6. Análisis Paramétrico

Temario

A- *Modificación de las dimensiones de un problema.*
   1- *Introducción de nuevos productos.*
   2- *Determinación del beneficio límite para fabricar un nuevo producto manteniendo la estructura óptima de solución.*
   3- *Introducción de nuevas restricciones.*
   4- *Determinación de la capacidad límite de una nueva restricción para que no altere la solución del problema*

B- *Posibilidad de inversiones con análisis de rendimiento*
   1- *En productos.*
   2- *En recursos.*
   3- *En ambos.*

C- *Modificaciones al problema original*
   1- *Introducción de nuevas restricciones acompañada de cambios en los coeficientes de eficiencia.*
   2- *Introducción de nuevas restricciones y su influencia en el valor de las variables.*
   3- *Introducción de restricciones de demanda mínima y modificaciones a las mismas.*
   4- *Introducción de restricciones de demanda máxima y modificaciones a las mismas.*

D- *Análisis de alternativas de inversión en base al rendimiento de las mismas en función económica y de obtención de recursos saturados.*

Problema Tipo Nº 1

En una fábrica de medias se desea analizar la operación de un sector integrado por tres equipos E_1, E_2, E_3 donde se procesan los productos A, B, C. Los tiempos de proceso de los productos son los del siguiente cuadro, medidos en horas de equipo/docena de producto.

	A	**B**	**C**
Equipo 1	0,8	0,8	0,3
Equipo 2	0,6	1,2	—
Equipo 3	0,6	1,0	0,6

Se ha determinado además, la disponibilidad mensual de cada uno de los equipos. Esta importa respectivamente 160, 180 y 110 horas. Asimismo, se estima en 100 docenas mensuales la cantidad demandada máxima del producto A, y en 120 docenas mensuales la cantidad demandada máxima del producto B.

Por otra parte, la Dirección de la empresa desea producir como mínimo 80 docenas mensuales del producto B.

El margen de beneficio de cada producto es de 50 \$/docena de A, 40 \$/docena de B y 30 \$/docena de C.

El programa óptimo es el que hace máximo el margen total de beneficio.

Habiéndose resuelto el problema de programación lineal y disponiéndose de la tabla óptima obtenida por el Método Simplex, se pide:

1- ¿Convendrá producir el producto D, nuevo, cuyo insumo de los Equipos 1, 2 y 3 es respectivamente 1,4, 1,2 y 0,5 horas por docena; no tiene restricciones de demanda y su margen de beneficios es de 40 \$/docena?

2- ¿Convendrá producir el producto E, nuevo, cuyo insumo de los Equipos 1, 2 y 3 es respectivamente 1,0, 1,2 y 1,0 horas por docena; no tiene restricciones de demanda y su margen de beneficios es de 85 \$/docena?

<u>Tablas de Simplex (primera y óptima)</u>

			50	40	30							-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	μ
	X_4	160	0,8	0,8	0,3	1	0	0	0	0	0	0
	X_5	180	0,6	1,2	0	0	1	0	0	0	0	0
	X_6	110	0,6	1	0,6	0	0	1	0	0	0	0
	X_7	100	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	X_8	120	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
-M	μ	80	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	1
Z = 0			-50	-M-40	-30	0	0	0	0	0	M	0

			50	40	30						
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
50	X_1	50	1	0	1	0	0	5/3	0	0	5/3
40	X_2	80	0	1	0	0	0	0	0	0	-1
	X_4	56	0	0	-1/2	1	0	-4/3	0	0	-8/15
	X_5	54	0	0	-3/5	0	1	-1	0	0	1/5
	X_7	50	0	0	-1	0	0	-5/3	1	0	-5/3
	X_8	40	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Z = 5700			0	0	20	0	0	250/3	0	0	130/3

1. *<u>¿Convendrá producir el producto nuevo D?</u>*

El lucro cesante de la producción que dejará de fabricarse para permitir fabricar una docena de D, será:

$$1{,}4 * Y_1 \quad + \quad 1{,}2 * Y_2 \quad + \quad O{,}5 * Y_3$$
$$1{,}4 * 0 \quad + \quad 1{,}2 * 0 \quad + \quad O{,}5 * 250/3 = 41{,}67 \text{ \$/docena D}$$

Dado que el margen de beneficios del producto D es inferior a dicho valor, estamos seguros de que no convendrá fabricarlo.

Si el lucro cesante hubiera sido inferior a \$40, en principio parecería que conviene fabricarlo, pero hay que seguir el procedimiento que veremos en el siguiente punto, para incorporar el nuevo producto y asegurar que conviene.

2. *<u>¿Convendrá producir el producto nuevo E?</u>*

El lucro cesante de la producción que dejará de fabricarse para permitir fabricar una docena de E, será:

$$1 * Y_1 \quad + \quad 1{,}2 * Y_2 \quad + \quad 1 * Y_3$$
$$1 * 0 \quad + \quad 1{,}2 * 0 \quad + \quad 1 * 250/3 = 83{,}33 \text{ \$/docena E}$$

Dado que el margen de beneficios del producto E es de \$85 (superior al lucro cesante), en principio pareciera que conviene fabricarlo. Para asegurarlo tenemos que calcular para nuevo producto el Z_j - C_j, si éste es negativo, la nueva variable entraría en la base, esto significa que el producto sería conveniente fabricarlo.

Para calcularlo sin hacer todo el problema de nuevo desde el principio, usamos el método de premultiplicar el vector del producto E en la primera tabla por la matriz de cambio de base (repasá en tu clase teórica de dónde surge la matriz de cambio de base):

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 5/3 & 0 & 0 & -5/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4/3 & 0 & 0 & 8/15 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1/5 \\ 0 & 0 & -5/3 & 1 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} x \begin{vmatrix} 1 \\ 1{,}2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5/3 \\ 0 \\ -1/3 \\ -1 \\ -5/3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

*Z_{10} = 5/3 * 50 + 0 * 40 – 1/3 * 0 – 1 * 0 – 5/3 * 0 + 0 * 0 = 250/3 = 83,33*
Z_{10} - C_{10} = 83,33 – 85 = - 1,66

Como Z_{10} - C_{10} < 0, conviene fabricar el producto E. Para saber cuántas unidades se fabrican hay que incorporar el producto en la tabla óptima del directo.

			50	40	30							85	TITA
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	
50	X_1	50	1	0	1	0	0	5/3	0	0	5/3	5/3	30
40	X_2	80	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	-
	X_4	56	0	0	-1/2	1	0	-4/3	0	0	-8/15	-1/3	-
	X_5	54	0	0	-3/5	0	1	-1	0	0	1/5	-1	-
	X_7	50	0	0	-1	0	0	-5/3	1	0	-5/3	-5/3	-
	X_8	40	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	-
Z = 5700			0	0	20	0	0	250/3	0	0	130/3	-1,66	

El nuevo producto entrará a la base con valor inicial 30 (el valor de tita) reemplazando a X1. Continuamos iterando hasta el óptimo:

			50	40	30							85
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
85	X_{10}	30	3/5	0	3/5	0	0	1	0	0	1	1
40	X_2	80	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0
	X_4	66	1/5	0	-3/10	1	0	-1	0	0	-1/5	0
	X_5	84	3/5	0	0	0	1	0	0	0	6/5	0
	X_7	100	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	X_8	40	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
Z = 5750			1	0	21	0	0	85	0	0	45	0

En la solución óptima se fabrican 30 unidades del nuevo producto y 80 de X2, con una ganancia de 5750.

