

历届试题选 (四)

一、已知函数 $f(x) = \arctan x + \sin x$, 求 $f^{(11)}(0)$. (2016—2017)

二、已知 $y = x^2 \cos^2 x + \frac{1}{1+x}$, 求 $y^{(n)}(0)$ ($n \geq 3$). (2017—2018)

三、设函数 $f(x) = x \ln(1-x^2)$, 求 $f^{(11)}(0)$. (2019—2020)

四、设 $f(x) = (x^2 + x + 1) \cos^2 \frac{x}{2}$, 求 $f^{(20)}(0)$. (2020—2021)

五、设函数 $f(x) = (x^2 + x + 1) \cos 2x$, 求 $f^{(8)}(0)$. (2021—2022)

六、求函数 $y = \sqrt[3]{\frac{(x+1)(x+2)}{(1+x^2)(2+x^2)}}$ 在 $x=0$ 处的导数 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$. (2017—2018)

七、求函数 $y = \sqrt[6]{\frac{x^2-1}{(x+2)(x+4)}}$ 在 $x=2$ 处的微分 $dy|_{x=2}$. (2019—2020)

八、设 $y = x \cdot \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}}$, 则 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} =$ _____. (2021—2022)

九、求函数 $y = \arctan \frac{1-x^2}{1+x^2}$ 的微分 dy 和 $dy|_{x=1}$. (2017—2018)

十、设方程 $e^{x-y} = y-1$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 求此隐函数在点 $(2, 2)$ 处的一阶导数和二阶导数. (2019—2020)

十一、求由方程 $y = \tan(x+y)$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的导数 $y'(x)$ 和 $y''(x)$. (2017—2018)

十二、设方程 $\ln(x^2 + y^2) = 2 \arctan \frac{y}{x}$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 求此隐函数在点 $(1, 0)$ 处的一阶导数和二阶导数. (2018—2019)

十三、设方程 $2^{xy} = x^2 + y$ 确定了函数 $y = y(x)$, 求 $dy|_{x=0}$. (2020—2021)

十四、设方程 $y - x - \frac{1}{2} \sin y = 0$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 求此隐函数的一阶导数和二阶导数. (2021—2022)

十五、求星形线 $\begin{cases} x = a \cos^3 \theta \\ y = a \sin^3 \theta \end{cases}$ 在 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 处的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 的值. (2016—2017)

十六、求函数 $\begin{cases} x = \frac{t}{1+t^2} \\ y = \frac{t^2}{1+t^2} \end{cases}$ 在 $t=2$ 所对应点处的切线方程和法线方程. (2017—2018)

十七、计算由摆线的参数方程 $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ ($0 < t < 2\pi$) 所确定的函数 $y = y(x)$ 的一阶

导数和二阶导数. (2018—2019)

十八、求星形线 $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ ($0 < t < 2\pi$) 在点 $(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$ 处的切线方程. (2019—2020)

十九、 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ te^y + y + 1 = 0 \end{cases}$ 所确定, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=-1}$ 及 $\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=-1}$. (2020—2021)

二十、已知笛卡尔叶形线的参数方程为

$$\begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}, \text{ 其中 } a > 0 \text{ 为常数.}$$

求由此参数方程所确定的函数 $y = y(x)$ 在 $t=1$ 处的一阶导数和二阶导数。

(2021—2022)