Hoja fórmulas

Va discretas (PMF)

Bernoulli $P_X(k)=\begin{cases} p, & \text{si } k=1 \\ 1-p, & \text{si } k=0\end{cases}$ $E[X]=p$ $E[X^2]=p$ $Var(X)=p(1-p)$

Y lineal $Y=aX+b$ $E[Y]=aE[X]+b$ $Var(Y)=a^2Var(X)$ / $E[g(X)]\neq g(E[X])$

Ind. $P_{X,Y}(x,y)=P_X(x)\cdot P_Y(y)\ \forall x,y$ / $P_{X|Y}(x|y)=P_X(x)$ $E[X\cdot Y]=E[X]\cdot E[Y]$

Ind. Cond $P_{X,Y|A}(x,y)=P_{X|A}(x)\cdot P_{Y|A}(y)\ \forall x,y$

Binomial $P_X(k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$, $k\in\mathbb{N}$ $E[X]=np$ $Var(X)=np(1-p)$ $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ #éxitos en n secuencias.

Geo $P_X(k)=(1-p)^{k-1}p$ $k\geq 1$ #int. hasta éxito (time till something) $E[X]=\frac{1}{p}$ $Var(X)=1-p/p^2$

Poisson $P_X(k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$, $k\geq 0$ y $\lambda>0$ #fallos en una población muy grande / aprox binomial $\lambda=n\cdot p$ (enorme, min) $E[X]=\lambda$ $Var(X)=\lambda$

Discreta Uniforme (eventos equiprobables) $P_X(k)=\frac{1}{b-a+1}=\frac{1}{n}$ $a<b$ $k\in a, a+1, \ldots, b$ $E[X]=\frac{a+b}{2}$ $E[X^2]=\frac{1}{6}(n+1)(2n+1)$ $Var(X)=\frac{n^2-1}{12}=\frac{(b-a)(b-a+2)}{12}$, $n=b-a+1$

$Var(X)=E[(X-E(X))^2]=\sum_x (x-E[X])^2\cdot P_X(x)$ / $E[g(X)]=\sum_x g(x)\cdot P_X(x)$ / $E[X^n]=\sum_x x^n P_X(x)$

$=E[X^2]-(E[X])^2$

Va Continuas (PDF)

$P(a\leq X\leq b)=\int_a^b f_X(x)\,dx$

Continua uniforme $\int_a^b \frac{1}{b-a}dx$ $E[X]=\int_a^b x\frac{1}{b-a}dx=\frac{a+b}{2}$ $Var(X)=E[X^2]-(E[X])^2=(b-a)^2/12$

Constante a trozos C_i si $a_i\leq x\leq a_{i+1}$ (Piecewise constant)

$Y=g(X)$ y cont o disc $E[g(X)]=\int_{-\infty}^{\infty} g(x)\cdot f_X(x)\,dx$

Propiedades $E[X]=\int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)\,dx$ ∘ $Var(X)=E[X^2]-(E(X))^2$ ∘ $Y=aX+b\to E[Y]=aE[X]+b$ / $Var(Y)=a^2Var(X)$

Exponencial $f_X(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ $x\geq 0$ y $\lambda\geq 0$ $P(X\geq a)=e^{-\lambda a}$ ∘ $E[X]=1/\lambda$ ∘ $Var(X)=1/\lambda^2$. $E[X^2]=2/\lambda^2$

Tiempo entre eventos ind

CDF

$F_X(x)=P(X\leq x)\begin{cases}\sum_{k\leq x} P_X(k), & k \text{ disc} \\ \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt, & x \text{ continua}\end{cases}$ $f_X(x)=\frac{dF_X}{dx}(x)$

$F_X(k)=\sum_{i=-\infty}^{k}P_X(i)$, $P_X(k)=P(X\leq k)-P(X\leq k-1)=F_X(k)-F_X(k-1)$

$F_X(x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt$ / $f_X(x)=dF_X/dx$

Geo y exp $F_{exp}(n)\approx F_{geo}(n)$ $n\geq 1$ Si $e^{-\lambda\delta}=1-p$, $\delta=\frac{\ln(1-p)}{-\lambda}$

Va normal o Gaussianas:

PDF $f_X(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$ $E[X]=\mu$ $Var(X)=\sigma^2$

$\Phi(x)\leftarrow$ Notación para tabla

Normal estandar $\Phi(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{y}e^{-t^2/2}dt$ $Y=\frac{X-\mu}{\sigma}\leftarrow$ Estandarizar $P(Y\geq\frac{a-\mu}{\sigma})=1-\Phi(\frac{a-\mu}{\sigma})$ Tabla

