

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	C	C	D	C	C

二、填空题

1. $-2q/3$

2. 减小

3. $\frac{QR}{R+r}, \frac{Qr}{R+r}$

4. $\frac{q_2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$

5. $(1 - \frac{1}{\epsilon_r}) \frac{q}{4\pi R^2}$

三、计算题

1. 在半径为 R_1 的金属球之外包有一层外半径为 R_2 的均匀电介质球壳，介质相对介电常数为 ϵ_r ，金属球带电 Q 。试求：

(1) 距球心 r 处的电场强度大小；

(2) 距球心 r 处的电势（以无穷远处为电势零点）。

参考答案：

利用有介质时的高斯定理 $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q$

(1) 金属球内 ($r < R_1$) 场强

$$\vec{D} = 0, \vec{E}_{\text{金属球}} = 0$$

介质内 ($R_1 < r < R_2$) 场强

$$\vec{D} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi r^3}, \vec{E}_{\text{内}} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^3};$$

介质外 ($r > R_2$) 场强

$$\vec{D} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi r^3}, \vec{E}_{\text{外}} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

(2) 介质外 ($r > R_2$) 电势

$$U = \int_r^{\infty} \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

介质内 ($R_1 < r < R_2$) 电势

$$U = \int_r^{\infty} \vec{E}_{\text{内}} \cdot d\vec{r} + \int_r^{\infty} \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{r} + \frac{\epsilon_r - 1}{R_2} \right)$$

金属球的电势

$$\begin{aligned} U &= \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_{\text{内}} \cdot d\vec{r} + \int_{R_2}^{\infty} \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{R_1}^{R_2} \frac{Qdr}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} + \int_{R_2}^{\infty} \frac{Qdr}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\epsilon_r - 1}{R_2} \right) \end{aligned}$$

2.

(1) 根据高斯定理: $E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{q}{\epsilon_0}$ ($R_2 > r > R_1$)

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} \quad (R_2 > r > R_1) \text{ 方向沿矢径向外}$$

$$\text{或: } \vec{E} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} \vec{e}_r$$

(2) 外圆筒内表面电荷为 $-q$, 外表面电荷为 q 。

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} \quad (r > R_2)$$

$$V_{\text{外}} = \int_{R_2}^{\infty} E dx = \int_{R_2}^{\infty} \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rL} dx = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2}$$

(3) 外圆筒接地，其内表面电荷仍为 $-q$ ，外表面电荷变为 q' 。

$$V_{\text{外}} = \frac{q'}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} = 0$$

$$q' = 0$$

外圆筒所带总电荷： $-q$

(4) 然后把内圆筒接地，内筒电荷变成 q'' ：

$$V_{\text{内}} = \int_{R_1}^{R_0} E dx = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q''}{2\pi\epsilon_0 r L} dx + \int_{R_2}^{R_0} \frac{q'' - q}{2\pi\epsilon_0 r L} dx = 0$$

$$\frac{q''}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_1} - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} = 0$$

$$\text{内筒电荷： } q'' = q \ln \frac{R_0}{R_2} \bigg/ \ln \frac{R_0}{R_1}$$

$$\text{外筒电势： } V_{\text{外}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_0}{R_2} \ln \frac{R_1}{R_2} \bigg/ \ln \frac{R_0}{R_1}$$