Problema Tipo Nº 2

"ALWAYS YOUNG" es una empresa dedicada a la elaboración y venta de dos tipos de cremas de belleza: "JUST IN TIME" y "FORGET IT". Para ello insume colágeno, crema base y extracto "SUPER RICO" según la siguiente tabla:

	Colágeno	**Crema base**	**Extracto "SUPER RICO"**
JUST IN TIME	20 grs./pote	80 grs./pote	—
FORGET IT	30 grs./pote	60 grs./pote	10 grs./pote

El extracto es el resultado de la mezcla enriquecida de colágeno y crema base en la siguiente proporción: 20 grs. de colágeno y 75 grs. de crema base por cada 100 grs. de extracto "SUPER RICO". Se dispone de 20 kg. de colágeno y 60 kg. de crema base para el próximo mes. Se sabe que la venta de "JUST IN TIME" reporta un beneficio de 20 $/pote y la de "FORGET IT", 35 $/pote. El costo de elaboración del extracto es de 0,06 $/gr. y los costos de compra del colágeno y la crema base ya considerados en los beneficios unitarios son de 50 $/kg. y 20 $/kg, respectivamente.

Tabla inicial

			20	35	-0,06			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
0	X_4	20000	20	30	0,2	1	0	0
0	X_5	60000	80	60	0,75	0	1	0
0	X_6	0	0	10	-1	0	0	1
Z = 0			-20	-35	0,06	0	0	0

Tabla óptima directa

			20	35	-0,06			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
35	X_2	625	5/8	1	0	1/32	0	1/160
-0,06	X_3	6250	25/4	0	1	5/16	0	-15/16
0	X_5	17812,5	605/16	0	0	-675/320	1	105/320
Z = 21500			3/2	0	0	43/40	0	11/40

Tabla óptima dual

			20000	60000				
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
20000	Y_1	43/40	1	675/320	0	0	-1/32	-5/16
0	Y_3	11/40	0	-105/320	1	0	-1/160	15/16
0	Y_4	3/2	0	-605/16	0	1	-5/8	-25/4
Z = 21500			0	-17812,5	0	0	-625	-6250

Preguntas

1- Se estudia elaborar una nueva crema cuyos insumos son los siguientes: 40 grs. de colágeno, 40 grs. de crema base y 20 grs. de extracto "SUPER RICO", por pote. ¿Qué beneficio debería tener para que convenga elaborarla?

2- ¿Cómo será el programa de producción en el supuesto caso de que se decida no elaborar extracto "SUPER RICO"? Responda conceptualmente.

3- Se dispone de 100 pesos adicionales para utilizarlos en la producción del próximo mes. ¿En qué convendría invertirlos? Indique cuántos pesos ha ganado por cada peso invertido. (Justificar no sólo implica indicar qué se hace, sino indicar y evaluar todas las alternativas).

4- Existe la posibilidad de mejorar la textura de las cremas por medio de un proceso de refinación. El proceso para la crema "JUST IN TIME" lleva 2 segundos por pote, y 3 segundos por pote para la crema "FORGET IT". Se dispone de 2.800 segundos en el mes. El costo del segundo de refinación es de $ 3 y permitiría aumentar en $ 7 el precio de venta de la crema "JUST IN TIME" y en $ 9 el de "FORGET IT". ¿Es conveniente? Justificar.

Resolución

Variables (planteo Directo)	**Descripción**	**Unidad**
X_1	Cantidad de crema 'JUSTIN TIME' a fabricar	potes/mes
X_2	Cantidad de crema FORGET IT' a fabricar	potes/mes
X_3	Cantidad de extracto "SUPER RICO" a producir	gramos/mes
X_4	Sobrante de colágeno	gramos/mes
X_5	Sobrante de crema base	gramos/mes
X_6	Sobrante de extracto "SUPER RICO"	gramos/mes

1. *Estudio de la posibilidad de la elaboración de una nueva crema*

$$\begin{vmatrix} 1/32 & 0 & 1/160 \\ 5/16 & 0 & -15/16 \\ -675/320 & 1 & 105/320 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 40 \\ 40 \\ 20 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 11/8 \\ -25/4 \\ -605/16 \end{vmatrix}$$

Para que convenga fabricar este producto el $Z_7 - C_7$ debe ser negativo o cero.

$$Z_7 - C_7 = 35 * 11/8 + (-0,06) * (-25/4) + 0 * (-605/16) - C_7 \leq 0$$
$$\Rightarrow \quad C_7 \geq 48,5$$

2. *¿Qué pasaría si no elaboraremos extracto "SUPER RICO"?*

Las inecuaciones de nuestro problema son las siguientes

$$20\,X_1 + 30\,X_2 + 0,2\,X_3 \leq 20000$$
$$80\,X_1 + 60\,X_2 + 0,75\,X_3 \leq 60000$$
$$10\,X_2 - X_3 \leq 0$$

Si X_3 no se fabrica $\Rightarrow$ $X_3 = 0$

por la 3a inecuación: $10X_2 \leq 0 \Rightarrow X_2 \leq 0$

Como actualmente X_2 y X_3 se están fabricando, no se fabricarán más y, dado que X_1 sí puede fabricarse (en él no influye X_3), el modelo fabricará todo 1o que pueda de crema "JUST IN TIME" (750 potes) hasta consumir la crema base. El costo de oportunidad de X_1 indica que ésta es menos conveniente que X_2 y X_3, pero al no poder producir éstos, fabrica X_1, con un beneficio total de \$ 15000.

3. *¿En qué invertiríamos 100 pesos adicionales?*

Tenemos 2 recursos saturados: colágeno y extracto "SUPER RICO".

Calculamos cuál ofrece un mejor rendimiento.

$$Rendim = \frac{V.M.}{Costo} \quad \text{Es el rendimiento por cada \$ invertido.}$$

Adicionalmente...

$$Gan = \frac{V.M. - Costo}{Costo} = \frac{V.M.}{Costo} - 1 = Rendim - 1 \quad \text{Es la ganancia neta (por peso invertido)}$$

$$Rendim(colágeno) = \frac{43/40}{0,05} = \frac{1,075}{0,05} = 21,5\,\frac{\$}{\$\ invertido}$$

En el caso del extracto, no tengo el costo, pero sí puedo calcularlo sabiendo qué cantidad se necesita de cada recurso para fabricarlo y el costo de cada recurso, agregándole a esto nuestro propio costo de fabricación.

$$Costo\ extracto = 0{,}2 * 0{,}05 + 0{,}75 * 0{,}02 + 0{,}06 = 0{,}085$$

$$Rendim(extracto) = \frac{11/40}{0{,}085} = \frac{0{,}275}{0{,}085} = 3{,}235 \frac{\$}{\$\ invertido}$$

