# 第四章串、数组和广义表

- 第2章 线性表
- 第3章 栈和队列
- 第4章 串、数组和广义表

## 线性结构

可表示为:  $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ 

## 教学目标

- 1. 理解串的存储方法,理解串的两种模式匹配算法,重点掌握BF算法。
- 2. 明确数组和广义表这两种数据结构的特点, 掌握数组地址计算方法,了解几种特殊矩阵 的压缩存储方法。
- 3.掌握广义表的定义、性质及其GetHead和GetTail的操作。

## 第4章 串、数组和广义表



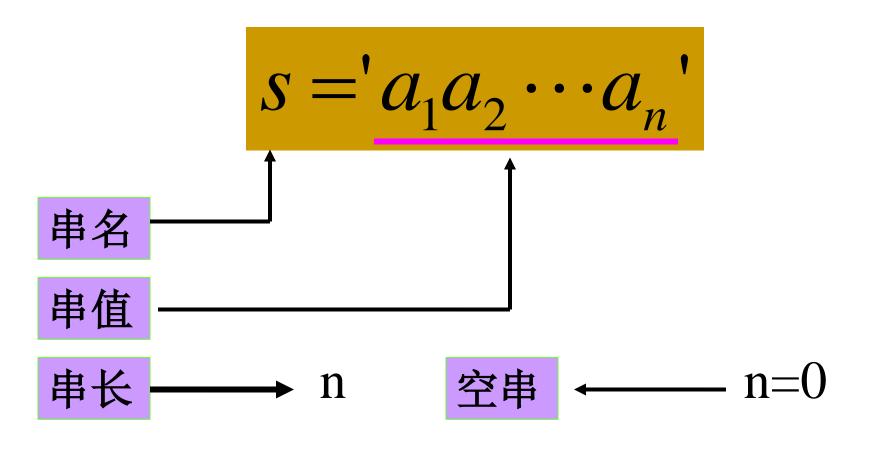
## 教学内容

- 4.1 串
- 4.2 数组
- 4.3 广义表

## 4.1 串



串(String)----零个或多个字符组成的有限序列



a='BEI',
b='JING'
c='BEIJING'
d='BEI JING'

子串

主串

字符位置

子串位置

串相等

空格串

## 案例引入



#### 案例4.1: 病毒感染检测

研究者将人的DNA和病毒DNA均表示成由一些字母组成的字符串序列。

然后检测某种病毒DNA序列是否在患者的DNA序列中出现过,如果出现过,则此人感染了该病毒,否则没有感染。例如,假设病毒的DNA序列为baa,患者1的DNA序列为aaabbba,则感染,患者2的DNA序列为babbba,则未感染。(注意,人的DNA序列是线性的,而病毒的DNA序列是环状的)



#### 病毒感染检测输入数据.txt - 记事本

#### 文件(F) 编辑(E) 格式(O) 查看(V)

10 baa bbaabbba aaabbbba baa abceaabb aabb. aabb abaabcea abod. cdabbbab abcd cabbbbbab bcdedbda abcde bdedbcda acc cde -odododeo. cced cdccdcce



#### 篇 病毒感染检测输出结果.txt - 记事本

文件(F)	编辑(E)	格式(O)	查看(V)	帮
baa	bbaabbba		YES	
baa	aaabbbba		YES	
aabb	abceaabb		YES	
aabb	abaabcea		YES	
abcd	cdabbbab		YES	
abcd	cabbbbab		NO	
abcde	bodedbda		NO	
acc	bdedbcda		NO	
cde	cdcdcdec		YES	
cced	cdccdcce		YES	

## 串的类型定义、存储结构及运算



#### **ADT String** {

数据对象:  $D = \{a_i \mid a_i \in CharacterSet, i = 1, 2, \dots, n, n \ge 0\}$ 

数据关系:  $R_1 = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle | a_{i-1}, a_i \in D, i = 1, 2, \dots, n \}$ 

