Análisis de sensibilidad de coeficientes del funcional (Cj) y de los términos independientes de las restricciones (Bi)

Análisis de sensibilidad de coeficientes del funcional (Cj)

Partimos del problema de los helados que vimos en clase.

```
max 8 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 600
      4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end
```

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      2600.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1       200.000000         0.000000
       X2       100.000000         0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)        0.000000          3.000000
       3)      200.000000          0.000000
       4)        0.000000          1.000000

 NO. ITERATIONS=       2


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                      OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
      X1        8.000000         2.000000         3.000000
      X2       10.000000         6.000000         2.000000

                      RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW        CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                  RHS          INCREASE         DECREASE
       2      600.000000       200.000000       100.000000
       3      600.000000        INFINITY        200.000000
       4      800.000000       100.000000       200.000000
```

Vamos a hacer la curva de oferta de X1 a los diversos coeficientes del mismo en el funcional desde cero hasta infinito.

Ya sabemos, según esta tabla, que entre 8+2 (10) y 8-3 (5) X1 vale 200.
Veamos qué pasa si le ponemos un valor superior a 10 (10.1 por ejemplo). Debería cambiar de punto óptimo.

```
max 10.1 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 600
      4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end
```

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      0

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      3030.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1       300.000000          0.000000
        X2         0.000000          0.100000
```

EFECTIVAMENTE, cambió de punto óptimo. Ahora el óptimo es (300,0)

```
      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000          5.050000
       3)       600.000000          0.000000
       4)       200.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       0


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
      X1        10.100000         INFINITY         0.100000
      X2        10.000000         0.100000         INFINITY

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
        2       600.000000       200.000000       600.000000
        3       600.000000         INFINITY       600.000000
        4       800.000000         INFINITY       200.000000
```

Lo que nos dice el rango es que esta tabla es válida desde C1 igual a 10.1-0.1 (10, lo cual es lógico porque veníamos de una tabla que era óptima para C1 entre 5 y 10) hasta C1 igual a infinito (lo cual también es lógico, porque si en este momento está fabricando solamente X1, por más que le aumentemos el beneficio, más no va a poder hacer).

Veamos ahora qué pasa de 5 para abajo, para eso ponemos C1=4.9

```
max 4.9 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 600
     4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end
```

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE

      1)      1990.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
      X1       100.000000         0.000000
      X2       150.000000         0.000000


     ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
      2)      100.000000          0.000000
      3)        0.000000          0.050000
      4)        0.000000          2.450000

 NO. ITERATIONS=      2


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                      OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE        CURRENT      ALLOWABLE       ALLOWABLE
                  COEF          INCREASE        DECREASE
     X1        4.900000        0.100000        4.900000
     X2       10.000000        INFINITY         0.200000

