veces superior a la producción de A*

   $X2 \geq 4X1 \Rightarrow 4X1 - X2 \leq 0$

3. X1 + 0,4X2 ≤ 200
4. 0,5X1 + X2 ≤ 200

[ojo, faltan unidades]

El modelo matemático queda:

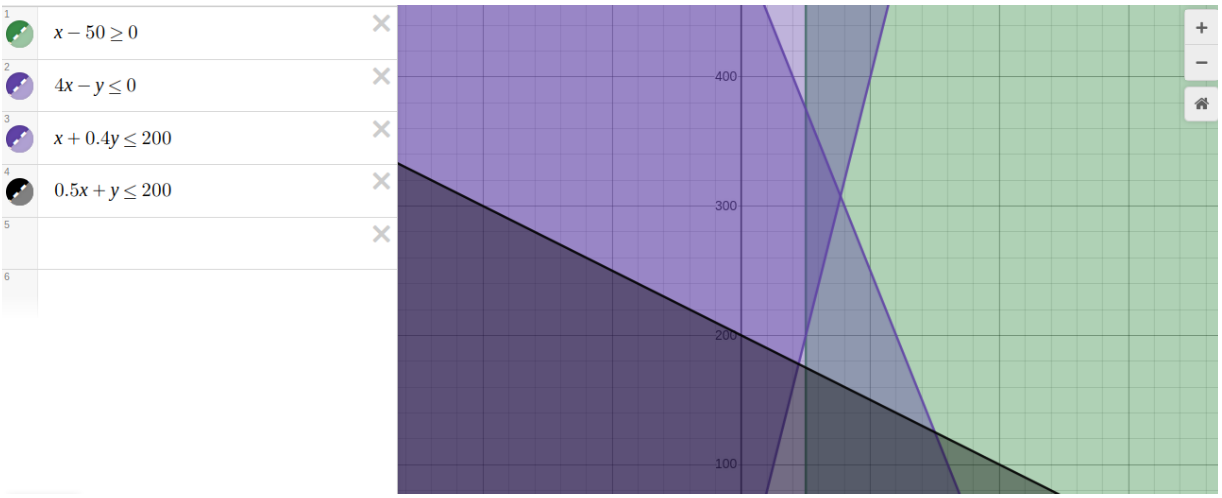
MAX 12x + 8y

x - 50 ≥ 0

4x - y ≤ 0

x + 0,4y ≤ 200

0,5x + y ≤ 200



Se observa que no hay ninguna región que quede pintada de todos los colores lo cual se traduce en que no es posible cumplir con todas las restricciones al mismo tiempo ⇒ No hay solución posible para este problema.

▼ Problema para resolver Nº5

Es necesario alimentar racionalmente un rebaño de cabezas de ganado.

Los alimentos deben contener imprescindiblemente, cuatro componentes nutritivos: A, B, C y D.

Se encuentran disponibles en el mercado dos alimentos M y N cuyas propiedades son:

➢ Un kilogramo de alimento M contiene 100 gr. de nutriente A, 100 gr. de C, y 200 gr. de D.

➢ Un kilogramo de alimento N contiene 100 gr. de nutriente B, 200 gr. de C y 100 gr. de D.

Cada animal debe consumir como mínimo, por día, 400 gr. de nutriente A, 600 gr. de B, 2.000 gr. de C y 1.700 gr. de D.

El alimento M cuesta 10 $/kg, y el N cuesta 4 $/kg.

¿Qué cantidad de alimentos M y N debe suministrarse a cada animal diariamente para que la ración sea la más económica?

Resolución

Comprender la situación problemática

Se necesita alimentar a un rebaño con alimento que contenga A, B, C y D. Existen dos alimentos disponibles, el alimento M compuesto por A, C y D, y el alimento N compuesto por B, C, D. El problema consiste en encontrar la cantidad de alimentos M y N tal que se minimice el gasto y se alimente a cada animal con su debida ración.

Objetivo

Determinar la cantidad de alimento M y N a suministrar a cada animal para minimizar el gasto durante un día.

Hipótesis y supuestos

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- No hay desperdicio de recursos
- Se puede conseguir toda la cantidad M, N que necesite el modelo
- Se puede conseguir M y N en cantidades arbitrariamente fraccionadas
- No existen interacciones entre los nutrientes de un alimento y otro que provoquen cambios en las proporciones de los nutrientes

Definición de variables de decisión

Variable	Definición	Unidad
M	Cantidad de alimento M a suministrar	kg/dia
N	Cantidad de alimento N a suministrar	kg/dia

Modelo de programación lineal

Restricciones:

Cada animal debe consumir como mínimo, por día, 400 gr. de nutriente A, 600gr. de B, 2.000 gr. de C y 1.700 gr. de D

$$0.1\frac{kgA}{1kgM} * \frac{1kgM}{dia} \geq 0.4\frac{kgA}{dia}$$

$$0.1\frac{kgB}{1kgN} * \frac{1kgN}{dia} \geq 0.6\frac{kgB}{dia}$$

$$0.1\frac{kgC}{1kgM} * \frac{1kgM}{dia} + 0.2\frac{kgC}{1kgN} * \frac{1kgN}{dia} \geq 2\frac{kgC}{dia}$$

$$0.2\frac{kgD}{1kgM} * \frac{1kgM}{dia} + 0.1\frac{kgD}{1kgN} * \frac{1kgN}{dia} \geq 1.7\frac{kgD}{dia}$$

Modelo matemático:

MIN 10M + 4N

0.1M ≥ 0.4

0.1N ≥ 0.6

0.1M + 0.2N ≥ 2

0.2M + 0.1N ≥ 1.7

(ver cuál genera menor gasto reemplazando por cada vértice del poliedro)

Guía 2

▼ Problema Tipo Nº1

Un fraccionador de whisky importa el licor en tres distintas graduaciones: A, B y C. Mediante la mezcla de éstos, de acuerdo a sus fórmulas, se obtienen los whiskies de calidades comercializables: Escocés, Kilt y Tartan.

Las citadas fórmulas especifican las siguientes relaciones entre los elementos a mezclar:

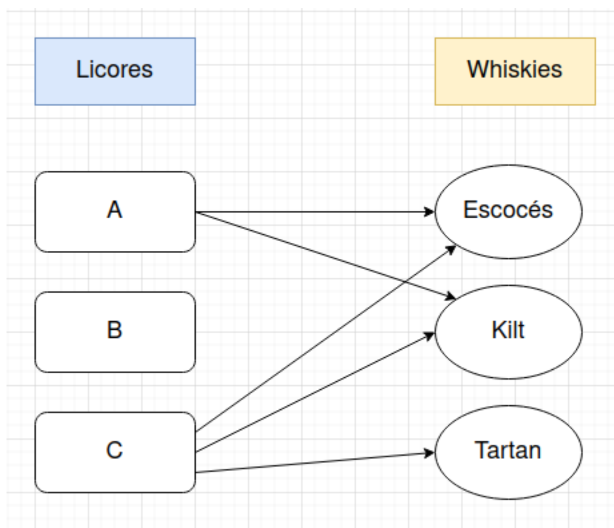
Marca	Especificación	Precio de venta ($/litro)
Escocés	No menos del 60 % de A No más del 20 % de C	680
Kilt	No menos del 15 % de A No más del 80 % de C	570
Tartan	No más del 50 % de C	450

Se conocen asimismo las disponibilidades y precios de los licores A, B y C; que se indican en el siguiente cuadro:

Tipo	Litros disponibles	Precio de compra ($/litro)
A	2.000	700
B	2.500	500
C	1.200	400

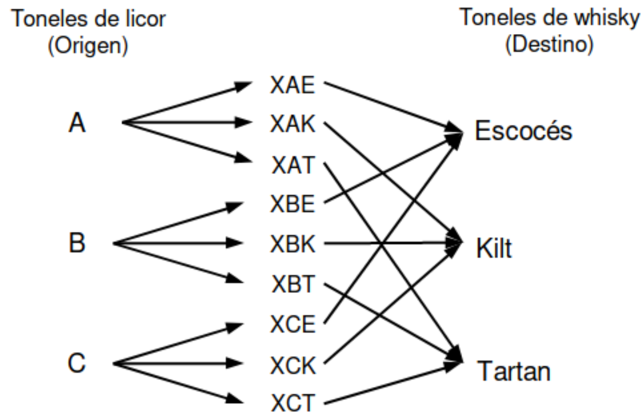
Resolución

Entender el problema



Con la mezcla de licores de distintas graduaciones se producen whiskies. Se quieren maximizar los beneficios teniendo en cuenta los costos.

Del resuelto:



Si imaginamos cada línea como una cañería que vincula los toneles origen y destino, la variable X_{AE} será la cantidad de licor A usada para preparar whisky escocés. Idem resto.

Objetivo

Determinar las cantidades de licor A, B y C y la cantidad total de cada whisky a producir para maximizar las ganancias (teniendo en cuenta los costos) durante un periodo de tiempo.

Hipótesis

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay desperdicio/pérdidas de recursos
- Se puede conseguir A, B y C en cantidades arbitrariamente fraccionadas
- Todo lo producido se vende. Los stocks permanecen constantes.
- No hay costo en el proceso de mezcla ni fraccionamiento. Esto es válido siempre que sean iguales para cualquier tipo de whisky.
- Obtendremos una solución aplicable sólo en las circunstancias actuales
- Si en el futuro variaran las disponibilidades de licor A, B y C habría que resolver el mismo modelo con los nuevos datos.
- No existen restricciones comerciales que obliguen a fabricar cantidades mínimas de ningún whisky (se puede no estar presente en el mercado).
- La mezcla no altera los volúmenes. El volumen resulta de la suma de los volúmenes de los componentes (no existen reacciones químicas).
- Existe capital y mano de obra, etc., disponibles para hacer toda la producción que se quiera.

🚫 EMPIEZA LO QUE ESTÁ MAL

Definición de variables

Variable	Definición	Unidad
A	Cantidad usada de licor A	l/periodo
B	Cantidad usada de licor B	l/periodo
C	Cantidad usada de licor C	l/periodo
ESC	Cantidad producida de whisky Escocés	l/periodo

KIL	Cantidad producida de whisky Kilt	l/periodo
TAR	Cantidad producida de whisky Tartan	l/periodo

Modelo matemático

Disponibilidad de los licores:

1. A [l/periodo] ≤ 2000 [l/periodo]
2. B [l/periodo] ≤ 2500 [l/periodo]
3. C [l/periodo] ≤ 1200 [l/periodo]

Mezcla:

1. A [l/periodo] ≥ 0.6ESC [l/periodo] + 0.15KIL [l/periodo]
2. C [l/periodo] ≤ 0.2ESC [l/periodo] + 0.8KIL [l/periodo] + 0.5TAR [l/periodo]

MAX (ESC [l/periodo] * 680 [$/litro] - A [l/periodo] * 700 [$/litro] + KIL [l/periodo] * 570 [$/litro] - C [l/periodo] * 400 [$/litro] + TAR [l/periodo] * 450 [$/litro])

🚫 TERMINA LO QUE ESTÁ MAL

Ahora si, de nuevo:

Definición de variables

Variable	Definición	Unidad
Xae	Cantidad de licor A usada para producir whisky escocés	l/periodo
Xak	Cantidad de licor A usada para producir whisky kilt	l/periodo
Xat	Cantidad de licor A usada para producir whisky tartan	l/periodo
Xbe	Cantidad de licor B usada para producir whisky escocés	l/periodo
Xbk	Cantidad de licor B usada para producir whisky kilt	l/periodo
Xbt	Cantidad de licor B usada para producir whisky tartan	l/periodo
Xce	Cantidad de licor C usada para producir whisky escocés	l/periodo
Xck	Cantidad de licor C usada para producir whisky kilt	l/periodo
Xct	Cantidad de licor C usada para producir whisky tartan	l/periodo

Modelo matemático

1. Escocés

   Xae ≥ 0.6 (Xae + Xbe + Xce) [l/periodo]

   Xce ≤ 0.2 (Xae + Xbe + Xce) [l/periodo]

2. Kilt

   Xak ≥ 0.15 (Xak + Xbk + Xck) [l/periodo]

   Xck ≤ 0.8 (Xak + Xbk + Xck) [l/periodo]

3. Tartan

   Xct ≤ 0.5 (Xat + Xbt + Xct) [l/periodo]

4. Disponibilidad de licores

   Xae + Xak + Xat ≤ 2000 [l/periodo]

   Xbe + Xbk + Xbt ≤ 2500 [l/periodo]

   Xce + Xck + Xct ≤ 1200 [l/periodo]

Funcional → Maximizar

Z = Ingresos por ventas de whiskies - Costos de licores utilizados [$/periodo]

= (Xae + Xbe + Xce)*680 + (Xak + Xbk + Xck)*570 + (Xat + Xbt + Xct)*450 - (Xae + Xak + Xat)*700 - (Xbe + Xbk + Xbt)*500 - (Xce + Xck + Xct)*400

▼ Problema para resolver Nº1

Un taller de tejido elabora varios modelos de pullóver. Estos modelos de pullóver se pueden agrupar, desde un punto de vista técnico-económico, en tres tipos diferentes de prendas, a los cuales llamaremos A, B y C.

El taller posee dos máquinas (I y II). Los pullóveres A sólo pueden hacerse en la máquina I, los C sólo pueden hacerse en la máquina II y los B pueden hacerse tanto en la máquina I como en la II.

Las dos máquinas trabajan dos turnos por día, 8 horas en cada turno, de lunes a viernes.

La materia prima utilizada es lana de dos calidades distintas (Mejorada y Normal). La lana Mejorada se utiliza para los pullóveres de tipo A y C. Los pullóveres de tipo B se hacen con lana Normal. De la lana Mejorada se pueden conseguir hasta 20 kg./semana y de la lana Normal hasta 36 kg./semana.

Existe un compromiso de entregar 10 pullóveres B por semana a un importante distribuidor.

No es necesario que las prendas que comienzan a fabricarse en una semana se terminen durante la misma, es decir que pueden quedar pullóveres a medio hacer de una semana para la próxima.

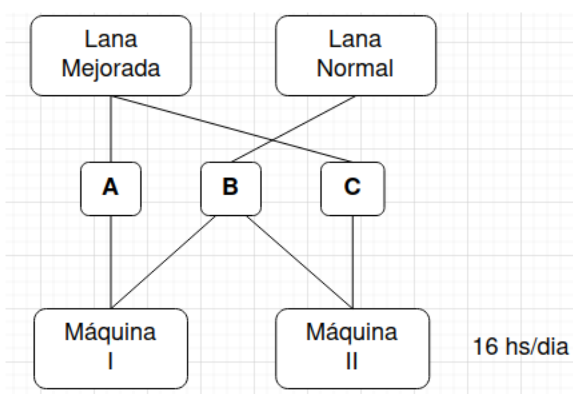
Los estándares de producción y materia prima y los beneficios unitarios para cada tipo de pullóver, se indican en el siguiente cuadro:

Tipo de pullóver	Estándar de producción hs/pullover		Estándar de materia prima kg/pullover		Beneficio unitario $/pullover
	Máquina I	Máquina II	Mejorada	Normal	
A	5	—	1,6	—	10
B	6	4	—	1,8	15
C	—	4	1,2	—	18

Resolución

Entender el problema

Es un problema de planificación de la producción.



Objetivo

Determinar la cantidad de pulloveres de tipo A, B y C que se deben fabricar para maximizar el beneficio total durante una semana.

Hipótesis

- No existe un orden respecto al uso de las máquinas
- Las máquinas no fallan
- No se pierde materia prima ni recursos durante el proceso de fabricación
- No hay inflación ni varian los costos o precios
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay costo de mano de obra, de stock, horas uso de máquina ni adquisición de materia prima
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de producto (divisibilidad)

Definición de variables

Variable	Definición	Unidades
A	Cantidad de pulloveres de tipo A a fabricar en una semana	unidad/semana
B1	Cantidad de pulloveres de tipo B a fabricar en la maquina 1 en una semana	unidad/semana
B2	Cantidad de pulloveres de tipo B a fabricar en la maquina 2 en una semana	hs/semana
C	Cantidad de pulloveres de tipo C a fabricar en una semana	unidad/semana

Modelo matemático

1. *Existe un compromiso de entregar 10 pullóveres B por semana a un importante distribuidor*

   B1 [unidad/semana] + B2 [unidad/semana] ≥ 10

2. *Estándar de producción + Las dos máquinas trabajan dos turnos por día, 8 horas en cada turno, de lunes a viernes.*

   A [unidad/semana] * 5 [hs/unidad] + B [unidad/semana] * 6 [hs/unidad] ≤ 80

   C [unidad/semana] * 4 [hs/unidad] + B [unidad/semana] * 4 [hs/unidad] ≤ 80

3. *Estándar de materia prima + De la lana Mejorada se pueden conseguir hasta 20 kg./semana y de la lana Normal hasta 36 kg./semana*

   A [unidad/semana] * 1.6 [kg/unidad] + C [unidad/semana] * 1.2 [hs/unidad] ≤ 20 [kg/semana]

   B1 [unidad/semana] * 1.8 [kg/unidad] + B2 [unidad/semana] * 1.8 [kg/unidad] ≤ 36 [kg/semana]

Funcional: MAX → Z = A*10 + B1*15 + B2*15 + C*18

Solución por software

```
/* Declaracion de variables */
var A >= 0;
var B1 >= 0;
var B2 >= 0;
var C >= 0;

/* Definicion del funcional */
maximize z: A * 10 + B1 * 15 + B2* 15 + C * 18;

/* Restricciones */
/* Procesamiento de cada equipo */
s.t. minB: B1 + B2 >= 10;
s.t. maxM1: A*5 + B1*6 <= 80;
s.t. maxM2: C*4 + B2*4 <= 80;
s.t. maxLM: A*1.6 + C*1.2 <= 20;
s.t. maxLN: B1*1.8 + B2*1.8 <= 36;

end;
```

```
Problem:    2
Rows:       6
Columns:    4
Non-zeros:  14
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 550 (MAXimum)
```

```
   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 z            B            550
     2 minB         B        16.6667            10
     3 maxM1        NU            80                          80           2.5
     4 maxM2        NU            80                          80          3.75
     5 maxLM        NU            20                          20           2.5
     6 maxLN        B             30                          36

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 A            NL             0             0                        -6.5
     2 B1           B        13.3333             0
     3 B2           B        3.33333             0
     4 C            B        16.6667             0

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.DE: max.abs.err = 0.00e+00 on column 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on column 0
        High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

End of output
```

Análisis del resultado

Solución óptima hallada:

- Se deben producir 0 pulloveres de tipo A
- Se deben producir 13.3 pulloveres de tipo B en la máquina 1
- Se deben producir 3.3 pulloveres de tipo B en la máquina 2
- Se deben producir 16.7 pulloveres de tipo C
- Se obtendría una ganancia máxima de $550

▼ Problema para resolver Nº2

“Copani”, una compañía dedicada a la minería, explota tres yacimientos (Sierra Alta, Sierra Chica y El Abra), de cada uno de los cuales obtiene un mineral que contiene cuatro metales: Cobre, Estaño, Manganeso y Zinc. Con estos cuatro metales, y siguiendo las especificaciones que pueden verse en el cuadro que figura a continuación, Copani elabora dos aleaciones: A y B.

Aleación	**Especificaciones**
A	Como máximo 80% de Cobre
	Como máximo 30% de Estaño
	Como mínimo 50% de Zinc
B	Entre 40% y 60% de Estaño
	Como mínimo 30% de Manganeso
	Como máximo 70% de Zinc

La proporción de cada metal que está en el mineral depende del yacimiento del cual proviene ese mineral. La siguiente tabla indica esos datos, así como los costos de extracción de mineral:

Mineral	Máximo Disponible (toneladas)	Porcentaje de Metal					Costo $/Tonelada
		Cobre	Estaño	Manganeso	Zinc	Otros	
Sierra Alta	1000	20	10	30	30	10	10
Sierra Chica	2000	10	20	30	30	10	40
El Abra	3000	5	5	70	20	0	50

La aleación A se vende a $A por tonelada y la aleación B a $B por tonelada. Con la información indicada: ¿Qué es lo mejor que puede hacer “Copani”?

Para facilitar el análisis se incluyen las siguientes definiciones:

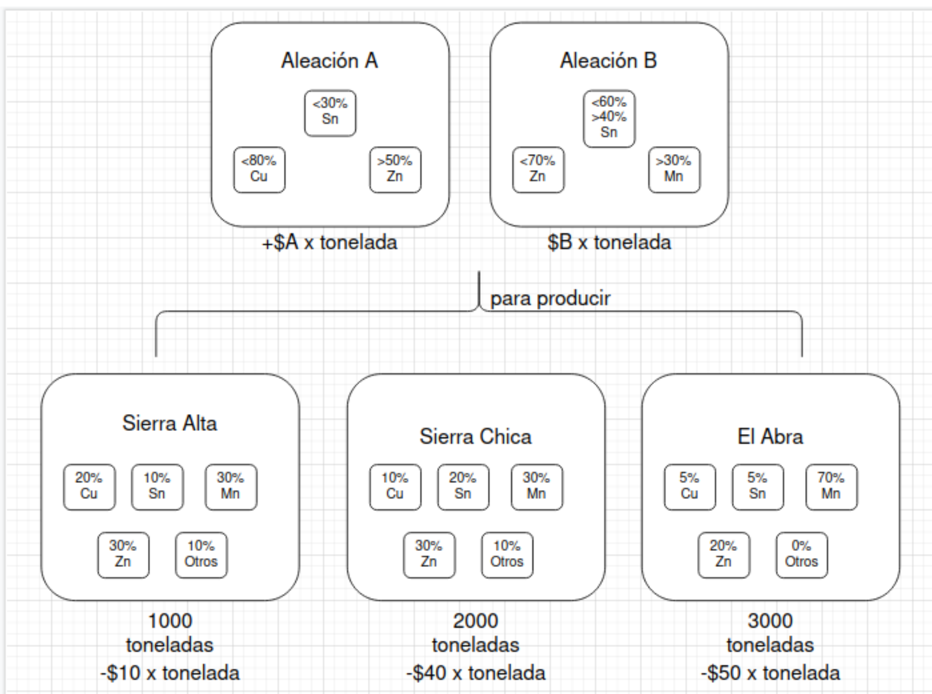
➢ *Aleación: Producto homogéneo de propiedades metálicas, compuesto de dos o más elementos, uno de los cuales, al menos, debe ser un metal. Ej: Bronce, Acero.*

➢ *Metal: Cada uno de los elementos químicos, buenos conductores del calor y de la electricidad. Ej: Oro, Cobre, Hierro.*

➢ *Mineral: Sustancia inorgánica que se halla en la superficie o en diversas capas de la tierra, cuya explotación ofrece interés. Ej: Ferrita, Pirita*

Resolución

Entender el problema



¿Cuál es el problema? Saber cuántas aleaciones A y B producir

Hay tres yacimientos disponibles, cada uno tiene un máximo de toneladas de mineral a extrar y distintos porcentajes de metales disponibles. Además, cada aleación se compone de distintas proporciones de metales. Entonces, lo que se quiere saber es cuántas aleaciones A y B producir para aumentar las ganancias teniendo en cuenta los costos de extracción.

Objetivo

Determinar cuánto metal extrar de cada yacimiento *(o lo de A y B?)* para maximizar las ganancias durante un determinado período.

Hipótesis

- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay desperdicio/pérdidas de recursos
- Se puede conseguir A y B en cantidades arbitrariamente fraccionadas
- Todo lo producido se vende. Los stocks permanecen constantes.
- No hay costo en el proceso de mezcla ni fraccionamiento.
- Obtendremos una solución aplicable sólo en las circunstancias actuales
- No existen restricciones comerciales que obliguen a fabricar cantidades mínimas de ningua aleación (se puede no estar presente en el mercado).
- No hay reacciones químicas inesperadas al realizar las aleaciones.
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de producto.
- Existe capital y mano de obra disponibles para hacer toda la producción que se quiera.
- Los minerales de los tres yacimientos son idénticos.

Definición de variables

Variable	Definición	Unidades
Cu_Aj	Cantidad de cobre extraido de j para producir aleación A, j=SierraAlta, SierraChica, ElAbra	tonelada/periodo
Sn_ij	Cantidad de estaño extraido de j para producir aleación i, i=A,B, j=SierraAlta, SierraChica, ElAbra	tonelada/periodo
Mn_Bj	Cantidad de manganeso extraido de j para producir aleación B, j=SierraAlta, SierraChica, ElAbra	tonelada/periodo
Zn_ij	Cantidad de zinc extraido de j para producir aleación i, i=A,B, j=SierraAlta, SierraChica, ElAbra	tonelada/periodo

Modelo matemático

<u>Capacidad productiva [creo que estos están mal]</u>

Cu_ASA [tonelada/periodo] ≤ 0.2*1000 = 200 [tonelada/periodo]

Sn_ASA + Sn_BSA ≤ 100

Mn_BSA ≤ 300

Zn_ASA + Zn_BSA ≤ 300

Cu_ASC [tonelada/periodo] ≤ 100 [tonelada/periodo]

Sn_ASC + Sn_BSC ≤ 200

Mn_BSC ≤ 300

Zn_ASC + Zn_BSC ≤ 300

Cu_AEA [tonelada/periodo] ≤ 50 [tonelada/periodo]

Sn_AEA + Sn_BEA ≤ 50

Mn_BEA ≤ 700

Zn_AEA + Zn_BEA ≤ 200

<u>Mezcla</u>

A

Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA ≤ 0.8 (Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA + Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA + Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA)

Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA ≤ 0.3 (Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA + Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA + Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA)

Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA ≥ 0.5 (Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA + Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA + Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA)

B

Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA ≤ 0.6 (Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA)

Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA ≥ 0.4 (Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA)

Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA ≥ 0.3 (Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA)

Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA ≤ 0.7 (Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA)

<u>Funcional</u>

MAX → Z = (Cu_ASA + Sn_ASA + Zn_ASA)*(A-10) + (Cu_ASC + Sn_ASC + Zn_ASC)*(A-40) + (Sn_AEA + Zn_AEA + Cu_AEA)*(A-50) + (Mn_ASA + Sn_ASA + Zn_ASA)*(B-10) + (Mn_ASC + Sn_ASC + Zn_ASC)*(B-40) + (Sn_AEA + Zn_AEA + Mn_AEA)*(B-50)

Resolución por software

Supongo PrecioA=50 y PrecioB=30

```
/* Declaracion de variables */
var Cu_ASA >= 0;
var Cu_ASC >= 0;
var Cu_AEA >= 0;
var Sn_ASA >= 0;
var Sn_ASC >= 0;
var Sn_AEA >= 0;
var Sn_BSA >= 0;
var Sn_BSC >= 0;
var Sn_BEA >= 0;
var Mn_BSA >= 0;
var Mn_BSC >= 0;
var Mn_BEA >= 0;
var Zn_ASA >= 0;
var Zn_ASC >= 0;
var Zn_AEA >= 0;
var Zn_BSA >= 0;
var Zn_BSC >= 0;
var Zn_BEA >= 0;

/* Definicion del funcional */
maximize z: (Cu_ASA + Sn_ASA + Zn_ASA)*(50-10) + (Cu_ASC  +  Sn_ASC + Zn_ASC)*(50-40) + (Sn_AEA + Zn_AEA + Cu_AEA)*(50-50) + (Sn_BSA + M

/* Restricciones */
/* Capacidad productiva */
s.t. maxCuSA: Cu_ASA <= 200;
s.t. maxSnSA: Sn_ASA + Sn_BSA <= 100;
s.t. maxMnSA: Mn_BSA <= 300;
s.t. maxZnSA: Zn_ASA + Zn_BSA <= 300;
s.t. maxCuSC: Cu_ASC <= 100;
s.t. maxSnSC: Sn_ASC + Sn_BSC <= 200;
s.t. maxMnSC: Mn_BSC <= 300;
s.t. maxZnSC: Zn_ASC + Zn_BSC <= 300;
s.t. maxCuEA: Cu_AEA <= 50;
s.t. maxSnEA: Sn_AEA + Sn_BEA <= 50;
s.t. maxMnEA: Mn_BEA <= 700;
s.t. maxZnEA: Zn_AEA + Zn_BEA <= 200;

/* Mezcla A */
s.t. maxCuA: Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA <= 0.8*(Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA + Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA + Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA);
s.t. maxSnA: Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA <= 0.3*(Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA + Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA + Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA);
s.t. minZnA: Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA >= 0.5*(Cu_ASA + Cu_ASC + Cu_AEA + Sn_ASA + Sn_ASC + Sn_AEA + Zn_ASA + Zn_ASC + Zn_AEA);


/* Mezcla B */
s.t. maxSnB: Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA <= 0.6*(Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA);
s.t. minSnB: Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA >= 0.4*(Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA);
s.t. minMnB: Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA >= 0.3*(Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA);
s.t. maxZnB: Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA <= 0.7*(Sn_BSA + Sn_BSC + Sn_BEA + Mn_BSA + Mn_BSC + Mn_BEA + Zn_BSA + Zn_BSC + Zn_BEA);

end;
```

```
Problem:    2
Rows:       20
Columns:    18
Non-zeros:  96
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 32000 (MAXimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 z            B          32000
     2 maxCuSA      NU           200                         200            40
     3 maxSnSA      NU           100                         100            40
     4 maxMnSA      NU           300                         300       6.66667
     5 maxZnSA      NU           300                         300            40
     6 maxCuSC      NU           100                         100            10
     7 maxSnSC      NU           200                         200            10
     8 maxMnSC      B              0                         300
     9 maxZnSC      NU           300                         300            10
    10 maxCuEA      B              0                          50
    11 maxSnEA      B              0                          50
    12 maxMnEA      B              0                         700
    13 maxZnEA      B              0                         200
    14 maxCuA       B           -500                          -0
    15 maxSnA       B           -200                          -0
    16 minZnA       B            100            -0
    17 maxSnB       B           -100                          -0
    18 minSnB       NL             0            -0                    -33.3333
    19 minMnB       B            150            -0
    20 maxZnB       B           -350                          -0

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 Cu_ASA       B            200             0
     2 Cu_ASC       B            100             0
     3 Cu_AEA       NL             0             0                       < eps
     4 Sn_ASA       B            100             0
     5 Sn_ASC       B              0             0
     6 Sn_AEA       NL             0             0                       < eps
     7 Sn_BSA       NL             0             0                       < eps
     8 Sn_BSC       B            200             0
     9 Sn_BEA       NL             0             0                       < eps
    10 Mn_BSA       B            300             0
    11 Mn_BSC       NL             0             0                    -23.3333
    12 Mn_BEA       NL             0             0                    -33.3333
    13 Zn_ASA       B            300             0
    14 Zn_ASC       B            300             0
    15 Zn_AEA       NL             0             0                       < eps
    16 Zn_BSA       NL             0             0                    -33.3333
    17 Zn_BSC       NL             0             0                    -33.3333
    18 Zn_BEA       NL             0             0                    -33.3333

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.DE: max.abs.err = 0.00e+00 on column 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on column 0
        High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

End of output
```

Otra manera (creo que esta es la posta):

Variables

A : Cantidad de aleación A elaborada en un periodo [tonelada/periodo]

B : Cantidad de aleación B elaborada en un periodo [tonelada/periodo]

Cui: Cantidad de cobre usado para elaborar la aleación i. [tonelada/periodo]

$Cutot$: Cantidad de cobre total. [tonelada/periodo]

Sni: Cantidad de estaño usado para elaborar la aleación i. [tonelada/periodo]

$Sntot$: Cantidad de estaño total. [tonelada/periodo]

Mni: Cantidad de manganeso usado para elaborar la aleación i. [tonelada/periodo]

$Mntot$: Cantidad de manganeso total. [tonelada/periodo]

Zni: Cantidad de zinc usado para elaborar la aleación i. [tonelada/periodo]

$Zntot$: Cantidad de zinc total. [tonelada/periodo]

Sa: Cantidad de toneladas extraídas de Sierra Alta [toneladas/periodo]

Sb: Cantidad de toneladas extraídas de Sierra Chica [toneladas/periodo]

Sc: Cantidad de toneladas extraídas de El Abra [toneladas/periodo]

Restricciones

Restricciones de compromiso requerida:

$CuA \leq 0.8\ A$

$SnA \leq 0.3\ A$

$0.5\ A \leq ZnA$

$0.4\ B \leq Snb \leq 0.6\ B$

$0.3\ B \leq Mnb$

$Znb \leq 0.7\ B$

Restricciones de disponibilidad en yacimientos:

$Sa \leq 1000$ tonelada/periodo

$Sb \leq 2000$ tonelada/periodo

$Sc \leq 3000$ tonelada/periodo

Composición de cada metal:

$Cu)\ 0.2 * Sa + 0.1 * Sb + 0.05 * Sc \geq Cua + Cub$

$Sn)\ 0.2 * Sa + 0.2 * Sb + 0.05 * Sc \geq Sna + Snb$

$Mn)\ 0.3 * Sa + 0.3 * Sb + 0.7 * Sc \geq Mna + Mnb$

$Zn)\ 0.3 * Sa + 0.3 * Sb + 0.2 * Sc \geq Zna + Znb$

$A = CuA + SnA + Mna + Zna$

$B = Cub + Snb + Mnb + Znb$

Funcional:

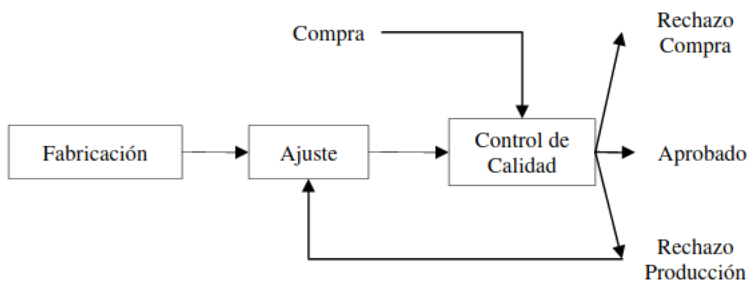
Max $Z = \$A*A + \$B * B - \$Sa * Sa - \$Sb * Sb - \$Sc * S$

▼ Problema para resolver Nº4

Una fábrica de automotores cuenta con un taller propio para la producción de los tableros de los vehículos que fabrica, tarea que también puede encomendarse a proveedores.

El proceso de fabricación de tableros es el siguiente, para cualquier tipo de tablero.

Los tableros comprados, pasan también por el mismo sector de Control de Calidad.



La fábrica necesita cuatro tipos de tableros A, B, C y D, para los que se cuenta con los datos referentes a sus tiempos de fabricación, ajuste y de control de calidad, en horas/tablero, tal como se muestra en la tabla siguiente:

Tablero	**Fabricación**	**Ajuste**	**Control de Calidad**	
			Producción	**Compra**
A	0,34	0,08	0,02	0,03
B	0,38	0,06	0,03	0,05
C	0,47	0,10	0,03	0,04
D	0,50	0,12	0,03	0,04
Disponibilidad horas	6.500	1.000	600	

La fábrica necesita exactamente 4.000 tableros A, 3.000 tableros B, 8.000 tableros C y 5.000 tableros D.

Los costos de producción y compra son los siguientes, medidos en $:

	A	**B**	**C**	**D**
Producción	50	60	120	100
Compra	80	75	180	80

Xi: Cantidad de tableros tipo i fabricados

XCi: Cantidad de tableros tipo i comprados

Variación del ejercicio para entregar

<u>Fabricación</u>

$0.34Xa + 0.38Xb + 0.47Xc + 0.5Xd \leq 6500$

<u>Ajuste</u>

$0.08Xa + 0.06Xb + 0.1Xc + 0.12Xd \leq 1000$

<u>Control de calidad</u>

$0.02XCa + 0.03 Xa + 0.03XCb + 0.05Xb + 0.03 XCc + 0.04Xc + 0.03XCd + 0.04Xd \leq 600$

<u>Demanda de tableros</u>

$Xa + XCa = 4000$

$Xb + XCb = 3000$

$Xc + XCc = 8000$

$Xd + XCd = 5000$

<u>Funcional</u>

$Min\ Z = 50Xa + 80XCa + 60Xb + 75XCb + 120Xc + 180XCc + 100Xd + 80XCd$

- *Un registro estadístico de Control de Calidad indica que el 90% de los tableros producidos por la fábrica son aprobados, y el resto debe repetir la operación de ajuste y su posterior control de calidad. Para un tablero reajustado, el porcentaje de aprobación es el mismo indicado. Con respecto a los tableros comprados, es aprobado el 80% y el resto es devuelto al proveedor siendo controlado nuevamente al ser reintegrado por el proveedor.*

  Las ecuaciones que afecta son la de Ajuste y Control de calidad:

  El 90% de los fabricados van a aprobar el control de calidad, el resto debe repetir la operación de control →

  $0.02XCa + 0.03\ Xa/0.9 + 0.03XCb + 0.05Xb/0.9 + 0.03\ XCc + 0.04Xc/0.9 + 0.03XCd + 0.04Xd/0.9 \leq 600$

  El resto debe repetir la operación de ajuste →

  $0.08Xa/0.9 + 0.06Xb/0.9 + 0.1Xc/0.9 + 0.12Xd/0.9 \leq 1000$

  El 80% de los comprados van a aprobar el control de calidad, el resto debe repetir la operación de control →

  $0.02XCa/0.8 + 0.03\ Xa/0.9 + 0.03XCb/0.8 + 0.05Xb/0.9 + 0.03\ XCc/0.8 + 0.04Xc/0.9 + 0.03XCd/0.8 + 0.04Xd/0.9 \leq 600$

Fabricación)
0,34 XA + 0,38 XB + 0,47 XC + 0,5 XD < 6500

Ajuste)
0,08 XA/0,9 + 0,06 XB/0,9 + 0,10 XC/0,9 +
0,12 XD/0,9
< 1000

Control de calidad)
0,02 XA/0,9 + 0,03 XB/0,9 + 0,03 XC/0,9 +
0,03 XD/0,9 + 0,03 XCA/0,8 + 0,05 XCB/0,8 +
0,04 XCC/0,8 + 0,04 XDD/0,8 < 600

Demanda de tableros)
XA + XCA = 4000 XB + XCB = 3000
XC + XCC = 8000 XD + XCD = 5000

MIN Z = 50 XA + 60 XB + 120 XC + 100 XD +
80 XCA + 75 XCB + 180 XCC + 80 XCD

- *Un registro estadístico de Control de Calidad indica que el 90% de los tableros producidos por la fábrica son aprobados, y el resto no sirve (es desperdicio). Con respecto a los tableros comprados, es aprobado el 80% y el resto es devuelto al proveedor siendo controlado nuevamente al ser reintegrado por el proveedor. Los tableros que devuelve el proveedor tienen el mismo porcentaje de rechazo que los que trajo la primera vez.*

  El 90% de los fabricados van a aprobar el control de calidad, el resto no sirve →

  $0.02XCa + 0.03\ Xa + 0.03XCb + 0.05Xb + 0.03\ XCc + 0.04Xc + 0.03XCd + 0.04Xd \leq 600$

  Queda igual porque al ser desperdicio no va a volver a hacer un control de calidad

  El 80% de los comprados van a aprobar el control de calidad, el resto debe repetir la operación de control →

  $0.02XCa/0.8 + 0.03\ Xa + 0.03XCb/0.8 + 0.05Xb + 0.03\ XCc/0.8 + 0.04Xc + 0.03XCd/0.8 + 0.04Xd/0.9 \leq 600$

Fabricación)
0,34 XA + 0,38 XB + 0,47 XC + 0,5 XD < 6500

Ajuste)
0,08 XA + 0,06 XB + 0,10 XC + 0,12 XD <
1000

Control de calidad)
0,02 XA + 0,03 XB + 0,03 XC + 0,03 XD +
0,03 XCA/0,8 + 0,05 XCB/0,8 + 0,04 XCC/0,8
+ 0,04 XDD/0,8 < 600

Demanda de tableros)
0,9 XA + XCA = 4000 0,9 XB + XCB = 3000
0,9 XC + XCC = 8000 0,9 XD + XCD = 5000

MIN Z = 50 XA + 60 XB + 120 XC + 100 XD +
80 XCA + 75 XCB + 180 XCC + 80 XCD

- *Un registro estadístico de Control de Calidad indica que el 90% de los tableros producidos por la fábrica son aprobados, y el resto debe repetir la operación de ajuste y su posterior control de calidad. Los tableros que vuelven reajustados no tienen rechazo (la segunda vez ya quedan bien) así que no hay que volverlos a revisar. Con respecto a los tableros comprados, es aprobado el 80% y el resto es desperdicio, pero no se paga al proveedor por los tableros que están mal.*

  Como no se vuelve a repetir los fallados, el unico cambio está en que no se paga al proveedor por los tableros que están mal ⇒

  Min Z = 50Xa + 80*0.8XCa + 60Xb + 75*0.8XCb + 120Xc + 180*0.8XCc + 100Xd + 80*0.8XCd

Fabricación)
0,34 XA + 0,38 XB + 0,47 XC + 0,5 XD < 6500

Ajuste)
0,08 1,1 XA + 0,06 1,1 XB + 0,10 1,1 XC +
0,12 1,1 XD
< 1000

Control de calidad)
0,02 XA + 0,03 XB + 0,03 XC + 0,03 XD +
0,03 XCA + 0,05 XCB + 0,04 XCC + 0,04
XDD < 600

Demanda de tableros)
XA + 0,8 XCA = 4000 XB + 0,8 XCB = 3000
XC + 0,8 XCC = 8000 XD + 0,8 XCD = 5000

MIN Z = 50 XA + 60 XB + 120 XC + 100 XD +
80 0,8 XCA + 75 0,8 XCB + 180 0,8 XCC + 80
0,8 XCD

▼ Problema para resolver Nº5

“Takayama”, una tintorería textil cuenta con dos tipos de Estampadoras: Rápidas y Lentas. Dispone de 180 estampadoras Rápidas y 200 Lentas.