#### 基本操作:

(1) StrAssign (&T,chars) //串赋值

(2) StrCompare (S,T) //串比较

(3) StrLength (S) //求串长

(4) Concat(&T,S1,S2) //串联

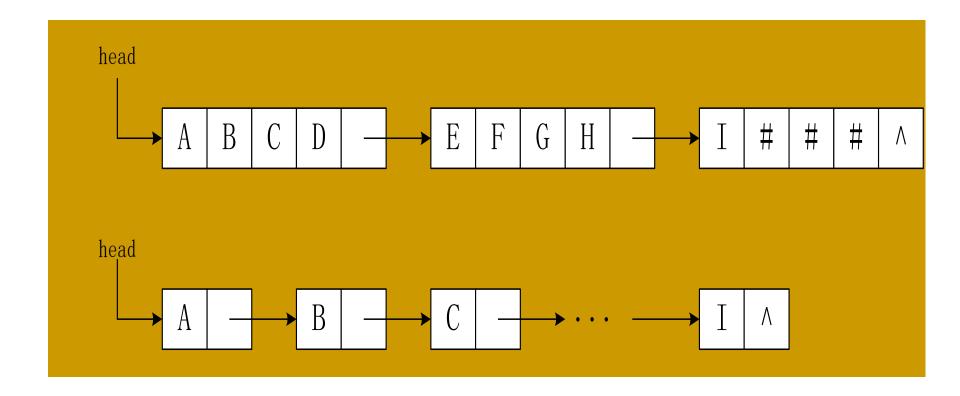
//求子串 (5) SubString(&Sub,S,pos,len) //串拷贝 (6) StrCopy(&T,S) //串判空 (7) StrEmpty(S) //清空串 (8) ClearString (&S) //子串的位置 (9) Index(S,T,pos) //串替换 (11) **Replace**(&S,T,V) //子串插入 (12) StrInsert(&S,pos,T) //子串删除 (12) StrDelete(&S,pos,len) //串销毁 (13) DestroyString(&S) **}ADT String** 

## 串的存储结构

- ●顺序存储
- **●**链式存储

## 顺序存储表示

## 链式存储表示



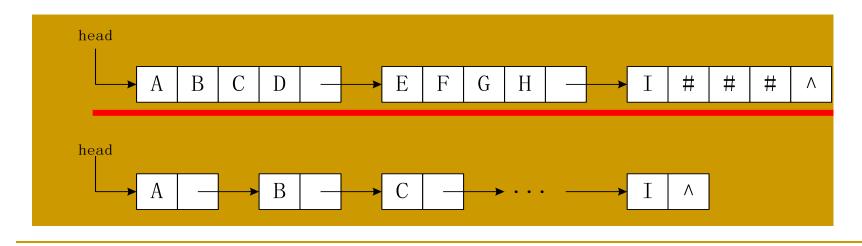
## 链式存储表示

优点:操作方便

缺点:存储密度较低

存储密度 = 串值所占的存储位 实际分配的存储位

可将多个字符存放在一个结点中,以克服其缺点



## 块链式存储表示

```
//可由用户定义的块大小
#define CHUNKSIZE 80
typedef struct Chunk{
 char ch[CHUNKSIZE];
 struct Chunk *next;
}Chunk;
typedef struct{
                    //串的头指针和尾指针
 Chunk *head,*tail;
                //串的当前长度
 int curlen;
}LString;
```

## 串的模式匹配算法

## 算法目的:

确定主串中所含子串第一次出现的位置(定位)即如何实现教材P79 Index(S,T,pos)函数

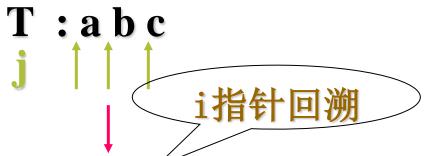
## 算法种类:

- ·BF算法(又称古典的、经典的、朴素的、穷举的)
- •KMP算法(特点:速度快)

#### BF算法设计思想

**i** | | | |

S:ababcabcacbab



S:ababcabcacbab

T: abc

S:ababcabcacbab

T: abc

## BF算法设计思想

#### Index(S,T,pos)

- 将主串的第pos个字符和模式的第一个字符比较, 若相等,继续逐个比较后续字符; 若不等,从主串的下一字符起,重新与模式的 第一个字符比较。
- 直到主串的一个连续子串字符序列与模式相等。
   返回值为S中与T匹配的子序列第一个字符的序号,
   即匹配成功。
- 否则,匹配失败,返回值 0