El recurso de mayor rendimiento es el colágeno. Decido entonces invertir en él. Debemos calcular el rango de variación de la disponibilidad de recurso colágeno (b_1) dentro del cual la tabla dual actual sigue conservando su estructura óptima.

$$Z_2 - b_2 \leq 0 \Rightarrow \frac{675}{320} b_1 - \frac{105}{320} * 0 - \frac{605}{16} * 0 - 60000 \leq 0 \Rightarrow b_1 \leq 28444{,}44\ gr.$$

Como la disponibilidad actual es de 20000 gr., podemos aumentarla en 8444,44 gr. conservando la estructura óptima. Otra forma de llegar a la misma conclusión es la siguiente:

$$\Delta b_1^+ = \frac{Z_2 - b_2}{-a_{21}} = \frac{-17812{,}5}{-675/320} = 8444{,}44\ gr$$

Ahora debemos calcular cuántos gramos podemos comprar con el dinero disponible:

$$Cantidad\ a\ comprar = 100/0{,}05 = 2000\ gr.$$

Podemos invertir en la menor de las dos cantidades halladas, para que nos alcance el dinero y se mantenga la estructura óptima actual.

Gramos colágeno a invertir = mín (8444,44 ; 2000) = 2000 gr.

- *Z pasaría a ser 21500 + 2000 * 43/40 = 21500 + 2150 = 23650 \$/mes*
- *Los nuevos valores de producción serían*

  $Z_2 - b_2 = -13593{,}75$ *(sobrante crema base cambiado de signo)*
  $Z_5 - b_5 = -687{,}5$ *(producción "FORGET IT" cambiada de signo)*
  $Z_6 - b_6 = -6875$ *(producción extracto cambiada de signo)*

☞ *Observar:*

Planteo del problema Dual inicial

$$\begin{array}{rcrcrl} 20\,Y_1 & + & 60\,Y_2 & & & \geq 20 \\ 30\,Y_1 & + & 60\,Y_2 & + & 10\,Y_3 & \geq 35 \\ 0{,}2\,Y_1 & + & 0{,}75\,Y_2 & - & Y_3 & \geq -0{,}06 \end{array}$$

Como en la 3ª inecuación el término independiente es negativo para pasar al dual hay que multiplicar toda la inecuación por (-1)

$$-0{,}2\,Y_1 - 0{,}75\,Y_2 + Y_3 \leq 0{,}06$$

Esto no nos afecta para pasar de tabla a tabla (excepto en el valor del B_k, aunque en este caso es cero) pero sí para la matriz inversa óptima porque se encuentra debajo de los vectores canónicos del primer paso. En un problema dual común, los vectores de las slacks son los canónicos multiplicados por (-1), a causa del agregado de artificiales al estar restando las slacks. En cambio, en este problema, al tener una restricción de menor o igual, la slack irá sumando; entonces para sacar la matriz inversa óptima, aquí no se aplica el conocido recurso de multiplicar por (-1) los vectores de las slacks. Aquí habrá uno que *no se multiplica por (-1) por formar la variable (Y_6) el tercer vector canónico en la tabla inicial dual.*

4. <u>*Estudio de la posibilidad de incorporar un proceso de refinación*</u>

Tenemos que agregar un vector columna en la tabla dual, para lo cual lo premultiplicamos por la matriz inversa óptima del dual (observar la tercera columna de la que hablamos en el punto 3)

$$\begin{vmatrix} 0 & 1/32 & -5/16 \\ 0 & 1/160 & 15/16 \\ -1 & 5/8 & 25/4 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3/32 \\ 3/160 \\ -1/16 \end{vmatrix}$$

Si quisiéramos mantener la regla de cambiar el signo a toda la matriz, deberíamos observar que el efecto producido es el mismo si en el vector de la primera tabla, el valor de la tercera inecuación del dual (en este caso igual a 0) se cambia de signo porque esa inecuación cambió de signo.

Calculo el Z_7 - b_7 = $\frac{3}{32} * 20000 + \frac{3}{160} * 0 - \frac{1}{16} * 0 - 2800 = -925$

Como da negativo, significa que no modifica mi estructura óptima.

Como me sobran 925 segundos, quiere decir que uso 1875, y como cada uno me cuesta $ 3, gasto en total $ 5625.

Actualmente, fabrico 625 de X_2. Al aumentar su precio en $ 9 gano $ 5625.

Es decir que lo que gasto y lo que gano es igual. $\Delta Z = 0$.

"Te incumben los deberes de todo hombre: ser justo y ser feliz. Tu mismo tienes que salvarte. Si algo ha quedado de tu culpa yo cargaré con ella."
Otro fragmento apócrifo – J. L. Borges

Problemas a resolver

6.1.

Partiendo del ejercicio 5.8, se pide responder las siguientes preguntas (Las cuatro son independientes entre sí):

a- ¿Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto D para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 4 horas hombre de mano de obra, 3 kilos de materia prima y no está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta? Detallar todos los cálculos.

b- Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 4, 2 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 11. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

c- Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 3, 3 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 14. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

d- ¿Qué consumo máximo de mano de obra deberá un producto E para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2 kilos de materia prima, está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta y se vende a 8 pesos por unidad? Detallar todos los cálculos realizados.

6.2.

Dados el enunciado de un problema de Programación Lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método Simplex, se pide:

a- ¿Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto P_7 para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2 kg. de materia prima y 3 horas de máquina? Detallar los cálculos.

b- Graficar la variación de la cantidad de producto 1, del valor marginal del recurso hs. de máquina y del funcional, al variar la disponibilidad de materia prima entre 8 y 30 kg. por día. Indicar el valor de las pendientes señalando en qué parte de la tabla se encuentran.

c- ¿A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada, disponibilidad del recurso hs. de máquina en una magnitud de 12 horas? Detallar claramente y justificar los cálculos realizados.

d- Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar una nueva restricción, sobre mano de obra, cuya disponibilidad diaria es de 40 hs. hombre, sabiendo que cada producto utiliza 5, 6 y 1 hs. hombre respectivamente por cada unidad. Justificar la respuesta detallando todos los cálculos.

Enunciado

Una empresa fabrica y vende tres productos (1, 2 y 3). Se dispone de 10 kg. diarios de materia prima y de 20 hs. de máquina diaria. Cada producto requiere 1, 2 y 1 kg. de materia prima, respectivamente, y de 4, 2 y 2 hs. de máquina por unidad. Los beneficios unitarios son de 4, 3 y 2 $/unidad

Debido a un contrato firmado con un cliente se deben producir, como mínimo, 2 unidades diarias de producto 2.

Tabla Inicial

			4	3	2				-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	μ
	X_4	10	1	2	1	1	0	0	0
-M	μ	2	0	1	0	0	-1	0	1
	X_6	20	4	2	2	0	0	1	0
Z = -2M			-4	-M-3	-2	0	M	0	0

Tabla Óptima

			4	3	2			
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
4	X_1	10/3	1	0	1/3	-1/3	0	1/3
3	X_2	10/3	0	1	1/3	2/3	0	-1/6
	X_5	4/3	0	0	1/3	2/3	1	-1/6
Z = 70/3			0	0	1/3	2/3	0	5/6

6.3.