                      RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW         CURRENT       ALLOWABLE       ALLOWABLE
                   RHS          INCREASE        DECREASE
       2      600.000000        INFINITY       100.000000
       3      600.000000       200.000000      200.000000
       4      800.000000       100.000000      200.000000
```

Como vemos esta tabla es óptima para C1 entre 4.9+0.1 (5, a partir de 5 es válida la base original del problema) y 4.9-4.9 (cero).

Veamos qué pasa por debajo de cero (simple curiosidad, porque teníamos que graficar entre 0 e infinito, pero en cero (como en todos los puntos de corte, como 10 y 5) hay dos valores válidos de X1 (porque en ese punto hay dos tablas óptimas).

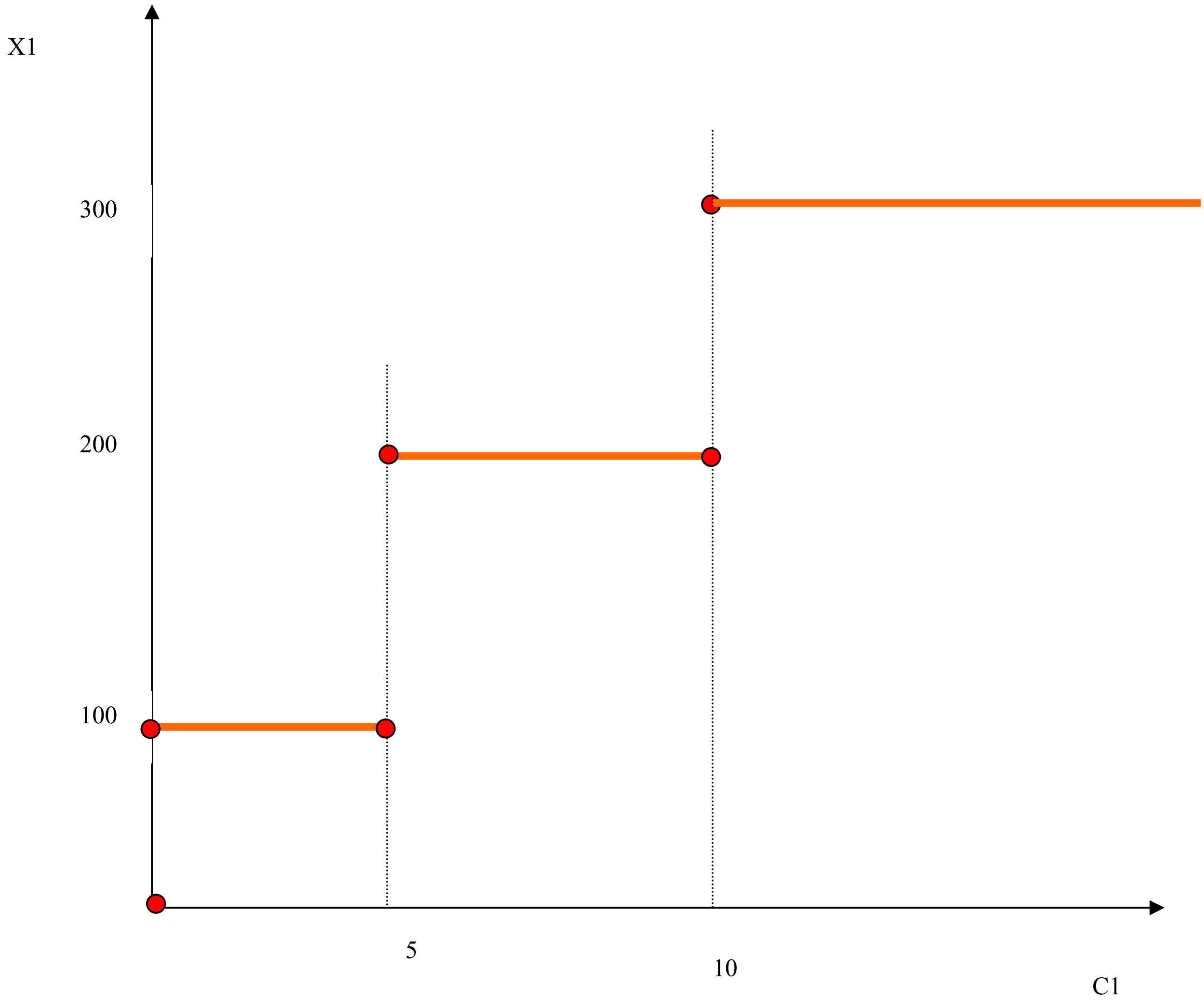
Entonces, vamos a poner C1=-0.1

```
max -0.1 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 600
      4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end
```

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      1500.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1          0.000000          0.100000
        X2        150.000000          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)       300.000000          0.000000
        3)         0.000000          2.500000
        4)       200.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       1


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
       X1        -0.100000        0.100000         INFINITY
       X2        10.000000        INFINITY        10.000000

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
        2       600.000000        INFINITY       300.000000
        3       600.000000       200.000000      600.000000
        4       800.000000        INFINITY       200.000000
```

Esta tabla (en la cual X1 vale cero) es válida desde C1 igual a -0.1+0.1 (cero) hasta C1 igual a menos infinito (obviamente, si X1 salió de la base, si sigo disminuyendo el valor de C1 nunca va a entrar).

Veamos ahora la curva de oferta:



Análisis de sensibilidad de los términos independientes de las restricciones (Bi)

Vamos a seguir trabajando con la solución óptima original del problema de los helados

```
max 8 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 600
     4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end
```

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      2600.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1        200.000000          0.000000
       X2        100.000000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000          3.000000
       3)       200.000000          0.000000
       4)         0.000000          1.000000

 NO. ITERATIONS=       2


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
      X1        8.000000         2.000000         3.000000
      X2       10.000000         6.000000         2.000000

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
       2      600.000000       200.000000       100.000000
       3      600.000000         INFINITY       200.000000
       4      800.000000       100.000000       200.000000
```

Vamos a ver cómo varía el precio dual del azúcar (que actualmente vale 3) cuando la disponibilidad de azúcar varía entre cero e infinito.

Ya sabemos, según esta salida de LINDO, que entre 600-100 (500) y 600+200 (800) , el precio dual del azúcar vale 3.
Veamos qué pasa si le ponemos un valor de disponibilidad de 800.
Debería cambiar el valor del precio dual.