#### BF算法描述(算法4.1)

```
int Index(Sstring S,Sstring T,int pos){
  i=pos; j=1;
 while (i \le S[0] \&\& j \le T[0])
    if (S[i]=T[j]) \{++i; ++j; \}
   else{ i=i-j+2; j=1; }
 if (j>T[0]) return i-T[0];
 else return 0;
               i-j+1 i-j+2 ..... i-1
     S
```

#### BF算法时间复杂度

例: S='0000000001', T='0001', pos=1

若n为主串长度,m为子串长度,最坏情况是

- ✓主串前面n-m个位置都部分匹配到子串的最后一位,即这n-m位各比较了m次
- ✓最后m位也各比较了1次

总次数为: (n-m)\*m+m=(n-m+1)\*m 若m<<n,则算法复杂度O(n\*m)

## KMP (Knuth Morris Pratt) 算法

《计算机程序设计艺术 第1卷 基本算法》

《计算机程序设计艺术 第2卷 半数值算法》

《计算机程序设计艺术 第3卷 排序与查找》

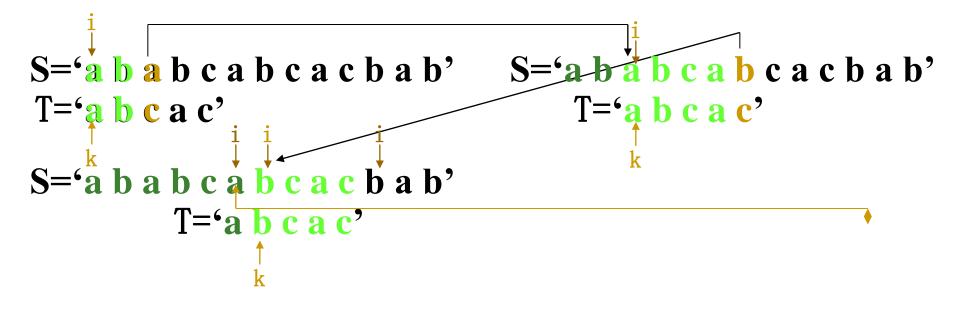
http://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/

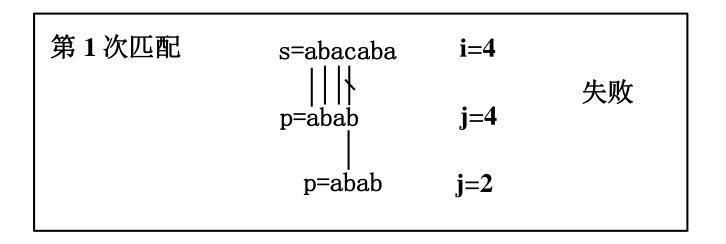




#### KMP算法设计思想

利用已经部分匹配的结果而加快模式串的滑动速度? 且主串S的指针i不必回溯!可提速到O(n+m)!





因 $p_1 \neq p_2$ ,  $s_2 = p_2$ , 必有 $s_2 \neq p_1$ , 又因 $p_1 = p_3$ ,  $s_3 = p_3$ , 所以必有 $s_3 = p_1$ 。因此, 第二次匹配可直接从i = 4, j = 2开始。

改进:每趟匹配过程中出现字符比较不等时,不回溯 主指针i,利用已得到的"部分匹配"结果将模式向 右滑动尽可能远的一段距离,继续进行比较。

- ① " $p_1p_2...p_{k-1}$ " = " $s_{i-k+1}s_{i-k+2}...s_{i-1}$ "
- ②" $\mathbf{p}_{\mathbf{j-k+1}}\mathbf{p}_{\mathbf{j-k+2}}...\mathbf{p}_{\mathbf{j-1}}$ " = " $\mathbf{s}_{\mathbf{i-k+1}}\mathbf{s}_{\mathbf{i-k+2}}...\mathbf{s}_{\mathbf{i-1}}$ " (部分匹配)
- ③ " $p_1p_2...p_{k-1}$ " = " $p_{j-k+1}p_{j-k+2}...p_{j-1}$ " (真子串)