Aclaremos que estampar consiste en imprimir dibujos con colores sobre tela cruda, de modo que el rollo de tela cruda va pasando por la estampadora y ésta le va imprimiendo el dibujo con los colores y formas seleccionados.

Takayama ha tomado dos trabajos para hacer: Dibujo Snoopy y Dibujo Scooby. Cada uno de estos estampados se puede hacer en una máquina de cualquiera de los dos tipos, sólo que la eficiencia será distinta según el tipo. Una máquina Rápida estampa R m. de dibujo Snoopy por hora. Una máquina Lenta estampa 2 m. de dibujo Snoopy por hora. Una máquina Rápida estampa 7 m. de dibujo Scooby por hora. Una máquina Lenta estampa L metros de dibujo Scooby por hora. Una misma estampadora (sea Rápida o Lenta) no puede destinarse en el mismo día a trabajar en dos tipos distintos de dibujo. Cada metro de tela Snoopy se vende a $SN y un metro de tela Scooby se vende a $SC.

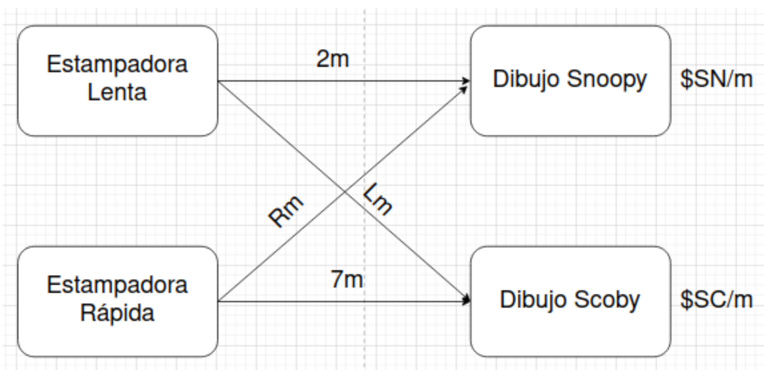
Para mañana le han pedido a Takayama que entregue 10.000 metros de tela Snoopy y 9.000 metros de Scooby. Tiene todo el día de hoy (ocho horas) para trabajar.

¿Qué es lo mejor que puede hacer con la información disponible?

Resolución

Análisis previo

Takayama tiene un día para entregar 10.000 metros de tela de Snoopy y 9.000 metros de Scooby. El problema entonces es definir cuánta tela y de qué tipo fabricar con cada estampadora para poder cumplir con las entregas → planificación de producción. Es importante tener en cuenta el dato de que una estampadora puede usarse unicamente para un mismo estampado durante un dia.



Objetivo

Determinar cuánta tela de cada tipo se tiene que fabricar y cuantas estampadoras se necesitan para cada tela para maximizar la ganancia durante un día.

Hipótesis

- Las estampadoras no fallan
- Ambas estampadoras producen impresiones de la misma calidad
- No se pierden recursos durante el proceso de fabricación
- No hay inflación ni varian los costos o precios
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay costo de mano de obra, de stock, horas uso de estampadora ni adquisición de recursos
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de producto
- No hay telas falladas
- No hay stock inicial
- Se puede producir tanto como el modelo decida (siempre que se cumpla con el mínimo para entregar)
- No es necesario utilizar la totalidad de las máquinas estampadoras

- No hay error en la medición de las telas

Variables

Variable	Definición	Unidades
SN	Cantidad de tela de Snoopy estampada en un día	m/dia
SC	Cantidad de tela de Scooby estampada en un dia	m/dia
MR_SN	Cantidad de maquinas rapidas utilizadas para estampar tela de snoopy	unidad/dia
MR_SC	Cantidad de maquinas rapidas utilizadas para estampar tela de scooby	unidad/dia
ML_SN	Cantidad de maquinas lentas utilizadas para estampar tela de snoopy	unidad/dia
ML_SC	Cantidad de maquinas lentas utilizadas para estampar tela de scooby	unidad/dia

Modelo matemático

<u>Funcional</u>

MAX → Z = $SC*SC + $SN*SN

<u>Demanda mínima</u>

SN ≥ 10000

SC ≥ 9000

<u>Cantidad de estampadoras</u>

MR_SN + MR_SC ≤ 180

ML_SN + ML_SC ≤ 200

<u>Capacidad de trabajo</u>

SN [m/dia] = 2 [m/h] * 8 [h/unidad] * ML_SN [unidad/dia] + R [m/h] * 8 [h/unidad] * MR_SN [unidad/dia]
SC [m/dia] = L [m/h] * 8 [h/unidad] * ML_SC [unidad/dia] + 7 [m/h] * 8 [h/unidad] * MR_SC [unidad/dia]

Resolución por Software

Nota: L y R constantes tal que L < 7 y R > 2

---

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/b3a31512-67ee-47f9-a9e4-3a280e1bc41e/Leloutre_Ej2_5.pdf

---

Feedback

Grade	Bien(+)
Graded on	Friday, 22 April 2022, 2:55 AM
Graded by	COLOMBO PABLO MARTIN

Feedback comments

Calificación general: Bien(+)

Análisis: Bien(+)
La parte de texto es más que nada un resumen del enunciado. El gráfico, en cambio, muestra claramente cómo se distribuyen las máquinas en los dos tipos de trabajo. Es importante determinar si se puede o no exceder la demanda mínima.

Objetivo: Bien
Faltaría distinguir cuántas máquinas de cada tipo destinar a cada estampado (no solamente cuántas en total).

Hipótesis: Bien(+)
El hecho de producir tanto como el modelo decida es fundamental porque es lo que establece que se modelará una demanda mínima y no exacta.
Si bien no hay ningún problema con que las máquinas estampen una cantidad continua de metros es importante que la cantidad de máquinas asignadas sea entera (sino no se cumple con lo que pide el enunciado respecto de no asignar una máquina a dos trabajos un mismo día).
Otras hipótesis importantes son
+ Los tiempos de estampado indicados son exactos. Se considera que todas las máquinas de un mismo tipo trabajan exactamente igual

Daniela Denisse Leloutre

+ Se dispone de toda la tela cruda necesaria

Variables: Bien(-)
Es importante definir como enteras las variables de máquinas a asignar a cada tipo de trabajo ya que el enunciado indica expresamente que no se puede asignar una misma máquina a los dos tipos de trabajo durante un día.

Modelo: Muy Bien

Resolución: Bien
Coherente con el modelo. Se podría aprovechar las características del software para definir los parámetros como constantes del problema.

Informe: Bien(+)
Está expresado en un lenguaje adecuado, con el detalle de que son "metros de tela" y no "telas".
Se podría aclarar que la demanda de Snoopy se cumple exactamente y se excede la de Scooby.

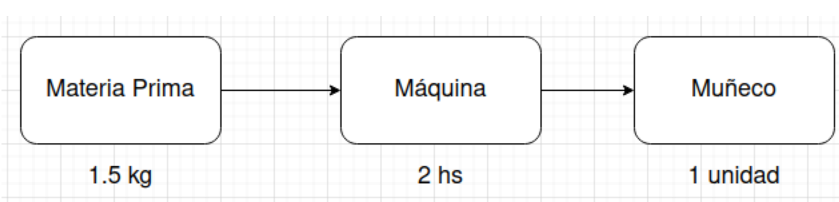
Presentación: Muy Bien

▼ Problema para resolver Nº7

"Tasmania", una empresa de muñecos de peluche, quiere planificar la producción de sus famosos muñecos para los próximos dos meses. Fabricar un muñequito les insume 2 horas máquina y 1,5 kg. de materia prima. Por mes se puede disponer de 150 kilos de materia prima y de MAQ horas máquina. El primer mes se comprometió a entregar 70 muñequitos y el segundo mes el compromiso asciende a 110 muñequitos. Puede vender más de lo comprometido, pero no menos. Cada muñequito vendido le reporta una ganancia de $P.
¿Qué es lo mejor que puede hacer "Tasmania" con la información disponible?

Resolución

Análisis de la situación problemática



Objetivo

Determinar la cantidad de muñecos a fabricar para maximizar las ganancias durante dos meses.

Hipótesis y supuestos

- Existe capital y mano de obra disponibles para hacer toda la producción que se quiera
- No hay pérdidas de materia prima durante la producción
- Durante el primer mes puede haber stock de productos fabricados. Durante el segundo mes todo lo producido se vende
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay costo de mano de obra, de stock, horas uso de máquina ni adquisición de materia prima
- No hay productos fallados
- La máquina no falla
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de producto

Definición de variables

Variable	Definición	Unidades
MVi	Cantidad de muñecos vendidos en el i-ésimo mes, i=1,2	unidades/mes
MFi	Cantidad de muñecos fabricados en el i-ésimo mes, i=1,2	unidades/mes
S1	Cantidad de muñecos sobrantes en el primer mes	unidades/mes
MAQi	Cantidad de horas máquina utilizadas en el i-ésimo mes, i=1,2	hs/mes
MPi	Cantidad de materia prima utilizada en el i-ésimo mes, i=1,2	kg/mes

Modelo de programación lineal

1. *Por mes se puede disponer de 150 kilos de materia prima y de MAQ horas máquina*

   MPi [kg/mes] ≤ 150 kg/mes

   MAQi [hs/mes] ≤ MAQ hs/mes

2. *El primer mes se comprometió a entregar 70 muñequitos y el segundo mes el compromiso asciende a 110 muñequitos. Puede vender más de lo comprometido, pero no menos*

   MV1 ≥ 70

   MV2 ≥ 110

   Por hipótesis, el primer mes puede quedar un stock de productos que podría ser utilizado para la entrega del segundo mes.

   MF1 = MV1 + S1

   MV2 = S1 + MF2

3. *Fabricar un muñequito les insume 2 horas máquina y 1,5 kg de materia prima*

   2 hs/unidad * MFi [unidad/mes] = MAQi [hs/mes]

   1.5 kg/unidad * MFi [unidad/mes] = MPi [kg/mes]

Funcional: MAX → Z = P*(MV1+MV2)

Resolución por software

```
/* Declaracion de variables */
var MV1 >= 0;
var MV2 >= 0;
var MF1 >= 0;
var MF2 >= 0;
var S1 >= 0;
var MAQ1 >= 0;
var MAQ2 >= 0;
```

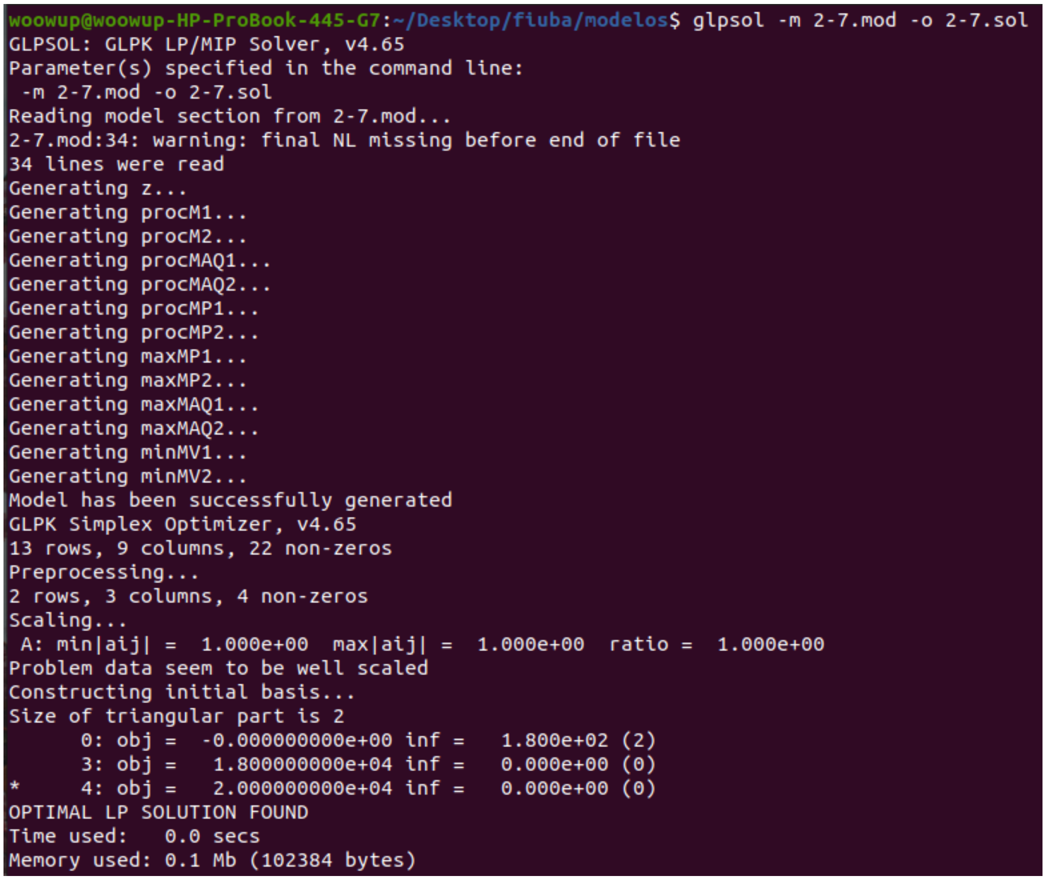
```
var MP1 >= 0;
var MP2 >= 0;

/* Definicion del funcional */
/* Supongo precio P = 100 */
maximize z: 100 * (MV1 + MV2);

/* Restricciones */
/* Supongo MAQ=200hs */
/* Procesamiento de cada equipo */
s.t. procM1: MF1 = MV1+S1;
s.t. procM2: MV2 = S1+MF2;
s.t. procMAQ1: 2*MF1=MAQ1;
s.t. procMAQ2: 2*MF2=MAQ2;
s.t. procMP1: 1.5*MF1=MP1;
s.t. procMP2: 1.5*MF2=MP2;

/* Demandas maximas y minimas */
s.t. maxMP1: MP1 <= 150;
s.t. maxMP2: MP2 <= 150;
s.t. maxMAQ1: MAQ1 <= 200;
s.t. maxMAQ2: MAQ2 <= 200;
s.t. minMV1: MV1 >= 70;
s.t. minMV2: MV2 >= 110;

end;
```



```
woowup@woowup-HP-ProBook-445-G7:~/Desktop/fiuba/modelos$ glpsol -m 2-7.mod -o 2-7.sol
GLPSOL: GLPK LP/MIP Solver, v4.65
Parameter(s) specified in the command line:
 -m 2-7.mod -o 2-7.sol
Reading model section from 2-7.mod...
2-7.mod:34: warning: final NL missing before end of file
34 lines were read
Generating z...
Generating procM1...
Generating procM2...
Generating procMAQ1...
Generating procMAQ2...
Generating procMP1...
Generating procMP2...
Generating maxMP1...
Generating maxMP2...
Generating maxMAQ1...
Generating maxMAQ2...
Generating minMV1...
Generating minMV2...
Model has been successfully generated
GLPK Simplex Optimizer, v4.65
13 rows, 9 columns, 22 non-zeros
Preprocessing...
2 rows, 3 columns, 4 non-zeros
Scaling...
 A: min|aij| =  1.000e+00  max|aij| =  1.000e+00  ratio =  1.000e+00
Problem data seem to be well scaled
Constructing initial basis...
Size of triangular part is 2
      0: obj =  -0.000000000e+00 inf =   1.800e+02 (2)
      3: obj =   1.800000000e+04 inf =   0.000e+00 (0)
*     4: obj =   2.000000000e+04 inf =   0.000e+00 (0)
OPTIMAL LP SOLUTION FOUND
Time used:   0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (102384 bytes)
```

Solución:

```
Problem:    2
Rows:       13
Columns:    9
Non-zeros:  22
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 20000 (MAXimum)
```

```
   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 z            B          20000
     2 procM1       NS             0            -0             =          -100
     3 procM2       NS             0            -0             =           100
     4 procMAQ1     NS             0            -0             =         < eps
     5 procMAQ2     NS             0            -0             =         < eps
     6 procMP1      NS             0            -0             =       66.6667
     7 procMP2      NS             0            -0             =       66.6667
     8 maxMP1       NU           150                         150       66.6667
     9 maxMP2       NU           150                         150       66.6667
    10 maxMAQ1      B            200                         200
    11 maxMAQ2      B            200                         200
    12 minMV1       B              90            70
    13 minMV2       NL           110           110                       < eps

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 MV1          B             90             0
     2 MV2          B            110             0
     3 MF1          B            100             0
     4 MF2          B            100             0
     5 S1           B             10             0
     6 MAQ1         B            200             0
     7 MAQ2         B            200             0
     8 MP1          B            150             0
     9 MP2          B            150             0

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.DE: max.abs.err = 0.00e+00 on column 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on column 0
        High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

End of output
```

Informe de la solución óptima

Los valores óptimos hallados indican que se deberían vender 90 unidades en el primer mes y 110 unidades en el segundo mes para obtener una ganancia de $20.000.

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/cbb84151-fff6-44e8-8c4c-56bc3e3f6b77/Modelos_Ej2_7.pdf

Feedback

Grade	Muy Bien
Graded on	Thursday, 7 April 2022, 1:37 AM
Graded by	Marín Emilio Germán
Feedback comments	

Calificación General: Muy Bien

Análisis: Bien -

Indentificás correctamente que es un problema de planificación de la producción. El diagrama no sé si aporta algo a la modelización. Podrías agregar algo en referencia al stock.

Objetivo: Excelente

Conciso, claro y completo. Incluye las tres partes. Es coherente con el enunciado.

Hipótesis: Excelente

Están incluidas las hipótesis elementales. También icluye hipótesis intrínsecas del modelo y aplicables a situaciones reales. Te faltaría agregar una hipótesis de aditividad: los productos almacenados en stock son indistinguibles de los recién fabricados.

Variables: Excelente

Son coherentes con el objetivo planteado. Tienen indicadas las unidades. Tienen indicado el tipo de variable. Podrías prescindir de

Daniela Denisse Leloutre

Modelo: Excelente

Modelás correctamente ambos meses. Ambos meses están correctamente vinculados por la ecuación de Stocks. El funcional es correcto y coherente con el objetivo planteado.

Resolución Software: Excelente

Respeta el modelo planteado. Es correcta.

Informe: Excelente

Está redactado en términos del dominio del problema. Incluye el valor del funcional.

Presentación: Excelente

Las secciones están claramente separadas. Incluye carátula, índice y numeración de páginas.

▼ Problema para resolver Nº10

Un amigo florista se dedica a comprar flores al por mayor en un mercado. Con esas flores arma ramos que vende al público. Los precios actuales, por cada atado de flores (así como la cantidad de flores por atado), son los siguientes:

Tipo de flor	$/atado	Cant. Flores/atado
Rosas de Tallo largo	20	20
Rosas Amarillas	20	50
Rosas Rojas	10	50
Crisantemos	5	100
Margaritas	3	100

Los ramos que arma el florista son una creación propia. Tiene siete tipos de ramos, y para cada uno definió una composición (en términos de cuántas flores de cada tipo necesita para armar un ramo de cada tipo) y estudió cuál puede ser la demanda máxima diaria. Eso se muestra en el siguiente cuadro:

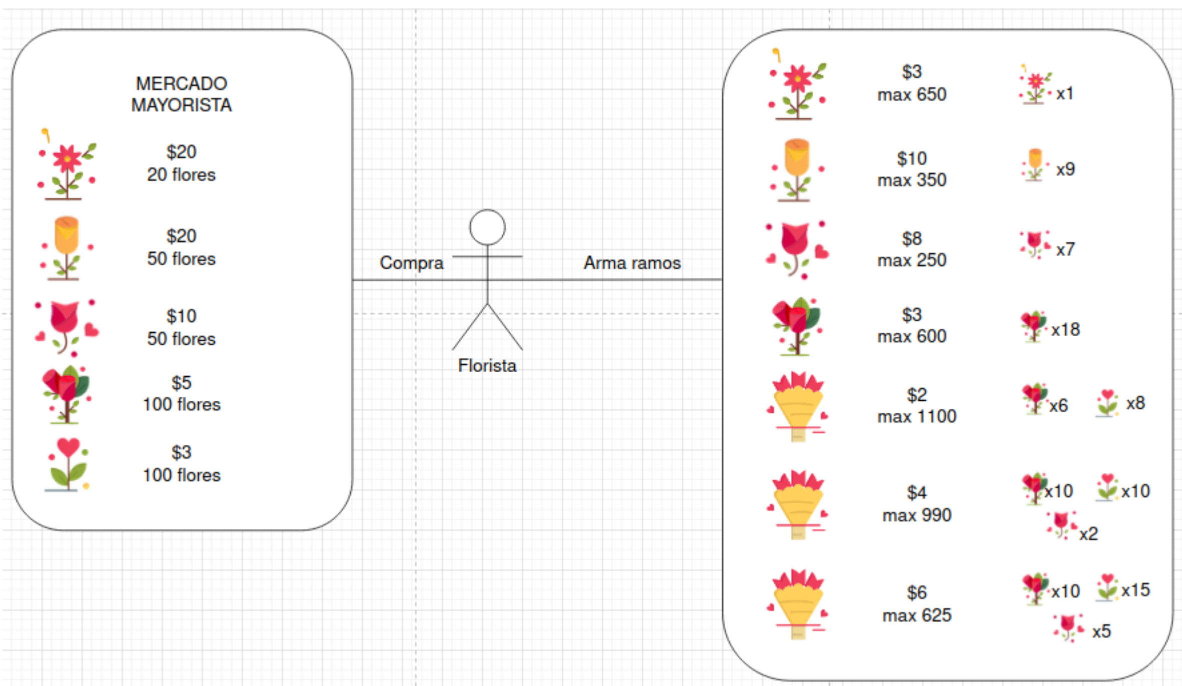
Tipo de ramo	Demanda máxima (estimada)	Precio de venta ($/ramo o $/unidad)	Composición de un ramo de ese tipo
Rosas tallo largo	650	3	Por unidad
Rosas amarillas	350	10	Ramos de 9 rosas
Rosas rojas	250	8	Ramos de 7 rosas
Crisantemos	600	3	Ramos de 18 crisantemos
Ramos chicos	1100	2	6 crisantemos y 8 margaritas
Ramos medianos	990	4	10 crisantemos, 10 margaritas y 2 rosas
Ramos grandes	625	6	15 margaritas, 10 crisantemos y 5 rosas

¿Qué es lo mejor que puede hacer el florista con la información disponible?

Resolución

Análisis previo

El florista compra distintos tipos de flores. luego arma distintas combinaciones de estas flores en forma de ramos para su venta. Los precios varían según la cantidad y precios de cada flor. El problema será saber qué cantidad de cada tipo de ramo armar para maximizar las ganancias teniendo en cuesta los costos de cada tipo de flor.



Objetivo

Determinar la cantidad de ramos de cada tipo a armar para maximizar las ganancias durante un determinado período de tiempo.

Hipótesis

- No se pierden recursos durante el proceso de armado
- No hay inflación ni varian los costos o precios
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay costo de mano de obra ni de stock

- No hay un stock inicial
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de producto
- Todo lo producido se vende. Los stocks permanecen constantes.
- No hay costo en el proceso de armado.
- No existen restricciones comerciales que obliguen a armar cantidades mínimas de ningún ramo (se puede no estar presente en el mercado).
- Existe capital y mano de obra disponibles para hacer toda la producción que se quiera.
- Las flores que sobran de cada atado se pueden utilizar en otro periodo de tiempo
- Los ramos de rosas amarillas estan compuestos por rosas amarillas únicamente. Asimismo, los ramos de rosas rojas están compuestos por rosas rojas.
- Las rosas de los ramos chico, mediano y grande pueden ser cualquiera de los tres tipos de rosas (amarillas, rojas y de tallo grande)
- Todas las flores están en perfecto estado

Variables

Variable	Definición	Unidades
R_RTL	Cantidad de ramos de rosas de tallo largo armados en un periodo	ramo/periodo
R_RA	Cantidad de ramos de rosas amarillas armados en un periodo	ramo/periodo
R_RR	Cantidad de ramos de rosas rojas armados en un periodo	ramo/periodo
R_C	Cantidad de ramos de crisantemos armados en un periodo	ramo/periodo
RC	Cantidad de ramos chicos armados en un periodo	ramo/periodo
RM	Cantidad de ramos medianos armados en un periodo	ramo/periodo
RG	Cantidad de ramos grandes armados en un periodo	ramo/periodo
A_RTL	Cantidad de atados de rosas de tallo largo consumidas en un periodo	atados/periodo
A_RA	Cantidad de atados de rosas amarillas consumidas en un periodo	atados/periodo
A_RR	Cantidad de atados de rosas rojas consumidos en un periodo	atados/periodo
A_C	Cantidad de atados de crisantemos consumidos en un periodo	atados/periodo
A_M	Cantidad de atados de margaritas consumidos en un periodo	atados/periodo
R	Cantidad de rosas utilizadas en un periodo	flores/periodo
RTL	Cantidad de rosas de tallo largo utilizadas en un periodo	flores/periodo
RTL_c	Cantidad de rosas de tallo largo compradas en un periodo	flores/periodo
RR	Cantidad de rosas rojas utilizadas en un periodo	flores/periodo
RR_c	Cantidad de rosas rojas compradas en un periodo	flores/periodo
RA	Cantidad de rosas amarillas utilizadas en un periodo	flores/periodo
RA_c	Cantidad de rosas amarillas compradas en un periodo	flores/periodo
C	Cantidad de crisantemos utilizadas en un periodo	flores/periodo
C_c	Cantidad de crisantemos compradas en un periodo	flores/periodo
M	Cantidad de margaritas utilizadas en un periodo	flores/periodo
M_c	Cantidad de margaritas compradas en un periodo	flores/periodo

Modelo matemático

Funcional

MAX → Z = R_RTL*3 + R_RA*10 + R_RR*8 + R_C*3 + RC*2 + RM*4 + RG*6 - A_RTL*20 - A_RA*20 - A_RR*10 - A_C*5 - A_M*3

Armado de atados

20 [flores/atado]*A_RTL [atado/periodo] = RTL_c [flores/periodo]

50 [flores/atado]*A_RA [atado/periodo] = RA_c [flores/periodo]

50 [flores/atado]*A_RR [atado/periodo] = RR_c [flores/periodo]

100 [flores/atado]*A_C [atado/periodo] = C_c [flores/periodo]

100 [flores/atado]*A_M [atado/periodo] = M_c [flores/periodo]

R = RTL + RA + RR

RTL ≤ RTL_c

RA ≤ RA_c

RR ≤ RR_c

C ≤ C_c

M ≤ M_c

Armado de ramos

RTL [flores/periodo] = 1 [flores/ramo] * R_RTL [ramo/periodo]

RA [flores/periodo] = 9 [flores/ramo] * R_RA [ramo/periodo]

RR [flores/periodo] = 7 [flores/ramo] * R_RR [ramo/periodo]

C [flores/periodo] = 18 [flores/ramo] * R_C [ramo/periodo] + 6 [flores/ramo] * RC [ramo/periodo] + 10 [flores/ramo] * RM [ramo/periodo] + 10 [flores/ramo] * RG [ramo/periodo]

M [flores/periodo] = 8 [flores/ramo] * R_C [ramo/periodo] + 10 [flores/ramo] * RM [ramo/periodo] + 15 [flores/ramo] * RG [ramo/periodo]

R [flores/periodo] = 2 [flores/ramo] * RM [ramo/periodo] + 5 [flores/ramo] * RG [ramo/periodo]

Demanda máxima

R_RTL ≤ 650

R_RA ≤ 350

R_RR ≤ 250

R_C ≤ 600

RC ≤ 1100

RM ≤ 990

RG ≤ 625

Solución por software

```
/* Declaracion de variables */
var R_RTL >= 0;
var R_RA >= 0;
var R_RR >= 0;
var R_C >= 0;
var RC >= 0;
var RM >= 0;
var RG >= 0;
var A_RTL >= 0;
var A_RA >= 0;
var A_RR >= 0;
var A_C >= 0;
var A_M >= 0;
var R >= 0;
var RTL >= 0;
var RTL_c >= 0;
var RA >= 0;
var RA_c >= 0;
var RR >= 0;
var RR_c >= 0;
var C >= 0;
var C_c >= 0;
```

```
var M >= 0;
var M_c >= 0;

/* Definicion del funcional */
maximize z: R_RTL*3 + R_RA*10 + R_RR*8 + R_C*3 + RC*2 + RM*4 + RG*6 - A_RTL*20 - A_RA*20 - A_RR*10 - A_C*5 - A_M*3;

/* Restricciones */
/* Armado de atados */
s.t. RTL_comprado: 20*A_RTL = RTL_c;
s.t. RA_comprado: 50*A_RA = RA_c;
s.t. RR_comprado: 50*A_RR = RR_c;
s.t. C_comprado: 100*A_C = C_c;
s.t. M_comprado: 100*A_M = M_c;
s.t. Rosas: R = RTL + RA + RR;
s.t. maxRTL: RTL <= RTL_c;
s.t. maxRA: RA <= RA_c;
s.t. maxRR: RR <= RR_c;
s.t. maxC: C <= C_c;
s.t. maxM: M <= M_c;

/* Armado de ramos */
s.t. _RTL: RTL = R_RTL;
s.t. _RA: RA = 9*R_RA;
s.t. _RR: RR = 7*R_RR;
s.t. _C: C = 18*R_C + 6*RC + 10*RM + 10*RG;
s.t. _M: M = 8*R_C + 10*RM + 15*RG;
s.t. _R: R = 2*RM + 5*RG;

/* Demanda maxima */
s.t. maxR_RTL: R_RTL <= 650;
s.t. minR_RA: R_RA <= 350;
s.t. minR_RR: R_RR <= 250;
s.t. maxR_C: R_C <= 600;
s.t. maxRC: RC <= 1100;
s.t. maxRM: RM <= 990;
s.t. maxRG: RG <= 625;

end;
```

```
Problem:    2
Rows:       25
Columns:    23
Non-zeros:  61
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 14183.80556 (MAXimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 z            B        14183.8
     2 RTL_comprado NS             0            -0             =            -1
     3 RA_comprado  NS             0            -0             =          -0.4
     4 RR_comprado  NS             0            -0             =          -0.2
     5 C_comprado   NS             0            -0             =         -0.05
     6 M_comprado   NS             0            -0             =         -0.03
     7 Rosas        NS             0            -0             =     -0.711111
     8 maxRTL       NU             0                          -0             1
     9 maxRA        NU             0                          -0           0.4
    10 maxRR        NU             0                          -0           0.2
    11 maxC         NU             0                          -0          0.05
    12 maxM         NU             0                          -0          0.03
    13 _RTL         NS             0            -0             =      -1.71111
    14 _RA          NS             0            -0             =      -1.11111
    15 _RR          NS             0            -0             =     -0.911111
    16 _C           NS             0            -0             =         -0.05
    17 _M           NS             0            -0             =         -0.03
    18 _R           NS             0            -0             =      0.711111
    19 maxR_RTL     NU           650                         650       1.28889
    20 minR_RA      B        300.556                         350
    21 minR_RR      NU           250                         250       1.62222
    22 maxR_C       NU           600                         600          1.86
    23 maxRC        NU          1100                        1100           1.7
    24 maxRM        NU           990                         990       4.62222
    25 maxRG        NU           625                         625       8.60556

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 R_RTL        B            650             0
     2 R_RA         B        300.556             0
```

```
     3 R_RR         B            250             0
     4 R_C          B            600             0
     5 RC           B           1100             0
     6 RM           B            990             0
     7 RG           B            625             0
     8 A_RTL        B           32.5             0
     9 A_RA         B           54.1             0
    10 A_RR         B             35             0
    11 A_C          B          335.5             0
    12 A_M          B         240.75             0
    13 R            B           5105             0
    14 RTL          B            650             0
    15 RTL_c        B            650             0
    16 RA           B           2705             0
    17 RA_c         B           2705             0
    18 RR           B           1750             0
    19 RR_c         B           1750             0
    20 C            B          33550             0
    21 C_c          B          33550             0
    22 M            B          24075             0
    23 M_c          B          24075             0

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.DE: max.abs.err = 1.78e-15 on column 7
        max.rel.err = 9.17e-17 on column 13
        High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

End of output
```

▼ Problema para resolver Nº18

Una empresa dispone de 27 máquinas para realizar 3 artículos distintos. Para los próximos 3 días debe cumplir con los siguientes pedidos (considerar que cuenta con stock de algunos artículos)

	Stock Inicial	Martes	Miércoles	Jueves
Articulo 1	20	40	50	20
Articulo 2	—	10	20	40
Artículo 3	15	5	5	25

Las máquinas se desajustan con el paso de los días, a medida que se usan, y esto hace variar su rendimiento. Quiere decir que el día que comienzan a producir un artículo determinado, tienen una producción mayor que el segundo día y el segundo producen más que el tercero. Por política de la empresa sólo se ajusta una máquina cuando se le cambia el articulo que produce.

	Rendimiento de cada día		
	1er día	**2do día**	**3er día**
Artículo 1	2,2	2	1,8
Artículo 2	3	2,5	2
Artículo 3	2,3	2,1	1,7

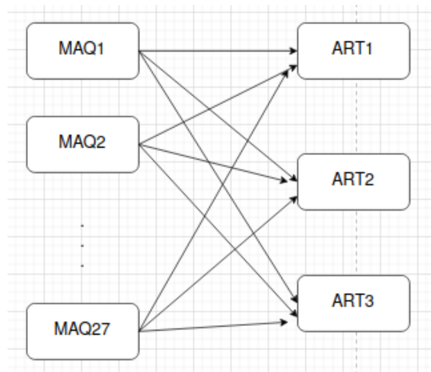
El costo de ajustar una máquina es de $200. No se puede posponer ni adelantar la entrega de un producto, el incumplimiento genera un costo de 30, 40 y 50 $/unidad según se trate del articulo 1, 2 ó 3 respectivamente.

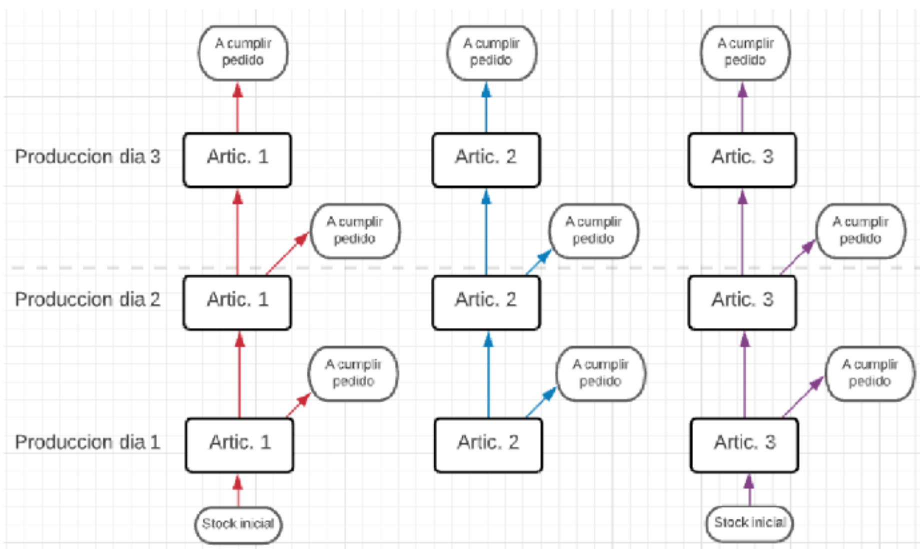
Resolución

Análisis previo

Es un problema con varios períodos, en este caso 3. En cada período, las máquinas pierden rendimiento. La pérdida de rendimiento se puede ajustar pero conlleva un costo (condición débil). El incumplimiento de la demanda para cada período tambien conlleva un costo (condición débil). Además, hay stock inicial de algunos artículos.

[**de la clase**] Rotación de tareas donde los elementos que rotan son las máquinas, el segundo día necesito saber qué paso el día anterior.





Objetivo

Determinar la cantidad de máquinas que van a producir cada artículo para cada día y cómo rotan esas máquinas para minimizar los costos durante tres días.