Una empresa fabrica y vende tres productos P_1, P_2 y P_3, a partir de tres recursos R_1, R_2 y R_3. El producto P_1 tiene un contrato de entrega mínima de 20 un/mes.

Se construye un modelo de programación lineal y la solución óptima arroja lo siguiente:

$$P_1 = 20,\ P_2 = 20\ \text{, Sobrante } R_1 = 30\ \text{, Sobrante } R_2 = 50$$

Es posible comprar y vender en el mercado los tres productos y los tres recursos. La contribución marginal se calcula como precio de venta menos costo.

a) Se dispone de X pesos. Indicar todas las alternativas pensadas para utilizar ese dinero en el sistema en estudio.

b) Desarrollar en detalle el análisis para ver si conviene comprar o producir la unidad número 20 de P_1.

c) ¿Qué diferencia hay con el análisis de la unidad número 1 de P_1?

d) ¿Cuál de las 2 unidades, la 20ª o la 1ª, es más probable que convenga comprar en lugar de fabricarla?

Justificar todas las respuestas.

6.4.

Una empresa fabrica P_1 y P_2 a partir de tres recursos: Trabajo de operarios, Máquina y Materia Prima. El producto P_1, que se vende a $15, requiere 0,75 hs. de Trabajo de operarios, 1,50 hs. de Máquina y 2 unidades de Materia Prima. El producto P_2, que se vende a $8 requiere 0,50 hs. de Trabajo de operarios, 0,80 hs. de Máquina y 1 unidad de Materia Prima. Cada semana se pueden comprar hasta 400 unidades de Materia Prima a $1,50 la unidad (lo que no se compra, no se paga). Se cuenta con 160 hs. por semana de Trabajo de operarios, pero se pueden conseguir horas extras (hay que pagar \$6 cada hora extra). Se dispone de 320 hs. de máquina por semana. La demanda máxima de P_1 es de 50 un. y la de P_2 es 60 un. Se pueden contratar vendedores. Cada peso que se gasta en contratar vendedores para P_1 aumenta la demanda máxima de ese producto en 10 unidades. Cada peso que se gasta en contratar vendedores para P_2 aumenta la demanda máxima de ese producto en 15 unidades. Se puede gastar como máximo \$100 en contratar vendedores. Se definieron las siguientes variables para el problema:

P_i: cantidad de unidades del producto i (1 ó 2) producidas por semana.

TH: cantidad de hs. extras de Trabajo de operarios por semana

MP: cantidad de unidades de Materia Prima compradas por semana

V_i: pesos gastados por semana en contratar vendedores para el producto i (1 ó 2)

Utilizar la salida de LINDO de este problema para contestar las siguientes preguntas (justificando los resultados obtenidos):

a- Si el precio de P_1 fuera 15,50 ¿seguiría siendo óptima la solución? Si es así ¿cuál sería el nuevo valor del funcional?

b- ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa por una unidad más de Materia Prima? ¿y por otra hora de Máquina?

c- Se considera fabricar un nuevo producto (P_3) que se vendería a \$17 y requiere 2 hs. de Trabajo de operarios, 1 un. de Materia Prima y 2hs. de Máquina. ¿Convendrá fabricar este producto? (Probar con una unidad)

d- Para alguna de las variables que valen cero, explicar cuál tendría que ser su coeficiente en el funcional para que entrara a la base.

```
MAX 15 P1 + 8 P2 - 6 TH - 1.5 MP - V1 - V2
ST
P1 - 10 V1 < 50
P2 - 15 V2 < 60
0.75 P1 + 0.5 P2 - TH < 160
2 P1 + P2 - MP < 0
MP < 400
V1 + V2 < 100
1.5 P1 + 0.8 P2 < 320
END

 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      5

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      2427.667

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        P1       160.000000          0.000000
        P2        80.000000          0.000000
        TH         0.000000          2.133333
        MP       400.000000          0.000000
        V1        11.000000          0.000000
        V2         1.333333          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000          0.100000
        3)         0.000000          0.066667
        4)         0.000000          3.866667
        5)         0.000000          6.000000
        6)         0.000000          4.500000
```

```
        7)        87.666664          0.000000
        8)        16.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       5


RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

               OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE        CURRENT      ALLOWABLE     ALLOWABLE
                  COEF        INCREASE      DECREASE
       P1    15.000000        0.966667      0.533333
       P2     8.000000        0.266667      0.483333
       TH    -6.000000        2.133333      INFINITY
       MP    -1.500000        INFINITY      4.500000
       V1    -1.000000        1.000000      5.333333
       V2    -1.000000        1.000000      7.250000

                RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW        CURRENT      ALLOWABLE     ALLOWABLE
                   RHS        INCREASE      DECREASE
        2    50.000000      110.000000    876.666626
        3    60.000000       20.000000   1314.999878
        4   160.000000       27.500000      2.500000
        5     0.000000        6.666667     55.000000
        6   400.000000        6.666667     55.000000
        7   100.000000        INFINITY     87.666664
        8   320.000000        INFINITY     16.000000
```

6.5.

Una empresa fabrica dos productos: A y B a partir de tres recursos: R_1, R_2 y Trabajo de operarios. El producto A, que se vende a $400 por unidad, requiere 2 kilos de R_1, 3 kilos de R_2 y 1 hora de Trabajo de operarios. El producto B, que se vende a $500 por unidad, requiere 3 kilos de R_1, 2 de R_2 y 2 horas de Trabajo de operarios. Se dispone de 100 kilos de R_1, 120 de R_2 y 70 hs. de Trabajo de operarios (todo por semana). Se pueden comprar más kilos de R_1 a $100 cada uno. Se tiene un pedido comprometido de 20 unidades de A y 25 unidades de B para esta semana.

Se definieron las siguientes variables para el problema:

A: cantidad de unidades del producto A producidas por semana.

B: cantidad de unidades del producto B producidas por semana.

R_1: cantidad de kilos de recurso R_1 que se compran por semana.

Utilizar la salida de LINDO de este problema para contestar las siguientes preguntas (justificar los resultados obtenidos):

a- Suponiendo que el precio de venta de R_1 ahora fuera $190. ¿Todavía se compraría R_1? ¿Cuál sería la nueva solución óptima?

b- ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar la empresa por una unidad más de Trabajo de operarios?

c- Se considera fabricar un nuevo producto (C) que se vendería a $550 y requiere 4 kilos de R_1, 2 de R_2 y 1 hora de Trabajo de Operarios. ¿Convendrá fabricar este producto? (Probar con una unidad)

```
MAX 400 A + 500 B - 100 R1
ST
2 A + 3 B - R1 < 100
3 A + 2 B < 120
1 A + 2 B < 70
A > 20
B > 25
END

 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      5

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      19000.00

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
         A        20.000000           0.000000
         B        25.000000           0.000000
        R1        15.000000           0.000000

       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000        100.000000
        3)        10.000000          0.000000
        4)         0.000000        200.000000
        5)         0.000000          0.000000
        6)         0.000000       -200.000000

 NO. ITERATIONS=       5

 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                  OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE   CURRENT      ALLOWABLE     ALLOWABLE
             COEF        INCREASE      DECREASE
    A      400.000000    INFINITY     100.000000
    B      500.000000    200.000000    INFINITY
   R1     -100.000000    100.000000   100.000000

                 RIGHTHAND SIDE RANGES
 ROW       CURRENT      ALLOWABLE      ALLOWABLE
             RHS        INCREASE       DECREASE
  2      100.000000   15.000000        INFINITY
  3      120.000000    INFINITY       10.000000
  4       70.000000    3.333333        0.000000
  5       20.000000    0.000000        INFINITY
  6       25.000000    0.000000        2.500000
```

6.6.