```
max 8 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 800
      4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end


LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      3200.000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1       400.000000         0.000000
       X2         0.000000         6.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000          0.000000
       3)       600.000000          0.000000
       4)         0.000000          4.000000

 NO. ITERATIONS=       1


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                       OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE          CURRENT    ALLOWABLE    ALLOWABLE
                    COEF       INCREASE     DECREASE
      X1          8.000000     INFINITY     3.000000
      X2         10.000000     6.000000     INFINITY

                       RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW      CURRENT    ALLOWABLE   ALLOWABLE
                RHS      INCREASE     DECREASE
       2    800.000000    INFINITY     0.000000
       3    600.000000    INFINITY   600.000000
       4    800.000000    0.000000   800.000000
```

Lo que nos dice el rango es que el nuevo precio dual (0) es válido para una disponibilidad de azúcar desde 800+0 (800, lo cual es lógico porque veníamos de un valor que era válido hasta 800 kilos) hasta infinito. ¿Por qué hasta infinito? Porque el nuevo precio dual (o valor marginal) es cero (quiere decir que me empieza a sobrar azúcar). Verifiquemos poniendo 801 kilos y veremos que ese kilo me sobra.

```
max 8 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 801
     4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end


LP OPTIMUM FOUND AT STEP      0

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE

      1)      3200.000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
      X1       400.000000          0.000000
      X2         0.000000          6.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
      2)         1.000000          0.000000
      3)       600.000000          0.000000
      4)         0.000000          4.000000

 NO. ITERATIONS=       0


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                      OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE        CURRENT    ALLOWABLE     ALLOWABLE
                   COEF      INCREASE      DECREASE
      X1         8.000000    INFINITY      3.000000
      X2        10.000000    6.000000      INFINITY

                      RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW        CURRENT       ALLOWABLE       ALLOWABLE
                  RHS          INCREASE        DECREASE
      2        801.000000      INFINITY        1.000000
      3        600.000000      INFINITY      600.000000
      4        800.000000      1.000000      800.000000
```

Vemos que nos sobra ese kilo que tenemos de azúcar por encima de los 800. Es decir que cuando tenemos más de 800 kilos de azúcar nos empieza a sobrar.

Veamos que pasa de 500 kilos para abajo (recordemos que la salida óptima original de LINDO era válida para una disponibilidad de azúcar desde 500 hasta 800).

```
max 8 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 499
      4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      2296.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1        99.500000          0.000000
       X2       150.000000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000          4.000000
       3)         0.000000          0.500000
       4)         1.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       1


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    COEF          INCREASE         DECREASE
      X1          8.000000        2.000000         8.000000
      X2         10.000000        INFINITY         2.000000

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
       2         499.000000       1.000000       199.000000
       3         600.000000       2.000000       600.000000
       4         800.000000       INFINITY         1.000000
```

Como vemos, el precio dual (o valor marginal) subió a 4. Esto es lógico porque cuanto menos tengo de un recurso más vale para mí.
Este valor de 4 es válido para una disponibilidad entre 499-199 (300) y 499+1 (500).

Vamos a ver qué pasa cuando la disponibilidad de azúcar es de 300 o inferior. Debería aumentar el precio dual.

```
max 8 X1 + 10 X2
st
2 X1 + 2 X2 <= 299
      4 X2 <= 600
2 X1 + 4 X2 <= 800
end

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      1495.000

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1         0.000000          2.000000
       X2       149.500000          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000          5.000000
       3)         2.000000          0.000000
       4)       202.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       1


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                        OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    COEF          INCREASE         DECREASE
      X1          8.000000        2.000000         INFINITY
      X2         10.000000        INFINITY         2.000000

                        RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW          CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS           INCREASE         DECREASE
       2        299.000000        1.000000       299.000000
       3        600.000000        INFINITY         2.000000
       4        800.000000        INFINITY       202.000000
```

Nuevamente el precio dual (o valor marginal) subió a 5 porque tengo cada vez menos azúcar.
Este valor de 5 es válido para una disponibilidad entre 299-299 (0) y 299+1 (300).

Es decir que ya tenemos todos los casos de precio dual para los distintos valores de la disponibilidad de azúcar.

Entre 0 y 300 kilos de disponibilidad el precio dual vale 5

Entre 300 y 500 kilos de disponibilidad el precio dual vale 4.
Entre 500 y 800 kilos de disponibilidad el precio dual vale 3.
A partir de 800 kilos de disponibilidad hasta infinito, el precio dual vale 0.
Nótese que para los valores límite (300, 500 y 800) hay dos precios duales posibles (es un punto degenerado). Uno es válido para conseguir más recurso y el otro para tener menos recurso.

Ahora grafiquemos el precio dual o valor marginal para la disponibilidad de azúcar entre cero e infinito.