Hipótesis

- Los artículos fabricados por cada máquina son indistinguibles entre sí, independientemente del rendimiento de cada máquina
- No hay artículos fallados
- Las máquinas no fallan, solo pierden rendimiento

- Se tiene suficiente espacio para almacenar el stock necesario
- No hay inflación ni variación en los precios que afecte a los costos
- No hay costos adicionales por el almacenamiento del stock
- Podría quedar stock final (no venderle de más al cliente)
- Los productos no pierden calidad durante el tiempo que permanecen en el depósito
- La medición del rendimiento de las máquinas es exacta
- Puede quedar stock de cualquier producto de un día al otro → no tiene límite ni costo
- *Las máquinas no cambian de artículo ni interrumpen la producción durante el día (dudoso)*

Definición de variables

Variable	Definición	Unidad
Pj_i	Cantidad de articulos j fabricados en el periodo i. Con j=1,2,3; i=1,2,3	unidad/dia
Sj_i	Cantidad de stock generado del articulo j en el periodo i. Con j=1,2,3; i=1,2,3	unidad/dia
Ij_i	Cantidad de articulos de tipo j que faltaron para cumplir con lo pedido i. Con j=1,2,3; i=1,2,3	unidad/dia
Mijk	Cantidad de máquinas que realizan trabajo i el martes, el j el miercoles y el k el jueves. Donde i,j,k {1,2,3,4} (el 4 es que no se hace ningún artículo)	unidad/dia → variable entera

Modelo matemático

Demanda mínima

a la izquierda lo que tengo, a la derecha lo que uso

A1_1 + 20 ≥ 40 + S1_1 - I1_1 (lo que fabrico + el stock inicial deberia ser mayor a los 40 que tengo que entregar más lo que sobre menos lo que falte para cumplir el pedido)

A2_1 ≥ 10 + S2_1 - I2_1

A3_1 + 15 ≥ 5 + S3_1 - I3_1

Ahora tener en cuenta que el stock inicial va a ser lo que me sobró del día anterior

A1_2 + 20 ≥ 50 + S1_1 - I1_2

A2_2 ≥ 20 + S2_1 - I2_1

A3_2 + 15 ≥ 5 + S3_1 - I3_1

A1_3 + 20 ≥ 20 + S1_2 - I1_3

A2_3 ≥ 40 + S2_2 - I2_3

A3_3 + 15 ≥ 25 + S3_2 - I3_2

Cantidad de máquinas

$$\sum\sum\sum M_{ijk} \leq 27$$

Rendimiento de maquinas

La cantidad de productos de tipo 1 fabricados el día 1 (martes) es igual a la cantidad de maquinas que fabrican el articulo 1 en el día 1 y cualquier articulo (del 1 al 4) en el dia 2 y 3, multiplicado por el rendimiento de la maquina en el dia 1 para el articulo 1... asi con todos los dias y articulos

$$P_{11} = \sum\sum M_{1jk} * 2.2$$

$$P21 = \sum\sum M_{2jk} * 3$$

$$P31 = \sum\sum M_{3jk} * 2.3$$

$$P12 = \sum M_{11k} * 2 + \sum\sum M_{i1k} * 2.2$$

$$P22 = \sum M_{22k} * 2.5 + \sum\sum M_{i2k} * 3$$

$$P32 = \sum M_{33k} * 2.1 + \sum\sum M_{i3k} * 2.3$$

$$P13 = M_{111} * 1.8 + \sum M_{i11} * 2 + \sum M_{11k} * 2 + \sum\sum M_{ij1} * 2.2$$

$$P23 = M_{222} * 2 + \sum M_{i22} * 2.5 + \sum M_{22k} * 2.5 + \sum\sum M_{ij2} * 3$$

$$P33 = M_{333} * 1.7 + \sum M_{i33} * 2.1 + \sum M_{33k} * 2.1 + \sum\sum M_{ij3} * 2.3$$

Funcional

$$MIN(Z = 200 * (\sum\sum M_{ij1} + \sum\sum M_{ij2} + \sum\sum M_{ij3} + \sum\sum M_{i3k} ...) + 400 * (\sum M_{i33} + \sum M_{33k} + \sum$$

El primer termino que multiplica al 200 son las máquinas que tienen hecho un solo ajuste. El termino que multiplica al 400 son las máquinas que tienen hechos dos ajustes.

Problema para resolver Nº19

Una papelera produce bobinas standard de 215 cm de ancho (las bobinas son rollos de papel). Sin embargo, a determinados compradores se les preparan bobinas de un ancho menor al standard, por lo cual las bobinas de 215 cm de ancho deben ser cortadas. Para ello se cuenta con una máquina cuyas cuchillas de corte pueden ser ajustadas para cualquier combinación de anchos, mientras la suma de esos anchos no exceda el ancho del rollo. Esta máquina no tiene limitaciones en cuanto a la cantidad de cuchillas a colocar y en cuanto a la cantidad de metros que tenga el rollo a cortar.

Todo papel que tenga un ancho no comercializable (es decir, que tenga un ancho inferior a 35 cm. o un ancho distinto a 64 cm., 60 cm. y 35 cm.) se considera un recorte desechable (es una perdida o desperdicio). Por lo tanto. la empresa desea hacer la cantidad total de recortes desechables tan pequeña como sea posible.

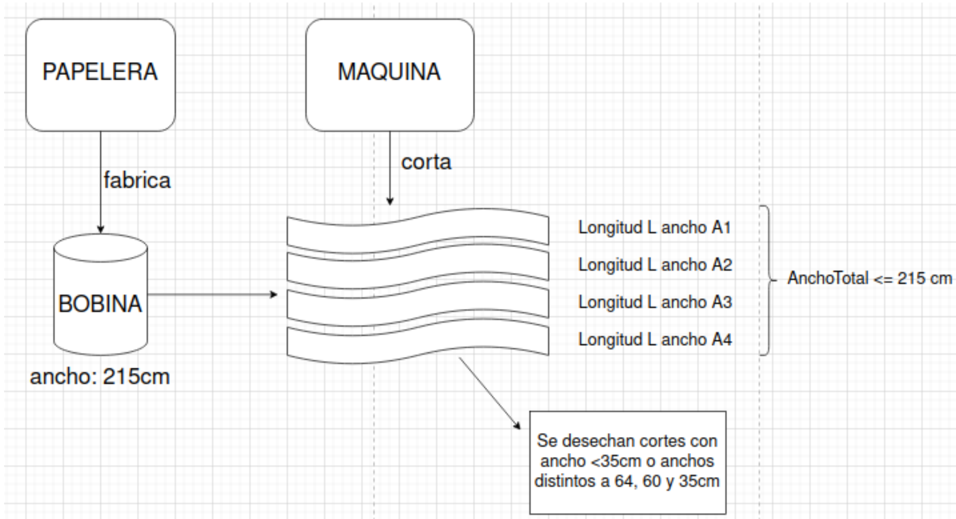
Se deben cumplimentar los siguientes pedidos:

Longitud pedida (mts)	Ancho requerido (cm)
18.000	64
9.000	60
9.000	35

Los cortes se efectúan en forma longitudinal y lo que se entrega no necesita estar formado por un único rollo (o tira). Esto significa que no importa la cantidad de bobinas que se corten con una determinada disposición de cuchillas, sino la cantidad de metros de largo que se obtienen de esa forma. Se puede solicitar al depósito bobinas con la longitud que se quiera pero siempre en 215 cm de ancho.

Resolución

Análisis previo



Objetivo

Determinar la cantidad total de recortes de cada ancho requerido por bobina para minimizar la cantidad de cortes desechables durante un determinado período.

Hipótesis y supuestos

- La máquina no falla
- No hay bobinas defectuosas
- Todos los cortes miden exactamente lo indicado
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de cortes
- Existe capital y mano de obra disponibles para hacer toda la producción que se quiera
- No hay perdidas de papel durante la producción
- No hay costo de mano de obra, de stock, horas uso de máquina ni adquisición de materia prima
- No hay stock inicial
- Los cortes se pueden hacer combinando únicamente anchos de 60, 65 y 35cm
- Las combinaciones de anchos al recortar deben ser tales que no se pueda desperdiciar más de 34cm

Definición de variables

Variable	Definición	Tipo	Unidades
C1	Cantidad de metros recortados de (60+64+35+35)cm de ancho	Continua	m/periodo
C2	Cantidad de metros recortados de (60+35+35+35+35)cm de ancho	Continua	m/periodo
C3	Cantidad de metros recortados de (60+64+64)cm de ancho	Continua	m/periodo
C4	Cantidad de metros recortados de (60+60+35+35)cm de ancho	Continua	m/periodo
C5	Cantidad de metros recortados de (60+60+60+35)cm de ancho	Continua	m/periodo
C6	Cantidad de metros recortados de (60+60+64)cm de ancho	Continua	m/periodo
C7	Cantidad de metros recortados de (64+64+64)cm de ancho	Continua	m/periodo
C8	Cantidad de metros recortados de (64+64+35+35)cm de ancho	Continua	m/periodo
C9	Cantidad de metros recortados de (64+35+35+35+35)cm de ancho	Continua	m/periodo
C10	Cantidad de metros recortados de (35+35+35+35+35+35)cm de ancho	Continua	m/periodo

Modelo matemático

<u>Demanda mínima</u>

C1 [m/periodo] + 2C3 + C6 + 3C7 + 2C8 + C9 ≥ 18000

C1 + C2 + C3 + 2C4 + 3C5 + 2C6 ≥ 9000

2C1 + 4C2 + C5 + 2C8 + 4C9 + 6C10 ≥ 9000

Funcional

MIN → Z = 0,21C1 + 0,15C2 + 0,27C3 + 0,25C4 + 0,31C6 + 0,26C7 + 0,17C8 + 0,11C9 + 0,5C10

Resolución por software

```
/* Declaracion de variables */
var C1 >= 0;
var C2 >= 0;
var C3 >= 0;
var C4 >= 0;
var C5 >= 0;
var C6 >= 0;
var C7 >= 0;
var C8 >= 0;
var C9 >= 0;
var C10 >= 0;

/* Definicion del funcional */
minimize z: 0.21*C1 + 0.15*C2 + 0.27*C3 + 0.25*C4 + 0.31*C6 + 0.26*C7 + 0.17*C8 + 0.11*C9 + 0.5*C10;

/* Restricciones */
/* Demandas minimas */
s.t. min64: C1 + 2*C3 + C6 + 3*C7 + 2*C8 + C9 >= 18000;
s.t. min60: C1 + C2 + C3 + 2*C4 + 3*C5 + 2*C6 >= 9000;
s.t. min35: 2*C1 + 4*C2 + 2*C4 + C5 + 2*C8 + 4*C9 + 6*C10 >= 9000;

end;
```

```
Problem:    2
Rows:       4
Columns:    10
Non-zeros:  28
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 1530 (MINimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 z            B           1530
     2 min64        NL         18000         18000                       0.085
     3 min60        NL          9000          9000                       < eps
     4 min35        B          21000          9000

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 C1           NL             0             0                       0.125
     2 C2           NL             0             0                        0.15
     3 C3           NL             0             0                         0.1
     4 C4           NL             0             0                        0.25
     5 C5           B           3000             0
     6 C6           NL             0             0                       0.225
     7 C7           NL             0             0                       0.005
     8 C8           B           9000             0
     9 C9           NL             0             0                       0.025
    10 C10          NL             0             0                         0.5

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.DE: max.abs.err = 1.39e-17 on column 6
        max.rel.err = 1.19e-17 on column 6
        High quality
```

```
KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

End of output
```

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/3652b471-7d42-4545-9a4c-818d233db475/Leloutre_Ej2_19.pdf

Feedback

Grade	Excelente
Graded on	Friday, 6 May 2022, 2:29 AM
Graded by	 COLOMBO PABLO MARTIN
Feedback comments	– Se detecta correctamente la existencia de dos problemas distintos y se hallan las 10 configuraciones posibles. El funcional podría estar en metros cuadrados. Se podría aclarar en el informe qué pedios se cumplen y cuánto queda de excedente.

▼ Problema para resolver Nº23

Una empresa fabrica y vende Etolones, Krakos y Sultos. Los fabrica a partir de 3 recursos básicos; Horas Hombre (HH), Horas Máquina (HM) y Materia Prima (MP).

A continuación se indican los consumos unitarios de cada recurso para los tres productos (en lugar de mostrar los números los indicamos con letras):

Producto	HH	HM	MP
Etolones	E_1	E_2	E_3
Krakos	K_1	K_2	K_3
Sultos	S_1	S_2	S_3

Se dispone de 2500 HH, 1000 HM y 5000 kg de MP por mes, siendo el costo por unidad de recurso de $5 por HH, $7 por HM y $2 por kg. de MP. Si sobrara MP se la podría guardar en el depósito, las HH y las HM no se pueden atesorar de un mes para el otro.

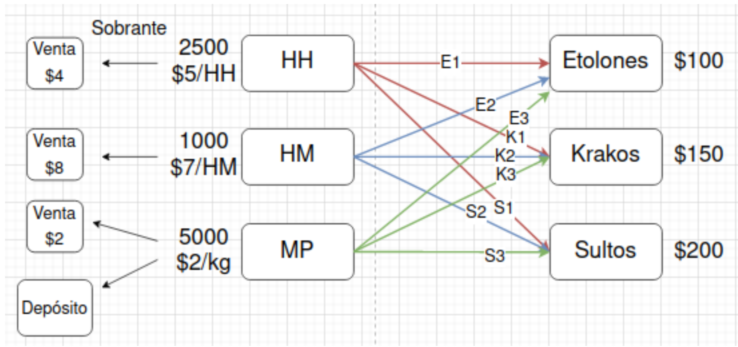
Los precios de venta de los productos son de $100, $150 y $200 por unidad para los Etolones, Krakos y Sultos respectivamente. Asimismo es posible vender los recursos no utilizados a $4 la HH, $8 la HM y a $2 el kg de MP.

La caja inicial del mes es de $ 30.000 y se quiere que, a fin de mes, la caja sea, como mínimo, de $ 45.000. Si existe un sobrante de dinero se coloca en un banco a interés al 0.5 % mensual y si falta dinero se puede tomar prestado pagando el 1% mensual. El préstamo máximo que se puede obtener es de $ 20.000. Ambos intereses se cobran o pagan por adelantado.

Resolución

Análisis previo

Es un problema de planificación de la producción con restricciones financieras



Objetivo

Determinar la cantidad de Etolones, Krakos y Sultos a fabricar y vender, y cuanto de cada recurso comprar para maximizar la ganancia (dinero en caja) durante un mes.

Hipotesis

- Todo lo que se produce se vende
- Los costos y cantidades de recursos disponibles son precisos y estables
- La cantidad de recursos usada por cada producto es exacta
- No hay stock inicial de productos ni recursos
- No hay limite minimo ni maximo para la venta de recursos
- La venta de recursos no conlleva costos
- No hay perdida de recursos ni fallas durante la fabricación de productos
- El deposito tiene espacio suficiente para la materia prima que se necesite almacenar
- No hay intereses ni deudas al principio del mes
- Almacenar materia prima en el depósito no implica costos
- El dinero ganado va a la caja
- No hay inflación ni variación de precios/costos
- Se pueden producir cantidades arbitrarias de producto
- [de la clase] No tiene sentido comprar algo para guardarlo si puedo venderlo → recordar que se quiere maximizar las ganancias
- No hay límite para prestar dinero que sobre de la caja
- La cantidad que necesitemos de recursos siempre está disponible
- [pensar si acá aplica lo de aditividad]

> ⚠️ En este tipo de problemas donde hay intereses, se debe tomar una de las siguientes hipotesis: o todos los egresos de caja se hacen al comienzo del mes y los ingresos al final del periodo, o bien todo se paga a fin de mes → esto afecta en las restricciones porque si todo se paga/compra al comienzo del mes entonces hay que considerar el dato de que la suma de los costos debe ser menor a 30.000

Definición de variables

Variable	Definición	Unidades
E	Cantidad de elotones a fabricar	unidad/mes
K	Cantidad de krakos a fabricar	unidad/mes

S	Cantidad de sultos a fabricar	unidad/mes
HH	Cantidad de horas hombre usadas para fabricar	hh/mes
HM	Cantidad de horas máquina usadas para fabricar	hm/mes
MP	Cantidad de materia prima usada para fabricar	kg/mes
HHV	Cantidad de horas hombre vendidas	hh/mes
HMV	Cantidad de horas máquina vendidas	hm/mes
MPV	Cantidad de materia prima vendida	kg/mes
MPD	Cantidad de materia prima a almacenar en depósito	kg/mes
SD	Cantidad sobrante de dinero	$/mes
FD	Cantidad faltante de dinero	$/mes

Modelo matemático

Disponibilidad de recursos

HH + HHV ≤ 2500

HM + HMV ≤ 1000

MP + MPV + MPD ≤ 5000

Consumo de recursos para fabricación

HH [hh/mes] = E1[hh/unidad]*E[unidad/mes] + K1*K + S1*S

HM = E2*E + K2*K + S2*S

MP = E3*E + K3*K + S3*S

Costo de los recursos

CHH = 5*(HH + HHV)

CHM = 7*(HM + HMV)

CMP = 2*(MP + MPV + MPD2)

C = CHH + CHM + CMP ≤ 30000

Ganancias

GV = 100*E + 150*K + 200*S + 4*HHV + 8*HMV + 2*MPV

GV - C - 45000 + 30000 = SD - FD

FD ≤ 20000

Funcional

MAX → Z = GV - C + 0.005*SD - 0.01*FD

Modelo que hicieron en clase:

Xe → Cantidad de elotones a fabricar

Xk → Cantidad de krakos a fabricar

Xs → Cantidad de sultos a fabricar

SHH → Cantidad de horas hombre vendidas

SHM → Cantidad de horas maquina vendidas

SMPv → Cantidad de materia prima vendida

XHH → Cantidad de horas hombre usadas

XHM → Cantidad de horas maquina usadas

XMP → Cantidad de materia prima usada

IG → Interes a cobrar por ganancias

IP → Interes a pagar por perdidas

Funcional

Max → z = 100Xe + 150Xk + 200Xs + 4SHH + 8SHM + 2SMPv - 5XHH - 7XHM - 2XMP + IG - IP

Disponibilidad recursos

XHH ≤ 2500

XHM ≤ 1000

XMP ≤ 5000

Produccion

Xe*E1 + Xk*K1 + Xs*S1 = XHH - SHH

Xe*E2 + Xk*K2 + Xs*S2 = XHM - SHM

Xe*E3 + Xk*K3 + Xs*S3 = XMP - SMP

SMP = SMPa + SMPv

Finanzas

30000 - EG + ING - 45000 = EXC - DEF

DEF ≤ 20000

ING = 100Xe + 150Xk + 200Xs + 4SHH + 8SHM +2SMPv + IG

EG = 5XHH + 7XHM + 2XMP + IP

IG = 0.005EXC

IP = 0.01DEF

⚠️ Exceso y defecto no van en el funcional, lo que va son los intereses

⚠️ Si el interés es adelantado, va en la meta. Si fuera vencido, no iría en la meta.

▼ Problema para resolver Nº30

De Profundis, una empresa fabricante de galletitas, decide hacer una promoción vendiendo en bolsas sus productos de la linea “Teatro” (Anton, William, Cervantes, Molière). A continuación indicamos los datos de las bolsas a armar:

Bolsas	Precio de Venta ($/bolsa)	Componentes (por bolsa)	Tiempo de Armado (hh por bolsa)	Demanda (bolsas/sem)
1	10	1 kg. Anton 2 paquetes William 1 kg. surtido	0.05	300
2	20	2 kg. Anton 1 paquete William 1 kg. Cervantes	0.10	100
3	30	1 kg. Anton 2 paquetes William 2 kg. Surtido	0.15	200

El surtido está integrado por galletas Cervantes y Molière, en el caso de la bolsa 1; y por galletas Anton, William y Cervantes, en el caso de la bolsa 3 (en ambos casos en cualquier proporción).

Las galletas William se empaquetan de a medio kg., salvo cuando integran elw surtido. Para hacer un paquete se demoran 0.2 hh. También pueden comprarse empaquetadas a 3.5 $. Los paquetes comprados son controlados y estadísticamente el 10% de los paquetes contienen galletas partidas. Algunos de dichos paquetes pueden venderse como de segunda calidad a $ 3.60 y otros pueden canjearse a la empresa proveedora a razón de 6 paquetes por cada 10 paquetes rechazados.

Galletas	Tiempo Fab. (H. maq./kg.)	Costo MP y MO ($/kg)	Costo de Venta ($/kg.)
Anton	0.8	1.50	0.80
William	0.7	2.00	1.00
Cervantes	0.5	0.80	0.60
Molière	0.4	0.90	0.50

La fábrica cuenta con 80 empleados que trabajan 8 hs. de lunes a viernes. De ellos, por lo menos 20 trabajan en el armado de bolsas (tarea manual). El proceso de empaquetado sólo puede hacerse en hs. extras. Los operarios pueden hacer hasta 2 hs. extras por día que cuestan, en todo concepto 10$/hora También se pueden usar hs. extras para armar bolsas. Para que la máquina funcione 1 hora se necesita el trabajo de 3 hombres (3 hh para una hora máquina).

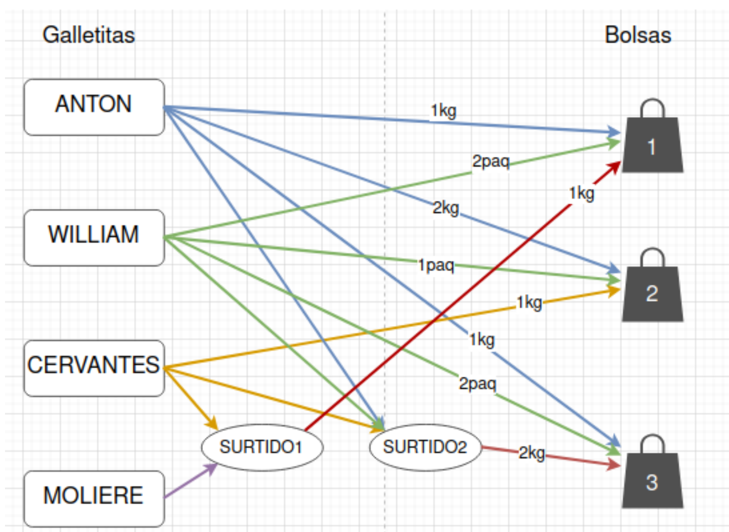
Se decidió cargar los gastos semanales de publicidad, que ascenderían a 5 $ por bolsa, sólo sobre aquel tipo de bolsa que más se venda.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

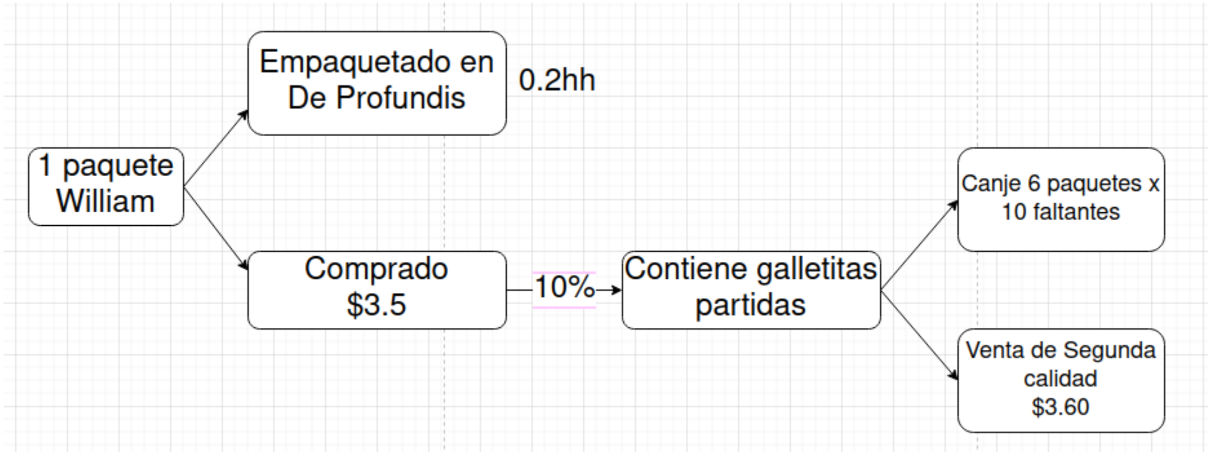
Resolución

Análisis previo

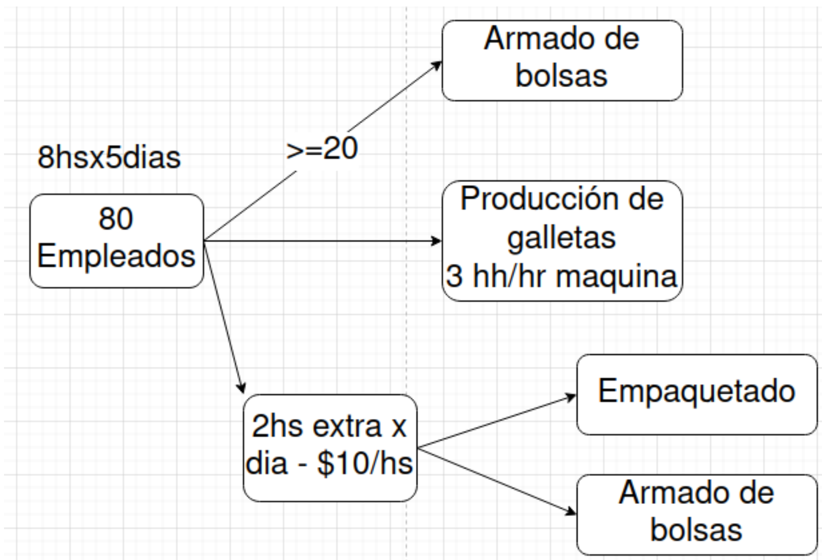
Se puede pensar el problema en tres partes. Una primera parte se trata del **armado** de bolsas de galletas con la particularidad que dentro de las bolsas 1 y 3 habrá surtidos conformados por distintos tipos de galletas (otro armado).



La segunda parte es sobre el empaquetamiento de las galletas William.



La tercera parte está relacionada a la división de trabajo entre los empleados.



Objetivo

Determinar la cantidad de galletas a fabricar, las horas hombre necesarias y la cantidad de bolsas de cada tipo a producir para maximizar las ganancias (ingresos menos costos) durante una semana.

Hipótesis

- Las únicas galletas que pueden empaquetarse son las galletas William
- No hay stock inicial
- No hay galletas fabricadas defectuosas
- Solo se pueden usar horas extra para realizar empaquetados o para armar bolsas
- No hay falta de empleados por enfermedad, paro, ..
- Las galletas William fabricadas son indistinguibles de las compradas que no tienen galletas partidas
- Se pueden fabricar porciones arbitrariamente pequeñas de galletas
- La máquina para fabricar galletas no falla
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)

- Las únicas galletas que pueden ser compradas son las galletas William
- No hay errores de medición respecto al peso de galletas en cada bolsa
- Los 20 empleados que trabajan en el armado de bolsas son diarios
- Para armar los surtidos solo se pueden utilizar galletitas William fabricadas sin empaquetar
- No hay costos de mano de obra para el armado de bolsas
- Todas las bolsas fabricadas se venden

Definición de variables

Variable	Definición	Unidades
A	Cantidad de galletitas fabricadas Anton	kg/semana
C	Cantidad de galletitas fabricadas Cervantes	kg/semana
M	Cantidad de galletitas fabricadas Moliere	kg/semana
WS	Cantidad de galletitas William destinadas a surtidos	kg/semana
WB	Cantidad de galletitas William destinadas a bolsas	kg/semana
B1	Cantidad de bolsas armadas B1	bolsa/semana
B2	Cantidad de bolsas armadas B2	bolsa/semana
B3	Cantidad de bolsas armadas B3	bolsa/semana
Wc	Cantidad de paquetes William comprados	paquete/semana
Wc_sc	Cantidad de paquetes William comprados y vendidos de segunda calidad	paquete/semana
Wc_c	Cantidad de paquetes William comprados que se pueden canjear	paquete/semana
Wc_c2	Cantidad de paquetes William canjeados	paquete/semana
Wc_pc	Cantidad de paquetes William comprados de primera calidad	
We	Cantidad de paquetes William fabricados	paquete/semana
HHG	Cantidad de horas hombre utilizadas para fabricar galletas	hh/semana
HHB	Cantidad de horas hombre utilizadas para armar bolsas (sin contar horas extra)	hh/semana
HHE	Cantidad de horas hombre utilizadas para empaquetar	hh/semana
HHBE	Cantidad de horas hombre extras utilizadas para armar bolsas	hh/semana
BMV	Cantidad de bolsas vendidas del tipo de bolsa mas vendido	bolsa/semana

Modelo matemático

Armado de bolsas

A [kg/semana] = 1 [kg/bolsa]*B1 [bolsa/semana] + 2 [kg/bolsa]*B2 [bolsa/semana] + 1 [kg/bolsa]*B3 [bolsa/semana] + **A_S2** [kg/bolsa]*B3 [bolsa/semana]

C [kg/semana] = **C_S1***B1+ **C_S2***B3 + 1kg*B2

M [kg/semana] = **M_S1***B1

WS [kg/semana] = **W_S2***B3

WB = 0.5 [kg/paquete]*2 [paquete/bolsa]*B1[bolsa/semana] + 0.5*1*B2 + 0.5*2*B3

donde **A_S2, C_S1, C_S2, M_S1 y W_S2** son valores **constantes** tal que

A_S2 + C_S2 + W_S2 = 2 [kg/semana]

C_S1 + M_S1 = 1 [kg/semana]

Empaquetado

WB [kg/semana] = 0.5[kg/paquete]*(We [paquete/semana] + Wc [paquete/semana])

Wc = Wc_pc + Wc_sc + Wc_c

$0.1Wc = Wc\_sc + Wc\_c$

$0.9Wc = Wc\_pc$

$Wc\_c2 = 0.6Wc\_c$

0.2 [hh/paquete] * We [paquete/semana] = HHE [hh/semana]

Disponibilidad de empleados

La fábrica cuenta con 80 empleados que trabajan 8 hs. de lunes a viernes:

$HHG + HHB \leq 3200$ [hh/semana]

Por lo menos 20 empleados trabajan en el armado de bolsas:

$HHB \geq 20*8*5 = 800$

$HHB + HHBE = 0.05*B1 + 0.1*B2 + 0.15B3$

Los operarios pueden hacer hasta 2 hs extras por día:

$HHE + HHBE \leq 80*2*5 = 800$

Para que la máquina funcione 1 hora se necesita el trabajo de 3 hombres (3 hh para una hora máquina):

HHG [hh/semana] = 3[hh/hmaq] * (0.8[hmaq/kg]*A [kg/semana] + 0.7*(0.5*We+WS) + 0.5*C + 0.4*M)

Se decidió cargar los gastos semanales de publicidad, que ascenderían a 5$ por bolsa, sólo sobre aquel tipo de bolsa que más se venda:

$BMV \geq B1$

$BMV \geq B2$

$BMV \geq B3$

Demanda mínima

$B1 \geq 300$

$B2 \geq 100$

$B3 \geq 200$

Funcional

MAX → z = 10*B1 + 20*B2 + 30*B3 - 2.3*A - 1*(0.5*We + WS) - 2*(WS + WB) - 1.4*C - 1.4*M - 3.5*Wc + 3.6*Wc_sc - 10*(HHE + HHBE) - 5*BMV

No se encontró solución óptima por Software → seguro hay algo mal en las restricciones

Feedback comments	Buenas noches, Daniela La forma de encarar el surtido no es correcta ya que al plantear condiciones sobre las constantes en medio del modelo las estás transformando en variables. Más adelante detallamos la forma de resolver correctamente el problema. Saludos, PC Buen análisis del problema, bien definido Buenas hipótesis El modelo no es lineal, multiplica la cantidad de galletas Anton que van en el surtido, que es una variable, por la cantidad de bolsas, que es otra variable. Debería solamente estar la variable de galletas que van en el surtido (AS2) y luego vincular esta variable con las bolsas. Es como pasa con las rosas en el problema de los ramos de flores. Idem el resto de los tipos de galletas que van en el surtido. A pesar de que luego intentes decir que son constantes, no lo son, porque al decir: AS2 + CS2 +WS2 = 2[kg/semana] las tratás como variables. No es que AS2 es igual a 2 (lo cual estaría mal porque pondría 2 kilos de cada galleta) sino que la suma de las tres es igual a 2, entonces ¿cuánto vale cada una? No se sabe, lo tiene que determinar el modelo, por lo tanto, son variables y el modelo no es lineal. Cuando lo resolvés, tenés que suponer cuánto vale cada una, lo cual te muestra que eran variables, no son parámetros que vos puedas cambiar. Debería haber sido: Idem para los demás y luego AS2 + CS2 + WS2 = 2 * B3 Correcto el manejo de las galletas compradas y las horas Bien resuelto la bolsa más vendida

▼ Problema para resolver Nº33

Una empresa de catering produce y comercializa tres tipos de torta.

La torta tipo A requiere 1 kg de harina, 500 gramos de azúcar, 400 gramos de chocolate, 6 huevos y 200 gramos de dulce de frutillas. La torta tipo B requiere 1,5 kg de harina, 600 gramos de azúcar, 6 huevos y 500 gramos de chocolate. La torta tipo C requiere 800 gramos de harina, 400 gramos de azúcar, 4 huevos y 400 gramos de dulce de frutillas.

Las tortas “A” y “B” llevan además una cobertura especial. La mezcla para coberturas lleva un 20% de chocolate, entre 40% y un 60% de crema y el resto de dulce de leche. La torta “A” lleva 200 gramos de cobertura y la torta “B” lleva 250 gramos de esta cobertura.

Por último, las tortas se guardan en cajas decoradas, de las que se puede disponer de 300 por semana.

Semanalmente, se puede disponer de 500 kg de harina, 200 kg de azúcar, 120 kg de chocolate, 150 docenas de huevos, 40 kg de dulce de frutillas, 30 kg de crema y 15 kg de dulce de leche.

Se ha calculado que el beneficio de cada torta es el siguiente: Tortas “A”: 20 pesos, Tortas “B”: 25 pesos, Tortas “C”: 12 pesos.

Resolución

Análisis previo

Se trata de un problema de planificación de la producción con mezcla para la producción de cobertura y restricciones de materia prima.

Objetivo

Determinar cuántas tortas de cada tipo producir y cuántos ingredientes comprar para producir la cobertura para maximizar el beneficio total durante una semana.

Hipotesis

- No hay costo en el proceso de mezcla
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes (se tiene más de lo que se puede llegar a usar)
- No hay inflación ni varían los precios o costos
- Todos los ingredientes se encuentran en buen estado
- No hay desperdicio de recursos al fabricar

- No hay costo de mano de obra
- Todo lo producido se vende. Los stocks permanecen constantes
- Se puede conseguir ingredientes en cantidades arbitrariamente fraccionadas
- Se pueden producir cantidades arbitrariamente pequeñas de tortas
- No existen restricciones comerciales que obliguen a fabricar cantidades mínimas de ninguna torta
- Las coberturas son indistinguibles entre sí
- La mezcla de cobertura es aditiva

Variables

Variable	Definición	Unidad
COB	Cantidad de cobertura usada para producir tortas	kg/semana
C_cob	Cantidad de chocolate usado para producir la cobertura	kg/semana
CR_cob	Cantidad de crema usada para producir la cobertura	kg/semana
DDL_cob	Cantidad de dulce de leche usado para producir la cobertura	kg/semana
T_a	Cantidad de tortas A a producir	torta/semana
T_b	Cantidad de tortas B a producir	torta/semana
T_c	Cantidad de tortas C a producir	torta/semana

Modelo matemático

<u>Uso de ingredientes</u>

Harina: 1*T_a + 1.5*T_b + 0.8*T_c ≤ 500

Azucar: 0.5*T_a + 0.6*T_b + 0.4*T_c ≤ 200

Chocolate: 0.4*T_a + 0.5*T_b ≤ 120

Huevos: 6*T_a + 6*T_b + 4*T_c ≤ 1800

Dulce de frutillas: 0.2*T_a + 0.4*T_c ≤ 40

COB = 0.2*T_a + 0.25*T_b

DDL_cob ≤ 15

CR_cob ≤ 30

<u>Mezcla de cobertura</u>

COB = C_cob + CR_cob + DDL_cob

C_cob = 0.2*COB

CR_cob ≥ 0.4*COB

CR_cob ≤ 0.6*COB

<u>Maxima cantidad de cajas</u>

T_a + T_b + T_c ≤ 300

<u>Funcional</u>

MAX → Z = 20*T_a + 25*T_b + 12*T_c

Resolución por software

```
/* Declaracion de variables */
var COB >= 0;
var C_cob >= 0;
var CR_cob >= 0;
var DDL_cob >= 0;
var T_a >= 0;
var T_b >= 0;
```

```
var T_c >= 0;

/* Definicion del funcional */
maximize z: 20*T_a + 25*T_b + 12*T_c;

/* Restricciones */
/* Uso de ingredientes */
s.t. Cant_Harina: 1*T_a + 1.5*T_b + 0.8*T_c <= 500;
s.t. Cant_Azucar: 0.5*T_a + 0.6*T_b + 0.4*T_c <= 200;
s.t. Cant_Chocolate: 0.4*T_a + 0.5*T_b + C_cob <= 120;
s.t. Cant_Huevos: 6*T_a + 6*T_b + 4*T_c <= 1800;
s.t. Cant_DulceFrutillas: 0.2*T_a + 0.4*T_c <= 40;
s.t. Cant_Cobertura: COB = 0.2*T_a + 0.25*T_b;
s.t. Cant_DDL: DDL_cob <= 15;
s.t. Cant_CR: CR_cob <= 30;

/* Mezcla de cobertura */
s.t. Cobertura: COB = CR_cob + DDL_cob + C_cob;
s.t. MinCremaParaCobertura: CR_cob >= 0.4*COB;
s.t. MaxCremaParaCobertura: CR_cob <= 0.6*COB;
s.t. ChocolateParaCobertura: C_cob = 0.2*COB;

/* Maxima cantidad de cajas */
s.t. maxTortas: T_a + T_b + T_c <= 300;

end;
```

```
Problem:    2
Rows:       14
Columns:    7
Non-zeros:  35
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 6436.363636 (MAXimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 z            B        6436.36
     2 Cant_Harina  B        392.727                         500
     3 Cant_Azucar  B        163.636                         200
     4 Cant_Chocolate
                    NU           120                         120       23.6364
     5 Cant_Huevos  B        1636.36                        1800
     6 Cant_DulceFrutillas
                    B        32.7273                          40
     7 Cant_Cobertura
                    NS             0            -0             =      -4.72727
     8 Cant_DDL     NU            15                          15         < eps
     9 Cant_CR      B        28.6364                          30
    10 Cobertura    NS             0            -0             =         < eps
    11 MinCremaParaCobertura
                    B        6.81818            -0
    12 MaxCremaParaCobertura
                    B       -4.09091                          -0
    13 ChocolateParaCobertura
                    NS             0            -0             =      -23.6364
    14 maxTortas    NU           300                         300            12

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 COB          B        54.5455             0
     2 C_cob        B        10.9091             0
     3 CR_cob       B        28.6364             0
     4 DDL_cob      B             15             0
     5 T_a          NL             0             0                        -2.4
     6 T_b          B        218.182             0
     7 T_c          B        81.8182             0

Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions:

KKT.PE: max.abs.err = 3.55e-15 on row 8
        max.rel.err = 1.15e-16 on row 8
        High quality

KKT.PB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

KKT.DE: max.abs.err = 8.88e-16 on column 1
```

```
        max.rel.err = 8.50e-17 on column 1
        High quality

KKT.DB: max.abs.err = 0.00e+00 on row 0
        max.rel.err = 0.00e+00 on row 0
        High quality

End of output
```

Para maximizar las ganancias y obtener $$6436.36$, deben producirse 218.18 tortas B, y 81.81 tortas C. La cobertura debe estar compuesta por un $20%$ de chocolate, un $52.5%$ de crema y un $27.5%$ de dulce de leche. Los recursos limitantes son el chocolate, el dulce de leche y la cantidad de cajas disponibles por semana.