Tenemos una tabla simplex óptima correspondiente a un modelo en el cual se fabrican tres productos a partir de tres recursos, y en la tabla óptima se fabrica un solo producto. Nos dan $5 para invertir, tenemos la tabla óptima completa y los precios de compra de los tres recursos. No es posible vender recursos.

a- ¿Cómo analizás lo que conviene hacer si se permite comprar un recurso?

b- Idem a-, pero si se permite comprar dos recursos.

c- Idem a-, pero si se permite comprar tres recursos.

d- Si se pudiera elegir cualquiera de las tres alternativas anteriormente mencionadas. ¿En qué te basarías para elegir la mejor de ellas? ¿Cómo demostrarías que es la mejor?

6.7.

Una empresa fabrica dos productos X1 y X2 a partir de tres recursos R1, R2 y R3. Cada unidad de producto X1 consume 4 unidades de R1 y 6 unidades de R3. Cada unidad de producto X2 consume 5 R1, 1 de R2 y 3 de R3. Los productos se venden a $40 y $30 por unidad, respectivamente. Mensualmente se dispone de 140, 25 y 100 unidades de R1, R2 y R3.

Se adjunta la salida de LINDO del modelo correspondiente,

- a- Analizar la solución obtenida, indicando los resultados de la misma en cuanto al plan de producción, recursos consumidos y resultados obtenidos.
- b- Se plantea la posibilidad de fabricar un nuevo producto X3, que consume media unidad de R2 y 2 unidades de R3 por unidad de X3 producida. Este producto se vendería a $9 por unidad. ¿Convendrá fabricar este producto? (Probar con una unidad)
- c- Correr el modelo en LINDO agregando el producto X3 y forzando a producir una unidad de este nuevo producto.
- d- Comparar los resultados obtenidos en b) y c) y analizar las diferencias obtenidas.
- e- Se debe agregar un nuevo proceso de terminación a los productos. Cada unidad de X1 consume dos horas de este proceso, y cada unidad de X2 consume tres horas de este nuevo proceso. Se dispone de 85 horas mensuales para este proceso. ¿cómo afecta esto a la solución obtenida?

```
max
40 x1 + 30 x2

st
4 x1 + 5 x2 <= 140
         x2 <=  25
6 x1 + 3 x2 <= 100


LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      911.1111

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1         4.444445          0.000000
        X2        24.444445          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000          3.333333
        3)         0.555556          0.000000
        4)         0.000000          4.444445
```

```
NO. ITERATIONS=       2


RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                         OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE         CURRENT         ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
      X1       40.000000         19.999998        16.000000
      X2       30.000000         20.000000         9.999999

                         RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW         CURRENT         ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   RHS           INCREASE         DECREASE
       2      140.000000          1.666667        73.333328
       3       25.000000          INFINITY         0.555556
       4      100.000000        110.000000         2.500000
```

6.8.

JARTRON S.A. es una empresa nacional que comenzará a ensamblar computadoras personales en sus dos tipos, J2000 y J1500, e impresoras de chorro de tina de alta gama para el próximo año. Dadas las características del nivel de integración de dichas máquinas, se estima que se utilizarán 3 hh. para ensamblar cada J2000, 1 hh. para cada J1500 y 1 hh. para cada impresora.

Debido a las cláusulas del contrato con la empresa japonesa, origen de los componentes, se requieren 2 hh/máq. para el control de calidad de cada equipo, sin distinción de modelo y tipo, a fin de determinar su correcta implantación, para que OSAKO Co. avale con su marca y su prestigio internacional la fabricación de los equipos en la República Argentina.

Como resultado de un profundo análisis de mercado, la empresa JARTRON sabe que, debido al revolucionario mecanismo de las impresoras que triplica la velocidad de impresión de sus similares en el país, puede introducir en el mercado local hasta 3.000 impresoras en el año; pero a su vez no le conviene vender menos de 1.000 en el mismo período.

La empresa estima que puede contar con 15.000 hh. para la línea de producción y 8.000 hh. para control de calidad para el próximo año. El beneficio neto unitario de las J2000, J1500 e impresoras es de 800, 500 y 400 U$S respectivamente.

Se muestran a continuación las tablas inicial, óptima directa y óptima dual que han resultado de efectuar el análisis de optimización por método Simplex.

<u>Tabla inicial</u>

			800	500	400					-M
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	μ
	X_4	15000	3	1	1	1	0	0	0	0
	X_5	8000	2	2	2	0	1	0	0	0
	X_6	3000	0	0	1	0	0	1	0	0
-M	μ	1000	0	0	1	0	0	0	-1	1
Z = -1000M			-800	-500	-M-400	0	0	0	M	0

Tabla óptima directa

			800	500	400				
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
800	X_1	3000	1	1	0	0	1/2	0	1
400	X_3	1000	0	0	1	0	0	0	-1
	X_4	5000	0	-2	0	1	-3/2	0	-2
	X_6	2000	0	0	0	0	0	1	1
Z = 2.800.000			0	300	0	0	400	0	400

Tabla óptima dual

			15000	8000	3000	-1000			
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6	A'_7
8000	Y_2	400	3/2	1	0	0	-1/2	0	0
-1000	Y_4	400	2	0	-1	1	-1	0	1
	Y_6	300	2	0	0	0	-1	1	0
Z = 2.800.000			-5000	0	-2000	0	-3000	0	-1000

Resolver:

a- La empresa tiene la posibilidad de fabricar impresoras para laboratorios fotográficos con un beneficio de 600 U$S, que requieren 2 hh. de producción. ¿Cuántas horas de control de calidad podrán dedicársele para que sea conveniente su fabricación? ¿Cuál sería la nueva estructura de producción si se decidiera fabricarla?

b- Habiendo tomado conocimiento de que el recurso más restrictivo es la disponibilidad de hh. en control de calidad, los directivos de la empresa han decidido contratar más personal para esa área, por lo cual la disponibilidad anual del recurso aumentará a 12.000 hh. ¿Cómo varía entonces el plan de producción?

c- Si se colocase una línea de prearmado de equipos que dedicara 1 hh. a las J2000, 1/2 hh. a las J1500, y 1/2 hh. a las impresoras, ¿cuál sería la disponibilidad anual necesaria para que no se modifique la solución actual? ¿Qué sucedería si sólo se contara inicialmente con 3000 hh/año? ¿Cuál sería la estructura de producción?

d- ¿Cuál sería el plan óptimo de producción si la empresa consiguiera, a través de los beneficios que otorga la Resolución 44/99, que el beneficio de las impresoras ascienda a 900 U$S?