为此,定义next[j]函数,表明当模式中第j个字符与主串中相应字符"失配"时,在模式中需重新和主串中该字符进行比较的字符的位置。

$$next[j] = \begin{cases} max{\{k|1 < k < j, 且 "p_1...p_{k-1}" = "p_{j-k+1}...p_{j-1}" \}} \\ & \qquad \qquad \\ & \qquad \\ &$$

```
int Index_KMP (SString S,SString T, int pos)
   i = pos, j = 1;
   while (i<=S[0] && j<=T[0]) {
      if (j==0 || S[i]==T[j]) \{ i++; j++; \}
      else
        if (j>T[0]) return i-T[0]; /*匹配成功*/
   else return 0; /*返回不匹配标志*/
```

- 如何求next函数值
- 1. next[1] = 0;表明主串从下一字符 $s_{i+1}$ 起和模式串重新开始匹配。i = i+1; j = 1;
- 2. 设next[j] = k,则next[j+1] = ?
- ①若 $p_k = p_j$ ,则有" $p_1 ... p_{k-1} p_k$ "=" $p_{j-k+1} ... p_{j-1} p_j$ ",说明 next[j+1] = k+1 = next[j]+1。
- ②若p<sub>k</sub>≠p<sub>j</sub>,可把求next值问题看成是一个模式匹配问题,整个模式串既是主串,又是子串。

- •若 $p_{k'}=p_{j'}$ ,则有" $p_{1}...p_{k'}$ "=" $p_{j-k'+1}...p_{j'}$ ", next[j+1]=k'+1=next[k]+1=next[next[j]]+1.
- •若 $p_{k}$ "= $p_{j}$ ,则有" $p_{1}...p_{k}$ "=" $p_{j-k}$ "+ $1...p_{j}$ ",next[j+1]=k"+1=next[k']+1=next[next[k]]+1.
- ext[j+1]=1.

j 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 模式串 a b c a a b b c a b c a a b d a b next[j] 0 1 1 1 2 2 3 1 1 2 3 4 5 6 7 1 2

```
void get_next(SString T, int &next[])
i= 1; next[1] = 0; j = 0;
while( i<T[0]){
    if(j==0 || T[i] == T[j]){
        ++i; ++j;
        next[i] = j;
    else
        j = next[j];
```

#### ●KMP算法的时间复杂度

设主串s的长度为n,模式串t长度为m,在KMP算法中求next数组的时间复杂度为0(m),在后面的匹配中因主串s的下标不减即不回溯,比较次数可记为n,所以KMP算法总的时间复杂度为0(n+m)。

## 第4章 串、数组和广义表



## 教学内容

- 4.1 串
- 4.2 数组
- 4.3 广义表

## 4.2 数组



本节所讨论的数组与高级语言中的数组区别:

- 高级语言中的数组是顺序结构;
- 而本章的数组既可以是顺序的,也可以是链式结构,用户可根据需要选择。

## 数组的抽象数据类型

#### **ADT Array** {

## 数据对象:

$$j_i = 0, \dots b_i - 1, i = 1, 2, \dots, n$$

$$D = \{a_{j_{j_2\cdots j_n}} \mid a_{j_1j_2\cdots j_n} \in ElemSet\}$$

数据关系: 
$$R_{1} = \{ \langle a_{j_{1}\cdots j_{i}\cdots j_{n}}, a_{j_{1}\cdots j_{i}+1\cdots j_{n}} \rangle |$$

$$0 \leq j_{k} \leq b_{k} - 1, \quad 1 \leq k \leq n, \quad \exists k \neq i,$$

$$0 \leq j_{i} \leq b_{k} - 2,$$

$$a_{j_{1}\cdots j_{i}\cdots j_{n}}, a_{j_{1}\cdots j_{i}+1\cdots j_{n}} \in D, i = 2, \cdots, n \}$$

## 基本操作:

(1) InitArray (&A,n,bound1, ...boundn)

```
//构造数组A
```

- (2) DestroyArray (&A) // 销毁数组A
- (3) Value(A,&e,index1,...,indexn) //取数组元素值
- (4) Assign (A,&e,index1,...,indexn) //给数组元素赋值

## **}ADT Array**

### 一维数组

### 二维数组

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$$
 (p = m $\overrightarrow{\mathbb{p}}$ n)

$$\alpha_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}) \quad 1 \le i \le m$$

