概率论与数理统计
离散型随机变量及其分布律

主讲人：曾华琳

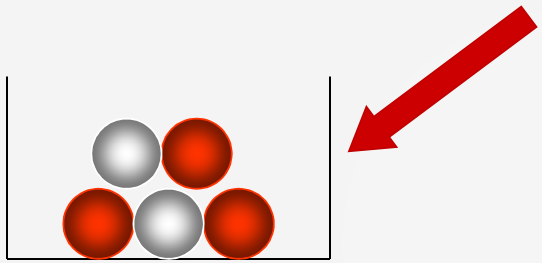
信息科学与技术学院

CONCENTS

目 录

一、离散型随机变量分布律的定义

看一个例子



从中任取3 个球

取到的白球数X是一个随机变量。

(1) X 可能取的值是0,1,2；

一、离散型随机变量分布律的定义

(2) 取每个值的概率为:

$$P\{X=0\}=\binom{3}{3}\Big/\binom{5}{3}=\frac{1}{10}$$

$$P\{X=1\}=\binom{3}{2}\cdot\binom{2}{1}\Big/\binom{5}{3}=\frac{6}{10}$$

$$P\{X=2\}=\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{2}\Big/\binom{5}{3}=\frac{3}{10}$$

一、离散型随机变量分布律的定义

1 离散型随机变量的定义

- 如果随机变量X所有可能的取值是有限个或无穷可列个，则称X为离散型随机变量。

2 离散型随机变量的分布律

- 要掌握一个离散型随机变量的分布律，必须且只需知道以下两点：

(1) X 所有可能的取值： $X=x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots$

(2) X 取每个值时的概率： $P(X=x_k)=p_k, k=1,2,3,\ldots$

一、离散型随机变量分布律的定义

$$P(X = x_k) = p_k \quad k = 1, 2, 3, \cdots \quad (1)$$

称 (1) 式为离散型随机变量X的分布律。

注：离散型随机变量X的分布律可用公式法和表格法描述。

1) 公式法 $P(X = x_k) = p_k \quad k = 1,2,3,\cdots$

2) 表格法

X	x_1	x_2	L
p_k	p_1	p_2	L

一、离散型随机变量分布律的定义

3 离散型随机变量分布律的性质

1) $p_k \geq 0, \quad k = 1,2,3,\cdots$

2) $\sum_{k} p_k = 1$

例2：设随机变量X的分布律为： $\boldsymbol{P(X = k) = \frac{a}{10}, k = 1,2,\cdots,10.}$

试求常数a。

解：由$\sum_{k=1}^{10} p_k = 1 \Rightarrow a = 1.$

一、离散型随机变量分布律的定义

练习： 设随机变量X的分布律为： $p\{X=k\}=b(\frac{2}{3})^k, k=1,2,3,\cdots$

试确定常数b。

解：由分布律的性质，有

$$\sum_{k=1}^{\infty} P(X=k)=\sum_{k=1}^{\infty} b(\frac{2}{3})^k$$

$$=b\cdot\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=2b=1$$

$$\Rightarrow b=\frac{1}{2}$$

二、离散型随机变量表示方法

（1）公式法

$$P\{X = x_k\} = p_k, k = 1,2,\cdots$$

（2）列表法

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_k	$\cdots$
p_k	p_1	p_2	$\cdots$	p_k	$\cdots$