---

https://s3-us-west-2.amazonaws.com/secure.notion-static.com/877c3895-9d44-4a85-95e3-b67ef2d69151/Modelos_Ej2_33.pdf

---

Feedback

Grade	Bien(+)
Graded on	Thursday, 12 May 2022, 2:02 AM
Graded by	COLOMBO PABLO MARTIN
Feedback comments	– Bien el análisis Bien el objetivo y las hipótesis. Muy bien el modelo y bien el informe de la resolución por software (faltaría indicar cuáles recursos se saturan)

Guía 3

▼ Problema para resolver Nº3

Suponiendo hechas las declaraciones de las variables MES (1-12) Ei e Yi (0-1) como enteras y Ci como continuas, pensar las ecuaciones y/o inecuaciones necesarias para:

a- que si Y2 vale 0, entonces Y1 no valga 1.

Y1≤Y2

b- que Y1 valga 1 si MES es igual a 12 y 0 si no lo es.

12 Y1 <= MES <= y1 + 11

c- que Y1 valga igual al resultado de Y2 or Y3 or Y4.

Y2 <= Y1
Y3 <= Y1
Y4 <= Y1
Y1 <= Y2 +Y3+ Y4

d- que Y1 valga igual al resultado de Y2 and Y3.

2 Y1 <= Y2+Y3 <= 1 + Y1

e- que Y1 sea distinto de Y2.

$Y1 + Y2 = 1$

f- que E1 tome únicamente alguno de los siguientes valores: 1, 2, 3, 5, 6, 7.

$E1 = 1\ k1 + 2\ k2 + 3\ k3 + 5\ k4 + 6\ k5 + 7\ k6$

Ki son bivalentes solo pueden valer 0 o 1

$k1 + k2 + k3 + k4 + k5 + k6 = 1$ -> obligatoriamente una sola ki va a valer 1 y el resto 0

g- que C1 sea mayor que 10.

$C1 >= 10$

h- que E1 tome únicamente valores impares.

$E1 = K * 2 + 1$

$K >= 0$

i- que E1 tome únicamente alguno de los siguientes valores: 4, 9, 16.

$E1 = 4\ k1 + 9\ k2 + 16\ k3$

$k1 + k2 + k3 = 1$ -> obligatoriamente una sola ki va a valer 1 y el resto 0.

j- que C1 sea mayor o igual a 50 si Y1=1 ó a 75 si Y1=0.

$c1 >= 50 + 50 *(y1 - 1)$

$c1 >= 75 - 75\ y1$

k- que E1 sea mayor a 100 o sino menor que 80.

$E1 <= 80 + M\ k1$

K1 vale:

1 SI $E1 >= 100$
0 SI $E1 < 100$

Lo cual se logra con la siguiente restricción:
$100\ k1 < E1 <= K1\ M + 99$
$K1 <= 1$
(M es constante y es un número muy grande)

▼ Problema para resolver Nº4

Una importante firma está planeando la formación de un grupo de trabajo para encarar un nuevo proyecto de gran importancia.

Como va a ser un proyecto de largo alcance, se debe tratar con cuidado la selección del personal que ocupará los cargos de gerencia.

La firma decidió elegir los miembros que conformarán ese grupo, de tal manera que se minimice el costo de reemplazo de ese personal en el puesto que ocupa actualmente.

El grupo será de 6 personas que se elegirán entre una lista de 12; las características y los costos de reemplazo se dan en la tabla.

	Personas	Profesión	Costo de reemplazo	Carácter	Observaciones
1-	José Doporto	Contador	2.500	1	
2-	Roberto Marino	Químico	2.000	4	Personalidad conflictiva con Ricardo Vidal (Nº 11)
3-	Carlos Bettega	Ingeniero	1.800	3	Personalidad conflictiva con Ricardo Marotta (Nº 4)
4-	Ricardo Marotta	Contador	3.000	2	Mentor de Juan Lima (Nº 6). Personalidad conflictiva con Carlos Bettega (Nº 3).
5-	Saúl Ramoa	Contador	2.500	1	
6-	Juan Lima		1.500	4	Protegido por Ricardo Marotta (Nº 4)
7-	Jorge Smith	Químico	3.500	1	
8-	Andrés Campbell	Contador	4.000	2	
9-	Francisco Flores	Ingeniero	2.800	3	
10-	María Ferreiro	Ingeniera	3.000	3	
11-	Ricardo Vidal	Contador	2.500	2	Personalidad conflictiva con Roberto Marino (Nº 2)
12-	Carlos Salmain		5.000	2	

Código de carácter
1- Autoritario
2- Benevolente
3- Efectúa consultas
4- Partidario del trabajo de grupo

De los cuatro caracteres definidos en la tabla, los extremos 1 y 4 son antagónicos, y si tenemos miembros del grupo 1 no podemos tener del 4, y viceversa. Si hay dos benevolentes o más se ahorran $100.

Otras restricciones

➢ Debe haber por lo menos 1 ingeniero, 1 químico y 2 contadores.

➢ No deben encontrarse en el grupo 2 personalidades antagónicas.

➢ Protegido y mentor significa que el protegido es sólo eficiente si está el mentor.

➢ No puede haber más de 3 contadores, salvo que pertenezcan Vidal y Smith al grupo, entonces puede haber hasta 4 contadores.

Resolución

Análisis previo

Es un problema con variables enteras con restricciones sobre la combinación de recursos humanos para armar un equipo de trabajo.

Objetivo

Determinar qué personas integraran el grupo para minimizar los costos durante determinado periodo de tiempo.

Hipotesis

- No hay inflación ni sucesos económicos que alteren el valor de los costos
- Las personas elegidas van a aceptar esa asignación y van a permanecer durante todo el proyecto
- Todos los datos dados son certeros
- Dos personas en una situación de conflicto no deben ser puestas juntas

- Si se elige un protegido se debe elegir también a su mentor
- No se tendrán en cuenta las profesiones no conocidas para las restricciones de demanda mínima de profesionales
- No hay costos adicionales asociados a los profesionales
- Se consideran únicamente personalidades antagónicas a las de tipo 1 y a las de tipo 4

Definición de variables

Variable	Definición	Unidad
CON	Cantidad de contadores a integrar el grupo	
ING	Cantidad de ingenieros a integrar el grupo	
QUI	Cantidad de quimicos a integrar el grupo	
Ci	Cantidad de personas con caracter tipo i a integrar el grupo. Donde i={1,2,3,4}	

Variables bivalentes

Variable	Definición	Unidad
Yi	1: Si la persona i pertenece al grupo elegido. Donde i={1,2,...,12} 0: Si no	
Yvs	1: Si Vidal y Smith pertenecen al grupo elegido 0: Si no	
Yben	1: Si hay 2 benevolentes o más 0: Si no	
Yc1	1: Si hay miembros con caracter tipo 1 0: Si no	
Yc4	1: Si hay miembros con caracter tipo 4 0: Si no	

Modelo matemático

Funcional

MIN → Z = 2500*Y1 + 2000*Y2 + 1800*Y3 + 3000*Y4 + 2500*Y5 + 1500*Y6 + 3500*Y7 + 4000*Y8 + 2800*Y9 + 3000*Y10 + 2500*Y11 + 5000*Y12 - 100*Yben

Cantidad de integrantes

sum(Yi) = 6

Personalidades conflictivas

Y2 + Y11 = 1

Y3 + Y4 = 1

Mínima cantidad por profesión

(ingenieros) Y3 + Y9 + Y10 ≥ 1

(quimicos) Y2 + Y7 ≥ 1

(contadores) Y1 + Y4 + Y5 + Y8 + Y11 ≥ 2

Máxima cantidad de contadores

Y1 + Y4 + Y5 + Y8 + Y11 ≤ 3 + M*Yvs   si Yvs = 0

Y1 + Y4 + Y5 + Y8 + Y11 ≤ 4*Yvs + M*(1-Yvs)   si Yvs = 1

Yvs = 1 si Y7 and Y11

2*Yvs ≤ Y7 + Y11 ≤ 1 + Yvs

Protegido y mentor

Y4 ≥ Y6

Personalidades antagónicas

Yc1 + Yc4 ≤ 1

Yc1 ≤ Y1 + Y5 + Y7 ≤ 3*Yc1

Yc4 ≤ Y2 + Y6 ≤ 2*Yc4

Cantidad de benevolentes

2*Yben ≤ Y4 + Y8 + Y11 + Y12 ≤ $*Yben

Funcional

MIN → Z = Y*1 * 2500 $/plazoProyecto + Y2 * 2000 $/plazoProyecto + Y3 * 1800 $/plazoProyecto + Y4 * 3000 $/plazoProyecto + Y5 * 2500 $/plazoProyecto + Y6 * 1500 $/plazoProyecto + Y7 * 3500 $/plazoProyecto + Y8 * 4000 $/plazoProyecto + Y9 * 2800 $/plazoProyecto + Y10 * 3000 $/plazoProyecto + Y11 * 2500 $/plazoProyecto + Y12 * 5000 $/plazoProyecto - 100 * Yben $/plazoProyecto*

▼ Problema para resolver Nº6

Una empresa produce aceite comestible mediante la refinación de aceite crudos y su posterior mezcla. El producto final se vende a 150 $/ton.

Los aceites A y B requieren una línea de producción de refinado distinta de la de los aceites C, D y E. Las capacidades de refinación de cada línea son respectivamente, 200 ton/mes y 250 ton/mes.

Hay una restricción tecnológica de dureza del aceite comestible. Esta debe encontrarse entre 3 y 6 (en unidades de dureza). Se asume que la dureza de aceite comestible es una combinación lineal de las durezas de los aceite crudos.

Además se desean imponer las siguientes condiciones adicionales:

➢ El aceite comestible no debe contener más de 3 aceites crudos.

➢ Si se usa un tipo de aceite crudo, deben usarse 20 ton., como mínimo.

➢ Si se usan el aceite A o el B entonces el aceite C debe también usarse.

En la siguiente tabla, se detalla el precio de cada tipo de aceite crudo (en $/ton) y su correspondiente nivel de dureza.

Tipo	Precio	Dureza
A	110	8,8
B	120	6,1
C	130	2,0
D	110	4,2
E	115	5,0

Refinar los aceites crudos lleva X min/ton. El costo de mantenimiento de la máquina de refinado varía según la cantidad de horas que funciona, como se detalla a continuación:

Horas	Costo de Mantenimiento
Menos de 100	$5000
Entre 100 y 200	$8000
Más de 200 y menos de 500	$9500
500 ó más	$10000

Resolución

Análisis previo

Se trata de un problema de planificación de producción donde a partir de una mezcla de aceites crudos se fabrica un aceite comestible. Hay restricciones sobre la capacidad de producción y sobre la composición del producto final, incluyendo restricciones lógicas. Además hay un costo de mantenimiento variable por intervalo.

Objetivo

Determinar la cantidad de cada aceite crudo a producir para maximizar las ganancias (ingresos menos costos) durante un mes.

Hipotesis

- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay productos fallados
- No hay error en los datos de dureza, horas ni precios/costos dados
- Hay suficiente tiempo para producir las cantidades que necesite el modelo
- Los aceites comestibles son indistinguibles sin importar los aceites crudos utilizados
- No hay stock inicial ni final
- La cantidad total de aceite comestible producido es igual a la suma de los aceites crudos utilizados
- No hay penalizaciones temporales ni costos adicionales por cambiar de aceite crudo a refinar en cada una de las refinadoras
- Todo lo producido se vende
- No hay costo en el proceso de mezcla
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes
- No hay desperdicio de recursos al producir
- No hay costo de mano de obra
- Se puede conseguir A, B, C, D, E en cantidades arbitrariamente fraccionadas
- No existen restricciones comerciales que obliguen a fabricar cantidades mínimas
- La mezcla se puede realizar usando únicamente un componente
- Si se usan los aceites A y B, entonces se tiene que usar el C

Variables

Variable	Definición	Tipo	Unidad
Ci	Cantidad de aceite crudo i utilizado	Continua	ton/periodo
AC	Cantidad de aceite comestible producido	Continua	ton/periodo
H1j	Cantidad de horas que funciona la maquina j si funciona menos de 100hs	Continua	hs/periodo
H2j	Cantidad de horas que funciona la maquina j si funciona entre 100 y 200hs	Continua	hs/periodo
H3j	Cantidad de horas que funciona la maquina j si funciona entre 200 y 500hs	Continua	hs/periodo
H4j	Cantidad de horas que funciona la maquina j si funciona más de 500hs	Continua	hs/periodo
Yh1j	1: Si la maquina j funciona menos de 100hs 0: Si no	Entera bivalente	
Yh2j	1: Si la maquina j funciona entre 100 y 200hs 0: Si no	Entera bivalente	
Yh3j	1: Si la maquina j funciona entre 200 y 500hs 0: Si no	Entera bivalente	
Yh4j	1: Si la maquina j funciona mas de 500hs 0: Si no	Entera bivalente	
Yi	1: Si se usa el aceite crudo i en la mezcla 0: Si no	Entera bivalente	

i = {A, B, C, D, E}

j = {1, 2}

periodo = mes

Modelo matemático

Mezcla

AC = Ca + Cb + Cc + Cd + Ce

Capacidad de produccion

Ca + Cb ≤ 200

Cc + Cd + Ce ≤ 250

Restricción de dureza

P*3 ≤ Ca*8.8 + Cb*6.1 + Cc*2 + Cd*4.2 + Ce*5 ≤ P*6

Cantidad de aceites crudos

Ya + Yb + Yc + Yd + Ye ≤ 3

Ya + Yb ≤ 2*Yc

~~Yc ≤ Ya + Yb~~

~~Ya ≤ Yc~~

~~Yb ≤ Yc~~

Relación entre variables

Si Yi = 0 ⇒ Ci = 0

20*Yi ≤ Ci ≤ Yi*M

Mantenimiento de maquina

Hj = H1j + H2j + H3j + H4j

0 ≤ H1j ≤ (100-m)*Yh1j

100*Yh2j ≤ H2j ≤ (200-m)*Yh2j

200*Yh3j ≤ H3j ≤ (500-m)*Yh3j

500*Yh4j ≤ H4j ≤ Yh4j*M

Yh1j + Yh2j + Yh3j + Yh4j = 1

Uso de la maquina

(Ca + Cb)[ton/mes]*X[min/ton]/60 = H1 [hs/mes]

(Cc + Cd + Ce)[ton/mes]*X[min/ton]/60 = H2 [hs/mes]

Funcional

MAX → Z = 150*AC - Ca*110 - Cb*120 - Cc*130 - Cd*110 - Ce*115 - (H1*5000 + H2*8000 + H3*9500 + H4*10000)

▼ Problema para resolver Nº7 (corregir)

Una empresa mayorista compra y vende 3 productos A, B y C. En este momento tiene en stock 50, 100 y 300 unidades respectivamente. El precio de venta de A varía con la cantidad vendida: si vende hasta 500 unidades, $ 20 c/u, de 500 a 1000, $ 18 y más de 1000, $ 15.

Los precios de venta de B y C son de $ 35 y $ 40 respectivamente.

La cantidad a entregar de A debe ser la menor de las tres pero si la cantidad entregada de B es menor que la de C esta limitación no se toma en cuenta.

Los precios de compra son los siguientes:

➢ producto A: $ 3 c/u

➢ producto B: $ 4 c/u si la compra de producto C es menor de 2500 un. y $ 3. si la compra de C es mayor de 2500 unidades.

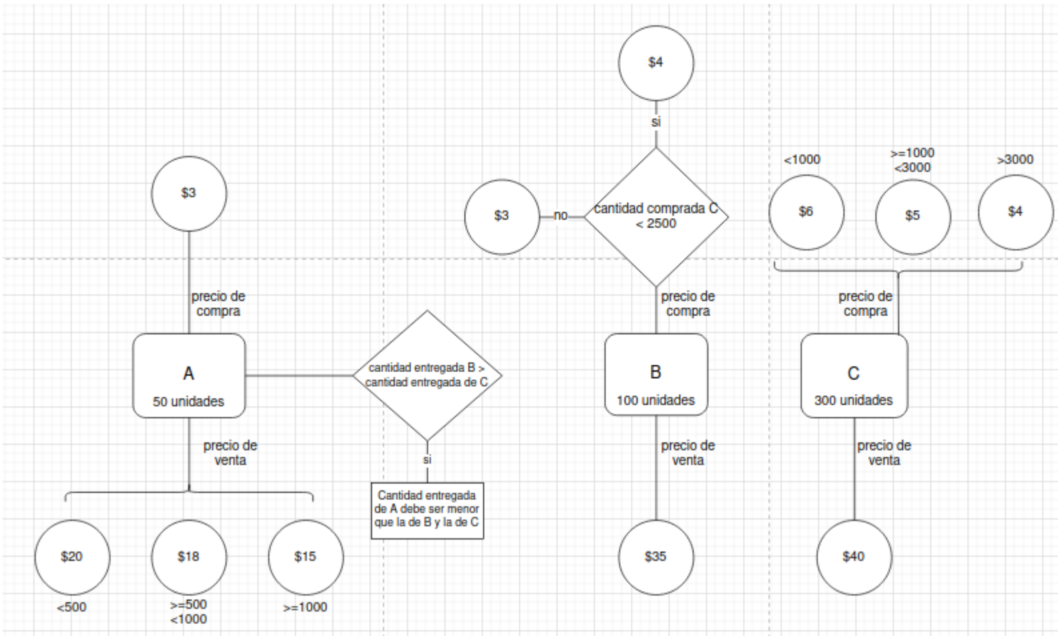
➢ producto C: $ 6 c/u si se compran hasta 1000 un., $ 5 si se compran menos de 3000 un. y $ 4 para compras mayores de 3000 unidades.

Las demandas máximas son de 2000, 3000, y 4000 unidades respectivamente.

Resolución

Análisis previo

Problema de planificación de producción con stock inicial y con variables enteras (cantidades entregadas y compradas) que definen los precios de compra y venta.



Objetivo

Determinar la cantidad de productos A, B y C a comprar y a vender para maximizar las ganancias por su venta durante un determinado período de tiempo.

Hipótesis y supuestos

- No hay inflación, o si la hubiera, no altera la relación de precios y costos.
- Los productos que se compran no tienen fallas, todos pueden venderse.
- Dentro de los valores máximos de la demanda se puede comprar lo que sea necesario.
-

Definición de variables

Variable	Definición	Unidad
A_c	Cantidad de productos A comprados	unidad/periodo
B_c	Cantidad de productos B comprados	unidad/periodo
C_c	Cantidad de productos C comprados	unidad/periodo
A_v	Cantidad de productos A vendidos	unidad/periodo
B_v	Cantidad de productos B vendidos	unidad/periodo
C_v	Cantidad de productos C vendidos	unidad/periodo
A_vi	Cantidad de productos A vendidos si se venden X unidades de A, donde i={1 cuando x<500, 2 cuando 500≤x<1000 y 3 cuando x>1000}	unidad/periodo
B_ci	Cantidad de productos B comprados si se compran X unidades de C, donde i={1 cuando x<2500, 2 cuando x≥2500}	unidad/periodo
C_ci	Cantidad de productos C comprados si se compran X unidades de C, donde i={1 cuando x<1000, 2 cuando 1000≤x<3000 y 3 cuando x>3000}	unidad/periodo

Variable Bivalente Entera	Definición

Yv1	1: si se venden menos de 500 unidades de A 0: si no
Yv2	1: si se venden entre 500 y 1000 unidades de A 0: si no
Yv3	1: si se venden más de 1000 unidades de A 0: si no
Yc1	1: si se compran menos de 2500 unidades de C 0: si no
Yc2	1: si se compran más de 2500 unidades de C 0: si no
Ycc1	1: si se compran menos de 1000 unidades de C 0: si no
Ycc2	1: si se compran entre 1000 y 3000 unidades de C 0: si no
Ycc3	1: si se compran más de 3000 unidades de C 0: si no
Yvv	1: si la cantidad entregada de B es menor a la cantidad entregada de C 0: si no

Modelo matemático

Demandas máximas

A_v ≤ 2000

B_v ≤ 3000

C_v ≤ 4000

Relación entre compra y venta

A_v = A_c + 50

B_v = B_c + 100

C_v = C_c + 300

A_v = A_v1 + A_v2 + A_v3

B_c = B_c1 + B_c2

C_c = C_c1 + C_c2 + C_c3

Ganancias por ventas

(si A_v < 500 ⇒ Yav1 es 1)

0 ≤ A_v1 < 500*Yav1

500*Yav2 ≤ A_v2 < 1000*Yav2

1000*Yav3 ≤ A_v3 < M*Yav3

Ganancias = (20*A_v1 + 18*A_v2 + 15*A_v3) + B_v * 35 + C_v * 40

Cantidad entregada de A **(*)**

A_v ≤ B_v + M*Yvv

A_v ≤ C_v + M*Yvv

M*Yvv ≤ B_v - C_v ≤ M*(1-Yvv) **de dondeeee**

Costos de compra

0 < C_c1 ≤ 1000*Ycc1

1000*Ycc2 < C_c2 ≤ 3000*Ycc2

3000*Ycc3 < C_c3 ≤ M*Ycc3

0 < B_c1 ≤ 2500*Yc1 **duda**

2500*Yc2 < B_c2 ≤ M*Yc2 **duda**

Costos = A_c*3 + (4*B_c1 + 3*B_c2) + (6*C_c1 + 5*C_c2 + 4*C_c3)

Funcional

MAX → z = Ganancias - Costos = (20*A_v1 + 18*A_v2 + 15*A_v3) + B_v * 35 + C_v * 40 - A_c*3 - (4*B_c1 + 3*B_c2) - (6*C_c1 + 5*C_c2 + 4*C_c3)

▼ Problema para resolver Nº9

Suponiendo hechas las declaraciones de las variables Ei e Yi (0-1) como enteras y Ci como continuas, pensar las ecuaciones y/o inecuaciones necesarias para...

a- que, si C1 es mayor que 0, entonces también sea mayor o igual que 22.

22*Y1 ≤ C1 ≤ M*Y1

b- que E1 tome el máximo valor entre E2, E3 y E4.

E2 ≤ E1 ≤ E2 + Y2 * M

E3 ≤ E1 ≤ E3 + Y3 * M

E4 ≤ E1 ≤ E4 + Y4 * M

Y2 + Y3 + Y4 = 2

c- que C1 tome el segundo menor valor entre C2, C3, C4 y C5.

C2 - M * Y2 ≤ C1 ≤ C2 + Y6 * M

C3 - M * Y3 ≤ C1 ≤ C3 + Y7 * M

C4 - M * Y4 ≤ C1 ≤ C4 + Y8 * M

C5 - M * Y5 ≤ C1 ≤ C5 + Y9 * M

Y2 + Y3 + Y4 + Y5 = 2

Y6 + Y7 + Y8 + Y9 = 1

d- que, si C2 es 0, entonces C1 también sea 0.

m * Y2 ≤ C2 ≤ M * Y2

C1 ≤ M * Y2

e- que C1 no sea igual a 13.

(13 + m) * Y1 ≤ C1 ≤ (13 - m) * (1 - Y1) + M * Y1

f- que E1 tome el valor de C1 redondeado.

E1 - 0,5 - m ≤ C1 ≤ E1 + 0,5

g- que E1 tome un valor igual a la cantidad de variables (E2, E3, E4 y E5) cuyo valor es mayor que 5.

E1 = Y2 + Y3 + Y4 + Y5

(5 + m) * Y2 ≤ E2 ≤ (5 + m) + M * Y2

(5 + m) * Y3 ≤ E3 ≤ (5 + m) + M * Y3

(5 + m) * Y4 ≤ E4 ≤ (5 + m) + M * Y4

(5 + m) * Y5 ≤ E5 ≤ (5 + m) + M * Y5

▼ Problema para resolver Nº14

Una empresa automotriz enfrenta un control de precios. Fabrica dos modelos de autos, uno standard cuyo precio está controlado, y otro cuyo precio está fuera de control. Precios, costos y stocks iniciales se dan en el siguiente cuadro:

Modelo	Precio	Gastos de fabricación	Materia prima	Costos de ventas	Stock inicial
Standard	18.500 $/un.	5.500 $/un.	2.000 $/un.	1.000 $/un.	100 un.
Lujo	27.500 $/un.	7.000 $/un.	4.000 $/un.	1.400 $/un.	150 un.

Para el modelo standard se debe cumplir por lo menos con las entregas correspondientes a los planes “círculo cerrado” y que ascienden a 80 unidades. Se estima para este modelo una demanda máxima de 800 unidades.

En cuanto al modelo de lujo, no hay compromiso de entregas mínimas siendo su demanda máxima de 300 unidades para el mes próximo.

En cuanto a los stocks, no se quiere tener un nivel inferior a 50 para el modelo standard y a 20 para el de lujo.

Se considera que, si el nivel de producción de la planta no supera las 500 unidades, se ahorrará $1.000.000, por la supresión de una serie de servicios que no serian necesarios.

Las ventas se efectúan de la siguiente manera: 50% al contado y 50% con documentos a 30 días. Estos documentos se descontarán en Bancos, dado que se debe efectuar el pago de un préstamo al exterior, lo que acarrea para el mes en estudio un grave problema financiero. Las tasas de descuento serán las siguientes:

➢ Si el monto a descontar no supera los $5.000.000, 20%

➢ Si el monto a descontar es superior a $5.000.000, 30%

Los pagos por gastos de fabricación, materia prima y costos de ventas, se harán durante el mes, recurriendo a “descubiertos bancarios”, estimándose que si el nivel total de los mismos está entre 0 y 3 millones, generará una carga financiera de $160.000, y si lo supera, $210.000.

Si el monto de documentos a descontar supera 5 millones, la demanda del modelo de lujo aumenta en 100 unidades. En el caso de que se descuenten menos de 5 millones se quiere vender más de lujo que de standard.

Cuando se vendan más de 200 autos de lujo, los primeros 200 tendrán un precio de $ 27.500 y los restantes de $30.000.

Análisis previo

Es un problema de planificación de producción con restricciones financieras, manejo de stock y precio de venta variable según la cantidad de ventas.

Objetivo

Determinar cuantos autos fabricar de cada tipo para maximizar las ganancias durante un mes.

Hipotesis

- No hay inflación ni varían los precios o costos
- No hay costo de almacenamiento
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes
- Los autos producidos son indistinguibles
- Todo lo que se produce se vende o se guarda en stock
- Hay suficiente monto inicial para producir

Variables

Variable	Definición	Tipo	Unidad
S	Cantidad de autos standard a producir	Entera	unidad/mes
L	Cantidad de autos de lujos a producir	Entera	unidad/mes
Sv	Cantidad de autos standard a vender	Entera	unidad/mes
Lv_1	Cantidad de autos de lujo a vender dado que se venideron 200 o menos	Entera	unidad/mes
Lv_2	Cantidad de autos de lujo a vender dado que se vendieron más de 200	Entera	unidad/mes
Y500	1: Si se producen 500 o menos unidades de autos 0: Si no	Entera bivalente	
Ydto	1: Si el monto de ingresos no supera los $5.000.000 0: Si no	Entera bivalente	
Ycf	1: Si costos entre 0 y 3 millones 0: Si no	Entera bivalente	
YL≤200	1: Si se vendieron 200 o menos autos de lujo 0: Si no	Entera bivalente	
YL>200	1: Si se vendieron más de 200 autos de lujo 0: Si no	Entera bivalente	
CL	Monto de costos por producir autos de lujo	Continua	$/mes

CS	Monto de costos por producir autos standard	Continua	$/mes
M1	Monto a descontar si el monto no supera los 5000000	Continua	$/mes
M2	Monto a descontar si el monto supera los 5000000	Continua	$/

Modelo matemático

Relación entre producido y vendido

Lv = Lv_1 + Lv_2

S + 100 ≥ Sv

L + 150 ≥ Lv

Stock

S + 100 - Sv ≥ 50

L + 150 - Lv ≥ 20

Demandas mínimas y máximas

80 ≤ Sv ≤ 800

0 ≤ Lv ≤ 300 + 100*(1-Ydto)

Si Ydto ⇒ Lv > Sv

-M*Ydto ≤ Sv - Lv ≤ (1 - Ydto)*M

Costos

CL = Lv*(5500 + 2000 + 1000)

CS = Sv*(7000 + 4000 + 1400)

Ycf vale 1 si 0 ≤ CL + CS ≤ 3000000

(1-Ycf)*(3000000+m) ≤ CL + CS ≤ 3000000*Ycf + M*(1-Ycf)

Y500 vale 1 si S + L ≤ 500

(1-Y500)*(500+m) ≤ S + L ≤ 500 + M*(1-Y500)

EGR = CL + CS + 160000*(1-Ycf) + 210000*Ycf - 1000000*Y500

Ganancias

0 ≤ Lv_1 ≤ 200*YL≤200

(200-m)YL>200 ≤ Lv_2 ≤ M*YL>200

YL>200 + YL≤200 = 1

M1 + M2 = 0.5*(Sv*18500 + Lv_1*27500 + Lv_2*30000)

Ydto vale 1 si M ≤ 5000000

0 ≤ M1 ≤ *5000000**Ydto

(*5000000-m*)*(1-Ydto) ≤ M2 ≤ M*(1-Ydto)

ING = 0.5*(Sv*18500 + Lv_1*27500 + Lv_2*30000) + 0.5(contado - 0.2*M1 - 0.3*M2)

Funcional

MAX → Z = ING - EGR

▼ Problema para resolver Nº16

La empresa Black Hole, radicada en Africa, debe transportar un contenedor de Cadmio enriquecido a través de seis regiones de la zona del Sahara, para luego regresarlo a la filial de partida. En cada región deberá agregarle un componente químico al cadmio y así, cuando regrese a la fábrica tendrá el producto final listo para procesarlo.

Cuando el contenedor parte, la temperatura del Cadmio es exactamente de cero grados centígrados. Alguno de los componentes que se van agregando aumentan la temperatura del Cadmio en una determinada cantidad de grados, y otros bajan esa temperatura. Ninguno de los componentes puede faltar en el producto final.

Por razones de seguridad, en ningún momento la mezcla del contenedor puede tener una temperatura inferior a cero grados (el contenedor está perfectamente aislado del exterior).

Las distancias entre dos regiones cualesquiera i y j (medidas en kilómetros) son datos fijos, que se representan como constantes Dij. Así también la distancia entre la filial y cada región j es una constante conocida Rj

A continuación se indica el efecto que tiene el componente de cada región sobre el Cadmio; las variaciones de temperatura que éstos producen son constantes y se indican con letras.

Región	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
La temperatura…	Baja A grados	Sube B grados	Sube C grados	Baja D grados	Sube E grados	Sube F grados

---

Análisis previo

Es un problema del viajante con acumulación

Hipótesis

- Todos los caminos están disponibles en los dos sentidos, se regresa al origen y no se revisita un lugar
- Certeza respecto de costos
- No hay requisito de orden mientras la temperatura se mantenga no negativa → no importa el orden
- Las únicas variaciones de temperatura que surgen es por agregar elementos. No va a haber variaciones en el viaje.

Variables

y_{ij} $\quad i,j \in \{0,\dots,6\}, \; i \neq j$

U_i $\quad i \in \{1,\dots,6\}$ → Mide en q' orden visito la ciudad i

Modelo matemático

$$\sum_{\substack{i \neq j \\ i=0..6}} y_{ij} = 1, \; \forall j \qquad \sum_{\substack{j \neq i \\ j=0..6}} y_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$$U_i - U_j + 6\, y_{ij} \leq 5 \qquad \forall\, i \in \{1..6\},\, j \in \{1..6\} \;\; i \neq j$$

$$U_i \leq (U_4 - 1) + M(1 - T_{i4}) \quad i \neq 4$$

*

$$U_i \leq (U_1 - 1) + M(1 - T_{i1}) \quad i \neq 1$$

Modificación: $-M\,T_{ij} + U_j \leq U_i \leq U_j + M(1 - T_{ij})$

$T_{ij} = 1 \Rightarrow -M + U_j \leq U_i \leq U_j \Rightarrow U_i \leq U_j$

$T_{ij} = 0 \Rightarrow U_j \leq U_i \leq U_j + M \Rightarrow U_j \leq U_i$

$$-A\,T_{14} + B\,T_{24} + C\,T_{34} + E\,T_{54} + F\,T_{64} - D \geq 0$$

$$\underbrace{B\,T_{21} + C\,T_{31} - D\,T_{41} + E\,T_{51} + F\,T_{61}} - A \geq 0 \quad *$$

$$T_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la región } i \text{ se visita antes que } j \\ 0 \end{cases}$$

Temp que tiene el contenido al ingresar al contenedor

$$Z(MIN) = \sum_i \sum_j R_{ij}\, y_{ij} + \sum_{j=1..6} R_j\, y_{0j} + \sum_{i=1..6} R_i\, y_{i0}$$

Otra forma

TO_i = Temp al salir de la región visitada en i-ésimo orden

TR_i = Temp al salir de la región i

$$TO_3 = \underbrace{TO_2}_{\text{Inicial}} + \underbrace{\{\ldots\}}_{\text{Delta}}$$

$$TR_3 = \{\ldots\} + C$$

$$TO_3 = TO_2 + \{O_{13}(-A) + O_{23}\,B + \ldots + O_{63}\,F\}$$

$$O_{r\sigma} = \begin{cases} 1 & \text{si región } r \text{ se visitó ~~antes~~ en orden } \sigma \\ 0 \end{cases}$$

Vincular O_{ij} con U_i

$$\Rightarrow TI_{13} = \begin{cases} 0 & \text{si } y_{13} = 0 \\ TR_1 & \text{si } y_{13} = 1 \end{cases}$$

TR_3 similar a (*) a hacer $TI_{13} \rightsquigarrow TR_1 \times y_{13}$ linealizar

Temp inicial (al ingresar a) de la región 1 desde 3

$$-M(1-y_{13}) + TR_1 \leq TI_{13} \leq TR_1 + M(1-y_{13})$$

$$TI_{13} \leq M\, y_{13}$$

$$TR_3 = \{TI_{13} + \dots + TI_{63}\} + C$$

Problema para resolver Nº21

TRESASDE S.A. es una empresa dedicada al tendido de líneas de alta tensión.

Su actividad principal depende de las licitaciones que gane.

Recientemente ha ganado dos licitaciones. Cuenta con maquinarias y recurso como para encarar una tarea por vez.

La licitación Nº 1 comprende las siguientes tareas:

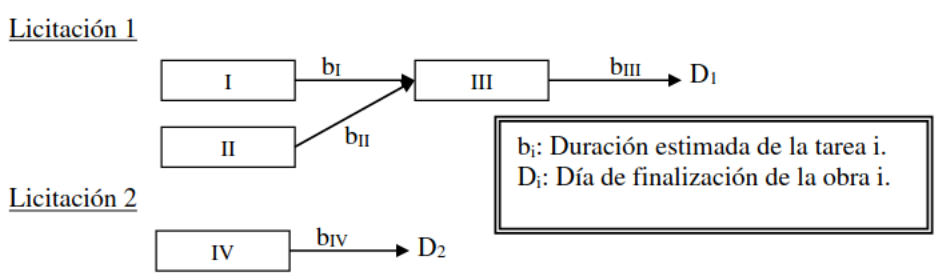
➢ Fundación (Tarea I)

➢ Transporte de las torres al lugar (Tarea II).

➢ Colocación de torres y cables (Tarea III).

La licitación N° 2 comprende tareas de reparación de torres de alta tensión dañada por un temporal (Tarea IV).

La secuencia de las tareas se observa en el siguiente esquema.



Tarea	Duración
I	120 días
II	10 días
III	120 días
IV	110 días

Licitación	Día de finalización
1	360 días a contar del 1° de Enero
2	240 días a contar del 1° de Enero

De acuerdo a sus disponibilidades de recursos humanos, financieros, y de maquinarias, no puede encarar más de una tarea por vez.

No existe justificación para una eventual duplicación de recursos ya que el panorama de trabajo tras estas dos obras es totalmente incierto. El monto total a percibir por la obra 1 es de $ 10.000.000.

Como es usual en este tipo de licitación, se han fijado premios por cumplimiento, según las siguientes condiciones establecidas en el pliego:

➢ Si la tarea 1 finaliza 30 días antes del día 31 de Mayo, $ 250.000. Si la licitación 1 queda finalizada antes del 31/10: $ 1.500.000; si la licitación 1 queda finalizada antes del 30/11: $ 750.000.

➢ En cuanto a la licitación 2, se percibirán $ 3.000.000 y hay un incentivo de $ 300.000 por terminar como mínimo un mes antes de 31/8.

El costo operativo por cada día de trabajo es de $ 20.000.

Las tareas comienzan al principio del día.

Análisis previo

Se trata de un problema de secuenciamiento de tareas donde cada tarea debe pasar de forma ordenada por una cierta cantidad de procesos

Objetivo

Determinar el momento de inicio y fin de cada tarea para maximizar las ganancias durante un año

Hipotesis

- Cada proceso trabaja en una determinada tarea desde que la comienza hasta que la finaliza.
- No se pierde tiempo cambiando las tareas que realiza un determinado proceso
- Los tiempos de cada tarea son independientes del órden en que se realizan/trabajan.
- El costo de cada día de trabajo es siempre el mismo, no contempla días feríados ni cambios en la jornada laboral
- Una tarea iniciada o en curso no se puede interrumpir
- Certeza de la duración de las tareas
- Hay disponibilidad para pagar el costo operativo por día

Variables

Variable	Definición	Tipo	Unidad
Itl	Instante de tiempo en el que comienza la tarea t la licitacion l		
Ftl	Instante en el que finaliza la tarea t la licitacion l		
FINAL	El valor en el que se finaliza la ultima tarea entre todos los proceso		
Yanula_lij	1: Si la tarea i se realiza antes que j para la licitacion l 0: Si no		
YT1	1: Si la tarea 1 termina 30 dias antes del 31 de mayo 0: Si no	Entera bivalente	
YL1_1	1: Si la licitacion 1 termina antes del 31 de octubre 0: Si no		
YL1_2	1: Si la licitacion 1 termina antes del 30 de noviembre 0: Si no		
YL2	1: Si la licitacion 2 termina antes del 31 de julio 0: Si no		

i = j = {1,2,3,4}

l = {1,2}

Modelo matemático

<u>Relación entre comienzo y final de una tarea en una licitacion</u>

Ftl = Itl + b_il

F11 = I11 + 120

F21 = I21 + 10

F31 = I31 + 120

F42 = I42 + 110

Orden de las tareas

Ftl ≤ It(l+1)

F11 ≤ I31

F21 ≤ I31

No hay solapamiento de tareas

para todo par de tareas i,j y para cada licitacion i

Ftjl ≤ Itjl + M*Yanula_lij

Ftjl ≤ Itjl + M*Yanula_lji

Yanula_ij + Yanula_ji = 1

Para la licitación 1, tareas 1 y 2:

F11 ≤ I21 + M*Yanula_12

F21 ≤ I11 + M*Yanula_21

Yanula_12 + Yanula_21 = 1

Para la licitacion 1, tareas 1 y 3:

F13 ≤ I31 + M*Yanula_13

F31 ≤ I11 + M*Yanula_31

Yanula_13 + Yanula_31 = 1

Para la licitacion 1, tareas 2 y 3:

F21 ≤ I31 + M*Yanula_23

F31 ≤ I21 + M*Yanula_32

Yanula_23 + Yanula_32 = 1

Para la licitacion 2, tareas 1 y 4:

F42 ≤ I11 + M*Yanula_14

F11 ≤ I42 + M*Yanula_41

Yanula_14 + Yanula41 = 1

Para la licitacion 2, tareas 2 y 4:

F42 ≤ I21 + M*Yanula_24

F21 ≤ I42 + M*Yanula_42

Yanula_24 + Yanula42 = 1

Para la licitacion 2, tareas 3 y 4:

F42 ≤ I31 + M*Yanula_34

F31 ≤ I42 + M*Yanula_43

Yanula_34 + Yanula43 = 1

Premios por licitacion 1 **(*tengo mis dudas de los ultimos dos)**

tarea 1 antes del 1/05

120*(1-YT1) ≤ F11 ≤ (120-m) + M*(1 - YT1)

licitacion 1 antes del 31/10

303*(1-YL1_L) ≤ F31 ≤ (303-m) + M*(1-YL1_1)

licitacion 1 antes del 30/11

333*(1-YL1_2) ≤ F31 ≤ (333-m) + M*(1-YL1_2)

YL1_1 ≤ YL1_2 (si YL1_1 ⇒ YL1_2)

Premios por licitacion 2

211*(1-YL2) ≤ F42 ≤ (211-m) + M*(1 - YL2)

Final de las tareas

F11 ≤ FINAL

F21 ≤ FINAL

F31 ≤ FINAL

F42 ≤ FINAL

F31 ≤ 360

F42 ≤ 240

Funcional

MAX → Z = 10000000 + 3000000 - 20000*FINAL + 250000*YT1 + 1500000*YL1_1 + 750000*YL1_2 + 300000*YL2

▼ Problema para resolver Nº23

Un fabricante de BOYACOS planifica la producción y venta de dos nuevos modelos, éstos pertenecen a la Línea Italiana y serán en color verde y lila. Para esto cuenta con dos plantas de producción y la información correspondiente a las mismas:

	PLANTA G			PLANTA A	
	Línea 1	Línea 2	Línea 3	Línea 4	Línea 5
BOYACO VERDE (seg/u)	20	15	22	18	20
BOYACO LILA (seg/u)	23	18	26	22	24
CAPACIDAD LINEA (seg/mes)	30000	25000	35000	30000	33000

Si la producción lo justifica, la capacidad de c/u de las líneas en ambas plantas se puede incrementar en un 30% mensual (respecto de la capacidad actual), con un costo adicional de $ 5000.