6.9.

La empresa COMPUQUICK se dedica al dictado de cursos de computación. Actualmente dicta dos tipos de cursos: nivel I y nivel II.

La empresa cuenta con cinco computadoras personales que utiliza para el dictado de los cursos y para capacitación de su personal. Además tiene un plantel de profesionales que dictan parte de los cursos de nivel II y capacitan al personal no especializado.

Se ha hecho un estudio que ha determinado que, para disponer de una hora de personal no especializado, son necesarias una hora de personal especializado (profesionales) y dos horas de máquina.

A continuación se muestra la matriz de insumos de cada tipo de curso.

	Personal no especializado (hs./curso)	**Máquina (hs./curso)**	**Profesionales (hs./curso)**
Nivel I	2	5	—
Nivel II	3	4	3

Mensualmente se dispone de 800 hs. de máquina y 500 hs. de personal especializado (profesionales). Cada curso de nivel I da un beneficio de $ 300 y los de nivel II, $ 500. Además debe tenerse en cuenta que la capacitación del personal no especializado representa un costo adicional de 5 $/hora sobre los costos considerados al calcular los beneficios.

Además se sabe que es posible alquilar horas de máquina a un valor de $ 5 cada una y contratar profesionales a un valor de 10 $/hora.

A continuación se muestran la primera tabla, la última directa y la última dual de resolución por el método Simplex.

<u>Tabla inicial</u>

			300	500	-5			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
	X_4	800	5	4	2	1	0	0
	X_5	500	0	3	1	0	1	0
	X_6	0	2	3	-1	0	0	1
Z = 0			-300	-500	5	0	0	0

<u>Tabla óptima directa</u>

			300	500	-5			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
-5	X_3	240	0,7	0	1	0,3	0	-0,4
	X_5	20	-3,4	0	0	-0,6	1	-0,2
500	X_2	80	0,9	1	0	0,1	0	0,2
Z = 38.800			146,5	0	0	48,5	0	102

<u>Tabla óptima dual</u>

			800	500				
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
800	Y_1	48,5	1	0,6	0	0	-0,1	-0,3
	Y_3	102	0	0,2	1	0	-0,2	0,4
	Y_4	146,5	0	3,4	0	1	-0,9	-0,7
Z = 38.800			0	-20	0	0	-80	-240

<u>Se pide</u>

a- Hacé un informe breve y completo sobre el programa de producción óptimo.

b- Existen dudas sobre la certeza con que se ha calculado el beneficio de los cursos de nivel II. Se presume que el valor calculado podría estar variando en 35 %. Indicá qué ocurriría en ambos extremos.

c- La gerencia de ventas está interesada en lanzar la promoción de un nuevo tipo de curso que insumiría, por curso, 4 hs. de personal no especializado, 5 hs. de máquina y 4 hs. de personal especializado (profesionales). ¿Qué beneficio debería tener cada uno de estos cursos para hacer conveniente el dictado de los mismos?

d- ¿Cómo sería el programa de producción en el caso que X_3 valga cero?

e- Si disponés de \$150 adicionales para invertir, ¿en qué los invertirías? Justificá e indicá cuántos pesos has ganado por cada peso invertido.

f- Es posible mejorar el nivel de los cursos contratando algunos conferencistas extranjeros. Para cada curso sería necesaria 1 hora de conferencia en el nivel I y 2 horas en el II, y se puede disponer de 200 hs. El costo de estas conferencias es de 10 \$/hora, y permitiría aumentar los ingresos por curso en \$ 25.

☞ *Adicional: Obtené una solución óptima para este problema con el LINDO y analizá tus respuestas previas sobre ella*

6.10.

La empresa POMPY S.A. dispone de \$ 40.000.000 para invertir en la compra de nuevos camiones y se le presenta la siguiente opción entre tres tipos distintos de vehículos que se ofrecen en el mercado:

- Vehículo A, que puede transportar 5 ton. por viaje a 70 km./hora y cuesta \$ 800.000.
- Vehículo B, que puede transportar 10 ton. por viaje a 60 km./h. y cuesta \$ 1.300.000.
- Vehículo C, que puede transportar 9 ton. por viaje a 60 km./h. y cuesta \$ 1.500.000.

El vehículo A requiere un hombre por turno y en tres turnos puede promediar 18 hs./día; B y C requieren dos hombres por turno. El vehículo B puede ser operado 18 hs./día en tres turnos y el C, 21 hs./día en tres turnos.

La compañía dispone de 150 conductores. Las disponibilidades de mantenimiento limitan el número total de vehículos a 30. La empresa necesita saber cuántos camiones comprar para hacer máxima su capacidad en traslados-km/día. Por lo tanto, los coeficientes de eficiencia de cada vehículo son los siguientes:

- Vehículo A: 5 ton. x 70 km./h. x 18 h./día = 6.300 ton.km./día
- Vehículo B: 10 ton. x 60 km./h. x 18 h./día = 10.800 ton.km./día
- Vehículo C: 9 ton. x 60 km./h. x 21 h./día = 11.340 ton.km./día

A continuación se muestran la primera tabla del método Simplex, la tabla óptima directa y la tabla óptima dual.

Tabla inicial

			6300	10800	11340			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
	X_4	150	3	6	6	1	0	0
	X_5	30	1	1	1	0	1	0
	X_6	400	8	13	15	0	0	1
Z = 0			-6300	-10800	-11340	0	0	0

Tabla óptima directa

			6300	10800	11340			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
6300	X_1	10	1	0	0	-1/3	2	0
11340	X_3	20	0	1	1	1/3	-1	0
	X_6	20	0	-2	0	-7/3	-1	1
Z = 289.800			0	540	0	1680	1260	0

Tabla óptima dual

			150	30	400			
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
150	Y_1	1680	1	0	7/3	1/3	0	-1/3
30	Y_2	1260	0	1	1	-2	0	1
	Y_5	540	0	0	2	0	1	-1
Z = 289.800			0	0	-20	-10	0	-20

Se pide

a- Confeccioná un informe breve y completo de la solución óptima obtenida mediante su resolución por el método Simplex.

b- Se requiere analizar la conveniencia de una nueva oferta referente a la opción de compra de un camión de tipo D, con una capacidad de carga de 10 ton. a una velocidad promedio de 75 km./h. Este camión podría funcionar veinte horas por día, requiriendo para ese total de horas solamente 3 conductores. Su precio es de $ 2.000.000. En caso de ser conveniente, definir el nuevo plan de inversiones.

c- Se quiere evaluar el perjuicio que ocasionaría un ausentismo promedio del 44% en la capacidad en ton.km./día de la flota. Justificá la respuesta.

d- Consumo de combustible:

- Vehículo A consume 40 lts./día
- Vehículo B consume 30 lts./día
- Vehículo C consume 25 lts./día

Si por razones financieras la empresa no pudiera comprar más de 900 lts. de combustible por día, sabiendo que el consumo promedio diario de los vehículos es el indicado precedentemente, ¿cómo se modificaría el plan de inversión en vehículos?

6.11.

