历届试题选（二重积分的计算）

1. 设有平面区域 $D=\{(x,y)\,|\,-a\le x\le a, x\le y\le a\}$， $D_1=\{(x,y)\,|\,0\le x\le a, x\le y\le a\}$，则 $\iint_D (xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$________。(2004—2005 学年)

(A) $2\iint_{D_1}\cos x\sin y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　　(B) $2\iint_{D_1} xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

(C) $4\iint_{D_1}(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　　(D) 0.

2. 设区域 D 为 $x^2+y^2\le R^2$，则 $\iint\limits_D\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$________________。(2004—2005 学年)

3. 改变积分次序并求值: $\int_0^1\mathrm{d}y\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}}x\sin y\mathrm{d}x+\int_1^4\mathrm{d}y\int_{y-2}^{\sqrt{y}}x\sin y\mathrm{d}x.$ (2004—2005 学年)

4. 计算 $\iint_D\sqrt{1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 所围闭区域. (2004—2005 学年)

5. 交换积分次序 $\int_0^2\mathrm{d}x\int_0^x f(x,y)\mathrm{d}y+\int_2^4\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y=$____________。(2005—2006 学年)

6．设平面区域 D 由正方形 $|x|+|y|=1$ 所围成，则 $\iint\limits_D(1+x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$________。(2005—2006 学年)

7.　设 $f(x)$ 是区域 $D:1\le x^2+y^2\le 4$ 上的连续函数，则 $\iint\limits_D f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 等于（　　）。

(A) $2\pi\int_1^2 xf(x)\mathrm{d}x$；　　　(B) $2\pi\left(\int_0^4 xf(x)\mathrm{d}x-\int_0^2 xf(x)\mathrm{d}x\right)$；

(C) $2\pi\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$；　　　(D) $2\pi\left(\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x\right)$. (2005—2006 学年)

8．计算二重积分 $\iint\limits_D|\sin(x+y)|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D:0\le x\le\pi, 0\le y\le\pi$. (2005—2006 学年)

9. 设 $D:x^2+y^2\le y, x\ge 0$， $f(x,y)$ 为 D 上的连续函数，且 $f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi}\iint\limits_D f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$，

求 $f(x,y)$. (2005—2006 学年)

10．设 $f(x)$ 为连续函数，$F(t)=\int_1^t\mathrm{d}y\int_y^t f(x)\mathrm{d}x$，则 $F'(2)=$_________。

(A) $2f(2)$；　(B) $f(2)$；　(C) $-f(2)$；　(D) 0。　(2006—2007 学年)

11.设 $D=\left\{(x,y)\,\middle|\,0\le x\le 1, 0\le y\le 1\right\}$，则 $I=\iint\limits_D \mathrm{e}^{\max\{x^2,y^2\}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$__________. (2006—2007 学年)

12.求由曲面 $z=x^2+2y^2$ 与 $z=6-2x^2-y^2$ 所围成的立体体积。(2006—2007 学年)

13. 计算 $I=\int_{-R}^R\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}}(ax+by+c)^2\mathrm{d}y$，其中 R， a， b， c 都是不为零的常数， $R>0$. (2006—

2007 学年)

14. D 是直线 $y=x$，$y=0$，$x=\pi$ 所围成的闭区域，则 $\iint\limits_D \frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ = ________. (2007—2008 学年)

15. 设 $I_1=\iint\limits_D \frac{x+y}{4}\mathrm{d}\sigma$，$I_2=\iint\limits_D \sqrt{\frac{x+y}{4}}\mathrm{d}\sigma$，$I_3=\iint\limits_D \sqrt[3]{\frac{x+y}{4}}\mathrm{d}\sigma$，其中 D: $(x-1)^2+(y-1)^2\le 2$，

则（　　）。　(2007—2008 学年)

A、 $I_1<I_2<I_3$；　B、$I_2<I_3<I_1$；　C、 $I_1<I_3<I_2$；　D、$I_3<I_2<I_1$.

16. 设 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0\}$，则 $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2}\,\mathrm{d}\sigma=$（　　）(2008—2009 学年)

(A) $\frac{4}{3}\pi$;　(B) $\frac{2}{3}\pi$　(C) $\frac{1}{3}\pi$　(D) $\frac{1}{6}\pi$.

17. 计算二重积分 $I=\iint\limits_D \mathrm{e}^{-(x^2+y^2-\pi)}\sin(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中积分区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le\pi\}$.(2011—2012 学年)