En Enero, el costo del segundo de máquina, para c/u de las líneas se indica en el cuadro adjunto. En Febrero, los costos se incrementarán un 10% respecto a los de Enero.

Se puede vender el sobrante de tiempo de todas las líneas (capacidad ociosa) a $2 el segundo.

Además en la planta G sólo se podrá disponer de 2 de las 3 líneas. Los precios de venta y las demandas para Enero y Febrero son los siguientes:

Línea 1 .... $ 2
Línea 2 .... $ 1,5
Línea 3 .... $ 1
Línea 4 .... $ 1,8
Línea 5 .... $ 0,7

		ENERO	FEBRERO
Boyacos Verdes	Las primeras 500 un que se vendan	130 $/u	145 $/u
	Las siguientes unidades	150 $/u	165 $/u
Boyacos Lilas	Las primeras 300 un que se vendan	140 $/u	155 $/u
	Las siguientes unidades	160 $/u	175 $/u
Boyacos Verdes	Demanda Mínima	100 u	100 u
	Demanda Máxima	800 u	700 u
Boyacos Lilas	Demanda Mínima	0 u	100 u
	Demanda Máxima	600 u	600 u

Las ventas se realizarán en un único local instalado para tal fin, éste podrá estar ubicado tanto en la planta “G” como en la “A” dependiendo de cuál sea el centro de mayor venta en ambos meses. Es decir, si en ambos meses lo que se produce para vender en la planta “A” es mayor a lo producido para vender en ‘G’, el local de venta se ubicará en la planta “A”, en caso contrario se ubicará en la planta “G”. El costo de instalación del centro de ventas “A” es de $ 15000, y del “G” es de $ 13000.

Los Boyacos deben ser transportados desde la planta donde se producen al centro de ventas. Para ello se cuenta con 8 camiones, cada uno de los cuales puede transportar 90 Boyacos; el costo de ir de una planta a otra por camión (ya sea que esté completo o no) es de $ 1800.

En el centro de ventas se destinará un espacio para almacenar los Boyacos que no se vendan en el mes, para ser vendidos en el próximo. El espacio máximo disponible es equivalente a 200 Boyacos, y el costo del almacenamiento es de $ 10 por Boyaco por mes.

Análisis previo

Se trata de un problema de planificación de la producción con multiperíodo ya que hay stock de un mes que puede almacenarse para el siguiente y por el cambio en los precios y costos, además tiene restricciones lógicas que afectan a los costos y ganancias.

Objetivo

Determinar la cantidad de boyacos verder y lilas a producir, almacenar y vender, la cantidad de recursos sobrantes a vender y la cantidad de recursos a utilizar para maximizar las ganancias (ingresos - costos) durante los meses de enero y febrero.

Hipotesis

- No hay inflación ni varían los precios o costos
- Los productos fabricados en la planta G son indistinguibles de los fabricados en la planta A
- Los tiempos de producción de cada línea son exactos
- No hay desperdicio de recursos al fabricar
- No hay productos fallados
- Todos los recursos no mencionados no son limitantes
- No hay stock inicial
- Los productos fabricados por cada línea son idénticos
- Todo lo que se produce se vende o se almacena
- No hay stock final del mes de Febrero
- Los productos que se almacenan en stock son indistinguibles de los productos nuevos
- Las demandas mínimas y máximas son sobre unidades vendidas
- Si el centro de ventas se abre en el centro de producción donde fueron fabricados el costo de traslado es cero

Definición de variables

Variable	Definición	Tipo	Unidad
Bv_ij	Cantidad de boyacos verdes a producir en el mes i con la linea j, i: {Enero, Febrero}, j:	Entera	unidad/mes

	{1,2,3,4,5}		
Bl_ij	Cantidad de boyacos lilas a producir en el mes i con la linea j, i: {Enero, Febrero}, j: {1,2,3,4,5}	Entera	unidad/mes
BvV1_ij	Cantidad de boyacos verdes a vender en i si se vendieron 500 o menos en el mes i producidos en la linea j, i: {Enero, Febrero}	Entera	unidad/mes
BvV2_ij	Cantidad de boyacos verdes a vender en i si se vendieron más de 500 en el mes i producidos en la linea j, i: {Enero, Febrero}	Entera	unidad/mes
BlV1_ij	Cantidad de boyacos lilas a vender si se vendieron 300 o menos en el mes i producidos en la linea j, i: {Enero, Febrero}, j:{1,2,3,4,5}	Entera	unidad/mes
BlV2_ij	Cantidad de boyacos lilas a vender si se vendieron más de 300 en el mes i producidos en la linea j, i: {Enero, Febrero}, j:{1,2,3,4,5}	Entera	unidad/mes
Yc_ij	1: Si se aumenta la capacidad de la linea j en el mes i 0: Si no j: {1, 2, 3, 4, 5} i: {Enero, Febrero}	Entera bivalente	
Slij	Cantidad de horas sobrantes del uso de las linea j en el mes i, j:{1,2,3,4,5}	Continua	hs/mes
Sbv	Cantidad de boyacos verdes en stock al finalizar Enero	Entera	unidad/mes
Sbl	Cantidad de boyacos lilas en stock al finalizar Enero	Entera	unidad/mes
Tbi	Cantidad de boyacos que deben ser transportados de una planta a otra en el mes i, i: {Enero, Febrero}	Entera	unidad/mes
Ypi	1: Si la cantidad producida para vender en la planta A es mayor a la de la planta G 0: Si no	Entera bivalente	
Yv_i	1: Si se venden 500 o menos boyacos verdes en el mes i 0: Si no i: {Enero, Febrero}	Entera bivalente	
Yl_i	1: Si se venden 300 o menos boyacos lilas en el mes i 0: Si no i: {Enero, Febrero}	Entera bivalente	
Lij	Cantidad de horas usadas en el mes i por la linea j i: {Enero, Febrero} j: {1,2,3,4,5}	Continua	hs/mes
YL_ij	1: Si se utilizo la linea j en el mes i para la planta G 0: Si no i: {Enero, Febrero} j: {1,2,3,4,5}	Entera bivalente	

Modelo matemático

Capacidad de producción

Li1 = 20 [seg/unidad] * Bv_i1[unidad/mes] + 23 [seg/unidad] * Bl_i1[unidad/mes] ≤ 30000 [seg/mes] + Yc_i1*0.3*30000 - Sli1

Li2 = 15 * Bv_i2 + 18 * Bl_i2 ≤ 25000 + Yc_i2*0.3*25000 - Sli2

Li3 = 22 * Bv_i3 + 26 * Bl_i3 ≤ 35000 + Yc_i3*0.3*35000 - Sli3

Li4 = 18 * Bv_i4 + 22 * Bl_i4 ≤ 30000 + Yc_i4*0.3*30000 - Sli4

Li5 = 20 * Bv_i5 + 24 * Bl_i5 ≤ 33000 + Yc_i5*0.3*33000 - Sli5

Restricción uso de lineas en la planta G

YL_i1 + YL_i2 + YL_i3 ≤ 2

Demandas máximas y mínimas

100 ≤ BvV1_Ej + BvV2_Ej - Sbv ≤ 800

0 ≤ BlV1_Ej + BlV2_Ej - Sbl ≤ 600

100 ≤ BvV1_Fj + BvV2_Fj + Sbv ≤ 700

100 ≤ BlV1_Fj + BlV2_Fj + Sbl ≤ 600

Relación entre lo que se produce y lo que se vende

Bv_Ej = BvV1_Ej + BvV2_Ej + Sbv

Bl_Ej = BlV1_Ej + BlV2_Ej + Sbl

Bv_Fj + Sbv = BvV1_Fj + BvV2_Fj

Bl_Fj + Sbl = BlV1_Fj + BlV2_Fj

Condición de unidades vendidas

0*Yv_i ≤ BvV1_ij ≤ 500*Yv_i

(500+m)*(1-Yv_i) ≤ BvV2_ij ≤ M*(1-Yv_i)

0*Yl_i ≤ BlV1_ij ≤ 500*Yl_i

(500+m)*(1-Yl_i) ≤ BlV2_ij ≤ M*(1-Yl_i)

<u>Condición de centro de venta</u>

ventasAi = BvV1_i4 + BvV1_i5 + BvV2_i4 + BvV2_i5 + BlV1_i4 + BlV1_i5 + BlV2_i4 + BlV2_i5

ventasGi = BvV1_i1 + BvV1_i2 + BvV1_i3 + BvV2_i1 + BvV2_i2 + BvV2_i3 + BlV1_i1 + BlV1_i2 + BlV1_i3 + BlV2_i1 + BlV2_i2 + BlV2_i3

Yp vale 1 si ventasAi > ventasGi

-M*Yp ≤ ventasGi - ventasAi ≤ (1-Yp)*M - 1 **(*)**

~~Yp + m ≤ ventasAi ≤ Yp*M + m~~

~~(1-Yp) ≤ ventasGi ≤ M*(1-Yp) + m*Yp **(*) no estoy segura**~~

<u>Transporte</u>

no me cierra:

Tbi es ventasAi AND (1-Yp) OR ventasGi AND Yp

2Yai ≤ ventasAi + (1-Yp) ≤ 1 + Yai

2Ygi ≤ ventasGi + (1-Yp) ≤ 1 + Ygi

Yai + Ygi = 1

redondeo camiones

Tbi/90 - C ≤ 8

C ≤ 1 - m

<u>Almacenamiento</u>

Sbv + Sbl ≤ 200

<u>Funcional</u>

GananciasVentas = 130*BvV1_Ej + 150*BvV2_Ej + 145*BvV1_Fj + 165*BvV2_Fj + 140*BlV1_Ej + 160*BlV2_Ej + 155*BlV1_Fj + 175*BlV2_Fj

CostoCapacidad = 5000*(Yc_i1 + Yc_i2 + Yc_i3 + Yc_i4 + Yc_i5) - 2*Li1*(1+0.1) - 1.5*Li2*(1+0.1) - Li3*(1+0.1) - 1.8*Li4*(1+0.1) - 0.7*Li5*(1+0.1)

GananciasVentaRecursos = 2*(Sl1 + Sl2 + Sl3 + Sl4 + Sl5)

CostoCentroDeVentas = 15000*Yp + 13000*(1-Yp)

CostoTransporte = 1800*Tbi

CostoAlmacenamiento = 10*(Sbv + Sbl)

MAX → Z = GananciasVentas - CostoCapacidad + GananciasVentaRecursos - CostoCentroDeVentas - CostoTransporte - CostoAlmacenamiento

Resolución por software(*)

▼ Problema para resolver Nº26

Un señor, ya muy mayor, debe efectuar una serie de visitas a sus más queridos amigos (que son en total 6). Estos viejos amigos viven en lugares muy diversos, algunos de estos sitios son realmente inhóspitos, otros son grandes ciudades.

Existen dos medios de transporte: ómnibus y tren. Además, uno de sus amigos es fanático del motociclismo y le tiene prometido ir a buscarlo con la moto al lugar que sea con tal de que vaya a visitarlo.

Este buen señor quiere gastar poco (es muy pobre), pero como también es viejo no puede viajar demasiadas horas; encima algunos de sus amigos tienen el gran defecto de ser muy celosos. Todos estos problemas juntos lo abruman y lo llenan de preocupación. Sin embargo, él sospecha que todo esto no es más que solo problema y realiza el siguiente resumen:

Conoce perfectamente donde viven sus amigos, puede marcar los puntos en un mapa, medir las distancias con toda precisión e identificar el tipo de camino a recorrer (carretera o avenida). Además sabe cuánto cuesta y cuánto tiempo lleva viajar en micro y viajar en tren desde cualquier punto a cualquier otro punto de los marcados en el mapa. También conoce la distancia por carretera, o avenida, desde cualquier punto marcado en el mapa hasta donde vive el de la moto.

Los problemas de celos los puede manejar bien si no visita a Ulises antes sin haber visitado a Alcinoo y a Circe, a menos que Ulises sea el primero que visite.

El punto de las horas de viaje le preocupa, decide que el total de horas netas de viaje (ya sea en ómnibus, tren o moto) no debe superar las 100 horas, a menos que logre visitar en forma consecutiva al Negro y a Eugenio no más tarde de la cuarta visita, ya que como los dos son muy hospitalarios y cuentan con muchísimas comodidades, puede descansar muy bien, y en ese caso se anima a extender su viaje a 120 horas.

El de la moto no es otro que Jorgito, tiene una Suzuki GSX R 750 y anda siempre a 140 Km/h en las carreteras y 120 Km/h en las avenidas. Cuando esté en la casa del último amigo visitado piensa descansar unos cuantos días y emprender el regreso visitando nuevamente a todos sus amigos de forma tal de no repetir ningún tramo del camino ya efectuado, aunque lo recorra en sentido inverso. Este segundo viaje lo quiere hacer con el menor costo, sin preocuparse por la duración.

Resolución

Análisis previo

Se trata de un problema del viajante (TSP)

Objetivo

Determinar el orden del recorrido para minimizar el costo de dinero, tiempo y distancia durante el recorrido

Hipotesis

- Para todos los viajes desde la casa de alguno de sus amigos hacia el destino siguiente (excepto cuando el destino es Jorgito) existen siempre dos medios de trasporte que se pueden emplear: tren y autobús (certeza)
- Los medios de transporte son indistinguibles en cuanto a comodidad, disponibilidad, paros, etc.
- Los características de cada medio de transporte se mantienen y son inalterables en lo que dura el viaje completo
- En el caso de la ida a la casa de Jorgito, el único medio disponible de transporte es la moto de Jorgito por lo que no se consideran el autobús ni el tren como medios alternativos

Variables

Variable	Definición	Tipo	Unidad
Yij	1: Si se tomo el camino de i a j 0: Si no	Entera bivalente	
Ui	Indica en que momento de la secuencia se visitó al vertice i	Entera	
YBij	1: Si viajo en bus desde i a j 0: Si no	Entera bivalente	
YTij	1: Si viajo en tren desde i a j 0: Si no	Entera bivalente	
YMAi	1: Si viajo en moto desde i a J por avenida 0: Si no	Entera bivalente	
YMCi	1: Si viajo en moto desde i a J por carretera 0: Si no	Entera bivalente	
D	Distancia total del viaje	Continua	km
Di	Distancia del viaje desde el amigo i	Continua	km
T	Tiempo total del viaje	Continua	hs
Ti	Tiempo del viaje desde el amigo i	Continua	hs
X	Costo del viaje total	Continua	$

Xi	Costo del viaje desde el amigo i	Continua	$
YUP	1: Si visita a Ulises primero 0: Si no	Entera bivalente	
YEN	1: Si visita a Eugenio y Negro de forma consecutiva 0: Si no	Entera bivalente	

Constante	Definición	Unidad
CBij	Costo del viaje en bus desde i hasta j	$
DBij	Distancia del viaje en bus desde i hasta j	km
TBij	Tiempo del viaje en bus desde i hasta j	hs
CTij	Costo del viaje en tren desde i hasta j	$
DTij	Distancia del viaje en tren desde i hasta j	km
TTij	Tiempo del viaje en tren desde i hasta j	hs
CMAi	Costo del viaje en moto por avenida de i	$
DMAi	Distancia del viaje en moto por avenida de i	km
TMAi	Tiempo del viaje en moto por avenida de i	hs
CMCi	Costo del viaje en moto por carretera de i	$
DMCi	Distancia del viaje en moto por carretera de i	km
TMCi	Tiempo del viaje en moto por carretera de i	hs

i = {U, A, C, N, E, J, O}

donde U=Ulises, A=Alcinoo, C=Circe, N=Negro, E=Eugenio, J=Jorgito, O=Origen

Modelo matemático

Solo se llega a cada vertice por un camino

sum(Yji) = 1

Yao + Yuo + Yco + Yno + Yeo + Yjo = 1

Yoa + Yua + Yca + Yna + Yea + Yja = 1

Yau + You + Ycu + Ynu + Yeu + Yju = 1

Yac + Yuc + Yoc + Ync + Yec + Yjc = 1

Yan + Yun + Ycn + Yon + Yen + Yjn = 1

Yaj + Yuj + Ycj + Ypj + Yej + Yoj = 1

Solo se sale de cada vertice por un camino

sum(Yij) = 1

Yoa + You + Yoc + Yon + Yoe + Yoj = 1

Yao + Yau + Yac + Yan + Yae + Yaj = 1

Yua + Yuo + Yuc + Yun + Yue + Yuj = 1

Yca + Ycu + Yco + Ycn + Yce + Ycj = 1

Yna + Ynu + Ync + Yno + Yne + Ynj = 1

Yja + Yju + Yjc + Yjp + Yje + Yjo = 1

Orden secuencial

Ui - Uj + 7*Yij ≤ 6

Circe contra todos

Uc - Ua + 7*Yca ≤ 6

Ua - Uc + 7*Yac ≤ 6

Uc - Uu + 7*Ycu ≤ 6

$Uu - Uc + 7*Yuc \leq 6$

$Uc - Ue + 7*Yce \leq 6$

$Ue - Uc + 7*Yec \leq 6$

$Uc - Uj + 7*Ycj \leq 6$

$Uj - Uc + 7*Yjc \leq 6$

$Uc - Un + 7*Ycn \leq 6$

$Un - Uc + 7*Ync \leq 6$

Alsino contra todos

$Ua - Un + 7*Yan \leq 6$

$Un - Ua + 7*Yna \leq 6$

$Ua - Uu + 7*Yau \leq 6$

$Uu - Ua + 7*Yua \leq 6$

$Ua - Ue + 7*Yae \leq 6$

$Ue - Ua + 7*Yea \leq 6$

$Ua - Uj + 7*Yaj \leq 6$

$Uj - Ua + 7*Yja \leq 6$

Ulises contra todos

$Uu - Un + 7*Yun \leq 6$

$Un - Uu + 7*Ynu \leq 6$

$Uu - Ue + 7*Yue \leq 6$

$Ue - Uu + 7*Yeu \leq 6$

$Uu - Uj + 7*Yuj \leq 6$

$Uj - Uu + 7*Yju \leq 6$

Negro contra todos

$Un - Ue + 7*Yne \leq 6$

$Ue - Un + 7*Yen \leq 6$

$Un - Uj + 7*Ynj \leq 6$

$Uj - Un + 7*Yjn \leq 6$

Eugenio contra todos

$Ue - Uj + 7*Yej \leq 6$

$Uj - Ue + 7*Yje \leq 6$

<u>Medios de transporte</u>

$Yij = YTij + YBij$

Si va a visitar a Jorgito:

$YiJ = YMAi + YMCi$, i: {A, O, E, N, C, U}

<u>Tiempo, costo y distancia</u>

$To = sum(TBoj) + sum(TToj) + TMAo + TMCo$, j: {U, A, C, N, E}

$Tu = sum(TBuj) + sum(TTuj) + TMAu + TMCu$, j: {O, A, C, N, E}

...

$Ti = sum(TBij) + sum(TTij) + TMAi + TMCi$, j: {U, A, C, N, E}

T = sum(Ti), i: {O, A, E, N, C, U, J}

Analogo para costo y distancia...

Ci = sum(CBij) + sum(CTij) + CMAi + CMCi, j: {U, A, C, N, E}

C = sum(Ci), i: {O, A, E, N, C, U, J}

Di = sum(DBij) + sum(DTij) + DMAi + DMCi, j: {U, A, C, N, E}

D = sum(Di), i: {O, A, E, N, C, U, J}

Restriccion por celos

No visitar a Ulises antes de haber visitado a Alcino y Circe a menos que Ulises sea el primero en ser visitado

YUP es 1 si

Uu > Ua y Uu > Uc si YUP es cero ⇒

Uu ≥ Ua - M*YUP

Uu ≥ Uc - M*YUP

Restricción de tiempo de viaje

T ≤ 100 + 20*YEN

Si Un = Ue + 1 y Un ≤ 3 o Ue = Un + 1 y Ue ≤ 3 ⇒ YEN es 1

— no sé cómo hacer este —

Funcional

MIN → Z = T + D + C

▼ Problema para resolver Nº38

Robinson Crusoe llega solo en un bote salvavidas a la orilla de una isla deshabitada. Al día siguiente descubre que el barco que él creyó hundido está encallado en unas rocas cercanas. El barco no puede navegar más (y él no podría guiarlo solo), pero puede tener cosas que le faciliten la vida en la isla. Así que decide ir en el bote hasta el barco y ver qué se puede traer.

Obviamente, no todo lo que hay en el barco le será igualmente útil durante su estadía en la isla, así que ha asignado importancia relativa a los diferentes objetos que hay en el barco. Dicha importancia, y el peso de cada objeto se indican en la siguiente tabla:

Objeto	Importancia	Peso (kg)	Observaciones
Mosquete	10 (*)	20	
Pistolas	10 (*)	10	
Municiones	10	30	
2 Espadas	7	5	
Barril de pólvora	10	50	Hay 6 barriles
Papeles y tinta	-	20	
Biblias	-	20	
Instrumentos de medición	6	15	
Velas y cuerdas	4 (**)	50	
Herramientas	9	20	
Pan y queso holandés	4	20	
Carne seca de cabra	4	20	
Granos	2 (***)	5	
Agua potable	8	10	
Licor	4	8	
Ropas	6	4	
Dos gatos	5	10	
Un perro	5	25	

(*) El mosquete y las pistolas tienen una importancia de 10 si lleva uno sólo. Si lleva ambos, el segundo que lleve tiene una importancia de 2.
(**) Si lleva las herramientas, aumenta su importancia a 7.
(***)Si lleva las herramientas, los puede sembrar y aumenta su importancia a 9.

No puede llevar todo en el bote (soporta hasta 200kg más su propio peso) y no sabe si podrá realizar otros viajes, así que quiere cargar lo más importante.

Sabe que los mosquetes, pistolas y municiones sólo serán útiles si lleva pólvora, si no no le sirven de nada. En cambio la pólvora sin armas sí es útil.

Sí o sí debe llevar los papeles y tinta (para escribir su historia) y las biblias (Es un hombre que se vale por sí mismo, pero aún así cree en Dios).

No sabe cuánto tiempo pasará hasta que pueda encontrar comida en la isla, así que de decide llevar al menos 20 kg de comida y 10 kg de bebida del barco, para los primeros días.

Si lleva los gatos, no puede llevar el perro y viceversa.

¿Qué debería llevar Robinson en el bote para mejorar su situación?

Nota: En la novela Robinson Crusoe, los hechos no ocurren exactamente tal como se describen en el ejercicio. En la realidad, Robinson llevó los gatos en la balsa, y el perro nadó hasta la playa.

Análisis previo

Se trata de un problema de la mochila ya que hay un bote con una capacidad máxima, un conjunto de elementos cada uno con un nivel de importancia (beneficio) y un peso.

Objetivo

Determinar qué elementos guardar en la mochila para máximizar el beneficio durante un determinado periodo de tiempo

Hipotesis

- La cantidad de objetos que se pueden poner en la mochila no está limitada (mientras que no se supere la capacidad maxima por espacio)
- El valor y el espacio del elemento son exactos y no varían

Variables

Variable	Definición
Yi	1: Si se guarda el elemento i en la mochila. No incluye a los dos gatos, a los barriles de polvora ni las dos espadas 0: Si no
Xi	Cantidad de objetos de tipo i llevados. i = {bp, g, e} (barriles de polvora, gatos, espadas)
B	Cantidad de bebida que se guarda en la mochila

Ymp	1: Si se lleva el mosquete y las pistolas
Yvch	1: Si se lleva las velas y cuerdas y las herramientas
Ygh	1: Si se lleva los granos y las herramientas
Yp	1: Si se lleva algun barril de polvora
Yg	1: Si se lleva un gato

Modelo matemático

Capacidad

sum(Wi*Yi) + sum(Xi*Wi) ≤ 200kg

Mosquetes, pistolas y municiones

Ymos ≤ Yp

Ypis ≤ Yp

Ymun ≤ Yp

Yp ≤ Xbp ≤ 6*Yp

Papel, tinta y biblias

Ypap ≥ 1

Ybib ≥ 1

Comida y bebidas

20*Ypan + 20*Ycarne + 5*Ygranos ≥ 20 kg

10*Yagua + 8*Ylicor ≥ 10 kg

Gatos y perros

Yg ≤ Xg ≤ 2*Yg

Yg + Yperro ≤ 1

Maxima cantidad de barriles de polvora, gatos y espadas

Xbp ≤ 6

Xg ≤ 2

Xe ≤ 2

Mosquetes y pistolas

2*Ymp ≤ Ymos + Ypis ≤ 1 + Ymp

Velas, cuerdas y granos

2*Yvch ≤ Yvc + Ygranos ≤ 1 + Yvch

Granos y herramientas

2*Ygh ≤ Ygranos + Yherr ≤ 1 + Ygh

Funcional

MAX → Z = sum(Imp_i*Xi) - 8*Ymp + 3*Yvch + 7*Vgh

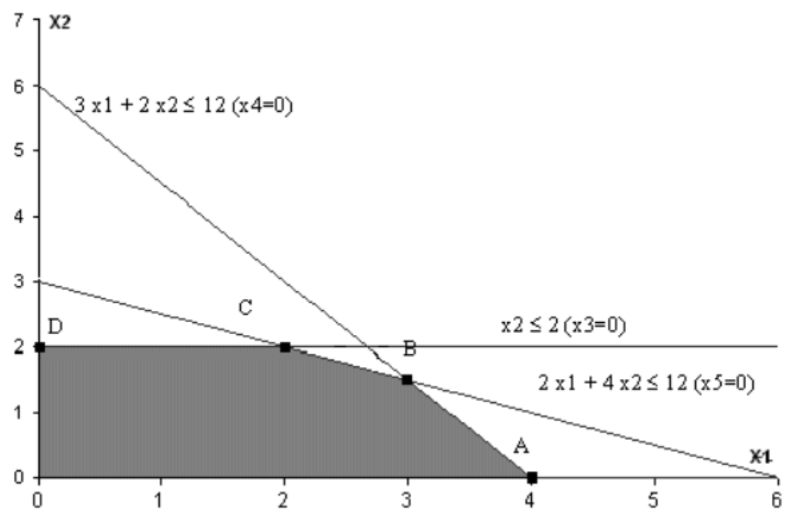
Guía 4

▼ Problema tipo Nº1

Condiciones de vínculo:

$$
\begin{array}{rcrcl}
 & & X_2 & \leq & 2 \\
3\,X_1 & + & 2\,X_2 & \leq & 12 \\
2\,X_1 & + & 4\,X_2 & \leq & 12 \\
 & & X_1\,,\,X_2 & \geq & 0 \\
Z = 3\,X_1 & + & 4\,X_2 & \rightarrow & \text{Máx.}
\end{array}
$$

<u>Representación gráfica</u>



<u>Planteo inicial - variables slack</u>

X2 + X3 = 2

3X1 + 2X2 + X4 = 12

2X1 + 4X2 + X5 = 12

<u>Tabla inicial</u>

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	2	0	1	1	0	0
0	X4	12	3	2	0	1	0
0	X5	12	2	4	0	0	1

Estamos en 0, definido por X1 = X2 = 0 ; X1 y X2 fuera de la base. Tenemos una primera solución básica factible (0, 0, 2, 12, 12). Para saber si es óptima debemos averiguar si existe alguna posible solución mejor, para lo cual calcularemos los Zj - Cj de las variables que no están en la base (lo únicos que pueden ser ≠ 0).

<u>Cálculo de Zj - Cj</u>

X1) Z1 - C1 = 0x0 + 0x3 + 0x2 - 3 = -3 ⇒ no es optimo

X2) Z2 - C2 = 0x1 + 0x2 + 0x4 - 4 = -4 ⇒ no es optimo

Como ambos Zj - Cj son negativos y el problema tiene un funcional de máximo, cualquiera de las dos variables que ingrese en la base mejora la solución. Por convención elegimos X2, pues es el de **mayor valor absoluto**. Observar que si entra X1 vamos de 0 a A y si entra X2 vamos de 0 a D.

<u>Selección de la variable que sale de la base (toma valor nulo)</u>

Se calcula tita como tita=B/A2

θ3 = 2/1 = 2

θ4 = 12/2 = 6

θ5 = 12/3 = 4

El minimo tita indica quién va a salir de la base → sale X3

Como θ3 tiene el menor valor positivo, X3 sale de la base, el funcional deberá aumentar en - (Zj - Cj) * θ ⇒ -(-4)*2 = 8 (Z2 = Z1 + 8 = 8). Aplicamos el método de Gauss-Jordan y obtenemos una nueva tabla. Estamos en D definido por X3=0 y X2=0 (fuera de la base).

El pivote es la intersección entre la fila del que sale y la columna del que entra ⇒ es 1 (queda igual la fila)

La columna del pivote se llena con 0s

Para calcular cada valor de las demas columnas, formo “rectangulos” con el pivote y calculo:

a22 = 3-0x0/1 = 3

a32 = 2-0x0/1 = 2

A22 = 0-2x1/1 = -2

A31 = -4

B22 = 12-4/1 = 8

Queda:

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
4	X2	2	0	1	1	0	0
0	X4	8	3	0	-2	1	0
0	X5	4	2	0	-4	0	1

Vuelvo a calcular los Zj-Cj:

Z1 - C1 = 0 - 3 = -3

Z2 - C2 = 4 - 4 = 0

Z3 - C3 = 4 - 0 = 4

Z4 = Z5 = 0

[quiero que todos los Zj-Cj sean ≥ 0]

Vuelvo a calcular los tita sobre A1:

θ2 = inf

θ4 = 8/3

θ5 = 2

⇒ va a salir X5 y va a entrar X1

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
4	X2	2	0	1	1	0	0
0	X4	2	0	0	4	1	-3/2
3	X1	2	1	0	-2	0	1/2

Z1 - C1 = 3 - 3 = 0

Z2 - C2 = 4 - 4 = 0

Z3 - C3 = -2 - 0 = -2

Z4 - C4 = 0

Z5 - C4 = 3/2

No es óptimo, me quedo con X3 y vuelo a X4 porque:

θ2 = 2

θ4 = 0.5 (es el menor)

θ1 = -

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
4	X2	3/2	0	1	0	-1/4	3/8
0	X3	1/2	0	0	4	1/4	-3/8
3	X1	3	1	0	0	1/2	-1/4

Z1 - C1 = 3 - 3 = 0

Z2 - C2 = 4 - 4 = 0

Z3 - C3 = 0

Z4 - C4 = -1 + 3/2 = 1/2

Z5 - C5 = 12/8 - 3/4 ≥ 0

⇒ Es óptimo

▼ Problema para resolver Nº2

$$
\begin{array}{rcrcl}
-2\,X_1 & + & X_2 & \leq & 2 \\
X_1 & - & X_2 & \leq & 2 \\
X_1 & + & X_2 & \leq & 5
\end{array}
$$

$$Z = 10 \quad X_1 + 3 \quad X_2 \rightarrow \text{Máx.}$$

<u>Planteo inicial - variables slack</u>

-2X1 + X2 + X3 = 2

X1 - X2 + X4 = 2

X1 + X2 + X5 = 5

<u>Tabla inicial</u>

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	2	-2	1	1	0	0
0	X4	2	**1**	-1	0	1	0
0	X5	5	1	1	0	0	1
		z = 0	-10	-3	0	0	0

Cálculo de Zj - Cj

Z1 - C1 = -10

Z2 - C2 = -3

⇒ No es óptimo

Agrego a la base a X1

<u>Selección de la variable que sale de la base (toma valor nulo)</u>

θ = B/A1

θ3 = 2/-2 = -1

θ4 = 2/1 = 2

θ5 = 5/1 = 5

⇒ **sale X4** (se elige al menor pero tiene que ser positivo)

<u>Cambio de base</u>

Pivote = 1

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	6	0	-1	1	2	0
10	X1	2	1	-1	0	1	0
0	X5	3	0	**2**	0	-1	1

Cálculo de Zj-Cj

Z1 - C1 = 10 - 10 = 0

Z2 - C2 = -3 - 10 = -13

Z3 = Z5 = 0

Z4 = 10 - 0 = 10

⇒ No es óptimo

Entra X2 (es el de mayor valor absoluto)

Sale X5

Cambio de base

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	15/2	0	0	1	3/2	1/2
10	X1	7/2	1	0	0	1/2	1/2
3	X2	3/2	0	1	0	-1/2	1/2

Z1 - C1 = 0

Z2 - C2 = 0

Z3 - C3 = 0

Z4 - C4 = 5 - 3/2 ≥ 0

Z5 - C5 = 5 + 3/2 ≥ 0

⇒ Es óptimo!

Como $Z_j - C_j \geq 0$ para todo A_j entonces se halló la solución óptima. Se observa que la misma coincide con la hallada por el método gráfico:

X1 = 3,5
X2 = 1,5
Z = 39,5

▼ Problema para resolver Nº8

$$
\begin{aligned}
2X_1 + 4X_2 &\leq 48 \\
4X_1 + 2X_2 &\leq 60 \\
3X_1 &\leq 45 \\
Z = 6X_1 + 4X_2 &\rightarrow \text{Máx.}
\end{aligned}
$$

Agrego variables slack

2X1 + 4X2 + X3 = 48

4X1 + 2X2 + X4 = 60

3X1 + X5 = 45

Tabla inicial

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	48	2	4	1	0	0
0	X4	60	**4**	2	0	1	0
0	X5	45	3	0	0	0	1

Z1 - C2 = -6

Z2 - C2 = -4

Agrego X1

Sale X4

Cambio de base

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	18	0	**3**	1	-1/2	0
6	X1	15	1	1/2	0	1/4	0
0	X5	0	0	-3/2	0	-3/4	1

Z1 - C1 = 6 - 6 = 0

Z2 - C2 = 3 - 4 = -1

⇒ no es óptimo

Entra X2

Sale X3

Cambio de base

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
4	X2	6	0	1	1/3	-1/6	0
6	X1	12	1	0	-1/6	1/3	0
0	X5	9	0	0	1/2	-1	1

Z1 - C1 = 6 - 6 = 0

Z2 - C2 = 4 - 4 = 0

Z3 - C3 = 4/3 - 1 ≥ 0

Z4 - C4 = -4/6 + 2 ≥ 0

Z5 - C5 = 0

⇒ Es óptimo

▼ Problema para resolver Nº10

$$\begin{array}{rcrcl} & & X_2 & \geq & 2 \\ 4\,X_1 & + & 6\,X_2 & \geq & 24 \\ 10\,X_1 & - & 30\,X_2 & \geq & 30 \\ Z = X_1 & + & 8\,X_2 & \rightarrow & \text{Máx.} \end{array}$$

Resolución por Método Simplex

Agrego variables slack

X2 - X3 + μ1 = 2

4X1 + 6X2 - X4 + μ2 = 24

10X1 - 30X2 - X5 + μ3 = 30

Z = X1 + 8X2 + 0X3 + 0X4 + 0X5 - Mμ1 - Mμ2 - Mμ3 → Máx

Al ser restricciones de mayor o igual, se debe agregar una variable artificial por cada restricción para poder formar la base canónica. Por ser un problema de maximización, se tienen que agregar restando al funcional y multiplicados por un valor muy grande para que se trate de reducirlos a 0.

Tabla inicial, Pa = (0,0)

			1	8	0	0	0	-M	-M	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	θ
-M	μ1	2	0	1	-1	0	0	1	0	0	-
-M	μ2	24	4	6	0	-1	0	0	1	0	6
-M	μ3	30	**10**	-30	0	0	-1	0	0	1	3
Z = -56M			-14M-1	23M-8	M	M	M	0	0	0	

Como es un problema de maximización, se tiene que buscar la variable con el Zj-Cj negativo de mayor valor absoluto. La única variable zon Zj-Cj negativo es X1 ⇒ va a entrar a la base. A partir de esta decisión, se calcula θi = B/Ai. El θ asociado a μ3 es el menor, entonces μ3 saldrá de la base.

Cambio de base, Pb = (3,0)

			1	8	0	0	0	-M	-M	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	θ
-M	μ1	2	0	1	-1	0	0	1	0	0	2
-M	μ2	12	0	18	0	-1	2/5	0	1	-2/5	2/3
1	X1	3	1	-3	0	0	-1/10	0	0	1/10	-
Z = -14M+3			0	-19M-11	M	M	-2/5M-1/10	0	0	7/5M+1/10	

El pivote es 10, a partir de ello se calculan los valores de la nueva tabla.

El Zj-Cj negativo de mayor valor absoluto es el correspondiente a X2, por lo cual va a entrar a la base. Va a salir μ2 por tener el menor valor de θ.