A continuación, se muestran las tablas inicial y final (directa y dual) de un modelo lineal. Se dispone de $ 12. Se puede comprar un recurso o venderlo, pero no se puede hacer ambas cosas al mismo tiempo. Indicar qué es lo más conveniente en cada punto y justificar la respuesta:

a) recurso 3: precio compra = $ 0,5; precio venta = $ 2
b) recurso 2: precio compra = $ 1; precio venta = $ 2
c) ambos recursos: precios a) y b); no se puede comprar y vender un mismo recurso, sí distintos.

Tabla inicial

			3	5			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
	X_3	4	1	0	1	0	0
	X_4	12	0	2	0	1	0
	X_5	18	3	2	0	0	1
Z = 0			-3	-5	0	0	0

Tabla óptima directa

			3	5			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
3	X_1	2	1	0	0	-1/3	1/3
5	X_2	6	0	1	0	1/2	0
	X_3	2	0	0	1	1/3	-1/3
Z = 36			0	0	0	3/2	1

Tabla óptima dual

			4	12	18		
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5
12	Y_2	3/2	-1/3	1	0	1/3	-1/2
18	Y_3	1	1/3	0	1	-1/3	0
Z = 36			-2	0	0	-2	-6

6.12.

Dadas la tabla óptima directa y dual de un problema de P.L. que consiste en la producción de tres productos (X_1, X_2 y X_3) a partir de tres recursos de los que se dispone de 12, 12 y 4 unidades respectivamente, se pide:

a- Disponiendo de $ 16 y sabiendo que se puede comprar recurso 1 a $ 2, recurso 2 a $ 1 y recurso 3 a $ 5 cada unidad. ¿Qué es lo más conveniente? Indique claramente: Hipótesis necesarias para el análisis, cómo selecciona la mejor alternativa, por qué lo hace de esa forma

b- Para el mismo problema del punto anterior se debe decidir la compra de una máquina. Existen tres alternativas excluyentes:

A1t.	**Máquina para producir recurso**	**Tiempo de amortización**	**Incrementa la disponibilidad del recurso en**	**Costo de la máquina**
a	1	un año	5 unidades	$36
b	2	un año	8 unidades	$140
c	3	un año	10 unidades	$74

☞ *Aclaración: amortizar significa recuperar una inversión en un tiempo prefijado*

Para financiar la compra se cuenta con una línea de crédito especial con un costo del 20% anual (sobre el valor de la máquina).

Se pide: hipótesis necesarias para el análisis, cuál máquina comprar (si es que conviene alguna). Justificar la respuesta y explicar el criterio de selección utilizado.

☞ *Nota: es un programa mensual*

Modelo

$$\begin{array}{rcrcrcl}
2X_1 & + & X_2 & + & 3X_3 & \leq & 12 \\
X_1 & + & 2X_2 & + & 3X_3 & \leq & 12 \\
X_1 & - & 2X_2 & + & 3X_3 & \leq & 4 \\
Z = 4X_1 & + & 5X_2 & + & 6X_3 & \rightarrow & \text{Máx.}
\end{array}$$

Tabla óptima directa

			4	5	6			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
4	X_1	4	1	0	1	2/3	-1/3	0
5	X_2	4	0	1	1	-1/3	2/3	0
	X_6	8	0	0	4	-4/3	5/3	1
Z = 36			0	0	3	1	2	0

Tabla óptima dual

			12	12	4			
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
12	Y_1	1	1	0	4/3	-2/3	1/3	0
12	Y_2	2	0	1	-5/3	1/3	-2/3	0
	Y_6	3	0	0	-4	-1	-1	1
Z = 36			0	0	-8	-4	-4	0

6.13.

Dadas las tablas óptimas directa y dual de un problema de P.L., que consiste en la producción de tres productos (X_1, X_2 y X_3), a partir de dos recursos, de los que se dispone de 48 y 24 unidades respectivamente, se pide analizar:

a- Teniendo \$ 30 para invertir y sabiendo que se puede comprar recurso 1 a \$1,5 por unidad y recurso 2 a \$ 1 por unidad. ¿Qué es lo más conveniente para hacer?

Indique claramente: hipótesis necesarias para el análisis, cómo selecciona la mejor alternativa, por qué lo hace de esa forma.

b- Para el mismo problema del punto anterior se debe decidir la compra de una máquina. Existen dos alternativas excluyentes:

A1t.	**Máquina para producir recurso**	**Tiempo de amortización**	**Incrementa la disponibilidad del recurso en**	**Costo de la máquina**
A	1	Un año	7 unidades	\$36
B	2	Un año	14 unidades	\$120

Para financiar la compra se cuenta con una línea de crédito especial con un costo del 20% anual (sobre el valor de la máquina).

☞ *Aclaración: amortizar significa recuperar la inversión realizada en un tiempo prefijado.*

Se pide: hipótesis necesarias para el análisis, cuál máquina comprar (si es que conviene alguna). Justificar la respuesta y explicar el criterio de selección utilizado.

☞ *Nota: es un programa mensual*

Modelo

$$
\begin{array}{rl}
2X_1 + 3X_2 + 7X_3 \geq 24 & \\
6X_1 + 2X_2 + 1{,}4X_3 \leq 48 & \text{Recurso 1} \\
-X_1 + 2X_2 + 7X_3 \leq 24 & \text{Recurso 2} \\
Z = 3X_1 + 4X_2 + 2X_3 \rightarrow & \text{Máx.}
\end{array}
$$

Tabla óptima directa

			3	4	2			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
3	X_1	24/7	1	0	-4/5	0	1/7	-1/7
4	X_2	96/7	0	1	31/10	0	1/14	3/7
	X_4	24	0	0	7/10	1	1/2	1
Z = 456/7			0	0	8	0	5/7	9/7

Tabla óptima dual

			-24	48	24			
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6
48	Y_2	5/7	-1/2	1	0	-1/7	-1/14	0
24	Y_3	9/7	-1	0	1	1/7	-3/7	0
	Y_6	8	-7/10	0	0	4/5	-31/10	1
Z = 456/7			-24	0	0	-24/7	-96/7	0

6.14.

Se tiene un problema resuelto de P.L. Se presentan las siguientes opciones de inversión:

OPCION	COSTO
Recurso 1	2$/un
Recurso 2	1$/un
Recurso 3	10$/un
Producto 1	3$/un
Producto 2	2$/un
Ninguna	0$

a- Se puede comprar a lo sumo una (1) unidad de una (1) sola cosa, sea producto o recurso:

1. ¿Cuál de las opciones elegís y por qué?
2. En caso de comprar algo, ¿cuánto ganás por peso invertido y cuál es la ganancia total (neta)?

b- Se pueden comprar dos recursos simultáneamente, una (1) unidad de cada uno:

1. ¿Conviene comprar de ésta forma?
2. En caso de que convenga comprar, ¿cuáles recursos comprás y por qué?
3. ¿Cuánto ganás por ésta inversión?

