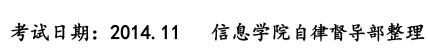


## 厦门大学《微积分 I - 1》课程期中试题





- 一、计算下列各题: (每小题 5 分, 共 50 分)
- 1. 求极限**错误!未找到引用源。错误!未找到引用源。**  $\lim_{x\to 0} (1-2x)^{-\frac{1}{3x}+2}$ ;

2.  $y = \ln(1 + x + \sqrt{x^2 + 2x}) + \arcsin \frac{1}{x+1} (x > 0)$ ,  $\Re dy$ ;

3. 设 $y = (x^2 + ax + b)\sin kx$ , 其中k > 0为常数, 求n阶导数;

4. 设函数 f(x) 在 x = 0 处连续,且  $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{\ln(1+2x)} = 3$ ,求 f(0), f'(0);

5. 求曲线  $y = x \ln(e + \frac{1}{x})$  ( x > 0 ) 的渐近线;

6. 计算不定积分  $\int x \ln(1+x^2) dx$ ;

7. 求 $\int \sec^3 x \tan^3 x dx$ ;

8. 设函数 y = y(x) 由方程  $2y^3 - 2y^2 + 2xy - x^2 = 1$ 确定,求 y = y(x) 的驻点,并判别它是否为极值点.

9. 设a > 0, 求曲线  $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t), \\ y = a(\sin t - t \cos t), \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的曲率;

## 二、计算下列各题: (每小题 6 分)

1. 若 f(1) = 0且 f'(1) = 2, 计算  $\lim_{x \to 0} \frac{f(\sin^2 x + \cos x)}{(e^x - 1)\tan x}$ ;

2. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足:  $0 < x_n < 1$ ,  $x_{n+1}(1-x_n) \ge \frac{1}{4}$ , 求 $\lim_{n \to \infty} x_n$ ;

3. 已知函数 f(x) 在  $(-\infty, +\infty)$  内可导, f'(0) = e ,且对任意的 x, y 满足

$$f(x+y) = e^x f(y) + e^y f(x)$$

求 f(0)和 f'(x), 并检验 f'(x)的连续性。

4. 设函数 y = y(x) 由  $\begin{cases} x = t - t^2 + 1 \\ t e^y + y + x = 0 \end{cases}$  所确定,求在 t = 0 处曲线的切线方程和法线方程。

三、计算下列各题: (每小题 8 分, 共 16 分)

1. 判断函数  $y = \frac{\sin(1-x)}{(1+e^{\frac{1}{x}})(x^2-1)}$  间断点类型,如果是可去间断点,请补充或改变函数的定义使

它连续。

2. 求定义在区间 $[0,2\pi]$ 上的函数  $f(x) = \sin x |\cos x|$ 的单调区间、极值点、拐点以及最大值和最小值.

四、证明题: (每小题 5 分, 共 10 分)

1. 试证明: 在区间 $(0,\frac{1}{2})$ 内, 恒有不等式

$$2x + (x-2) \arctan x > (x+\frac{1}{2}) \ln(1+x^2)$$
 成立.

2. 假设0 < a < b,若函数f(x)在[a,b]上连续,在(a,b)内可导,且f(a) = f(b) = 0,证明:对于任意正数k > 0,存在 $\xi \in (a,b)$ ,使得 $f'(\xi) = -\frac{k}{\xi}f(\xi)$ .