Cambio de base, Pc = (5, 2/3)

			1	8	0	0	0	-M	-M	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	θ
-M	μ1	4/3	0	0	-1	**1/18**	-1/45	1	-1/18	1/45	24
8	X2	2/3	0	1	0	-1/18	1/45	0	1/18	-1/45	-
1	X1	5	1	0	0	-1/6	-1/30	0	1/6	1/30	-
Z = -4/3M+31/3			0	0	M	-1/18M-11/18	1/45M+13/90	0	19/18M +11/18	44/45M -13/90	

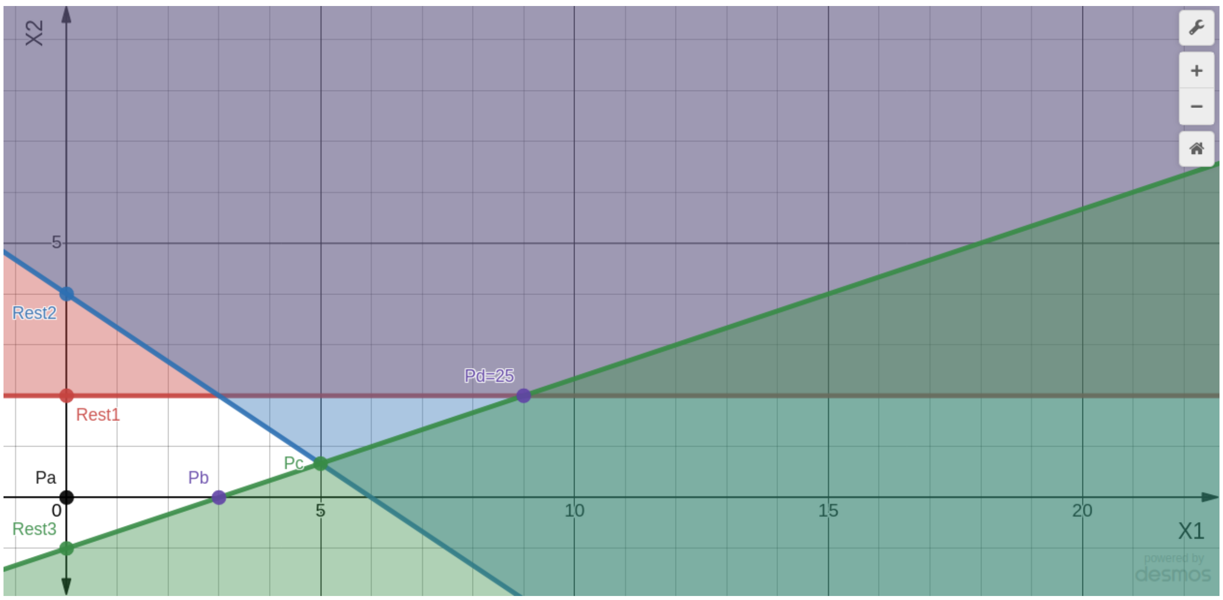
El Zj-Cj negativo de mayor valor absoluto es el correspondiente a X4, por lo cual va a entrar a la base. Va a salir μ1 por ser el único candidato con θ positivo.

Tabla final, Pd = (9, 2)

			1	8	0	0	0	-M	-M	-M	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	θ
0	X4	24	0	0	-18	1	-2/5	18	-1	2/5	-
8	X2	2	0	1	-1	0	0	1	0	0	-
1	X1	9	1	0	-3	0	-1/10	3	0	1/10	-
Z = 25			0	0	-11	0	-1/10	11+M	M	1/10+M	

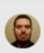
X3 y X5 serían candidatos a entrar a la base, pero no hay ningún candidato a salir, por lo cual se trata de un problema de **poliedro abierto**, donde no existe una solución óptima.

Resolución gráfica



Gráficamente se ve el poliedro abierto, con una solución posible Pd. No es posible hallar una solución óptima.

Feedback

Grade	Muy Bien
Graded on	Friday, 10 June 2022, 3:28 AM
Graded by	 COLOMBO PABLO MARTIN
Feedback comments	La aplicación del método es correcta. Dejo algunas observaciones: + No es imprescindible que la variable que entra sea la que tiene el mayor valor absoluto de Zj-Cj. Es simplemente una heurística para intentar llegar más rápidamente al óptimo. + En el apartado 3 (que debería ser resolución gráfica), si bien es correcto que Pd es una solución factible, no es la única. Todas las soluciones del poliedro lo son. + En el gráfico no termina de quedar claro cuál es el poliedro. + Algo que también es importante es la dirección de mejora del funcional. Si fuera de minimización, la solución estaría acotada y el óptimo sería Pd.

▼ Problema para resolver Nº12

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 &\leq 6 \\ 2X_1 + X_2 &\leq 1 \\ -X_1 + 2X_2 &\geq 8 \\ Z = 3X_1 + X_2 &\rightarrow \text{Máx.} \end{aligned}$$

Agrego variables slack

X1 + X2 + X3 = 6

2X1 + X2 + X4 = 1

-X1 + 2X2 - X5 + µ = 8

Z = 3X1 + X2 + 0X3 + 0X4 + 0X5 - Mµ → Máx.

Tabla inicial, Pa = (0,0)

			3	1	0	0	0
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
0	X3	6	1	1	1	0	0
0	X4	1	2	**1**	0	1	0
-M	µ	8	-1	2	0	0	-1
		Z = -8M					
		Zj - Cj	M-3	-2M-1	0	0	M

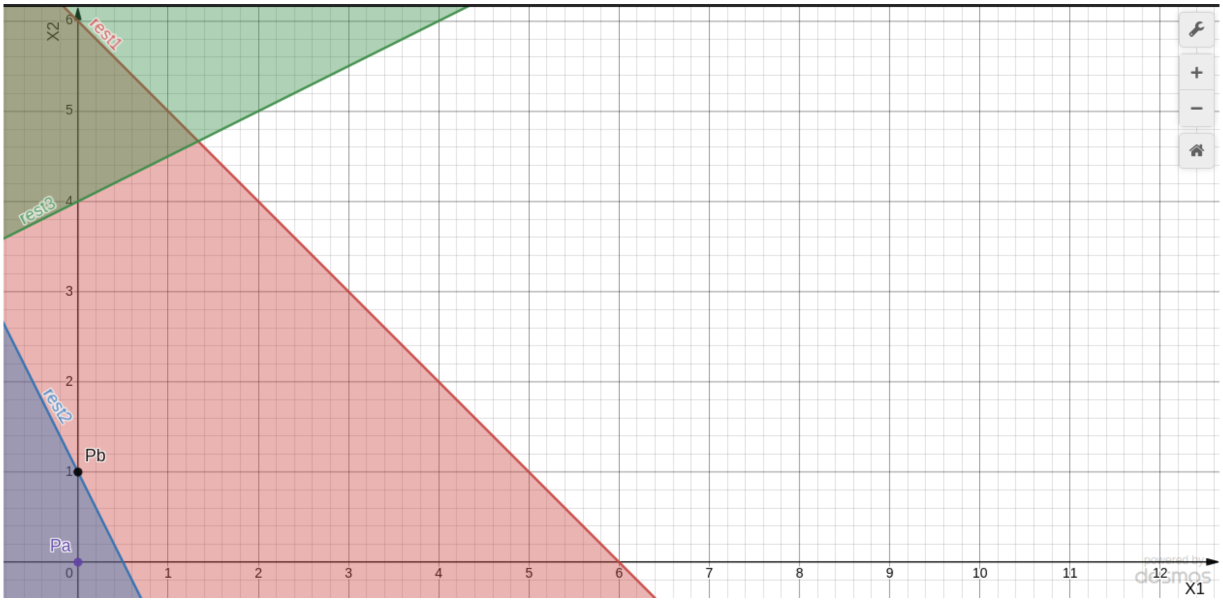
Como es un problema de maximización, los Zj-Cj deben ser mayores o iguales a 0. El único que no cumple esta condición es X2, entonces será el candidato a entrar a la base. Sabiendo eso, se calculan los θk y se elige la variable asociada al menor θ para salir de la base, en este caso saldrá X4.

Cambio de base, Pb = (0,1)

			3	1	0	0	0
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
0	X3	5	-1	0	1	-1	0
1	X2	1	2	1	0	1	0
-M	µ	6	-5	0	0	-2	-1
		Z = 1-6M					
		Zj - Cj	5M-1	0	0	1+2M	M

Todos los Zj-Cj son mayor o igual a cero, entonces se llegó al óptimo, pero en la base hay una variable artificial, entonces el problema es **incompatible**.

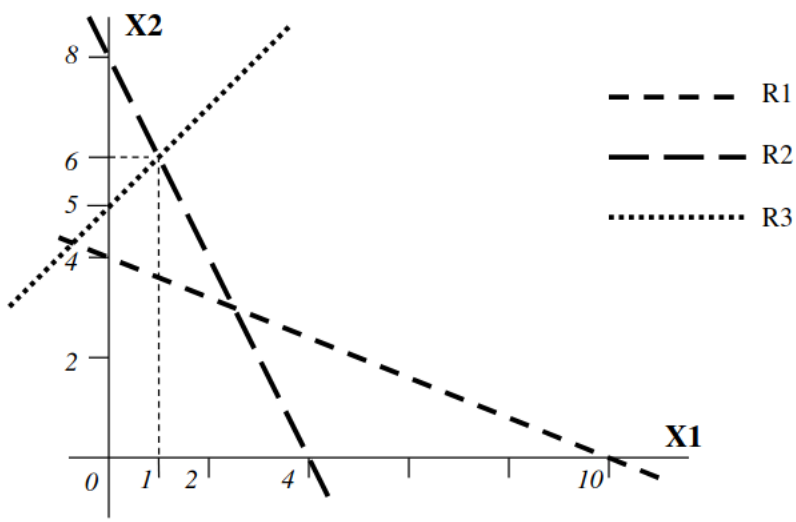
Resolución gráfica



Gráficamente se puede comprobar que el problema es incompatible porque los tres planos no se intersecan en ninguna región.

▼ Problema para resolver Nº20 (*)

El siguiente gráfico representa la resolución gráfica de un problema de PLC. La solución óptima está en el segmento (1;6) – (2½;3) y da un valor de Z = 16.



Sabiendo que el poliedro de soluciones es el delimitado por los vértices (0;4) – (0;5) – (1;6) – (2½;3), se pide:

- Determinar el valor del funcional en cada vértice del poliedro.
- Realizar el planteo original del problema.
- Resolverlo mediante el método Simplex indicando, para cada tabla, a qué vértice del dibujo corresponde.

A partir del gráfico se construyen las restricciones:

X2 - X1 ≤ 5

X2 + 2X1 ≤ 8

$5X2 + 2X1 \geq 20$

Valor del funcional:

$Z = aX1 + bX2$

$16 = a + 6b$

$16 = 2{,}5a + 3b$

$a = 4$

$b = 2$

$Z = 4\ X1 + 2\ X2$

Método simplex

Transformar las restricciones a igualdades con variables slack.

$2\ X1 + 5\ X2 - X3 + u = 20$

$2\ X1 + X2 + X4 = 8$

$X2 - X1 + X5 = 5$

Hallamos los valores de todas las variables en los distintos vértices del poliedro para determinar si el funcional es de maximización o de minimización

	X1	X2	X3	X4	X5	Z
(0,4)	0	4	0	4	1	8
(0,5)	0	5	5	3	0	10
(1,6)	1	6	12	0	0	16
(5/2,3)	5/2	3	0	0	9/2	16

Se observa que lo que se describe como solución óptima donde el funcional alcanza su máximo valor, por lo que el funcional es de maximización.

Pero como la primera restricción es de mayor o igual se debe agregar una variable adicional para que los vectores de la base sean los canónicos y no sus inversos. Para poder utilizar dicha variable llamada artificial se la debe agregar al funcional junto a un coeficiente que permita que en la solución óptima la variable tome valor 0.

$MAX\ Z = 4\ X1 + 2\ X2 - Mu$

El primer punto a tratar es el origen, es decir, donde X1 y X2 son 0

			4	2					
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
-M	u	20	2	5	-1	0	0	1	4
0	X4	8	2	1	0	1	0	0	8
0	X5	5	-1	1	0	0	1	0	5
		Z=-20M	-2M - 4	-5M - 2	M	0	0	0	

Como se trata de un problema de maximización, con los candidatos a entrar a la base únicamente elementos con $Z_j - C_j$ negativos y se elige al de mayor valor absoluto (en este caso X2). Para elegir el elemento que se va de la base debemos observar el θ y elegir el de menor valor (u). El valor del funcional en este punto es de -20M.

- Siguiente punto (0,4)

			4	2					
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
2	X2	4	⅖	1	-1/5	0	0	1/5	10
0	X4	4	8/5	0	1/5	1	0	-1/5	⅖
0	X5	1	-7/5	0	1/5	0	1	-1/5	- 5/7
		Z = 8	-16/5	0	-⅖	0	0	⅖ + m	

Siguiendo el mismo criterio descrito en el punto anterior ingresa a la base X1 y se va X4. El funcional en este punto vale 8 por lo que es mayor al anterior como se esperaba.

- Siguiente punto (5/2,3)

			4	2					
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
2	X2	3	0	1	-1/4	-1/4	0	1/4	-12
4	X1	5/2	1	0	1/8	5/8	0	-1/8	20
0	X5	9/2	0	0	3/8	7/8	1	-3/8	12
		16	0	0	0	2	0	M	

Como $Z_j - C_j \geq 0$ para todo A_j entonces se halló la solución óptima con un funcional cuyo valor es 16. Se observa que $Z_3 - C_3 = 0$ y X3 no está en la base, lo que indica que hay soluciones alternativas óptimas. Para hallar dichas soluciones se ingresa X3 a la base y se saca a X5, siguiendo el criterio descrito anteriormente.

- Siguiente punto (1,6)

			4	2				
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
2	X2	6	0	1	0	1/3	2/3	0
4	X1	1	1	0	0	1/3	-1/3	0
0	X3	12	0	0	1	7/3	8/3	-1
		16	0	0	0	2	0	M

Se verifica que $Z_j - C_j \geq 0$ para todo A_j por lo que esta solución hallada también es óptima

▼ Problema para resolver Nº22

Dada la siguiente tabla de Simplex, indicar los valores que deben tomar A, B, C, D, E, F, G, H, K y L para que la tabla que se presenta sea:

a- Una tabla óptima de un problema de minimización con punto degenerado.

b- Una tabla no óptima de un problema de maximización cuya siguiente tabla es un punto degenerado.

c- Una tabla no óptima de un problema de maximización en la que al intentar pasar a la siguiente tabla se comprueba que el problema no está acotado.

			A	3	0	**B**	0	0
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
0	X_3	**C**	-3	**D**	1	0	1	0
B	X_4	16	1	0	0	1	**E**	-4
3	X_2	24	3	**F**	0	0	-1	**G**
Z =			**H**	**J**	0	0	**K**	**L**

Sugerencia: hacer un apartado con las cosas que se cumplen siempre para todos los casos.

a. Será una tabla óptima de un problema de minimización con punto degenerado si…
   - Todos los Zj-Cj ≤ 0
   - Alguna variable en la base debe ser 0
   - Los Ai correspondientes a las variables Xi de la base deben ser vectores canónicos
   - El Zj-Cj de las variables que están en la base debe ser igual a 0

   Por las últimas dos condiciones se pueden inferir los siguientes valores:

   D = 0, **F = 1**, **J = 0**

   Por ser problema de **minimización**: **H ≤ 0**, **K ≤ 0**, **L ≤ 0**

   C = 0 para que haya un punto degenerado, ya que es la única variable que está en la base sin un valor definido

   Planteando Z1 - C1:

   Z1 = -3*0 + B*1 + 3*3 - A = B + 9 - A = H ≤ 0 ⇒ **A ≥ B + 9**

   Planteando Z5 - C5:

   Z5 = 1*0 + E*B - 1*3 - 0 = K ≤ 0 ⇒ E*B - 3 ≤ 0 ⇒ **E*B ≤ 3**

   Plantenado Z6 - C6:

   Z6 = 0*0 - 4*B + 3*G - 0 = L ≤ 0 ⇒ **3*G ≤ 4*B**

b. Será una tabla no óptima de un problema de maximización cuya siguiente tabla es un punto degenerado si:
   - Los Ai correspondientes a las variables Xi de la base deben ser vectores canónicos
   - El Zj-Cj de las variables que están en la base debe ser igual a 0
   - Tiene que haber al menos un Zj - Cj que lo pueda mejorar, o sea que sea < 0
   - Para garantizar que la siguiente tabla va a ser un punto degenerado, debe haber al menos dos θmin que coincidan en valor

   Por las primeras dos condiciones se pueden inferir los siguientes valores:

   D = 0, **F = 1**, **J = 0**

   Además, debe cumplirse que **C ≥ 0**

   Analizando la última condición:

   Las variables que podrían entrar son X1, X5 y X6.

   Si entra X1 ⇒ θ1 = - (es negativo), θ2 = 16, θ3 = 8 → no hay empate (podría forzar H ≥ 0 para garantizar que no entre X1)

   Si entra X5 ⇒ θ1 = C, θ2 = 16/E, θ3 = -

   Si entra X6 ⇒ θ1 = -, θ2 = -, θ3 = 24/G → no hay empate

   Hacemos que entre X5 a la base ⇒

   O bien **K < 0**, **E > 0** y **C = 16/E** o bien K < 0 y C = 0 → son las dos alternativas para que la próxima tabla sea un punto degenerado

Como va a entrar X5 y queremos que sea problema de **maximización no óptimo**: **H ≥ 0**, **L ≥ 0**

Planteando Z1 - C1:

Z1 = -3*0 + B*1 + 3*3 - A = B + 9 - A = H ≥ 0 ⇒ **A ≤ B + 9**

Planteando Z5 - C5:

Z5 = 1*0 + E*B - 1*3 - 0 = K ≤ 0 ⇒ E*B - 3 ≤ 0 ⇒ **E*B ≤ 3**

Plantenado Z6 - C6:

Z6 = 0*0 - 4*B + 3*G - 0 = L ≥ 0 ⇒ **3*G ≥ 4*B**

c. Será una tabla no óptima de un problema de maximización en la que al intentar pasar a la siguiente tabla se comprueba que el problema no está acotado si…

- Los Ai correspondientes a las variables Xi de la base deben ser vectores canónicos
- El Zj-Cj de las variables que están en la base debe ser igual a 0
- Tiene que haber al menos un Zj - Cj que lo pueda mejorar, o sea que sea < 0
- La columna de las variables candidatas a entrar a la base, deben tener todos los coeficientes negativos

Por las primeras dos condiciones se pueden inferir los siguientes valores:

D = 0, **F = 1**, **J = 0**

Además, debe cumplirse que **C ≥ 0**

Respecto a la ultima condición, notar que la única variable que podría cumplir es la de X6 porque X1 y X5 tienen valores positivos ⇒ tiene que entrar a la base X6 ⇒ **L < 0**, **H ≥ 0**, **K ≥ 0**, **G ≤ 0**

Planteando Z1 - C1:

Z1 = -3*0 + B*1 + 3*3 - A = B + 9 - A = H ≥ 0 ⇒ **A ≤ B + 9**

Planteando Z5 - C5:

Z5 = 1*0 + E*B - 1*3 - 0 = K ≥ 0 ⇒ E*B - 3 ≤ 0 ⇒ **E*B ≥ 3**

Plantenado Z6 - C6:

Z6 = 0*0 - 4*B + 3*G - 0 = L < 0 ⇒ **3*G < 4*B**

Nota sobre poliedro abierto: si nos desplazamos por ese lado del poliedro en la dirección en la que funcional mejora, no llegamos a ninguna otra intersección, no chocamos con ninguna otra recta porque todos los cruces quedaron atrás o son paralelos.

Guía 5

▼ Problema tipo Nº1

Realizar el planteo dual del Problema Tipo 4.1

Planteo original (directo)

$$\begin{aligned} X_2 &\leq 2 \\ 3X_1 + 2X_2 &\leq 12 \\ 2X_1 + 4X_2 &\leq 12 \\ Z = 3X_1 + 4X_2 &\rightarrow \text{Máx.} \end{aligned}$$

Matriz de correspondencia entre variables

	X_1	X_2		
Y_1	0	1	X_3	2
Y_2	3	2	X_4	12
Y_3	2	4	X_5	12
	Y_4	Y_5		
	3	4		

X1: Cantidad producto 1 ≡ Y4: Costo de oportunidad producto 1

X2: Cantidad producto 2 ≡ Y5: Costo de oportunidad producto 2

X3: Sobrante recurso 1 ≡ Y1: Valor marginal recurso 1

X4: Sobrante recurso 2 ≡ Y2: Valor marginal recurso 2

X5: Sobrante recurso 3 ≡ Y3: Valor marginal recurso 3

Planteo dual

Como el problema directo es de maximización, nosotros plantearemos uno de minimización, los coeficientes del funcional serán las disponibilidades iniciales de los recursos. El objetivo de este problema será determinar el valor de los recursos, que satisfaga los beneficios unitarios mínimos, haciendo mínimo el costo total por su uso.

- *Inecuaciones*

$$\begin{aligned} 3\,Y_2 + 2\,Y_3 &\geq 3 \\ Y_1 + 2\,Y_2 + 4\,Y_3 &\geq 4 \\ Z = 2\,Y_1 + 12\,Y_2 + 12\,Y_3 &\rightarrow \text{Mín.} \end{aligned}$$

- *Ecuaciones*

$$\begin{aligned} 3\,Y_2 + 2\,Y_3 - Y_4 + \mu_1 &\geq 3 \\ Y_1 + 2\,Y_2 + 4\,Y_3 - Y_5 + \mu_2 &\geq 4 \\ Z = 2\,Y_1 + 12\,Y_2 + 12\,Y_3 + 0\,Y_4 + 0\,Y_5 + M\mu_1 + M\mu_2 &\rightarrow \text{Mín.} \end{aligned}$$

Resolución del problema dual

			2	12	12	0	0	M	M		
C_K	Y_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	μ_1	μ_2	θ	
M	μ_1	3	0	3	2	-1	0	1	0	3/2	*Tabla Inicial*
M	μ_2	4	1	2	4	0	-1	0	1	1	
Z = 7M			M-2	5M-12	6M-12	-M	-M	0	0		
			X_3	X_4	X_5	X_1	X_2				

			2	12	12	0	0	M	M	
C_K	Y_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	μ_1	μ_2	θ
M	μ_1	1	-1/2	2	0	-1	1/2	1	-1/2	1/2
12	Y_3	1	1/4	1/2	1	0	-1/4	0	1/4	2
Z = M+12			-M/2-1	2M-6	0	-M	M/2-3	0	-M/2+3	
			X_3	X_4	X_5	X_1	X_2			

			2	12	12	0	0	M	M
C_K	Y_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	μ_1	μ_2
12	Y_2	1/2	-1/4	1	0	-1/2	1/4	1/2	-1/4
12	Y_3	3/4	3/8	0	1	1/4	-3/8	-1/4	3/8
Z = 15			-1/2	0	0	-3	-3/2	-M+3	-M-1/2
			X_3	X_4	X_5	X_1	X_2		

Tabla Dual

▼ Problema para resolver Nº1

Basándose en el ejercicio 4.2.:

a- Plantear y resolver su problema dual.

b- Obtener su tabla óptima del dual a partir de su tabla óptima directa.

c- Comparar las tablas óptimas duales obtenidas en a- y en b-.

Recuerdo ejercicio 4.2:

$$\begin{aligned} -2X_1 + X_2 &\leq 2 \\ X_1 - X_2 &\leq 2 \\ X_1 + X_2 &\leq 5 \\ Z = 10\, X_1 + 3\, X_2 &\rightarrow \text{Máx.} \end{aligned}$$

Plantear y resolver su problema dual

Matriz de correspondencia entre variables

```
    X1  X2
Y1  -2  1   X3 2
Y2   1 -1   X4 2
Y3   1  1   X5 5
    Y4  Y5
    10  3
```

Planteo dual

Inecuaciones

-2Y1 + Y2 + Y3 ≥ 10

Y1 - Y2 + Y3 ≥ 3

MIN → Z = 2Y1 + 2Y2 + 5Y3

Ecuaciones

-2Y1 + Y2 + Y3 - Y4 + μ1 = 10

Y1 - Y2 + Y3 - Y5 + μ2 = 3

MIN → Z = 2Y1 + 2Y2 + 5Y3 + M*μ1 + M*μ2 + 0*Y4 + 0*Y5

			2	2	5	0	0
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
M	μ1	10	-2	1	1	-1	0
M	μ2	3	1	-1	**1**	0	-1
		Z = ~~2M~~ 13M	-M-2	-2	2M-5	-M	-M
			X3	X4	X5	X1	X2

Entra Y3 (es el único positivo y es el de mayor valor absoluto) y sale μ2 (tiene el minimo θ)

			2	2	5	0	0
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
M	μ1	7	-3	**2**	0	-1	1
5	Y3	3	1	-1	1	0	-1
		Z = 7M-15	-3M+3	2M-7	0	-M	M-5

Va a entrar X2 y sale X1

Se descarta el θ2 porque el denominador no puede ser negativo

			2	2	5	0	0
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
2	Y2	7/2	-3/2	1	0	-1/2	1/2
5	Y3	13/2	-1/2	0	1	-1/2	-1/2
		Z = 79/2	-15/2	0	0	-7/2	-3/2

Todos los Z son negativos ⇒ solución óptima

Obtener su tabla óptima del dual a partir de su tabla óptima directa

Matriz de correspondencia entre variables

```
    X1  X2
Y1  -2  1   X3 2
Y2   1 -1   X4 2
Y3   1  1   X5 5
    Y4  Y5
    10  3
```

La tabla óptima era:

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	15/2	0	0	1	3/2	1/2
10	X1	7/2	1	0	0	1/2	1/2
3	X2	3/2	0	1	0	-1/2	1/2

- Me fijo qué variables no están en la base óptima → X4 y X5 ⇒ en la óptima dual van a estar Y2 e Y3
- El valor que toman las variables en la óptima del dual es igual al zj-cj de su variable relacionada del directo. Es decir que Y2 vale 7/2 (0*3/2+10*1/2+3*-1/2), Y3 vale 13/2 y las demás valen cero
- Armar los vectores canónicos, van a ser los vectores de Y2 e Y3, que son las variables que están en la base
- Hasta ahora tenemos:

Ck	Yk	B	A1	A2	A3	A4	A5
2	Y2	7/2		1	0		
5	Y3	13/2		0	1		

- El resto de los valores los vamos a sacar de los vectores no canónicos de la tabla óptima del directo, trasponiendo las columnas y cambiando el signo de los valores antes de pasarlos a la tabla del dual (lo que marqué con color)

Ck	Yk	B	A1	A2	A3	A4	A5
2	Y2	7/2	-3/2	1	0	-1/2	-1/2
5	Y3	13/2	-1/2	0	1	-1/2	-1/2

▼ Problema para resolver Nº6 (completar)

Para el ejercicio 2.1 se pide:

a- Definir las variables del problema (directo y dual).

b- Expresar la solución en términos de un programa de producción, indicando el porcentaje de utilización de recursos.

c- Determinar los valores marginales y los costos de oportunidad. Efectuar los cálculos tanto sobre la tabla óptima como sobre la resolución del LINDO.

d- Calcular usando la tabla el rango de va riación de los coeficientes del funcional y de los valores de las restricciones, conservando la estructura óptima de 1a solución.

e- ¿Cuánto habría que aumentar el precio de los pulóveres "A" para que su fabricación sea conveniente?

Las siguientes son las tablas primera y óptima del problema 2.1 resuelto:

			10	15	15	18						-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	μ
	X_5	80	5	6	0	0	1	0	0	0	0	0
	X_6	80	0	0	4	4	0	1	0	0	0	0
	X_7	20	1,6	0	0	1,2	0	0	1	0	0	0
	X_8	36	0	1,8	1,8	0	0	0	0	1	0	0
-M	μ	10	0	1	1	0	0	0	0	0	-1	1
Z = 0			-10	-M-15	-M-15	-18	0	0	0	0	M	0

			10	15	15	18						
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	
15	X_2	40/3	5/6	1	0	0	1/6	0	0	0	0	Y_7
15	X_3	10/3	-4/3	0	1	0	0	1/4	-5/6	0	0	Y_8
18	X_4	50/3	4/3	0	0	1	0	0	5/6	0	0	Y_9
	X_8	6	9/10	0	0	0	-3/10	-9/20	3/2	1	0	Y_4
	X_9	20/3	-1/2	0	0	0	1/6	1/4	-5/6	0	1	Y_5
Z = 550			13/2	0	0	0	5/2	15/4	5/2	0	0	

Y ésta es su resolución en el LINDO:

```
OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)       550.0000

  VARIABLE          VALUE          REDUCED COST
         A        0.000000             6.500000
        B1       13.333333             0.000000
        B2        3.333333             0.000000
         C       16.666666             0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS      DUAL PRICES
    MAQ 1)        0.000000             2.500000
    MAQ 2)        0.000000             3.750000
 MEJORADA)        0.000000             2.500000
   NORMAL)        6.000000             0.000000
  DEMANDA)        6.666667             0.000000
```

Restricciones originales

1. La máquina I puede ser utilizada como máximo 80 Hs por semana
   5 X1 + 6 X2 <= 80

2. La máquina II puede ser utilizada como máximo 80Hs por semana
   4 X3 + 4 X4 <= 80

3. Se pueden conseguir hasta 20kg por semana de lana mejorada
   1.6 X1 + 1.2 X4 <= 20

4. Se pueden conseguir hasta 36Kg por semana de lana normal
   1.8 X2 + 1.8 X3 <= 36

5. Se deben fabricar al menos 10 unidades del producto B para cumplir con el distribuidor
   X2 + X3 >= 10

Funcional:

Max Z: 10 X1 + 15 X2 + 15X3 + 18 X4

Restricciones normalizadas

5 X1 + 6 X2 + X5 = 80

4 X3 + 4 X4 + X6 = 80

1.6 X1 + 1.2 X4 + X7 = 20

1.8 X2 + 1.8 X3 + X8 = 36

X2 + X3 – X9 + µ = 10

Max Z: 10 X1 + 15 X2 + 15X3 + 18 X4 + 0 X5 + 0 X6 + 0 X7 + 0 X8 + 0 X9 – M µ

Definir las variables del problema (directo y dual)

X1: Cantidad de puloveres de tipo A a fabricar [u/sem]

X2: Cantidad de puloveres de tipo B a fabricar con la máquina I [u/sem]

X3: Cantidad de puloveres de tipo B a fabricar con la máquina II [u/sem]

X4: Cantidad de puloveres de tipo C a fabricar [u/sem]

X5: Cantidad de horas maquina I sobrantes [hs/sem]

X6: Cantidad de horas maquina II sobrantes [hs/sem]

X7: Cantidad de lana mejorada sobrante [kg/sem]

X8: Cantidad de lana normal sobrante [kg/sem]

X9: Excedente sobre demanda mínima de B [u/sem]

Y6: Costo de oportunidad de producir A [$/u]

Y7: Costo de oportunidad de producir B en máquina I [$/u]

Y8: Costo de oportunidad de producir B en máquina II [$/u]

Y9: Costo de oportunidad de producir C [$/u]

Y1: Valor marginal de hs máquina I [$/hs]

Y2: Valor marginal de hs máquina II [$/hs]

Y3: Valor marginal de lana mejorada [$/kg]

Y4: Valor marginal de lana normal [$/kg]

Y5: Valor marginal de la demanda mínima [$/u]

Expresar la solución en términos de un programa de producción, indicando el porcentaje de utilización de recursos

El beneficio será de $550 fabricando 40/3 puloveres de tipo B con la máquina I, 10/3 puloveres de tipo B con la máquina II y 50/3 pulhay un sobrante de 6 unidades.overes de tipo C. Los recursos de uso de máquinas I y II y de la lana normal se usan en su totalidad (100%), de lana mejorada se utiliza el 100% (ver que los últimos tres no están en la base) y de lana normal el 83.3% ((13.3+3.3)/((1.8*50/3)+6)), de demanda mínima se usa 20/3 más que la demanda mínima.

Determinar los valores marginales y los costos de oportunidad. Efectuar los cálculos tanto sobre la tabla óptima como sobre la resolución del LINDO

$Y_1 = 2.5$

$Y_2 = 3.75$

$Y_3 = 2.5$

$Y_4 = Y_5 = 0$

$Y_6 = 6.5$

$Y_7 = Y_8 = Y_9 = 0$

un recurso con sobrante siempre tiene valor maginal 0

En LINDO los costos de oportunidad son los de la columna REDUCED COST y los valores marginales son los de la columna DUAL PRICES. En VALUE están los X1..X4 y en SLACK OR SURPLUS los X5..X9.

Calcular usando la tabla el rango de variación de los coeficientes del funcional y de los valores de las restricciones, conservando la estructura óptima de 1a solución

Rango de variación: si hago una modificación de cada Ci, para qué valores la tabla sigue siendo óptima?

$Z(max) = 10X_1 + 15X_2 + 15X_3 + 13X_4 = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + C_4X_4$

[completar]

¿Cuánto habría que aumentar el precio de los pulóveres “A” para que su fabricación sea conveniente?

Para que se fabriquen puloveres A, X1 tendría que entrar a la base. Para que eso suceda, se tiene que cumplir que: $Z_1 - C_1 \leq 0$ $\rightarrow 33/2 \leq C_1$, con $C_1 = 33/2$ alcanza

▼ Problema para resolver Nº7

Para el ejercicio 2.1 se pide analizar la conveniencia de solicitar un aumento en la provisión de lana tipo “M” si se sabe que dicho aumento solo sería factible reduciendo la provisión de lana de tipo “N” a razón de 2 kg. de merma en esta última por cada 1 kg. adicional de la primera. Por ejemplo, si el proveedor entregara 21 kg. de M, la entrega máxima de “N”, sería de 34 kg.

En caso de ser conveniente dicho aumento, determinar:

a- ¿Cuál es el máximo beneficio adicional que puede obtenerse?

b- ¿Cuál sería la cantidad de lana de cada tipo a entregar semanalmente por cada proveedor?

c- ¿Cuál sería el reordenamiento de producción necesario para obtener dicho beneficio máximo? Analizar el cambio a realizar en relación a la utilización de las disponibilidades de los otros recursos.

Para que convenga, en principio el recurso que recibo debe estar saturado (si tiene sobrante, directamente no conviene). En este caso, la lana Normal está saturada así que conviene.

En segundo lugar hay que verificar que el valor de lo que entregamos sea menor que el valor de lo que recibimos. 2kg de lana normal por su valor marginal valen menos que 1kg de lana mejorada por su valor marginal, así que estamos ok. [justificar con valores calculados en el pto anterior]

Tabla óptima del problema directo:

			10	15	15	18						
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	
15	X_2	40/3	5/6	1	0	0	1/6	0	0	0	0	Y_7
15	X_3	10/3	-4/3	0	1	0	0	1/4	-5/6	0	0	Y_8
18	X_4	50/3	4/3	0	0	1	0	0	5/6	0	0	Y_9
	X_8	6	9/10	0	0	0	-3/10	-9/20	3/2	1	0	Y_4
	X_9	20/3	-1/2	0	0	0	1/6	1/4	-5/6	0	1	Y_5
Z = 550			13/2	0	0	0	5/2	15/4	5/2	0	0	

Tengo que plantear el problema con el dual **(por qué??)**

5 X1 + 6 X2 + X5 = 80

4 X3 + 4 X4 + X6 = 80

1.6 X1 + 1.2 X4 + X7 = 20

1.8 X2 + 1.8 X3 + X8 = 36

X2 + X3 – X9 + µ = 10

Max Z: 10 X1 + 15 X2 + 15X3 + 18 X4 + 0 X5 + 0 X6 + 0 X7 + 0 X8 + 0 X9 – M µ

El planteo primal o directo del problema lo podemos escribir como:

A X <= B

X >= 0

Max C X

Se define entonces el problema dual como:

Y A > = C

Y >= 0

Min Y B

Todas las restricciones tienen que ser de menor o igual ⇒

5 X1 + 6 X2 ≤ 80

4 X3 + 4 X4 ≤ 80

1.6 X1 + 1.2 X4 ≤ 20

1.8 X2 + 1.8 X3 ≤ 36

-X2 - X3 ≤ -10

Max Z: 10 X1 + 15 X2 + 15X3 + 18 X4

Queda:

5Y1 + 1.6Y3 ≥ 10

6Y1 + 1.8Y4 - Y5 ≥ 15

4Y2 + 1.8Y4 - Y5 ≥ 15

4Y2 + 1.2Y3 ≥ 18

Min Z: 80Y1 + 80Y2 + 20Y3 + 36Y4 -10Y5

Normalizando:

5Y1 + 1.6Y3 - Y6 + µ1 = 10

6Y1 + 1.8Y4 - Y5 - Y7 + µ2 = 15

4Y2 + 1.8Y4 - Y5 - Y8 + µ3 = 15

4Y2 + 1.2Y3 - Y9 + µ4 = 18

Min Z: 80Y1 + 80Y2 + 20Y3 + 36Y4 -10Y5 + 0 Y6 + 0 Y7 + 0 Y8 + 0Y9 + M µ1 + M µ2 + M µ3 + M µ4

Tabla óptima del problema dual

- Las variables slack del problema directo se relacionan con las variables reales del dual y las reales del directo se relacionan con las slack del dual.

  X1 → Y6

  X2 → Y7

  X3 → Y8

  X4 → Y9

  X5 → Y1

  X6 → Y2

  X7 → Y3 (lana mejorada)

  X8 → Y4 (lana normal)

  X9 → Y5

- Me fijo qué variables no están en la base óptima → X1, X5, X6 y X7 ⇒ en la óptima dual van a estar Y6, Y1, Y2 y Y3
- El valor que toman las variables en la óptima del dual es igual al zj-cj de su variable relacionada del directo.
- Armar los vectores canónicos, van a ser los vectores de Y6, Y1, Y2 y Y3, que son las variables que están en la base
- El resto de los valores los vamos a sacar de los vectores no canónicos de la tabla óptima del directo, trasponiendo las columnas y cambiando el signo de los valores antes de pasarlos a la tabla del dual → sería la fila del óptimo directo como columna en el dual (columna de la variable relacionada dual)

			80	80	20	36	-10				
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**	**A9**
0	**Y6**	**13/2**	**0**	**0**	**0**	**-9/10**	**1/2**	**1**	**-5/6**	**4/3**	**-4/3**
80	**Y1**	**5/2**	**1**	**0**	**0**	**3/10**	**-1/6**	**0**	**-1/6**	**0**	**0**
80	**Y2**	**15/4**	**0**	**1**	**0**	**9/20**	**-1/4**	**0**	**0**	**-1/4**	**0**
20	**Y3**	**5/2**	**0**	**0**	**1**	**-3/2**	**5/6**	**0**	**0**	**5/6**	**-5/6**
Zj		Z=550	80	80	20	30	-50/3	0	-40/3	-10/3	-50/3
Zj-Cj			0	0	0	-6	-20/3	0	-40/3	-10/3	-50/3

Ahora supongamos que tenemos un incremento de α kg de la cantidad de lana tipo M. Esto provocará que disminuya la cantidad de lana tipo N en 2 α kg. Veamos como se refleja este cambio en la tabla óptima del problema dual.

			80	80	20+α	36-2α	-10				
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**	**A9**
0	**Y6**	**13/2**	**0**	**0**	**0**	**-9/10**	**1/2**	**1**	**-5/6**	**4/3**	**-4/3**
80	**Y1**	**5/2**	**1**	**0**	**0**	**3/10**	**-1/6**	**0**	**-1/6**	**0**	**0**
80	**Y2**	**15/4**	**0**	**1**	**0**	**9/20**	**-1/4**	**0**	**0**	**-1/4**	**0**
20+α	**Y3**	**5/2**	**0**	**0**	**1**	**-3/2**	**5/6**	**0**	**0**	**5/6**	**-5/6**
Zj		Z=550	80	80	20+α	30 -3/2 α	-50/3 + 5/6 α	0	-40/3	-10/3 +5/6 α	-50/3 – 5/6 α
Zj-Cj			0	0	0	-6 + ½ α	-20/3 + 5/6 α	0	-40/3	-10/3 +5/6 α	-50/3 – 5/6 α

Hay que hallar el valor de α para que todos los zj-cj sigan siendo menores o iguales a cero.