$E[Y]=\frac{E[X]-\mu}{\sigma}=0$, $Var(Y)=Var(X)/\sigma^2=1$

$\{X_i\}$ i.i.d. Con $E[X]=\mu$, $Var(X)=\sigma^2$

$S_n=X_1+X_2+\ldots+X_n$ $E[S_n]=n\cdot\mu$, $Var(S_n)=n\cdot\sigma^2$

$M_n=\frac{S_n}{n}$ Prom $E[M_n]=\mu$, $Var(M_n)=\frac{\sigma^2}{n}$

$Z_n=S_n-n\mu/\sigma\sqrt{n}$

$E(S_n)=n\mu$, $Var(S_n)=n\sigma^2$

$E[M_n]=\mu$, $Var(M_n)=\frac{\sigma^2}{n}$

$E(Z_n)=0$, $Var(Z_n)=1$

Covarianza: Correlación (Como varía una de la otra)

$Cov(X,Y)=E[(X-E[X])(Y-E[Y])]=E[XY]-E[X]\cdot E[Y]$

Si $Cov(X,Y)=0$ no se Correlacionan

Si $Cov(X,Y)\neq 0$ / Si X,Y son independ. no se correlacionan. $Cov(X,Y)=0$ recíproca no se cumple

Coeficiente de Correlación $\rho(X,Y)=Cov(X,Y)/\sqrt{Var(X)\cdot Var(Y)}$ $-1\leq\rho\leq 1$ (Pendiente Gráfica Correla) (± 1 Perfecta) (Si aumenta una cuanto aumenta la otra?)

$Var(X_1+X_2)=Var(X_1)+Var(X_2)+2Cov(X_1,X_2)$

Prop: $Cov(X,X)=Var(X)$, $Cov(X,aY+b)=a\cdot Cov(X,Y)$, $Cov(X,Y+Z)=Cov(X,Y)+Cov(X,Z)$

$Cov(X,C)=0$, $Cov(X,Y)=Cov(Y,X)$, $Cov(aX,Y)=aCov(X,Y)$, $Cov(X+C,Y)=Cov(X,Y)$, $Cov(X,Y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})$ $=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})$ (M_n Prom. Pobla.)

$\rho(X,X)=1$, $\rho(X,-X)=-1$, $\rho(X,Y)=\rho(Y,X)$, $\rho(X+C,Y)=\rho(X,Y)$, $\rho(X,aX)=a/|a|$

$\rho(aX,Y)=\left(\frac{a}{|a|}\right)\rho(X,Y)$

Desigualdad Markov (Cualquier distribución) (E(X) mini) / Desigualdad Chebyshev (Var mini)

$P(X\geq a)\leq\frac{E[X]}{a}$

$P(|X-\mu|\geq c)\leq\frac{\sigma^2}{c^2}$ (σ^2 = varianza) x en c

$P(|X-\mu|\geq k\sigma)\leq\frac{1}{k^2}$, $c=k\sigma$

Ley débil #grandes

$\forall\varepsilon>0$ $P(|M_n-\mu|\geq\varepsilon)\leq\frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$ Si $n\to\infty$ P tiende a 0.

Aumenta n se acerca a μ

Teo Lim Central

$P(S_n\leq c)\approx\Phi\left(\frac{c-n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right)\approx\Phi(z)$ (Estandarizar) / $P(M_n\leq c)\approx\Phi\left(\frac{c-n\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$

Aprox de Moivre Laplace

Bin $\to$ Normal $E[S_n]=np$ $Var(S_n)=np(1-p)$

$k=l$ al mayor $+\frac{1}{2}$ y menor $-\frac{1}{2}$

$P(k\leq S_n\leq l)\approx\Phi\left(\frac{(l+\frac{1}{2})-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)-\Phi\left(\frac{(k-\frac{1}{2})-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$

Ley fuerte num. grandes

$P(\lim_{n\to\infty} M_n=\mu)=1$

Estimación

$B(\hat{\theta})=E[\hat{\theta}]-\theta$

$MSE(\hat{\theta})=Var(\hat{\theta})+[B(\hat{\theta})]^2=E[(\hat{\theta}-\theta)^2]$

Estadística descriptiva:

Tend. Central:
- Media, Prom (Pobla: $\mu=\frac{1}{n}\sum Y_i$, Muestra $\bar{Y}=\frac{1}{n}\sum Y_i$)
- Mediana (#impar pobs Val. Central, #Par: Prom 2 val Centrales)
- Moda (Valor que se repite más)
- Percentil (% datos)
- Cuartil (Q_1-25% … Q_3-75%)

Dispersión de Variación:
- Varianza (Pobla: $\sigma^2=\frac{1}{n}\sum(Y_i-\mu)^2$, Muestral: $S^2=\frac{1}{n-1}\sum(Y_i-\bar{Y})^2$)
- Desviación estandar (Pobla: σ, Muestral S)
- Rango (Valor mayor - Valor min)
- Rango intercuartílico Q_3-Q_1
- Desviación media: $\frac{1}{n}\sum|Y_i-\bar{Y}|$
- Desviación mediana: mediana($|Y_i$ - mediana$(Y_i)|$)