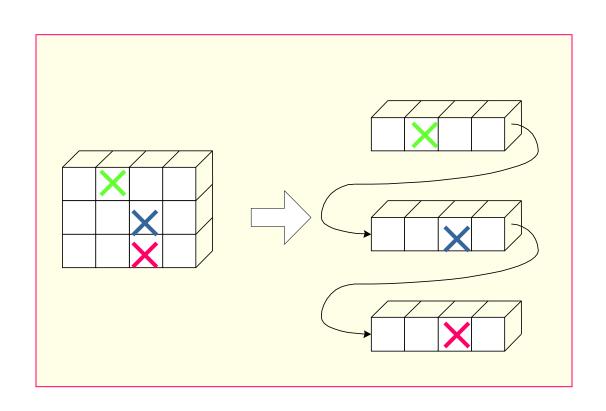
$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\alpha_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}) \quad 1 \le j \le n$$

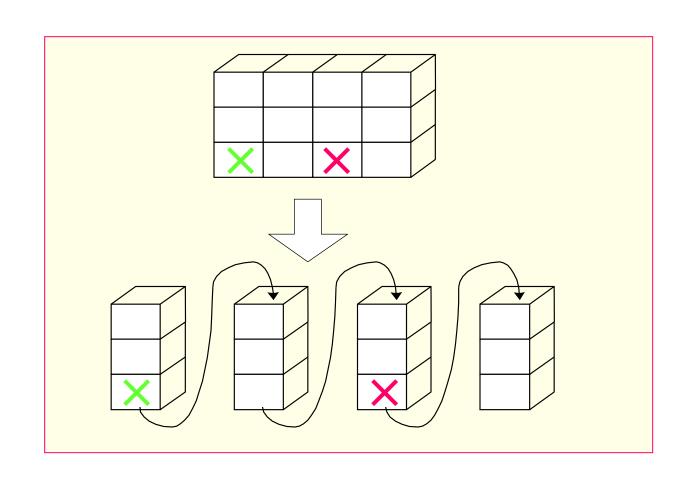
$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

## 数组的顺序存储

•以行序为主序 C, PASCAL



# •以列序为主序 FORTRAN



## 二维数组的行序优先表示

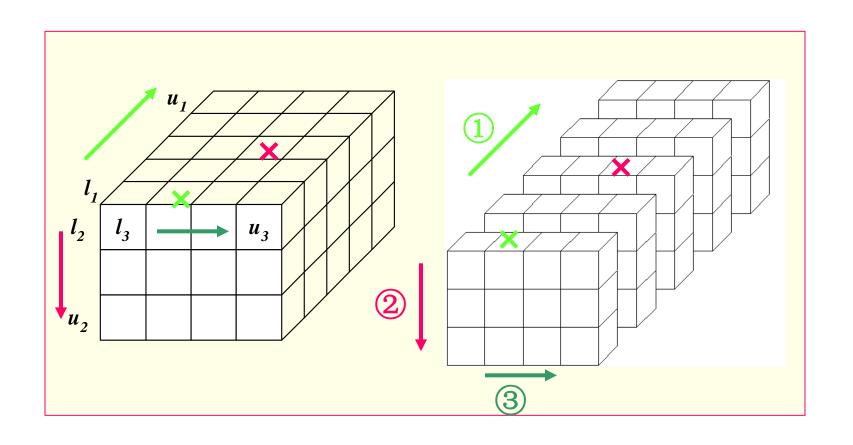
# a[n][m]

$$a[0][0]$$
  $a[0][1]$   $\cdots$   $a[0][m-1]$   $a[1][0]$   $a[1][1]$   $\cdots$   $a[1][m-1]$   $a[2][0]$   $a[2][1]$   $\cdots$   $a[2][m-1]$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $a[n-1][0]$   $a[n-1][1]$   $\cdots$   $a[n-1][m-1]$ 

设数组开始存放位置 
$$LOC(0,0) = a$$
  
 $LOC(j,k) = a + j*m + k$ 

## 三维数组

## 按页/行/列存放,页优先的顺序存储



### 三维数组

- <sup>☞</sup>a[m1][m2] [m3] 各维元素个数为 m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub>, m<sub>3</sub>
- 下标为 $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ 的数组元素的存储位置:

LOC 
$$(i_1, i_2, i_3) = a + i_1^* m_2^* m_3 + i_2^* m_3 + i_3$$
  
前 $i_1$ 页总 第 $i_1$ 页的 第 $i_2$ 行前 $i_3$   
元素个数 前 $i_2$ 行总 列元素个数 元素个数

## n维数组

- 各维元素个数为  $m_1, m_2, m_3, ..., m_n$
- 下标为 $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ , ...,  $i_n$  的数组元素的存储位置:

$$LOC(i_1, i_2, \dots, i_n) = a + i_1 * m_2 * m_3 * \dots * m_n + i_2 * m_3 * m_4 * \dots * m_n + \dots + i_{n-1} * m_n + i_n$$

$$= a + \left(\sum_{j=1}^{n-1} i_j * \prod_{k=j+1}^n m_k\right) + i_n$$

## n维数组

$$LOC[j_1, j_2, \dots, j_n] = LOC[0,0,\dots,0] + \left(\sum_{i=1}^{n} c_i j_i\right) L$$

$$c_n = L, c_{i-1} = b_i \times c_i, 1 < i \le n$$

# 练习

设有一个二维数组A[m][n]按行优先顺序存储,假设A[0][0]存放位置在644 $_{(10)}$ ,A[2][2]存放位置在676 $_{(10)}$ ,每个元素占一个空间,问 $A[3][3]_{(10)}$ 存放在什么位置?脚注 $_{(10)}$ 表示用10进制表示。

设数组元素A[i][j]存放在起始地址为Loc(i,j)的存储单元中

- : Loc (2, 2) = Loc (0, 0) + 2 \* n + 2 = 644 + 2 \* n + 2 = 676.
- $\therefore$  n = (676 2 644) / 2 = 15
- $\therefore$  Loc (3,3) = Loc (0,0) + 3 \* 15 + 3 = 644 + 45 + 3 = 692.

# 练习

设有二维数组A[10, 20], 其每个元素占两个字节, *A*[0][0]存储地址为100, 若按行优先顺序存储,则元素A[6, 6]的存储地址为\_\_\_\_\_\_\_352 按列优先顺序存储,元素A[6, 6]的存储地址为\_\_\_\_\_\_232

(6\*20+6)\*2+100=352

(6\*10+6)\*2+100=232

## 特殊矩阵的压缩存储

#### 1. 什么是压缩存储?

若多个数据元素的值都相同,则只分配一个元素值的存储空间,且零元素不占存储空间。

#### 2. 什么样的矩阵能够压缩?

一些特殊矩阵,如:对称矩阵,对角矩阵,三角矩阵,稀疏矩阵等。

#### 3. 什么叫稀疏矩阵?

矩阵中非零元素的个数较少(一般小于5%)

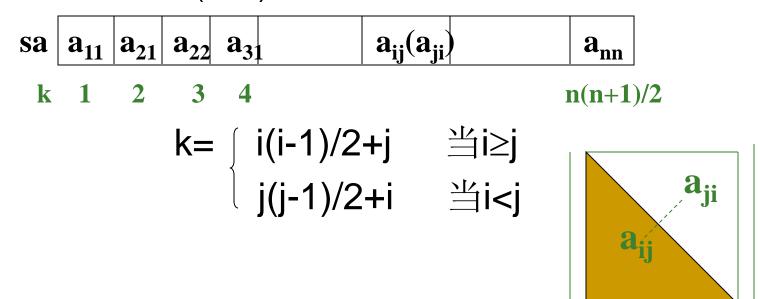
## 数组下标(i,j) 确定 存储地址

#### 1. 对称矩阵

[特点] 在n×n的矩阵a中,满足如下性质:

$$a_{ij}=a_{ji}$$
  $(1 \le i, j \le n)$ 

[存储方法] 只存储下(或者上)三角(包括主对角线)的数据元素。共占用n(n+1)/2个元素空间。



#### 2. 三角矩阵

[特点] 对角线以下(或者以上)的数据元素(不包括对角线)全部为常数c。

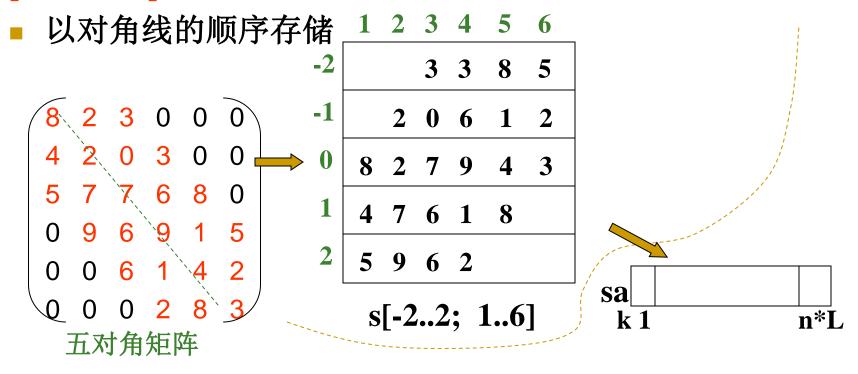


[存储方法] 重复元素c共享一个元素存储空间,共占用 n(n+1)/2+1个元素空间: sa[1.. n(n+1)/2+1]

#### 3. 对角矩阵(带状矩阵)

[特点] 在n×n的方阵中,非零元素集中在主对角线及其两侧共L(奇数)条对角线的带状区域内—L对角矩阵。

#### [存储方法]



# 稀疏矩阵

#### 稀疏矩阵:

如果矩阵A=(aij)m×n中共有t个非0元素,则称

$$\delta = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{m} \times \mathbf{n}}$$

为稀疏因子。

通常认为δ≤0.05的矩阵是稀疏矩阵。

# 稀疏矩阵的存储

- ✓用二维数组表示稀疏矩阵将产生问题:
- (1)0值元素占据很大的存储空间;
- (2)需进行很多涉及到O值的运算; 遇除法,还需判别除数是否为O。

# 稀疏矩阵的存储

#### ✓解决问题的原则:

- (1)尽可能少存储或者不存储0值元素;
- (2)尽可能减少没有实际意义的运算;
- (3)操作方便。如尽可能快找到与下标(i, j)对应的元素或同行(/列)的非0元素等。

# 三元组顺序表

- 三元组(i, j, a<sub>ij</sub>)——第i行第j列的元素a<sub>ij</sub>;
- 》三元组顺序表 按**行序优先**依次存储稀疏矩阵的非**0**元素 而得到的三元组列表。

# 三元组顺序表

#### 例如,

#### 三元组顺序表

稀疏矩阵可由矩阵行数、列数和三元组顺序表唯一确定。

# 三元组顺序表

- 》 三元组顺序表一般可用二维数组 T3[MaxT][3]存储(数据元素为整型时), 其中, MaxT>t (t为非0元素的个数)。
- » T3[0]的三个数组元素分别用来存储矩阵 的行数m、列数n和非0元素的个数t。

```
typedef struct {
    int i, j;
    Type e;
} Triple;
typedef Triple data[MaxT];
int mu, nu, tu;
```

# 第4章 串、数组和广义表



# 教学内容

- 4.1 串
- 4.2 数组
- 4.3 广义表

# 4.3 广义表

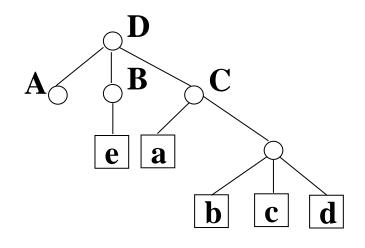


■ 广义表(列表):  $n (\geq 0)$ 个表元素组成的有限序列, 记作 $LS = (a_1, a_2, ..., a_n)$ 

LS是表名, $a_i$ 是表元素,它可以是表 (称为子表),可以是数据元素(称为原子)。

- $a_1$ 表中第一个元素)称为表头;
- 其余元素组成的子表称为表尾;  $(a_2, ..., a_n)$
- ■广义表中所包含的元素(包括原子和子表)的个数称为表的长度。n为表的长度。n = 0的广义表为空表。
- ■广义表中括号的最大层数称为表深(度)。

广义表	表长n	表深h
<b>A</b> =()	0	0
<b>B</b> =(e)	1	1
C=(a,(b,c,d))	2	2
D=(A,B,C)	3	3
E=(a,E)	2	8



广义表的图形表示

## 广义表与线性表的区别?

- >线性表的成分都是结构上不可分的单元素
- >广义表的成分可以是单元素,也可以是有结构的表
- >线性表是一种特殊的广义表
- >广义表不一定是线性表,也不一定是线性结构

## 广义表的存储结构

由于广义表中的数据元素具有不同的结构,通常 用链式存储结构表示,每个数据元素用一个结点表示。 因此,广义表中就有两类结点:

- ◆ 一类是表结点,用来表示广义表项,由标志域, 表头指针域,表尾指针域组成;
- ◆ 另一类是原子结点,用来表示原子项,由标志域, 原子的值域组成。

只要广义表非空,都是由表头和表尾组成。即一 个确定的表头和表尾就唯一确定一个广义表。

## 广义表的基本运算

- (1) 求表头GetHead(L): 非空广义表的第一个元素,可以是一个单元素,也可以是一个子表
- · (2) 求表尾GetTail(L): 非空广义表除去表头元素以外其它元素所构成的表。表尾一定是一个表

# 练习

$$A=(a,b)$$
 GetHead(A)=a GetTail(A)=(b)

$$A=(a)$$
 GetHead(A)=a GetTail(A)=()

$$A=((a))$$
 GetHead(A)=(a) GetTail(A)=()

$$A=(a,b,(c,d),(e,(f,g)))$$

GetHead(GetTail(GetTail(GetTail(A)))))

## 广义表的特点

- 有次序性 一个直接前驱和一个直接后继
- 有长度 =表中元素个数
- 有深度 =表中括号的重数
- 可递归 自己可以作为自己的子表
- 可共享 可以为其他广义表所共享

# 练习: 求下列广义表的长度

1) A =()

n=0,因为A是空表

2) B = (e)

- n=1,表中元素e是原子
- 3) C =(a,(b,c,d)) n=2, a 为原子,(b,c,d)为子表
- 4) D=(A,B,C)
- n=3,3个元素都是子表

5) E=(a, E)

n=2, a 为原子, E为子表

D=(A,B,C)=(( ),(e),(a,(b,c,d))), 共享表

E=(a,E)=(a,(a,E))=(a,(a,(a,....))), E为递归表

# 案例分析与实现



案例4.1: 病毒感染检测

#### 【案例分析】

- ●因为患者的DNA和病毒DNA均是由一些字母组成的字符串序列,要检测某种病毒DNA序列是否在患者的DNA序列中出现过,实际上就是字符串的模式匹配问题。
- ●可以利用BF算法,也可以利用更高效的KMP算法。
- ●但与一般的模式匹配问题不同的是,此案例中病毒的DNA 序列是环状的。
- ●这样需要对传统的BF算法或KMP算法进行改进。

#### 【案例实现】

- ●对于每一个待检测的任务,假设病毒DNA序列的长度是m,因为病毒DNA序列是环状的,为了线性取到每个可行的长度为m的模式串,可将存储病毒DNA序列的字符串长度扩大为2m,将病毒DNA序列连续存储两次。
- ●然后循环m次,依次取得每个长度为m的环状字符串,将此字符串作为模式串,将人的DNA序列作为主串,调用BF算法进行模式匹配。
- ●只要匹配成功,即可中止循环,表明该人感染了对应的病毒; 否则,循环m次结束循环时,可通过BF算法的返回值判断该人是否感染了对应的病毒。

#### 【算法步骤】

- ① 从文件中读取待检测的任务数num。
- ②根据num个数依次检测每对病毒DNA和人的DNA是否匹配,循环num次,执行以下操作:
  - ●从文件中分别读取一对病毒DNA序列和人的DNA序列;
  - ●设置标志性变量flag, 用来标识是否匹配成功,初始为0,表示未匹配;
  - ●病毒DNA序列的长度是m,将存储病毒DNA序列的字符串长度扩大为2m,将病毒DNA序列连续存储两次;
  - ●循环m次, 重复执行以下操作:
    - ▶依次取得每个长度为m的病毒DNA环状字符串;
    - 》将此字符串作为模式串,将人的DNA序列作为主串,调用BF算法进行模式匹配,将匹配结果返回赋值给flag;
    - >若flag非0,表示匹配成功,中止循环,表明该人感染了对应的病毒。
  - ●退出循环时,判断flag的值,若flag非0、输出"YES",否则、输出"NO"

## 小结

- 1. 了解串的存储方法,理解串的两种模式匹配 算法,重点掌握BF算法。
- 2. 明确数组和广义表这两种数据结构的特点, 掌握数组地址计算方法,了解几种特殊矩阵 的压缩存储方法。
- 3.掌握广义表的定义、性质及其GetHead和GetTail的操作。