Planteo:

-6 + 0.5α ≤ 0 ⇒ α ≤ 12
-20/3 + 5/6α ≤ 0 ⇒ α ≤ 8
-10/3 + 5/6α ≤ 0 ⇒ α ≤ 4
-50/3 - 5/6α ≤ 0 ⇒ α ≤ 20

⇒ **α ≤ 4**

Reemplazamos en la tabla óptima actual el valor de alfa por 4. Nos tiene que quedar una solución alternativa y hacemos entrar esa variable a la base y veremos qué variable sale.

			80	80	24	28	-10				
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**	**A9**
0	**Y6**	**13/2**	**0**	**0**	**0**	**-9/10**	**1/2**	**1**	**-5/6**	**4/3**	**-4/3**
80	**Y1**	**5/2**	**1**	**0**	**0**	**3/10**	**-1/6**	**0**	**-1/6**	**0**	**0**
80	**Y2**	**15/4**	**0**	**1**	**0**	**9/20**	**-1/4**	**0**	**0**	**-1/4**	**0**
24	**Y3**	**5/2**	**0**	**0**	**1**	**-3/2**	**5/6**	**0**	**0**	**5/6**	**-5/6**
Zj		Z=560	80	80	24	24	-40/3	0	-40/3	0	-20
Zj-Cj			0	0	0	-4	-10/3	0	-40/3	0	-20

La única variable a entrar es Y8 (es la única que no esta en la base y es ≥ 0)

Si entra Y8, tiene que salir Y3 (es el de menor tita) ⇒

			80	80	24	28	-10				
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**	**A9**
0	**Y6**	**5/2**	**0**	**0**	**-8/5**	**3/2**	**-5/6**	**1**	**-5/6**	**0**	**0**
80	**Y1**	**5/2**	**1**	**0**	**0**	**3/10**	**-1/6**	**0**	**-1/6**	**0**	**0**
80	**Y2**	**9/2**	**0**	**1**	**3/10**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**-1/4**
0	**Y8**	**3**	**0**	**0**	**6/5**	**-9/5**	**1**	**0**	**0**	**1**	**-1**
Zj		Z=560	80	80	24	24	-40/3	0	-40/3	0	-20
Zj-Cj			0	0	0	-4	-10/3	0	-40/3	0	-20

Como en la base de la tabla ya no se encuentra Y3, entonces el valor marginal que es B3 es 0. Pero como el valor del marginal es cero no conviene seguir aumentando la cantidad de lana mejorada (o sea que si le seguimos agregando lana mejorada, empezaría a sobrar, no mejora el funcional).

¿Cuál es el máximo beneficio adicional que puede obtenerse?

Con lo resuelto anteriormente, el máximo beneficio es de 560, $10 más que antes.

¿Cuál sería la cantidad de lana de cada tipo a entregar semanalmente por cada proveedor?

20 + 4 = 24kg de lana mejorada

36 - 2*4 = 28kg de lana normal

¿Cuál sería el reordenamiento de producción necesario para obtener dicho beneficio máximo?

Con tener los Zj-Cj alcanza, pero notar que como venimos de un problema de minimización son negativos, entonces tenemos que cambiarles el signo. Fijarse que las variables reales del directo son las relacionadas al Y6, Y7, Y8 y Y9 ⇒ sus Zj - Cj cambiados de signo nos dicen que se producen 0 puloveres A (Y6 ↔ X1), 40/3 puloveres B en la maquina I, 0 puloveres B en la maquina II y 20 puloveres C. También se puede ver el tema de que sobren 4kg de lana normal (Y4) y 0 de lana mejorada (Y3).

Para esto, se tiene que pasar de la tabla óptima dual a la tabla óptima directo

- Me fijo qué variables no están en la base óptima → Y3, Y4, Y5, Y7, Y9 ⇒ en la óptima dual van a estar X7, X8, X9, X2, X4
- El valor que toman las variables en la óptima del directo es igual al zj-cj de su variable relacionada del dual.
- Armar los vectores canónicos, van a ser los vectores de X7, X8, X9, X2, X4, que son las variables que están en la base
- El resto de los valores los vamos a sacar de los vectores no canónicos de la tabla óptima del dual, trasponiendo las columnas y cambiando el signo de los valores antes de pasarlos a la tabla del directo → sería la fila del óptimo dual como columna en el directo (columna de la variable relacionada directa)

			10	15	15	18	0	0	0	0	0
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**	**A9**
0	X7	0	8/5	0	-6/5	0	0	0	1	0	0
0	X8	4	-3/2	0	9/5	0	-3/10	-3/10	0	1	0
0	X9	10/3	5/6	0	-1	0	1/6	0	0	0	1
15	X2	40/3	5/6	1	0	0	1/6	0	0	0	0
18	X4	20	0	0	1	1	0	1/4	0	0	0
Zj-Cj		**560**	**5/2**	**0**	**3**	**0**	**5/2**	**9/2**	**0**	**0**	**0**

Para un beneficio de $560 se debera:

- Producir 40/3 puloveres B en la máquina I
- Producir 20 puloveres C

Sobraran 4kg de lana normal y 0 de lana mejorada

▼ Problema para resolver Nº8

Dados el enunciado de un problema de Programación Lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método Simplex, se pide:

a- Obtener el rango de variación del coeficiente C_2 sin que cambie la estructura de la solución óptima. Detallar los cálculos realizados.

b- Graficar la variación de X_2, Y_2 y del funcional al variar la disponibilidad del recurso materia prima entre 9 y 20 kilogramos. Indicar el valor de las pendientes diciendo en qué parte de la tabla se encuentran.

c- ¿A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada, disponibilidades del recurso materia prima en una cantidad de 4 kilos por semana? Detallar claramente y justificar los cálculos.

d- Graficar la curva de oferta del producto B para C_2 entre cero e infinito

Enunciado

Se trata de una empresa que desea establecer el plan de producción para sus tres productos A, B y C sujeto a las restricciones de producción total mínima (4 un. por semana), disponibilidad de mano de obra (24 hh. por semana) y disponibilidad de materia prima (10 kg. por semana). Los coeficientes son pesos de utilidad unitaria.

			2	8	6				-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	μ
-M	μ	4	1	1	1	-1	0	0	1
	X_5	24	1	4	2	0	1	0	0
	X_6	10	1	2	4	0	0	1	0
Z = -4M			-M-2	-M-8	-M-6	M	0	0	0

Tabla Inicial

			2	8	6			
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
8	X_2	5	1/2	1	2	0	0	1/2
	X_4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2
	X_5	4	-1	0	-6	0	1	-2
Z = 40			2	0	10	0	0	4

Tabla Óptima

Por el punto b, se sabe que se necesitará la tabla dual. Entonces, se definen primero las variables del directo y del dual y cómo se relacionan:

Cantidad de producto A a producir	X1	Y4	CO de producto A
Cantidad de producto B a producir	X2	Y5	CO de producto B
Cantidad de producto C a producir	X3	Y6	CO de producto C
Excedente de producción mínima	X4	Y1	VM de producción mínima
Sobrante de mano de obra	X5	Y2	VM de mano de obra
Sobrante de materia prima	X6	Y3	VM de materia prima

Tabla óptima dual

			-4	24	10		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
10	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2
		Z=40	**-1**	**-4**	**0**	**0**	**-5**

Obtener el rango de variación del coeficiente C2 sin que cambie la estructura de la solución óptima. Detallar los cálculos realizados

En la tabla óptima del directo se reemplaza C2 por *C*

			2	**C**	6		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
C	X2	5	1/2	1	2	0	0
0	X4	1	-1/2	0	1	1	0
0	X5	4	-1	0	-6	0	1
		Z=5C	**C/2-2**	0	**2C-6**	0	0

Para que la tabla siga siendo óptima, se tiene que cumplir que todos los Zj - Cj sean mayor o igual a 0

$$\frac{C}{2} - 2 \geq 0$$

$$2C - 6 \geq 0$$

$$\frac{C}{2} \geq 0$$

Se cumplen si: **C ≥ 4**

Graficar la variación de X2, Y2 y del funcional al variar la disponibilidad del recurso materia prima entre 9 y 20 kilogramos. Indicar el valor de las pendientes diciendo en qué parte de la tabla se encuentran.

La variable dual relacionada a la materia prima es Y3, entonces se plantea la siguiente tabla:

			-4	24	**M**		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
M	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2
		Z=4M	**-M/2+4**	**2M-24**	**0**	**0**	**-M/2**

Se debe cumplir que todos los Zj - Cj ≤ 0 para que siga siendo óptima

$$-\frac{M}{2} + 4 \leq 0$$

$$2M - 24 \leq 0$$

$$-\frac{M}{2} \leq 0$$

⇒ M ≥ 8, M ≤ 12, M ≥ 0

⇒ 8 ≤ M ≤ 12

Tenemos que ver que pasa cuando se varía M entre 9 y 20, 9 está dentro del rango donde sigue siendo óptimo, así que se analiza que pasa si M ≥ 12. En principio se plantea la tabla para M = 12:

			-4	24	12		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
12	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2

		Z=48	**-2**	0	**0**	**0**	**-6**

Resulta que el Zj-Cj de Y2 es 0 pero no está en la base, entonces hay soluciones alternativas óptimas. Si entrara Y2 a la base, tendría que salir Y6 por tener el tita más pequeño.

			-4	24	12		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
12	Y3	2/3	-1/6	0	1	0	1/6
0	Y4	1/3	2/3	0	0	1	-1/6
24	Y2	5/3	-1/6	1	0	0	-1/3
		Z=48	**-2**	0	**0**	**0**	**-6**

Busco el rango de variación de Y3 para esta tabla

			-4	24	**M**		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
M	Y3	2/3	-1/6	0	1	0	1/6
0	Y4	1/3	2/3	0	0	1	-1/6
24	Y2	5/3	-1/6	1	0	0	-1/3
		Z=2M/3+40	**-M/6**	0	**0**	**0**	**M/6-8**

De nuevo, debe cumplirse que los Zj - Cj ≤ 0

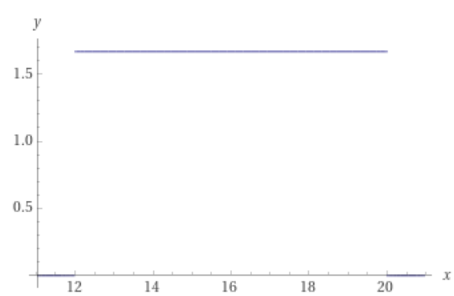
$$-\frac{M}{6} \leq 0$$

$$\frac{M}{6} - 8 \leq 0$$

$$-\frac{M}{3} + 4 \leq 0$$

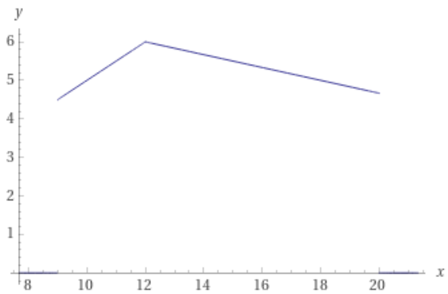
M ≥ 0, M ≤ 48, M ≥ 12 ⇒ 12 ≤ M ≤ 48

$$Y2(b3) = 0 * 1\{b_3 \in [9;12]\} + \frac{5}{3} * 1\{b_3 \in [12;20]\}$$

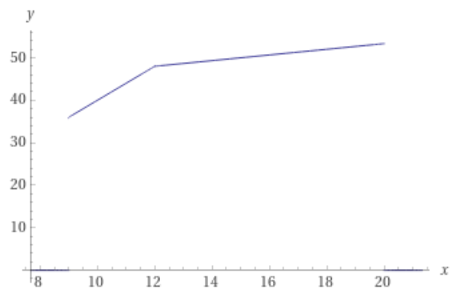


Para el de X2, recordar que el Zj - Cj de la tabla dual va a ser igual al de la tabla del directo pero con el signo cambiado

$$X2(b3) = \frac{b_3}{2} * 1\{b_3 \in [9;12]\} + (8 - \frac{b_3}{6}) * 1\{b_3 \in [12;20]\}$$



$$Z(b3) = 4 * b_3 * 1\{b_3 \in [9;12]\} + (\frac{2}{3} b_3 + 40) * 1\{b_3 \in [12;20]\}$$



La pendiente es el valor marginal → lo que mejora el funcional por cada kg de MP es el valor marginal

<u>¿A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada, disponibilidades del recurso materia prima en una cantidad de 4kg por semana? Detallar claramente y justificar los cálculos.</u>

Ya se sabe del punto anterior que para materia prima entre 8 y 12kg, la tabla sigue siendo óptima. Analizamos el caso particular de b3 = 8kg para ver cómo queda la tabla ya que la idea es reducir materia prima desde ahí

			-4	24	8		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
8	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2
		Z=32	0	**-8**	**0**	**0**	**-4**

Vemos que puede entrar Y1 y el que saldría es Y4 ⇒

			-4	24	8		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
8	Y3	6	0	3	1	1	-1
-4	Y1	4	1	2	0	2	-1
0	Y6	14	0	8	0	2	-3
		Z=32	**0**	**-8**	**0**	**0**	**-4**

Si ahora se reemplaza b3 por 6 (porque queremos ver si conviene vender 4kg por semana)

[tambien se podria haber reemplazado directamente por 6 y despues iterado hasta llegar al óptimo]

			-4	24	6		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
6	Y3	6	0	3	1	1	-1

-4	Y1	4	1	2	0	2	-1
0	Y6	14	0	8	0	2	-3
		Z=20	**0**	**-14**	**0**	**-2**	**-2**

La tabla sigue siendo óptima. Notar que se va a empezar a producir producto A y al entrar Y1, empieza a “apretar” la restricción de la demanda mínima (la demanda pasa a no tener más excedente).

El funcional se redujo a $20, o sea que se redujo en 20 unidades, por lo tanto para que convenga la venta, quien compre deberá pagar más de $20 por cada 4kg semanales de materia prima.

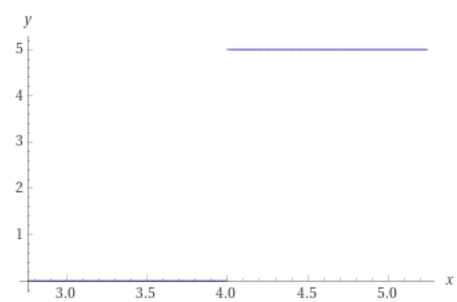
Graficar la curva de oferta del producto B para C2 entre cero e infinito

Sabemos por el primer punto que para que la tabla sigue siendo óptima con un C2 entre [4;+inf]. Tendríamos que analizar que pasa entre 0 y 4

			2	4	6		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
4	X2	5	1/2	1	2	0	0
0	X4	1	-1/2	0	1	1	0
0	X5	4	-1	0	-6	0	1
		Z=20	**0**	0	**2**	0	0

Entra X1 a la base y sale X2, o sea que se comienza a fabricar producto A y se deja de producir producto B, pero lo que me interesa es el coeficiente de X2 asi que no tiene sentido seguir calculando las tablas

$$X2(C2) = 5 * 1\{C2 \in [4;\infty]\}$$



▼ Problema para resolver Nº10

Dadas las tablas inicial y final de la resolución por el método Simplex de un problema de Programación Lineal y sus datos, se requiere:

a. Graficar la variación de X1, del funcional y del valor marginal de la materia prima B cuando la disponibilidad de vapor varía entre 0 y 200. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran.

b. ¿A qué valor será conveniente vender 44 unidades del recurso materia prima a una empresa interesada? Detallar todos los cálculos realizados.

c. Graficar la curva de oferta del producto 3, para C3 entre 0 y $12. Detallar todos los cálculos.

Datos

R_1:	Consumo mínimo diario de materia prima A (24 kg).
R_2:	Disponibilidad máxima diaria de materia prima B (48 kg).
R_3:	Consumo máximo diario de vapor (24 kg).
C_1, C_2, C_3	Contribución a gastos generales ($/unidad de producto)
X_1, X_2, X_3	Unidades de productos A, B y C.

Tabla Inicial

			3	4	2				-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	μ
-M	μ	24	2	3	7	-1	0	0	1
	X_5	48	6	2	1,4	0	1	0	0
	X_6	24	-1	2	7	0	0	1	0
Z = -24M			-2M-3	-3M-4	-7M-2	M	0	0	0

Tabla Óptima

			3	4	2			
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
3	X_1	24/7	1	0	-4/5	0	1/7	-1/7
4	X_2	96/7	0	1	31/10	0	1/14	3/7
	X_4	24	0	0	7/10	1	1/2	1
Z = 456/7			0	0	8	0	5/7	9/7

Relación de variables

Cantidad de unidades A	X1	Y4	Costo de oportunidad de producto A
Cantidad de unidades B	X2	Y5	Costo de oportunidad de producto B
Cantidad de unidades C	X3	Y6	Costo de oportunidad de producto C
Excedente de consumo mínimo de materia prima A	X4	Y1	Valor marginal de consumo mínimo de materia prima A
Sobrante de disponibilidad diaria de materia prima B	X5	Y2	Valor marginal de disponibilidad diaria de materia prima B
Sobrante de consumo diario de vapor	X6	Y3	Valor marginal de consumo diario de vapor

Tabla óptima dual

			-24	48	24		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y6	8	-7/10	0	0	4/5	-31/10
48	Y2	5/7	-1/2	1	0	-1/7	-1/14
24	Y3	9/7	-1	0	1	1/7	-3/7
		Z=456/7	-24	0	0	-24/7	-96/7

Graficar la variación de X1, del funcional y del valor marginal de la materia prima B cuando la disponibilidad de vapor varía entre 0 y 200. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran.

Busco el rango de variación de la disponibilidad de vapor (C3) en la tabla óptima dual:

			-24	48	**C**		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y6	8	-7/10	0	0	4/5	-31/10

48	Y2	5/7	-1/2	1	0	-1/7	-1/14
C	Y3	9/7	-1	0	1	1/7	-3/7

Para que la tabla siga siendo óptima, se tiene que cumplir que todos los Zj - Cj sean menor o igual a 0

Z1 - C1 = -48/2 - C + 24 ≤ 0 ⇒ C ≥ 0

Z4 - C4 = -48/7 + C/7 ≤ 0 ⇒ C ≤ 48

Z5 - C5 = -48/14 - 3C/7 ≤ 0 ⇒ -(48*7/14)/3 ≤ C ⇒

⇒ **0 ≤ C ≤ 48**

Dentro de este rango:

- X1 = -C/7 + 48/7 (la pendiente es el coeficiente la fila Y3 y la columna Y4 en la tabla, cambiado de signo)
- Y2 = 5/7
- Z = 9C/7 + 240/7 (la pendiente es B3 en la tabla)

Analizo qué sucede cuando C=48

			-24	48	48		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y6	8	-7/10	0	0	**4/5**	-31/10
48	Y2	5/7	-1/2	1	0	-1/7	-1/14
48	Y3	9/7	-1	0	1	1/7	-3/7
		Z=96	-48	0	0	0	-24

Aparece una solución alternativa haciendo entrar Y4 a la base. Si entra Y4, debe salir Y6

			-24	48	48		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y4	10	-7/8	0	0	1	-31/8
48	Y2	15/7	-5/8	1	0	0	-5/8
48	Y3	-1/7	-7/8	0	1	0	1/8
		Z=96	-12	0	0	0	-24

Busco nuevamente el rango de variación de C3

			-24	48	**C**		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y4	10	-7/8	0	0	1	-31/8
48	Y2	15/7	-5/8	1	0	0	-5/8
C	Y3	-1/7	-7/8	0	1	0	1/8

Z1 - C1 = -5*48/8 - 7C/8 + 24 ≤ 0 ⇒ C ≥ -48/7

Z5 - C5 = -5*48/8 + C/8 ≤ 0 ⇒ C ≤ 240

C ≤ 240

En este rango:

- X1 = 0
- Y2 = 15/7
- Z = -C/7 + 720/7 (la pendiente es B3)

¿A qué valor será conveniente vender 44 unidades del recurso materia prima a una empresa interesada? Detallar todos los cálculos realizados.

			-24	4	24		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	Y6	8	-7/10	0	0	4/5	-31/10
4	Y2	5/7	-1/2	1	0	-1/7	-1/14
24	Y3	9/7	-1	0	1	1/7	-3/7
		Z=44/7	-50	0	0	20/7	-74/7

to be continued…

▼ Problema para resolver Nº14

La siguiente es la resolución por LINDO del ejercicio 1.5 (alimentación de cabezas de ganado):

```
!VARIABLES
!
! M: CANTIDAD DE ALIMENTO M A SUMINISTRAR POR DIA A LOS ANIMALES
[KG/DIA]
! N: CANTIDAD DE ALIMENTO N A SUMINISTRAR POR DIA A LOS ANIMALES
[KG/DIA]

MIN    10 M + 4 N

SUBJECT TO

A) 0.1 M          >= 0.4
B) 0.1 N          >= 0.6
C) 0.1 M + 0.2 N >= 2
D) 0.2 M + 0.1 N >= 1.7
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP       2

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)       76.00000

  VARIABLE         VALUE           REDUCED COST
         M        4.000000           0.000000
         N        9.000000           0.000000
```

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
A)	0.000000	-20.000000
B)	0.300000	0.000000
C)	0.200000	0.000000
D)	0.000000	-40.000000

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

	OBJ COEFFICIENT RANGES		
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
M	10.000000	INFINITY	2.000000
N	4.000000	1.000000	4.000000

	RIGHTHAND SIDE RANGES		
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
A	0.400000	0.066667	0.400000
B	0.600000	0.300000	INFINITY
C	2.000000	0.200000	INFINITY
D	1.700000	INFINITY	0.100000

A partir de dicha resolución, se pide:

a- Realizar un informe breve y completo de la solución óptima obtenida.

b- El precio de compra del alimento N aumentó a 5$/kg. ¿Cómo afecta esto a la solución obtenida?

c- El valor indicado de 2Kg de nutriente C por día para cada animal resulta excesivo. Con suministrarle 1,5kg de nutriente C por día es suficiente. ¿Cómo afecta esto a la solución obtenida?

Modelo matemático

MIN 10M + 4N

$0.1M \geq 0.4$

$0.1N \geq 0.6$

$0.1M + 0.2N \geq 2$

$0.2M + 0.1N \geq 1.7$

Realizar un informe breve y completo de la solución óptima obtenida

Para tener un gasto mínimo de $76, se deberan producir 4kg de alimento M (el costo de oportunidad es 0 ya que está en la base) y 9kg de alimento N (el costo de oportunidad es 0 ya que está en la base). Se utilizará el 100% de los nutrientes A (el valor marginal es -20, por lo que mejoraría el funcional en 20 por cada unidad menos que se requiera de nutriente A para el alimento), 150% de B (el valor marginal es 0, está en la base del dual ya que hay sobra de demanda), 110% de C (el valor marginal es cero) y el 100% de D (el valor marginal es -40).

El precio de compra del alimento N aumentó a 5$/kg. ¿Cómo afecta esto a la solución obtenida?

En la columna ALLOWABLE INCREASE se ve que el valor de N puede aumentar en una unidad sin afectar la solución óptima, sin embargo con este cambio va a variar el valor del funcional (a $85). Esta nueva solución va a ser una solución alternativa óptima

El valor indicado de 2Kg de nutriente C por día para cada animal resulta excesivo. Con suministrarle 1,5kg de nutriente C por día es suficiente. ¿Cómo afecta esto a la solución obtenida?

El nutriente C tiene un ALLOWABLE DECREASE infinito, por lo tanto no debería afectar a la solución obtenida. Como sobraba nutriente C, el hecho de relajar la restricción no representa una mejora.

Guía 6

▼ Problema para resolver Nº1(*)

Partiendo del ejercicio 5.8, se pide responder las siguientes preguntas (las cuatro son independientes entre sí):

a. ¿Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto D para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 4 horas hombre de mano de obra, 3 kilos de materia prima y no está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta? Detallar todos los cálculos.

b. Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 4, 2 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 11. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

c. Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 3, 3 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 14. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

d. ¿Qué consumo máximo de mano de obra deberá un producto E para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2 kilos de materia prima, está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta y se vende a 8 pesos por unidad? Detallar todos los cálculos realizados.

¿Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto D para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 4 horas hombre de mano de obra, 3 kilos de materia prima y no está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta?

Agregar el producto D, implica sumar un nuevo término a las restricciones originales y el funcional:
-1X1 - 1 X2 - 1 X3 ≥ -4
1 X1 + 4 X2 + 2 X3 + **4 X7** ≤ 24
1 X1 + 2 X2 + 4 X3 + **3 X7** ≤ 10
Z = 2 * X1 + 8 * X2 + 6 * X3 + **C7 * X7**

*Lucro cesante = sum(Uso_Recurso_i*VM_Recurso_i) = 4hh/u * 0$/hh + 3kg/u * 4$/kg = 12 [$/u]*

⇒ la utilidad unitaria mínima deberá ser $12

El lucro cesante sirve para descartar una alternativa, pero no para afirmar que me conviene → lo puedo hacer si me dicen cuál es la utilidad, sino no.

Para incorporar a la tabla óptima del problema sin resolver todo de nuevo, hay que encontrar la matriz de cambio de base que permita pasar el vector expresado en la base inicial (que se obtiene de los datos del producto a agregar) a la base óptima

La matriz de cambio de base se obtiene de la expresión en la tabla óptima de los vectores que en la primera tabla eran canónicos (tomados en el orden que permita expresar la matriz identidad en la primera tabla)

En este caso los vectores canonicos en la primera tabla eran A4, A5 y A6. Entonces, la matriz de cambio de base está integrada por esos vectores en la tabla óptima

Vamos a premultiplicar el vector nuevo expresado en la primera tabla por la matriz de cambio de base para obtener ese vector en la tabla óptima

-A4	A5	A6		A7_i		A7_f
0	0	1/2		0		3/2
-1	0	1/2	*	4	=	3/2
0	1	-2		3		-2

Para que convenga hacerlo, el Zj-Cj de este nuevo elemento debe ser ≤ 0:

Z7-C7 = 8 * 3/2 - C7 ≤ 0 ⇒ **C7 >= 12**

Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 4, 2 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 11. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

Se agrega una restricción:

4X1 + 2X2 + 3X3 ≤ 11

Reemplazando con los valores del óptimo:

4*0 + 2*5 + 3*0 = 10 ≤ 11 ⇒ la nueva restricción no afecta al óptimo

Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 3, 3 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 14. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

Se agrega una restricción:

3X1 + 3X2 + 3X3 ≤ 14

Reemplazando con los valores del óptimo:

3*0 + 3*5 + 3*0 = 15 > 14 ⇒ la nueva restricción afecta al óptimo

Cómo lo afecta? Hay que analizar el DUAL

			-4	24	10			
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
10	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1
		Z=40	**-1**	**-4**	**0**	**0**	**-5**	**0**

Para hallar el vector correspondiente a la nueva restricción en la tabla óptima dual, se debe multiplicar el vector nuevo en términos de la primera tabla por la matriz de cambio de base (que es la que se encuentra bajo las columnas A4, A5 y A6 cambiada de signo porque en el dual las restricciones iniciales son todas de mayor o igual)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ -1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ -3/2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Hay que agregar este vector a la tabla y ver si la tabla llega a ser óptima o no (tiene que dar que no)

¿Qué consumo máximo de mano de obra deberá un producto E para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2 kilos de materia prima, está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta y se vende a 8 pesos por unidad? Detallar todos los cálculos realizados.

-1X1 - 1 X2 - 1 X3 + **X7** ≥ -4
1 X1 + 4 X2 + 2 X3 + **C X7** ≤ 24
1 X1 + 2 X2 + 4 X3 + **2 X7** ≤ 10
Z = 2 * X1 + 8 * X2 + 6 * X3 + **8 * X7**

Se vuelve a hacer como en el primer punto con la matriz de base:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ -1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} -1 \\ A \\ 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ A-4 \end{vmatrix}$$

El Zj - Cj debe ser ≤ 0 ⇒ 1*8 - 8 = 0 ⇒ **hay soluciones alternativas**

El valor de A afecta el elemento que saldría de la base si entra X7

t1 = 5/1 = 5

t2 = 1/2 = 0.5

t3 = 4/(A-4)

Si 4/(A-4) < 0.5 ^ A > 4 ⇒ sale X5 a la base, pero entonces es porque estamos consumiendo mano de obra de más, lo cual implicaría una peor solución que la que teníamos hasta en principio.

Sino, sale X4 de la base. El funcional sería el mismo, solo tendriamos mas sobrante de horas de mano de obra.

▼ Problema para resolver Nº9

La empresa COMPUQUICK se dedica al dictado de cursos de computación.

Actualmente dicta dos tipos de cursos: nivel I y nivel II.

La empresa cuenta con cinco computadoras personales que utiliza para el dictado de los cursos y para capacitación de su personal. Además tiene un plantel de profesionales que dictan parte de los cursos de nivel II y capacitan al personal no especializado.

Se ha hecho un estudio que ha determinado que, para disponer de una hora de personal no especializado, son necesarias una hora de personal especializado (profesionales) y dos horas de máquina.

A continuación se muestra la matriz de insumos de cada tipo de curso.

	Personal no especializado (hs./curso)	Máquina (hs./curso)	Profesionales (hs./curso)
Nivel I	2	5	—
Nivel II	3	4	3

Mensualmente se dispone de 800 hs. de máquina y 500 hs. de personal especializado (profesionales). Cada curso de nivel I da un beneficio de $ 300 y los de nivel II, $ 500. Además debe tenerse en cuenta que la capacitación del personal no especializado representa un costo adicional de 5 $/hora sobre los costos considerados al calcular los beneficios.

Además se sabe que es posible alquilar horas de máquina a un valor de $ 5 cada una y contratar profesionales a un valor de 10 $/hora.

A continuación se muestran la primera tabla, la última directa y la última dual de resolución por el método Simplex.

Tabla inicial

			300	500	-5			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
	X_4	800	5	4	2	1	0	0
	X_5	500	0	3	1	0	1	0
	X_6	0	2	3	-1	0	0	1
Z = 0			-300	-500	5	0	0	0

Tabla óptima directa

			300	500	-5			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
-5	X_3	240	0,7	0	1	0,3	0	-0,4
	X_5	20	-3,4	0	0	-0,6	1	-0,2
500	X_2	80	0,9	1	0	0,1	0	0,2
Z = 38.800			146,5	0	0	48,5	0	102

Tabla óptima dual

			800	500				
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
800	Y_1	48,5	1	0,6	0	0	-0,1	-0,3
	Y_3	102	0	0,2	1	0	-0,2	0,4
	Y_4	146,5	0	3,4	0	1	-0,9	-0,7
Z = 38.800			0	-20	0	0	-80	-240

Se pide

a- Hacé un informe breve y completo sobre el programa de producción óptimo.

b- Existen dudas sobre la certeza con que se ha calculado el beneficio de los cursos de nivel II. Se presume que el valor calculado podría estar variando en 35 %. Indicá qué ocurriría en ambos extremos.

c- La gerencia de ventas está interesada en lanzar la promoción de un nuevo tipo de curso que insumiría, por curso, 4 hs. de personal no especializado, 5 hs. de máquina y 4 hs. de personal especializado (profesionales). ¿Qué beneficio debería tener cada uno de estos cursos para hacer conveniente el dictado de los mismos?

d- ¿Cómo sería el programa de producción en el caso que X3 valga cero?

e- Si disponés de $150 adicionales para invertir, ¿en qué los invertirías? Justificá e indicá cuántos pesos has ganado por cada peso invertido.

f- Es posible mejorar el nivel de los cursos contratando algunos conferencistas extranjeros. Para cada curso sería necesaria 1 hora de conferencia en el nivel I y 2 horas en el II, y se puede disponer de 200 hs. El costo de estas conferencias es de 10 $/hora, y permitiría aumentar los ingresos por curso en $ 25.

Modelo matemático

$5X1 + 4X2 + 3X3 \leq 800$

$3X2 + X3 \leq 500$

$2X1 + 3X2 - X3 \leq 0$

$Z = 300X1 + 500X2 - 5X3 \rightarrow$ Max

Modelo matemático con variables slack

$5X1 + 4X2 + 3X3 + X4 = 800$

$3X2 + X3 + X5 = 500$

$2X1 + 3X2 - X3 + X6 = 0$

Z = 300X1 + 500X2 - 5X3 → Max

Definición y relación de variables

Cantidad de cursos nivel I a dictar	X1	Y4	CO de cursos nivel I
Cantidad de cursos nivel II a dictar	X2	Y5	CO de cursos nivel II
Cantidad de hs de capacitación a utilizar	X3	Y6	CO de hs de capacitacion
Sobrante de hs máquina	X4	Y1	VM de hs máquina
Sobrante de hs de profesionales	X5	Y2	VM de hs de profesionales
Sobrante de hs de personal no especializado	X6	Y3	VM de hs de personal no especializado

Hacé un informe breve y completo sobre el programa de producción óptimo

El beneficio será de $38800 dictando 0 cursos de nivel I, 80 cursos de nivel II y utilizando 240hs de capacitación.

Uso de recursos:

- Hs máquina → 100%
- Hs de profesionales → Hay un sobrante de 20hs ⇒ 96%
- Hs de personal no especializado → 100%

Existen dudas sobre la certeza con que se ha calculado el beneficio de los cursos de nivel II. Se presume que el valor calculado podría estar variando en 35%. Indicá qué ocurriría en ambos extremos

Veo que pasa con la tabla óptima si C2 = C2 - 0.35C2

Rango de variación

Z1 - C1 = -5*0.7 + **C2***0.9 - 300 ≥ 0

Z4 - C4 = -5*0.3 + **C2***0.1 ≥ 0

Z6 - C6 = -5*-0.4 + **C2***0.2 ≥ 0

⇒ **C2 ≥ 337,2**

En el extremo superior, C2 = 675, la tabla sigue siendo óptima

En el extremo inferior, C2 = 325 < 337.2 ⇒ la tabla no va a ser óptima

			300	325	-5		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
-5	X3	240	0.7	0	1	0.3	0
	X5	20	-3.4	0	0	-0.6	1
325	X2	80	0.9	1	0	0.1	0
		Z=24800	-11	0	0	31	0

Tendría que entrar X1 (o sea, se tendrían que dictar cursos nivel I) y saldría X2 (se dejarían de dictar cursos nivel II).

La gerencia de ventas está interesada en lanzar la promoción de un nuevo tipo de curso que insumiría, por curso, 4 hs. de personal no especializado, 5 hs. de máquina y 4 hs. de personal especializado (profesionales). ¿Qué beneficio debería tener cada uno de estos cursos para hacer conveniente el dictado de los mismos?

Se agrega una variable X3:

5X1 + 4X2 + 5X3 + 3X4 + X5 = 800

3X2 + 4X3 + X4 + X6 = 500

2X1 + 3X2 + 4X3 - X4 + X7 = 0

Z = 300X1 + 500X2 + **C**X3 - 5X4 → Max

Esto implica agregar una columna a la tabla óptima directa. Una manera de calcular los valores de la columna es a partir de la matriz cambio de base.

```
  A4  A5   A6 | X3
 0.3  0  -0.4 | 5
-0.6  1  -0.2 | 4
 0.1  0   0.2 | 4
```

⇒ (-0.1, 0.2, 1.3)

			300	325	C	-5	
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
-5	X4	240	0.7	0	-0.1	1	0.3
0	X5	20	-3.4	0	0.2	0	-0.6
500	X2	80	0.9	1	1.3	0	0.1
		Z=24800	146.5	0	**650.5-C**	0	48.5

Tiene que cumplirse que 650.5 - C ≥ 0 para que la tabla siga siendo óptima ⇒ C ≤ 650.5

Para que convenga incluirlo, el valor del nuevo curso no debe superar los $650.5

¿Cómo sería el programa de producción en el caso que X3 valga cero?

Si X3 = 0 ⇒ la última restricción quedaría 2X1 + 3X2 ≤ 0, lo cual se cumple solo si X1 = X2 = 0, o sea no se dictaría ningún curso. Esto quiere decir que ningún curso puede dictarse si no hubo capacitación de personal.

Si disponés de $150 adicionales para invertir, ¿en qué los invertirías? Justificá e indicá cuántos pesos has ganado por cada peso invertido.

Hay sobrante de hs de profesionales, entonces no convendría invertir más en ello. Tampoco conviene invertir en hs de profesionales no especializados porque va a requerir más consumo de hs de capacitación y estas conllevan un costo. Queda analizar si conviene invertir en hs máquina.

Se puede analizar con la tabla dual cuántas hs máquina conviene tener sin que la tabla deje de ser óptima.

Tabla óptima dual

			800	500				
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
800	Y_1	48,5	1	0,6	0	0	-0,1	-0,3
	Y_3	102	0	0,2	1	0	-0,2	0,4
	Y_4	146,5	0	3,4	0	1	-0,9	-0,7
Z = 38.800			0	-20	0	0	-80	-240

Z2 - C2 = 0.6*C1 - 500 ≤ 0

Z5 - C5 = -0.1*C1 ≤ 0

Z6 - C6 = -0.3*C1 ≤ 0

⇒ **C1 ≤ 833.33**

O sea que solo me convendría obtener 33.3 hs máquina extras, como cada hr máquina sale $4 para el curso II (que es el que se va a dictar), necesitaría 33.3*5 = $166.7, con los $150 me alcanza para adquirir 30hs máquina extras.

			830	500			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
48.5	Y1	830	1	0.6	0	0	-0.1
102	Y3	0	0	0.2	1	0	-0.2
146.5	Y4	0	0	3.4	0	1	-0.9
		Z=40255	0	-2	0	0	-83

El funcional aumentaría a $40255, se dictarían 83 cursos de nivel II, se utilizarían 249hs de capacitación y habría un sobrante de 2hs de profesionales.

Es posible mejorar el nivel de los cursos contratando algunos conferencistas extranjeros. Para cada curso sería necesaria 1 hora de conferencia en el nivel I y 2 horas en el II, y se puede disponer de 200 hs. El costo de estas conferencias es de 10 $/hora, y permitiría aumentar los ingresos por curso en $ 25.

Se agrega la última inecuación:

5X1 + 4X2 + 3X3 ≤ 800

3X2 + X3 ≤ 500

2X1 + 3X2 - X3 ≤ 0

X1 + 2X2 ≤ 200

Z = 300X1 + 500X2 - 5X3 + (25-10)X1 + (25-10)X2 → Max

Vemos si con el óptimo que teniamos se cumple la restricción:

0 + 80*2 = 160 ≤ 200

Se cumple entonces sigue siendo óptimo.

▼ Problema para resolver Nº16

Una empresa fabrica y vende tres productos (X1, X2 y X3) a partir de los recursos R1, R2 y R3. El producto X2 tiene una demanda mínima de 40 un./mes. La empresa usa el siguiente modelo de programación lineal para programar su producción mensual.

X2 >= 40

X1 + 2 X2 + X3 <= 100 (R1)

3 X1 + 2 X2 + X3 <= 120 (R2)

2 X1 + X2 + 3 X3 <= 120 (R3)

(Max) Z= 10 X1 + 5 X2 + 2 X3 (los valores en el funcional son los precios de venta)

Tabla óptima directa

			10	5	2				
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
5	X2	40	0	1	0	-1	0	0	0
	X5	20/3	0	0	2/3	4/3	1	-1/3	0
10	X1	40/3	1	0	1/3	2/3	0	1/3	0
	X7	160/3	0	0	1/3	- 1/3	0	-2/3	1
Z = 1000/3			0	0	4/3	5/3	0	10/3	0

Tabla óptima dual

			-40	100	120	120			
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
-40	Y1	5/3	1	-4/3	0	1/3	-2/3	1	0
120	Y3	10/3	0	1/3	1	2/3	-1/3	0	0
	Y7	4/3	0	-2/3	0	-1/3	-1/3	0	1
Z = 1000/3			0	-20/3	0	-160/3	-40/3	-40	0

a- Se ofrecen dos negocios y hay que ver cuál es el más conveniente. Un negocio consiste en comprar 21 kilos de R2 pagando en total $100. El otro negocio consiste en vender 41 kilos de R2 cobrando en total $250. ¿Cuál de los negocios es el más conveniente? Justificar la respuesta

b- Un cliente que necesita producto X3 y que sabe que no lo estamos fabricando nos ofrece pagar $3,50 por una unidad de X3. Si decidimos aceptar el ofrecimiento habrá que fabricar una unidad de X3 o comprarla a $3. ¿Conviene vender una unidad de X3? Si conviene, ¿la fabricamos o la compramos? Justificar la respuesta.

c- Nos ofrecen vendernos una unidad de X2 a $6. ¿Conviene comprarla o no? Justificar la respuesta.

