历届试题选（七）

一、求函数 $y = x - 2\ln(1+x)(x > -1)$ 的极值（2017—2018）

二、求函数 $f(x) = 5\sqrt{4+x^2} - 3x$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上的极值和最值，并判定其图形的凹凸性.（2018—2019）

三、试求常数 a, b，使得当 $x \to 0$ 时，$f(x) = x - a\sin x - b\sin 2x$ 是关于 x 的 5 阶无穷小.（2018—2019）

四、求函数 $y = (x-5)\cdot x^{\frac{2}{3}}$ 的极值，以及其图形的凹凸区间和拐点. （2019—2020）

五、已知标准正态分布密度函数为 $y = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$，

（1）求该函数的单调区间、极值、最值；（2）判定该函数图形的凹凸性，并求其拐点.（2020—2021）

六、曲线 $y = \ln(1+\mathrm{e}^x)$ 的斜渐近线方程为_______.（2021—2022）

七、反正弦函数 $y = \arcsin x$ 的拐点是________.（2021—2022）

八、试求：（1）函数 $f(x) = (1+x)\ln^2(1+x)$ 的带有佩亚诺余项的 4 阶麦克劳林公式；（2）函数极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^2 - (1+x)\ln^2(1+x)}$. （2021—2022）

九、设函数 $f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上有二阶导数且 $f''(x) \geq 0$. 现已知 $f(1) = -4$，$f'(1) = 2$，证明：方程 $f(x) = 0$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上有且只有一个实根. （2021—2022）