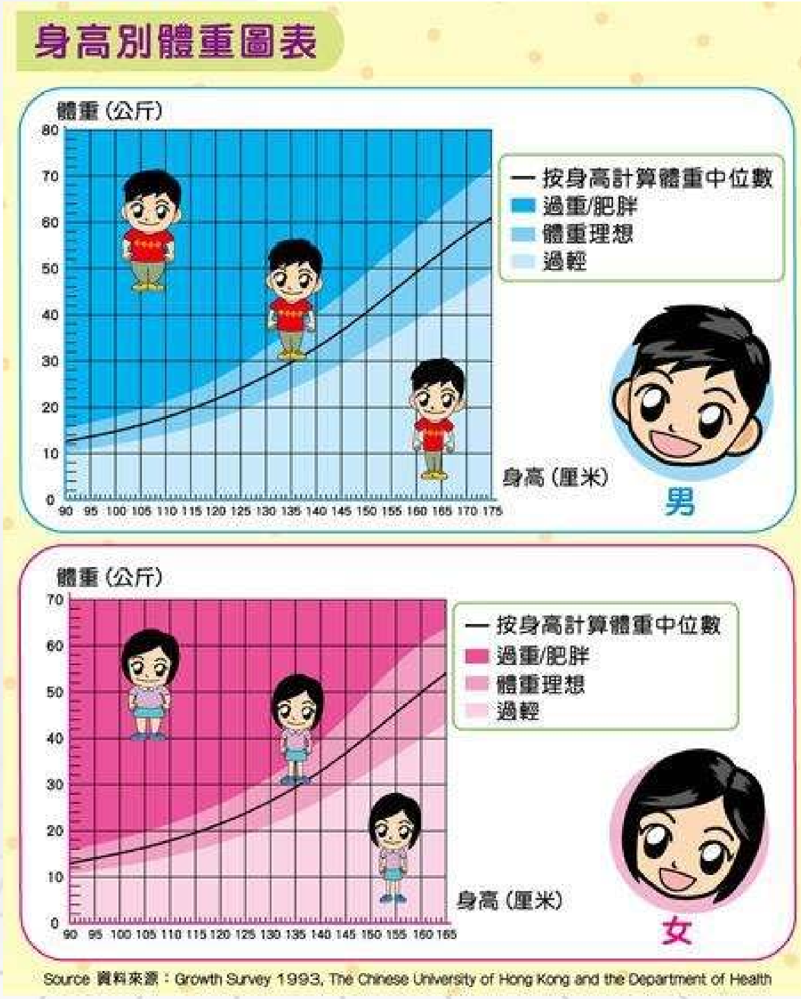
概率论与数理统计

离散型随机变量的边缘分布律

主讲人：郑旭玲

信息科学与技术学院

研究多维随机变量时，往往不仅关心多个随机变量不同取值组合的分布规律，还需要了解其中单个随机变量的分布规律。



- 由多维随机变量的联合分布是否能推出其中各个随机变量各自的分布？
- 反之，由各个随机变量各自的分布能否得到它们的联合分布？
- 二者之间有什么关系呢?

01

边缘分布函数

一、边缘分布函数

定义

二维随机变量（X,Y）作为一个整体，具有分布函数$F(x,y)$，而 X和 Y都是随机变量，各自也有分布函数，分别记为$F_X(x),F_Y(y)$，依次称为二维随机变量（X,Y）关于X和关于Y的**边缘分布函数**。