Cantidad de producto X1 a fabricar	X1	Y5	CO de producto X1
Cantidad de producto X2 a fabricar	X2	Y6	CO de producto X2
Cantidad de producto X3 a fabricar	X3	Y7	CO de producto X3
Excedente de unidades de X2	X4	Y1	VM de demanda mínima de X2
Sobrante de R1	X5	Y2	VM de R1
Sobrante de R2	X6	Y3	VM de R2
Sobrante de R3	X7	Y4	VM de R3

Para obtener un beneficio máximo de $333,33 se tienen que producir 40/3 productos X1, 40 productos X2 (exactamente la demanda mínima), no se fabrica producto X3. Van a quedar 20/3kg sobrantes de R1 y 160/3kg sobrantes de R3. El valor marginal de la demanda mínima es 5/3, o sea que el funcional va a aumentar en 5/3 por cada unidad que se "afloje" de la restricción de demanda mínima. Si se relaja la restricción de R2, se ganarían 10/3. El costo de oportunidad de producir X3 es 4/3.

Si en esta situación me ofrecen R1 o R3, no me interesa porque tengo sobrante.

<u>**Se ofrecen dos negocios y hay que ver cuál es el más conveniente. Un negocio consiste en comprar 21 kilos de R2 pagando en total $100. El otro negocio consiste en vender 41 kilos de R2 cobrando en total $250. ¿Cuál de los negocios es el más conveniente?**</u>

Para analizar qué sucede si se compran 21kg de R2, se tienen que sumar 21kg al coeficiente de cantidad de recurso R2:

			-40	100	**141**	120	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
-40	Y1	5/3	1	-4/3	0	1/3	-2/3
141	Y3	10/3	0	**1/3**	1	2/3	-1/3
0	Y7	4/3	0	-2/3	0	-1/3	-1/3
		Z=403.3	0	0.33	0	-39.3	-20.3

La tabla deja de ser óptima, o sea que cambia la estructura óptima de producción. Vemos que pasa si buscamos la solución óptima:

..se borró la tabla -.-

			-40	100	141	120	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
-40	Y1	15	1	0	4	3	-2
100	Y2	10	0	1	3	2	-1
0	Y7	8	0	0	2	1	-1
		Z=400	0	0	-1	-40	-20

Si se decidieran comprar 21kg de R2 pagando $100, se obtendría un beneficio máximo de $300 (o sea, $33 menos que antes) y la estructura óptima de producción quedaría:

- Se deja de producir producto X2
- Se producen 20 unidades de X1
- Sobrarían 10kg de R1
- Habría un excedente de 15 unidades sobre la demanda mínima de X2
- Sobrarían 8kg de R3

La otra opción es vender 41kg de R2 cobrando $250, esto se traduce en disminuir en 41 unidades el coeficiente de R2, es decir quitarle 41kg que voy a destinar a la venta:

			-40	100	**79**	120	
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
-40	Y1	5/3	1	-4/3	0	1/3	-2/3
79	Y3	10/3	0	1/3	1	2/3	-1/3
0	Y7	4/3	0	-2/3	0	-1/3	-1/3
		Z=196.7	0	-20.3	0	-80.7	0.33

Y5 es candidato a entrar a la base porque su Zj-Cj es mayor a 0, pero no hay candidatos a entrar ⇒ incompatible. La solución actual es una solución del problema pero no es óptima.

En conclusión, ninguna opción conviene, pero si hubiera que elegir una, sería la primera aunque nos haga perder dinero. [no se puede elegir una solución incompatible]

Un cliente que necesita producto X3 y que sabe que no lo estamos fabricando nos ofrece pagar $3,50 por una unidad de X3. Si decidimos aceptar el ofrecimiento habrá que fabricar una unidad de X3 o comprarla a $3. ¿Conviene vender una unidad de X3? Si conviene, ¿la fabricamos o la compramos?

Me fijo si al nuevo precio de $3.5 X3 entra a la base de la tabla óptima:

Z3 - C3 = 10*1/3 - 3.5 = -1/6 ≤ 0 ⇒ entraría a la base

Analizo si dada la solución óptima convendría fabricar **una** unidad de X3, reemplazo en las restricciones:

40/3 + 2*40 + 1 = 94.33 ≤ 100

3*40/3 + 2*40 + 1 = 121 > 120 ⇒ esta no se cumple

2*40/3 + 40 + 3*1 = 69.9 ≤ 120

Forzar a fabricar una unidad de X3 a distinto precio es lo mismo que agregar un producto "nuevo" con una restricción de demanda mínima:

X2 >= 40

X1 + 2 X2 + X3 + X8 <= 100

3 X1 + 2 X2 + X3 + X8 <= 120

2 X1 + X2 + 3 X3 + 3X8 <= 120

X8 ≥ 1

(Max) Z= 10 X1 + 5 X2 + 2 X3 + 3.5X8

MÁS FÁCIL: Ver el costo de oportunidad, el costo de oportunidad me dice cuánto disminuiría el funcional por fabricar una unidad del producto. Viendo la tabla óptima directa, el CO de X3 es 4/3, o sea que el costo de fabricar una unidad de X3 es $1.33 (**para el precio original**)

Opción 1: Comprar una unidad a $3 y venderla a $3.5 ⇒ ganaría $0.5

Opción 2: Fabrica una unidad con costo de $1.33 y la vendo a $(3.5-2) (la ganancia relativa a los $2 por el aumento de precio) ⇒ ganaría $0.17

Conviene comprar una unidad.

Nos ofrecen vendernos una unidad de X2 a $6. ¿Conviene comprarla o no? Justificar la respuesta

Comprar una unidad de X2 implica relajar la restricción de demanda mínima en una unidad, como el valor marginal de demanda mínima es 5/3, el funcional va a aumentar en 5/3 por cada unidad que se "afloje" de la restricción. O sea que ganaríamos $5/3+$5 al precio de $6 ⇒ conviene. → **Falta verificar que el rango de variación** nos permita hacer el negocio (reemplazando en el dual el -40 por K)

▼ Problema para resolver Nº17

Nuestra empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2.

Además, tenemos una serie de pedidos comprometidos de X2 que suman 10 unidades por mes. Aquí vemos el planteo del problema:

2 X1 + 2 X2 <= 80 (kilos de R1/mes)

X1 + 2 X2 <= 50 (kilos de R2/mes)

X2 >= 10 (unidades/mes)

Z = 30 X1 + 20 X2 (MAXIMO)

(30 es el beneficio de X1 y 20 es el beneficio de X2)

Tabla óptima directa

			30	20			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	X1	30	1	0	1/2	0	1
	X4	0	0	0	-1/2	1	1
20	X2	10	0	1	0	0	-1
Z = 1100			0	0	15	0	10

Tabla óptima dual

			80	50	-10		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	15	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	10	0	-1	1	-1	1
Z = 1100			0	0*	0	-30	-10

a- Una famosa empresa amiga nos ofrece lo siguiente: Nos vende R1, pero nos obliga a aumentar la exigencia de producción mínima. Entonces, por cada kg. de R1 que nos vendan debemos aumentar la producción mínima de X2 en dos unidades (por ejemplo, si nos venden 2 kg. de R1, estaremos obligados a fabricar 14 como mínimo de X2). Te pedimos que nos digas si la alternativa es conveniente y, si conviene, cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta alternativa. Si no conviene, justificá la respuesta.

b- Se sabe que el beneficio de $20 para X2 se compone de un precio de venta de $60 y un costo de fabricación de $40. Nos ofrecen vendernos producto X2 ya elaborado a $P. ¿Cuál debería ser el valor de P para que convenga comprar producto X2? ¿Cómo determinarías la cantidad de producto X2 a comprar?

c- Para este problema, se decide analizar la posibilidad de agregar un nuevo recurso (R6) para la producción de X1 y X2. El producto X1 consume 4 kg. de R6 por unidad y X2 consume 1 kg. de R6 por unidad. Existe una disponibilidad de 140 kg. de R6 por mes. La incorporación de este nuevo recurso hará que el beneficio de X1 aumente en $10 y el beneficio de X2 aumente en $20. ¿Cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad?

Cantidad de producto X1 a fabricar	X1	Y4	CO de producto X1
Cantidad de producto X2 a fabricar	X2	Y5	CO de producto X2
Sobrante de R1	X3	Y1	VM de R1
Sobrante de R2	X4	Y2	VM de R2
Excedente de unidades de X2	X5	Y3	VM de demanda mínima de X2

Analizando el resultado vemos que se producen 30 productos X1 y 10 productos X2 (o sea exactamente la demanda mínima), se alcanza un beneficio máximo de $1100. Si vemos el z5-c5 (el zj-cj de la restricción de demanda mínima) que es también el valor de Y3, notamos que vale 10. El significado de Y3 es “valor marginal de la restricción de demanda mínima”. Quiere decir que si bajamos la restricción de demanda mínima en una unidad el valor del funcional aumentará en 10 pesos, siempre que la tabla siga siendo óptima cuando bajamos el término independiente de la restricción en el dual.

Nos vende R1, pero nos obliga a aumentar la exigencia de producción mínima. Entonces, por cada kg. de R1 que nos vendan debemos aumentar la producción mínima de X2 en dos unidades (por ejemplo, si nos venden 2 kg. de R1, estaremos obligados a fabricar 14 como mínimo de X2)

			80+α	50	-10-2α		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5

80+α	Y1	15	1	1/2	0	-1/2	0
-10-2α	Y3	10	0	-1	1	-1	1
		Z=1100-5α	0	5α/2	0	-30+3α/2	-10-2α

→ con esta tabla no voy a llegar a nada porque la columna de A2 queda con el Zj-Cj positivo y α ≥ 0. *Notar, además que el Z quedan con un alfa restando, o sea que ya sé que no va a convenir económicamente.*

Pruebo con la solución alternativa, haciendo entrar a Y2 a la base (sale Y1):

			80	50	-10		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
50	Y2	30	2	1	0	-1	0
-10	Y3	40	2	0	1	-2	1
		Z=1100	0*	0	0	-30	-10

			80+α	50	-10-2α		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
50	Y2	30	2	1	0	-1	0
-10-2α	Y3	40	2	0	1	-2	1
		Z=1100-80α	-3α	0	0	-30+4α	-10-2α

Es óptimo si:

-3α ≤ 0

-30 + 4α ≤ 0

-10 - 2α ≤ 0

⇒ **-5 ≤ α ≤ 7.5**

Veo que pasa cuando α=7.5

			87.5	50	-25		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
50	Y2	30	2	1	0	-1	0
-25	Y3	40	2	0	1	-2	1
		Z=500	-22.5	0	0	0*	-25

Notar que podría hacer entrar a Y4, pero ninguna variable sería candidata a salir.

Esta es una solución óptima y vemos que el funcional disminuye, esto era esperable porque al comprar R1 se está restringiendo más la demanda mínima; y como habiamos analizado antes, por cada unidad que se aumenta a la demanda mínima, el funcional disminuye en $10 (o 40??).

[en el momento en que vemos que sale Y1, ya sabemos que no va a convenir porque va a empezar a sobrar R1]

Se sabe que el beneficio de $20 para X2 se compone de un precio de venta de $60 y un costo de fabricación de $40. Nos ofrecen vendernos producto X2 ya elaborado a $P.

Como X2 tiene demanda mínima y el VM de la restricción de demanda mínima es 10, ganamos $10 si nos permiten hacer una unidad menos (si compramos una ya hecha no tenemos la obligación de hacerla nosotros). Es decir que al comprarla a $20,50 y venderla a $20 parece que perdemos plata, pero como ganamos $10 por el VM de la restricción de demanda mínima, terminamos ganando $9,50. Esto es cierto siempre que cuando se hace esa modificación la tabla siga siendo óptima.

Para verificar que la tabla siga siendo óptima y para saber cuántas unidades conviene comprar, hay que sacar el rango de variación del coeficiente de demanda.

			80	50	**C**		
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5

80	Y1	15	1	1/2	0	-1/2	0
C	Y3	10	0	-1	1	-1	1
		Z=1100	0	0*	0	-30	-10

Z2 - C2 = 40 - C - 50 ≤ 0 ⇒ C ≥ -10

Z4 - C4 = -40 -C ≤ 0 ⇒ C ≥ -40

Z5 - C5 = C ≤ 0

⇒ **-10 ≤ C ≤ 0**

O sea que podemos comprar 10 unidades a ese precio tal que la tabla siga siendo óptima.

Para valores de $P para abajo compro lo que dé. **[ver video]**

Para este problema, se decide analizar la posibilidad de agregar un nuevo recurso (R6) para la producción de X1 y X2. El producto X1 consume 4 kg. de R6 por unidad y X2 consume 1 kg. de R6 por unidad. Existe una disponibilidad de 140 kg. de R6 por mes. La incorporación de este nuevo recurso hará que el beneficio de X1 aumente en $10 y el beneficio de X2 aumente en $20.

Se agrega una nueva restricción:

4X1 + X2 ≤ 140

Z = 40X1 + 40X2 → Max

4*30 + 10 = 130 ≤ 140 ⇒ la solución sigue siendo óptima.

Lo primero que conviene hacer es analizar los cambios en la tabla óptima. Con ver lo de la restricción no alcanza

			1	3							
CK	XK	BK	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
0	X9	15	0	0	1/4	0	0	0	0	1/2	1
0	X4	30	0	0	-3/2	1	0	0	0	-1	0
0	X5	180	0	0	-5	0	1	0	0	6	0
0	X6	70	0	0	-1/2	0	0	1	0	3	0
0	X7	0	0	0	-1/4	0	0	0	1	1/2	0
1	X1	20	1	0	0	0	0	0	0	-1	0
3	X2	25	0	1	1/4	0	0	0	0	1/2	0
Z = 95			0	0	3/4	0	0	0	0	1/2	0

			140	220	1000	200	45
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
140	Y1	3/4	1	3/2	5	1/2	**1/4**
-20	Y6	1/2	0	1	-6	-3	-1/2
		Z=95	0	-30	-180	-70	0

Con C = 45, existe una solución alternativa donde entra la variable Y5 y sale Y1

			140	220	1000	200	45
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
45	Y5	3	4	6	20	2	1

-20	Y6	2	2	4	4	-2	0
		Z=95	0	-30	-180	-70	0

Nuevamente, buscamos el rango de variación de C5

			140	220	1000	200	**C5**
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
C5	Y5	3	4	6	20	2	1
-20	Y6	2	2	4	4	-2	0
		Z=95	0	-30	-180	-70	0

Debe cumplirse:

$Z1 - C1 = 4 * C5 - 20*2 - 140 \leq 0 \Rightarrow$ **$C5 \leq 45$**

$Z2 - C2 = 6 * C5 - 20*4 - 220 \leq 0 \Rightarrow$ **$C5 \leq 50$**

$Z3 - C3 = 20 * C5 - 20*4 - 1000 \leq 0 \Rightarrow$ **$C5 \leq 54$**

$Z4 - C4 = 2 * C5 + 20 * 2 - 200 \leq 0 \Rightarrow$ **$C5 \leq 80$**

$Z7 - C7 = -1 * C5 + 20 * 1 + 10 \leq 0 \Rightarrow$ **$C5 \geq 30$**

$Z9 - C9 = -1 * C5 + 20 \leq 0 \Rightarrow$ **$C5 \geq 20$**

			140	220	1000	200	30
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
140	Y1	3/4	1	3/2	5	1/2	1/4
-20	Y6	1/2	0	1	-6	-3	-1/2
		Z=95	0	-30	-180	-70	15

Entra Y5 y sale Y1 ⇒

			140	220	1000	200	30
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	Y5	3	4	6	20	2	1
-20	Y6	2	2	4	4	-2	0
		Z=50	-60	-120	-480	-100	0

Buscamos el rango de variación de C5

			140	220	1000	200	**C5**
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
C5	Y5	3	4	6	20	2	1
-20	Y6	2	2	4	4	-2	0
		Z=50	-60	-120	-480	-100	0

			1	3			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X9	15	0	0	1/4	0	0
0	X4	30	0	0	-3/2	1	0
0	X5	180	0	0	-5	0	1
0	X6	70	0	0	-1/2	0	0
0	X7	0	0	0	-1/4	0	0
1	X1	20	1	0	0	0	0
3	X2	25	0	1	1/4	0	0
		Z=95	0	0	3/4	0	0

Hago entrar X10 y saco X4…

			1	3			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X9	6	0	0	**7/10**	0	0
5	X10	12	0	0	-3/5	2/5	0
0	X5	60	0	0	1	0	1
0	X6	40	0	0	1	0	0
0	X7	9	0	0	-7/10	0	0
1	X1	20	1	0	0	0	0
3	X2	16	0	1	7/10	0	0
		Z=128	0	0	-9/10	25/2	0

Todavía no es óptima, las candidatas a entrar son X3 y X8, elijo por convención a la del Zj-Cj de mayor valor absoluto ⇒ X3, entonces saldrá X9

			1	3			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	60/7	0	0	1	0	0
5	X10	120/7	0	0	0	2/5	0
0	X5	360/7	0	0	0	0	1
0	X6	220/7	0	0	0	0	0
0	X7	15	0	0	0	0	0
1	X1	20	1	0	0	0	0
3	X2	10	0	1	0	0	0
		Z=950/7	0	0	0	2	0

Guía 7

▼ Problema tipo N°1

Un comerciante compra artículos en la ciudad Uxal y los transporta hasta un pueblo en las montañas donde los vende. El transporte lo hace en un camión cerrado a un costo de 200 pesos por viaje, el camión tiene una capacidad de 60m3 y/o 20.000kg. En la estiba hay un desperdicio del 5% del espacio.

La lista de artículos es muy larga a continuación vemos la primera hoja, las demás hojas tienen características similares.

Artículo	Precio de compra	Precio de venta	Peso por unidad(kg)	Volumen por unidad (m^3)	Demanda mínima	Demanda máxima
A	33	40	2	0,005	200	400
B	50	70	3	0,01	100	200
C	25	30	1	0,05	500	600
D	68	80	5	0,02	300	600
E	46	50	2,5	0,003	800	900
F	18	30	3	0,02	300	500

Análisis previo

Se trata de un problema de mochila donde la capacidad máxima es 60m3 o 20.000kg, además hay pérdida de 5% espacio por cada viaje realizado. Además, los productos tienen una demanda mínima y máxima.

Hacemos las siguientes preguntas y obtenemos las correspondientes repuestas:

a- P: ¿No existe un límite de dinero para comprar los artículos?

R: No, los artículos se compran a crédito así que no hay problema de disponer de fondos, lógicamente que hay un tope de crédito pero es mayor de lo que se puede meter adentro del camión.

b- P: ¿Me puede explicar la capacidad del camión, por qué kg y/o m3?

R: El camión es cerrado, tiene una especie de caja donde no entran mas de 60 m3, pero, al mismo tiempo si le cargamos mas de 20.000 kg violaríamos las reglamentaciones de tránsito.

c- P: Veamos si entendimos ¿si le cargo algo muy pesado, tipo plomo, voy a poner 20.000 kg y me va a quedar espacio sobrante que no puedo usar?

R: Correcto.

d- P: ¿Y si le cargo algo muy liviano ocuparía los 60 m3 pero no llegaría hasta los 20.000 kg?

R: Exacto, es así. En ambos casos el costo del viaje es de 200$.

e- P: ¿Qué es la estiba?

R: Estibar es acomodar la carga adentro del camión.

f- P: ¿Y cómo se entiende ese 5% de desperdicio?

R: Quiere decir que, por mejor que acomoden las cosas adentro del camión, no se va a poder aprovechar todo el espacio, un 5% se desaprovecha.

Aclaradas las dudas analizamos que debemos tener en cuenta la ganancia que genera cada artículo, y también el peso y el volumen. Es más, en algunos casos será importante el peso, pero puede ocurrir que en otros casos sea más importante el volumen. ¿Cómo podemos hacer para determinar qué tener en cuenta en cada caso? Debemos analizar artículo por artículo para determinar qué es lo preponderante: si el peso o el volumen. Supongamos que ya tenemos hecho eso y podemos hacer un ranking de artículos. En ese caso podemos usar el ranking para ir llenando el camión dando prioridad a los artículos mejor ubicados. Por supuesto debemos primero cumplir con los mínimos por artículo y luego colocar los mas convenientes sin superar la demanda máxima.

Hipótesis [completar]

- Los artículos pueden ser cargados en el camión aprovechando en forma efectiva el 95% del espacio. Independientemente de las formas de los embalajes, las cantidades a cargar y los distintos pesos de los artículos.
- Los artículos no se deterioran ni afectan de ninguna forma por la estiba.
- Dentro de los límites de la demanda establecidos se venderán todos los artículos.

Cálculo

Art.	Precio de compra	Precio de venta	Ganancia $/unidad (Precio de venta – Precio de compra)	Peso por unidad (kg)	Cantidad máxima de unidades por peso	Volumen por unidad (m^3)	Cantidad máxima de unidades por volumen	Mínimo de los dos máximos multiplicado por ganancia unitaria
A	33	40	7	2	10000	0,005	11400	70000
B	50	70	20	3	6667	0,01	5700	114000
C	25	30	5	1	20000	0,05	1140	5700
D	68	80	12	5	4000	0,02	2850	34200
E	46	50	4	2,5	8000	0,003	19000	32000
F	18	30	12	3	6667	0,02	2850	34200

La última columna nos indica cuanto ganaríamos llenando el camión con ese sólo artículo y nos permite, ordenando de mayor a menor, obtener el ranking de los artículos. Para esta primera página el ranking sería B,A,D,F,E,C (el empate entre D y F lo resolvemos aplicando el orden en que aparecen los artículos).

Heurística

1) Volumen máximo = 60 * .95 = 57m3

2) Peso máximo = 20.000 kg

3) Volumen utilizado = 0

4) Peso utilizado = 0

5) Calcular peso y volumen de la demanda mínima de cada artículo

6) Volumen utilizado = Volumen utilizado + Σ Volumen demanda mínima artículo i

7) Peso utilizado = Peso utilizado + Σ Peso demanda mínima artículo i

8) Comparar Volumen utilizado y peso utilizado con volumen máximo y peso máximo; si se excedieron el problema es incompatible, si no continuar.

9) Seleccionar entre los artículos que aún no llegaron a su demanda máxima aquél que esté mejor colocado en el ranking.

10) Para el artículo seleccionado calcular volumen y peso de las unidades entre demanda mínima y demanda máxima.

11) Volumen utilizado = Volumen utilizado + Volumen artículo seleccionado

12) Peso utilizado = Peso utilizado + Peso artículo seleccionado

13) Comparar Volumen utilizado y peso utilizado con volumen máximo y peso máximo; si se excedieron continuar, si no volver a (9).

14) Calcular máxima cantidad de unidades que se pueden agregar por peso y por volumen para el disponible (Volumen Disponible = Volumen máximo – Volumen utilizado, idem para peso). Tomar la menor de las dos.

15) Fin

▼ Problema para resolver Nº2

Un barco de las Naciones Unidas debe ir a Ruanda con un cargamento de alimentos. Estos se enviarán en cajas, todas del mismo tamaño, por lo que se desea saber cuál es la mejor combinación de productos que debe contener cada una. A continuación se muestran los posibles componentes del cargamento y, para cada uno de ellos, la cantidad de personas que se puede alimentar colocando una unidad de producto en la caja (promedio de la UNESCO) y el volumen ocupado por una unidad del producto (se debe considerar que la caja tiene 1 metro cúbico de volumen):

Producto a enviar (nombre y unidad de medida)	Volumen ocupado (m^3/unidad)	Personas a alimentar (pers/unidad)
Arroz (paquetes)	0,10	4
Polenta (paquetes)	0,07	5
Almidón (cajas)	0,25	10
Harina (paquetes)	0,09	3
Agua Mineral (bot.)	0, 15	0
Conservas (latas)	0,04	2
Leche en Polvo (cajas)	0, 10	7

Cada una de las cajas puede contener más de una unidad de un mismo producto, pero no más de cinco. La ONU desea que el contenido de cada caja alimente a la mayor cantidad posible de personas.

Por cada caja de leche en polvo se deben incluir, al menos 3 botellas de agua mineral. Además por cada 5 personas que se puedan alimentar con la caja, esta debe contener, al menos, una botella de agua mineral.

Análisis previo

¿Qué significa que una caja tenga la mejor combinación? Que entre la mayor cantidad posible de productos. Es un problema de mochila donde la cantidad de personas a alimentar es el valor y donde se busca maximizar la cantidad de gente alimentada por cada caja. Además tiene ciertas restricciones sobre los elementos que pueden guardarse en una misma caja.

Lo ideal sería que algo de poco volumen alimente a muchas personas, entonces el ranking se va a hacer ordenando por Personas a alimentar sobre volumen ocupado.

Ranking de ganancia por caja:

Producto	Volumen ocupado	Personas a alimentar	P/V
Polenta	0.07	5	71
Leche	0.1	7	70
Conservas	0.04	2	50
Almidón	0.25	10	40
Arroz	0.1	4	40
Harina	0.09	3	33
Agua	0.15	0	0

Objetivo

Determinar la cantidad de cada producto para cada caja para maximizar la cantidad de personas a alimentar durante un determinado período de tiempo.

Hipótesis

- La cantidad total de productos que se pueden poner en la caja no está limitada, siempre que no se supere la máxima capacidad en volumen.
- El valor (cantidad de personas que alimenta) y el espacio de los productos no varían y son exactos.
- No hay demandas máximas ni mínimas de productos ni de cajas.
- No hay desechos ni pérdidas en el proceso de carga y traslado de las cajas.
- No hay un número máximo de cajas a enviar, se pueden enviar todas las cajas que se deseen. ***not sure**
- No hay limitación en cuanto a la cantidad de productos, se tienen todos los productos que se necesiten.
- El traslado a Ruanda no tiene costo.
- Todos los alimentos llegan a destino en buen estado.
- Las cajas pueden tener un volumen inferior a 1m3, no es necesario que estén llenas.
- Los productos ocupan el lugar indicado sin importar su forma.

- Los productos no se pueden fraccionar.
- Todas las cajas pueden tener la misma composición.
- Todos los alimentos de un mismo tipo son indistinguibles entre sí.
- No importa el peso que tenga la caja
- Solo agrego una botella de agua cada 5 personas

Variables

Variable	Definición	Tipo	Unidad
Yij	Vale 1 si se carga el producto i en la caja j. 0 si no	Bivalente	
Xij	Cantidad de producto i almacenado en la caja j	Entera	u/periodo

i = {1, 2, …, m}

j = {1, 2, …, n}

Modelo matemático

Funcional:

$$max(Z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} w_i * Xij)$$

El espacio total de los productos no puede superar a la capacidad máxima de la caja:

$$\sum_{i=1}^{m} w_i * Xij \leq 1$$

para j={1, 2, …, n}

Cada una de las cajas puede contener más de una unidad de un mismo producto, pero no más de cinco:

$$Xij \leq 5$$

Por cada caja de leche en polvo se deben incluir, al menos 3 botellas de agua mineral:

$$Y_{leche_j} \leq Y_{agua_j}$$

$$3Y_{leche_j} \leq X_{agua_j}$$

$$Y_{ij} \leq X_{ij}$$

Por cada 5 personas que se puedan alimentar con la caja, esta debe contener, al menos, una botella de agua mineral:

$$X_{agua_j} \geq \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i * Xij}{5} - 0.9 + m$$

*****para que redondee para abajo

Heurística

Productos disponibles = [Arroz, Polenta, …]

Volumen maximo = 1m3

Para cada caja:

1. Volumen caja = 0 m3
2. Productos disponible para caja actual = copia de Productos disponibles

3. Personas alimentadas = 0
4. Seleccionar producto que esté mejor rankeado dentro de los productos disponibles para la caja actual. Si en la caja ya hay 5 unidades de ese producto, seleccionar el siguiente producto mejor rankeado. En cualquier caso, si hay empate seleccionar por orden alfabético. Si no hay ningún producto disponible, se considera a la caja como completa → continuar con la siguiente caja.
5. Si el producto seleccionado es leche en polvo:
    a. Agregar 3 botellas de agua mineral. Si Volumen > 1m3, quitar las botellas de agua y el último producto, descartarlo de los productos disponibles y volver a 1.
6. Verificar si personas alimentadas = 5
    a. Si → Agregar a la caja un agua mineral. Si Volumen > 1m3, quitar el agua y el último producto, descartarlo de los productos disponibles y volver a 1. Sino, reiniciar personas alimentadas a 0.
7. Actualizar valor de personas alimentadas. *no se si va aca…
8. Calcular el nuevo volumen de la caja. Si es mayor a 1m3, quitar el producto de los disponibles y volver a 1. Si es igual a 1, FIN. Si no, volver a 1.

FIN

Sugerencia: está medio ensalada… dejar en claro cuándo se agrega o quita una unidad de cada producto. No es necesario que esten super explicitas tooodas las variables, se tiene que entender la idea del algoritmo.

Cómo quedarian las cajas:

1. Selecciono polenta
2. Alimenta a 5 personas ⇒ agrego 1 botella de agua. Volumen = 0.07 + 0.15 = 0.22
3. Selecciono polenta
4. Agrego 1 botella de agua. Volumen = 0.22 + 0.22 = 0.44
5. Selecciono polenta
6. Agrego 1 botella de agua. Volumen = 0.44 + 0.22 = 0.66
7. Selecciono polenta
8. Agrego 1 botella de agua. Volumen = 0.66 + 0.22 = 0.88
9. Selecciono polenta
10. Agrego 1 botella de agua. Volumen = 0.88 + 0.22 > 1 ⇒ quito polenta y agua de la caja y quito polenta de productos disponibles
11. Selecciono leche
12. Agrego 3 botellas de agua ⇒ Volumen = 0.88 + 0.15*3 + 0.1 > 1 ⇒ no puedo agregar leche ⇒ quito leche y botellas de la caja, quito leche de productos disponibles
13. Selecciono conservas
14. Agrego conservas ⇒ Volumen = 0.88 + 0.04 = 0.92
15. Selecciono conservas
16. Agrego conservas ⇒ Volumen = 0.92 + 0.04 = **0.96**
17. Selecciono conservas
18. Agrego conservas ⇒ Volumen = 1
19. Personas alimentadas = 6 ⇒ agrego 1 botella de agua. Volumen > 1 ⇒ quito conservas y botella de agua.
20. Selecciono almidón
21. Agrego almidón ⇒ Volumen > 1

22. Continua hasta que la lista de productos disponibles queda vacía, ya no hay productos que se puedan agregar…

CAJA: 4 paquetes de polenta, 4 botellas de agua y 2 latas de conservas.

Nota: se podría sumar los datos de la botella de agua al de la leche en polvo por la restricción del problema.

▼ Problema para resolver Nº7

Se tienen cuatro trabajos que llamaremos A, B, C y D. Cada uno de ellos consta de dos tareas, una debe hacerse en la máquina M1 y la otra en la máquina M2. A continuación indicamos, para cada trabajo, el orden de procesamiento y los tiempos de procesamiento en cada máquina.

Trabajo	Orden de procesamiento	Tiempo de proces. en M_1	Tiempo de proces. en M_2
A	Primero debe pasar por M_1 y luego por M_2.	2 minutos	4 minutos
B	Libre (pasa en el orden que se desee por M_1 y M_2)	5 minutos	10 minutos
C	Primero debe pasar por M_1 y luego por M_2.	3 minutos	2 minutos
D	Primero debe pasar por M_1 y luego por M_2.	1 minuto	5 minutos

Se pide:

a- Planteá dos heurísticas de construcción para resolver este problema.

b- Indicá, de acuerdo con los datos anteriores, cuál de las dos heurísticas que planteaste considerás que es mejor para este problema en particular y por qué.

▼ Problema para resolver Nº12

Una empresa de distribución de correspondencia debe clasificar los giros que han sido despachados y enviarlos a las casillas de correo correspondientes para cada uno. Es beneficioso que los giros lleguen lo más rápidamente posible. La clasificación se hace con una mini-computadora basada en la máquina clasificadora de cheques.

Antes de que un lote de giros pase a través de la máquina, ésta debe ser programada en una forma simple y rápida de tal modo que especifique la bolsa de destino para cada giro de acuerdo con su destino. Para procesar cada giro, el clasificador lee un código de barras del cual decodifica la casilla postal y dirige el giro a la bolsa que corresponde. Como la máquina tiene 4 bolsas, si hay más de cuatro destinos para los giros, entonces algunas bolsas colectarán giros de varios destinos.

Si una fracción importante de giros de un lote pertenece a una misma casilla postal, entonces una bolsa será programada para recibir giros solamente de esa casilla.

Los giros de esa bolsa se dice que se “matan” en este paso. Los giros que son colectados en una bolsa no individual, no se “matan” en el paso y deben volver a pasar por la máquina.

Tenemos los datos estadísticos del año pasado, en los cuales se identificaron las 25 casillas postales con las que se opera con más frecuencia. El promedio diario de giros procesados se tabula así (C significa casilla y Giros, la cantidad de giros por día):

C	Giros
A	600
B	200
C	100
D	400
E	800

C	Giros
F	9000
G	500
H	100
I	4000
J	4500

C	Giros
K	2000
L	12000
M	10000
N	500
O	900

C	Giros
P	5000
Q	300
R	1200
S	3000
T	2000

C	Giros
U	800
V	600
W	400
X	1000
Y	500

La computadora puede procesar 200 giros por minuto. El método actual de clasificación de giros asigna 6 casillas a cada una de 3 bolsas y 7 casillas a la cuarta bolsa (en la primera pasada). En la segunda pasada, cada una de las cuatro bolsas anteriores se procesa como un lote separado y 3 de las 6 ó 7 casillas se “matan” cuando se procesa cada lote. En el tercer paso se procesan cuatro lotes y cada una de las tres o cuatro casillas de cada lote se “matan”. Inicializar (set-up) el clasificador para procesar cada lote lleva muy poco tiempo. El tiempo total de clasificación es proporcional al número de giros que pasan por la máquina en el procesamiento de todos los lotes. La persona que maneja el clasificador dice que tal vez no clasifique los giros de la forma más eficiente. Tal vez más casillas grandes deban ser "matadas" en el primer y segundo paso.

a. Desarrollá un método heurístico que mejore el método de clasificación actual. Planteálo en una forma general pero precisa, tal que pueda aplicarse a cualquier número de casillas de correo y a un proceso con cualquier cantidad de bolsas de clasificación.

b. Formulá el problema como un programa entero. Se pueden definir las variables usadas $X_{ij} = 1$ si la casilla de correo i se "mata" en la pasada j, 0 de lo contrario. Otras formulaciones que no involucren estas variables, también pueden ser correctas.

c. Suponé que hay un tiempo de "set-up" el cual es incurrido por cada lote procesado. ¿Cómo afecta esto a los dos procedimientos anteriores? Considerá que ese tiempo de "set-up" es de 3 minutos. Ahora, hacé el mismo análisis considerando que el tiempo es de 60 minutos. ¿Llegás a la misma conclusión? ¿Podrías decir a partir de qué valor de “set-up” el procedimiento indicado en el punto 1) pasa a ser menos conveniente que el proceso que actualmente está aplicando la empresa?

Para cada pregunta, probá tu solución en el problema de las 25 casillas de correo. Además, discutí las ventajas y las desventajas de la aproximación a cada pregunta si fueran aplicadas a un problema tan grande como uno con 400 casillas de correo y 20 bolsas de clasificación.

▼ Problema para resolver Nº18

Para el problema 3.16 (contenedor de cadmio de la empresa Black Hole), el chofer del camión propone la siguiente heurística para recorrer las diferentes regiones.

- Ordenar las regiones según el Delta T que producen en el Cadmio, de mayor a menor . (Primero las que aumenten más su temperatura, luego las que lo aumenten menos, luego las que lo disminuyan menos y por último las que lo disminuyan más.)
- Recorrer las regiones en ese orden.
- Fin.

De esta manera, nos indica, el cadmio se encuentra siempre a la mayor temperatura posible.

c) Indicar qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene. ¿Cuándo va a funcionar mal? ¿Qué condiciones deberían cumplirse para que funcione bien?

d) Plantear una heurística de construcción para resolver el problema. Tener en cuenta que la heurística debe tender al mejor resultado posible, y no debe tener los problemas observados en el punto anterior.

a. En ningún momento tiene en cuenta la distancia, cumple la restricción de que la temperatura no sea menor a 0 pero no considera a nuestro objetivo que es recorrer la menor distancia. La heuristica esta enfocada en la temperatura, entonces va a encontrar una solución factible seguro, pero no tiene en cuenta ningún criterio de eficiencia. La heuristica tampoco dice el criterio de desempate si hay dos deltas iguales. Va a funcionar bien cuando las ciudades que tienen incrementos/decrementos parecidos de temperaturas estén cerca, va a funcionar mal cuando las ciudades que tienen incrementos/decrementos de temperaturas similares estén lejos.

b. *Copiado - no está del todo ok*

Considerando las siguientes hipótesis que se tomaron en mi resolución del Ejercicio 3.16:

- Se recorren todas las regiones sólo una vez
- Los costos asociados al viaje no se tienen en cuenta
- Los valores para las distancias y cambios de temperatura son constantes durante el período establecido
- No hay inconvenientes en los traslados
- No ocurren daños en el contenedor durante el viaje

```
/*Considerando:
   • t_actual: Temperatura actual del contenedor
   • dist_recorrida: Distancia recorrida hasta el momento
   • t_i: Delta T de la región i con su signo
   • dist_region_actual_a_i: distancia entre la región actual a la región i (i
     no incluye a la filial, pero "actual" sí)
   • R_actual: distancia entre región actual (que va a ser la última visitada)
     hasta la filial
   • Si hay empate de distancias menores, elijo la que tenga menor i (sin
     contar la filial). Por ejemplo, entre la región 1 y 2, me quedo con la 1
     si hay empate*/

   1. Parto de la Filial con t_actual = 0, dist_recorrida = 0 y todas las
      Regiones sin visitar
   2. Mientras queden Regiones sin visitar
         a. Para cada Región i sin visitar que no sea la actual ni la filial
            i.   Si (t_actual + t_i >= 0) y (dist_region_actual_a_i es la
                 menor)
                    1. Visito Región i y la marco como actual
                    2. t_actual += t_i
                    3. dist_recorrida += dist_region_actual_a_i
           ii.   Sino
                    1. i++
   3. Vuelvo a la filial con dist_recorrida+=R_actual y t_actual
```

Sugerencia: ordernar regiones por distancia de menor a mayor. ¿Cómo trabaja la heurística si no encuentra solución? estaría mal decir que es incompatible, hay que decir que no se encontró solución factible con esta heurística.