二、离散型随机变量表示方法

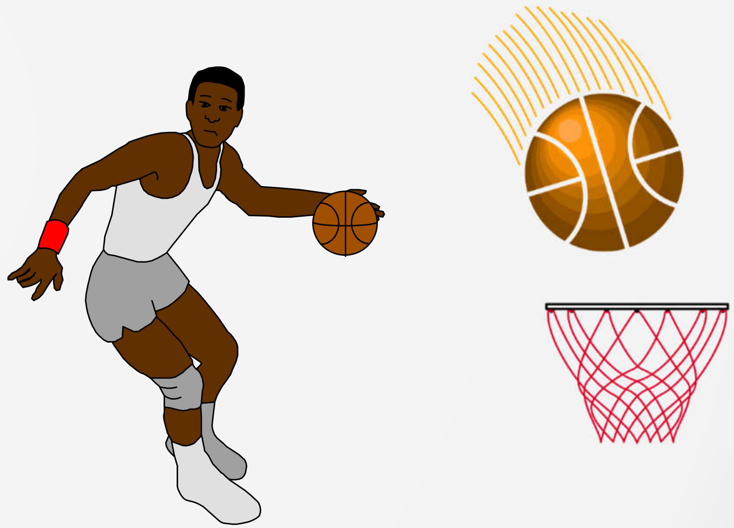
例3：某篮球运动员投中篮圈概率是0.9，求他两次独立投篮投中次数X的概率分布。

解： X 可取值为0,1,2；

$$P\{X=0\}=(0.1)(0.1)=0.01$$

$$P\{X=1\}=2(0.9)(0.1)=0.18$$

$$P\{X=2\}=(0.9)(0.9)=0.81$$



二、离散型随机变量表示方法

常常表示为：

$$X \sim \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.01 & 0.18 & 0.81 \end{Bmatrix}$$

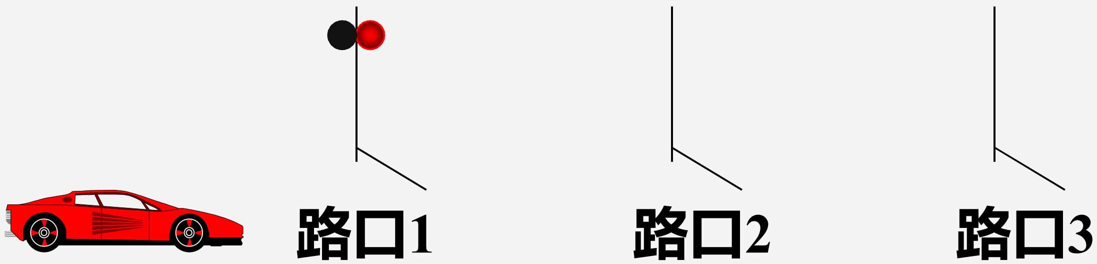
这就是X的分布律。

二、离散型随机变量表示方法

例5：一汽车沿一街道行驶，需要通过三个均设有红绿信号灯的路口，每个信号灯为红或绿与其它信号灯为红或绿相互独立，且红绿两种信号灯显示的时间相等。以X表示该汽车首次遇到红灯前已通过的路口的个数，求X的分布律。

解：依题意, X可取值0, 1, 2, 3.

设 A_i={第i个路口遇红灯}，i=1,2,3



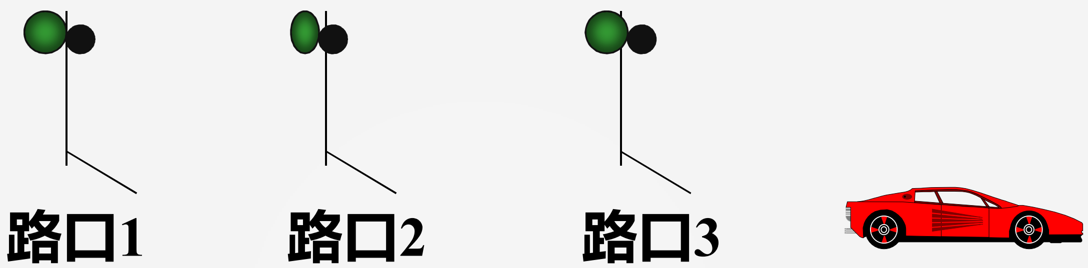
$$P\{X=0\}=P(A_1)=1/2,$$

X 表示该汽车首次遇到红灯前已通过的路口的个数

$$P\{X=1\}=P(\overline{A}_1 A_2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=1/4$$

$$P\{X=2\}=P(\overline{A}_1\overline{A}_2 A_3)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=1/8$$

X 表示该汽车首次遇到红灯前已通过的路口的个数



$$P(X=3)=P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=1/8$$

即 $$X\sim\begin{Bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{4} & \dfrac{1}{8} & \dfrac{1}{8} \end{Bmatrix}$$

二、离散型随机变量表示方法

用公式法来表示这个问题，则

$$P\{X=k\}=(1-p)^k p, k=0,1,2,3$$

$$P\{X=3\}=(1-p)^3$$

谢 谢 大 家