一、边缘分布函数

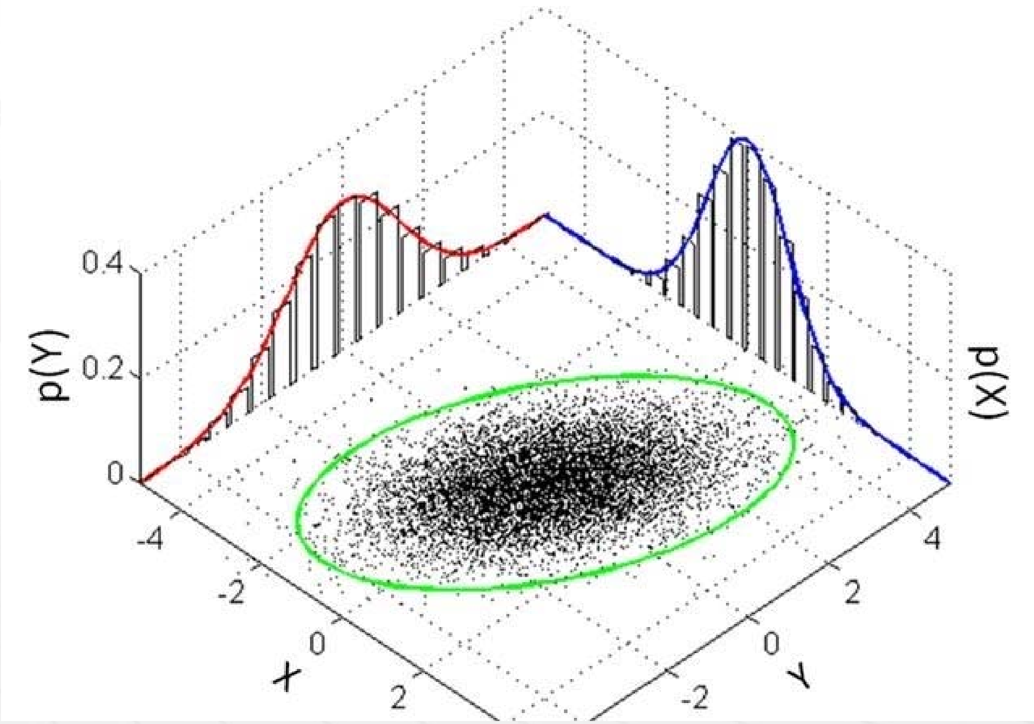
定义

$$F_X(x)=P\{X\le x\}=P\{X\le x,Y<+\infty\}$$
$$=F(x,+\infty)$$

在联合分布函数$F(x,y)$中令$y\to\infty$，就能得到$F_X(x)$

$$F_Y(y)=P\{Y\le y\}=P\{X<+\infty,Y\le y\}$$
$$=F(+\infty,y)$$

在联合分布函数$F(x,y)$中令$x\to\infty$，就能得到$F_Y(y)$



02

离散型随机变量的边缘分布律

二、离散型随机变量的边缘分布律

一般地，对离散型 $r.v\,(X,Y)$，X和Y的联合分布律为

$$P(X=x_i,Y=y_j)=p_{ij},\quad i,j=1,2,\cdots$$

则 (X,Y) 关于X的边缘分布律为

$$P\{X=x_i\}=\sum_{j=1}^{\infty}P\{X=x_i,Y=y_j\}=\sum_{j=1}^{\infty}p_{ij}\triangleq p_{i\cdot}\qquad (i=1,2,\cdots)$$

$$\left(\{X=x_i\}=\bigcup_{j=1}^{\infty}\{X=x_i,Y=y_j\}\right)$$

$$F_X(x)=F(x,\infty)=\sum_{x_i\le x}\sum_{j=1}^{\infty}p_{ij}=\sum_{x_i\le x}p_{i\cdot}$$

二、离散型随机变量的边缘分布律

一般地，对离散型 $r.v\,(X,Y)$，X和Y的联合分布律为

$$P(X=x_i,Y=y_j)=p_{ij},\quad i,j=1,2,\cdots$$

则 (X,Y) 关于Y的边缘分布律为

$$P\{Y=y_j\}=\sum_{i=1}^{\infty}P\{X=x_i,Y=y_j\}=\sum_{i=1}^{\infty}p_{ij}\triangleq p_{\cdot j}$$

$$(j=1,2,\cdots)$$

$$F_Y(y)=F(\infty,y)=\sum_{y_j\le y}\sum_{i=1}^{\infty}p_{ij}=\sum_{y_j\le y}p_{\cdot j}$$

二、离散型随机变量的边缘分布律

例 对一群体的吸烟及健康状况进行调查，随机变量X和Y：

$$X=\begin{cases}0, & \text{健康}\\ 1, & \text{一般}\\ 2, & \text{不健康}\end{cases},\quad Y=\begin{cases}0, & \text{不吸烟}\\ 1, & \text{一天吸烟不超过15支}\\ 2, & \text{一天吸烟超过15支}\end{cases}$$

根据调查结果（X,Y）的联合分布律如下表，请写出关于X和Y的边缘分布律。

X \ Y	0	1	2
0	0.35	0.04	0.025
1	0.025	0.15	0.04
2	0.020	0.10	0.25

二、离散型随机变量的边缘分布律

X \ Y	0	1	2
0	0.35	0.04	0.025
1	0.025	0.15	0.04
2	0.020	0.10	0.25

$$P\{X=0\}=\sum_{k=0}^{2}P\left\{X=0,Y=k\right\}=0.415,\quad P\{Y=0\}=\sum_{k=0}^{2}P\left\{X=k,Y=0\right\}=0.395,$$

$$P\{X=1\}=\sum_{k=0}^{2}P\left\{X=1,Y=k\right\}=0.215,\quad P\{Y=1\}=\sum_{k=0}^{2}P\left\{X=k,Y=1\right\}=0.290,$$

$$P\{X=2\}=\sum_{k=0}^{2}P\left\{X=2,Y=k\right\}=0.370,\quad P\{Y=2\}=\sum_{k=0}^{2}P\left\{X=k,Y=2\right\}=0.315,$$

二、离散型随机变量的边缘分布律

$X \backslash Y$	0	1	2	$P\{X=x_i\}$
0	0.35	0.04	0.025	0.415
1	0.025	0.15	0.04	0.215
2	0.020	0.10	0.25	0.370
$P\{Y=y_j\}$	0.395	0.290	0.315	

我们常将边缘分布律写在联合分布律表格的边缘上，这也就是边缘分布这个术语的由来。

二、离散型随机变量的边缘分布律

$X \backslash Y$	0	1	2	$P\{X=x_i\}$
0	0.35	0.04	0.025	0.415
1	0.025	0.15	0.04	0.215
2	0.020	0.10	0.25	0.370
$P\{Y=y_j\}$	0.395	0.290	0.315	

由联合分布律可以确定边缘分布律；

但由边缘分布律一般不能确定联合分布律。