Planteo inicial

$$
\begin{array}{rcrcl}
2X_1 & + & X_2 & \leq & 10 \\
X_1 & - & 2X_2 & \leq & 0 \\
 & & X_2 & \leq & 2 \\
Z = 4X_1 & + & 4X_2 & \rightarrow & \text{Máx.}
\end{array}
$$

Tabla óptima directa

			4	4			
C_k	X_k	B_k	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
4	X_1	4	1	0	0	1	2
4	X_2	2	0	1	0	0	1
	X_3	0	0	0	1	-2	-5
Z = 24			0	0	0	4	12

Tabla óptima dual

			10		2		
B_k	Y_k	C_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5
	Y_2	4	2	1	0	-1	0
2	Y_3	12	5	0	1	-2	-1
Z = 24			0	0	0	-4	-2

6.15.

Una empresa programa su producción con un modelo de Programación Lineal Continua. Fabrica tres productos (P1, P2, y P3) y tiene tres recursos (R1, R2 y R3) y dos demandas mínimas de 20 unidades cada una (para los productos P1 y P3). En la tabla óptima del problema se ve que se fabrican los tres productos, un recurso tiene sobrante (sobran 100 kilos de R2) y dos recursos están saturados. Los recursos que están saturados son R1 (cuya disponibilidad actual es de 500 kilos) y R3 (cuya disponibilidad actual es de 1000 kilos).

El dueño de la empresa hizo varias corridas de Simplex y obtuvo los siguientes valores marginales para R1 y R3.

Recurso R1	
Rango	Valor marginal
Desde 0 hasta 200	8
Desde 200 hasta 600	5
Desde 600 hasta 1000	1
Desde 1000 en adelante	0

Recurso R3	
Rango	Valor marginal
Desde 0 hasta 600	10
Desde 600 hasta 900	6
Desde 900 hasta 1500	3
Desde 1500 en adelante	0

a- Se presentan las siguientes posibilidades:

1. Comprar un lote de 200 unidades de R1 a un precio total de $500.
2. Vender un lote de 1000 unidades de R3 a un precio total de $600.
3. Comprar un lote de 400 unidades de R3 a un precio total de $1300.

Indique qué aconseja hacer (no se puede hacer más de una acción), justificando la respuesta.

b- Sabiendo que el precio de venta del producto P1 es de $10 y el precio de venta del producto P3 es de $20, se presenta la posibilidad de comprar unidades fabricadas de P1 o de P3 a $25 cada una y, sin embargo, el gerente acepta esta posibilidad y tiene razón. ¿Por qué motivo puede ser que la acepte y por qué tiene razón?

6.16.

Una empresa fabrica y vende tres productos (X1, X2 y X3) a partir de los recursos R1, R2 y R3. El producto X2 tiene una demanda mínima de 40 un./mes. La empresa usa el siguiente modelo de programación lineal para programar su producción mensual.

X2 >= 40

X1 + 2 X2 + X3 <= 100 (R1)

3 X1 + 2 X2 + X3 <= 120 (R2)

2 X1 + X2 + 3 X3 <= 120 (R3)

(Max) Z= 10 X1 + 5 X2 + 2 X3 (los valores en el funcional son los precios de venta)

<u>Tabla óptima directa</u>

			10	5	2				
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
5	X2	40	0	1	0	-1	0	0	0
	X5	20/3	0	0	2/3	4/3	1	-1/3	0
10	X1	40/3	1	0	1/3	2/3	0	1/3	0
	X7	160/3	0	0	1/3	- 1/3	0	-2/3	1
Z = 1000/3			0	0	4/3	5/3	0	10/3	0

<u>Tabla óptima dual</u>

			-40	100	120	120			
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
-40	Y1	5/3	1	-4/3	0	1/3	-2/3	1	0
120	Y3	10/3	0	1/3	1	2/3	-1/3	0	0
	Y7	4/3	0	-2/3	0	-1/3	-1/3	0	1
Z = 1000/3			0	-20/3	0	-160/3	-40/3	-40	0

a- Se ofrecen dos negocios y hay que ver cuál es el más conveniente. Un negocio consiste en comprar 21 kilos de R2 pagando en total $100. El otro negocio consiste en vender 41 kilos de R2 cobrando en total $250. ¿Cuál de los negocios es el más conveniente? Justificar la respuesta

b- Un cliente que necesita producto X3 y que sabe que no lo estamos fabricando nos ofrece pagar $3,50 por una unidad de X3. Si decidimos aceptar el ofrecimiento habrá que fabricar una unidad de X3 o comprarla a $3. ¿Conviene vender una unidad de X3? Si conviene, ¿la fabricamos o la compramos? Justificar la respuesta.

c- Nos ofrecen vendernos una unidad de X2 a $6. ¿Conviene comprarla o no? Justificar la respuesta.

6.17.

Nuestra empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2. Además, tenemos una serie de pedidos comprometidos de X2 que suman 10 unidades por mes. Aquí vemos el planteo del problema:

2 X1 + 2 X2 <= 80 (kilos de R1/mes)

X1 + 2 X2 <= 50 (kilos de R2/mes)

X2 >= 10 (unidades/mes)

Z = 30 X1 + 20 X2 (MAXIMO)

(30 es el beneficio de X1 y 20 es el beneficio de X2)

<u>Tabla óptima directa</u>

			30	20			
Ck	*Xk*	*Bk*	*A1*	*A2*	*A3*	*A4*	*A5*
30	*X1*	*30*	*1*	*0*	*1/2*	*0*	*1*
	X4	*0*	*0*	*0*	*-1/2*	*1*	*1*
20	*X2*	*10*	*0*	*1*	*0*	*0*	*-1*
Z = 1100			*0*	*0*	*15*	*0*	*10*

<u>Tabla óptima dual</u>

			80	50	-10		
Ck	*Xk*	*Bk*	*A1*	*A2*	*A3*	*A4*	*A5*
80	*Y1*	*15*	*1*	*1/2*	*0*	*-1/2*	*0*
-10	*Y3*	*10*	*0*	*-1*	*1*	*-1*	*1*
Z = 1100			*0*	*0**	*0*	*-30*	*-10*

a- Una famosa empresa amiga nos ofrece lo siguiente: Nos vende R1, pero nos obliga a aumentar la exigencia de producción mínima. Entonces, por cada kg. de R1 que nos vendan debemos aumentar la producción mínima de X2 en dos unidades (por ejemplo, si nos venden 2 kg. de R1, estaremos obligados a fabricar 14 como mínimo de X2). Te pedimos que nos digas si la alternativa es conveniente y, si conviene, cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta alternativa. Si no conviene, justificá la respuesta.

b- Se sabe que el beneficio de \$20 para X2 se compone de un precio de venta de \$60 y un costo de fabricación de \$40. Nos ofrecen vendernos producto X2 ya elaborado a \$P. ¿Cuál debería ser el valor de P para que convenga comprar producto X2? ¿Cómo determinarías la cantidad de producto X2 a comprar?

c- Para este problema, se decide analizar la posibilidad de agregar un nuevo recurso (R6) para la producción de X1 y X2. El producto X1 consume 4 kg. de R6 por unidad y X2 consume 1 kg. de R6 por unidad. Existe una disponibilidad de 140 kg. de R6 por mes. La incorporación de este nuevo recurso hará que el beneficio de X1 aumente en \$10 y el beneficio de X2 aumente en \$20. ¿Cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad?