

第8章 相量法

- 重点:

第8章 相量法

● 重点:

1. 正弦量的表示、相位差;

第8章 相量法

● 重点:

1. 正弦量的表示、相位差;
2. 正弦量的相量表示

第8章 相量法

● 重点:

1. 正弦量的表示、相位差;
2. 正弦量的相量表示
3. 电路定理的相量形式;

8.3 相量法的基础

8.3 相量法的基础

1. 问题的提出:

8.3 相量法的基础

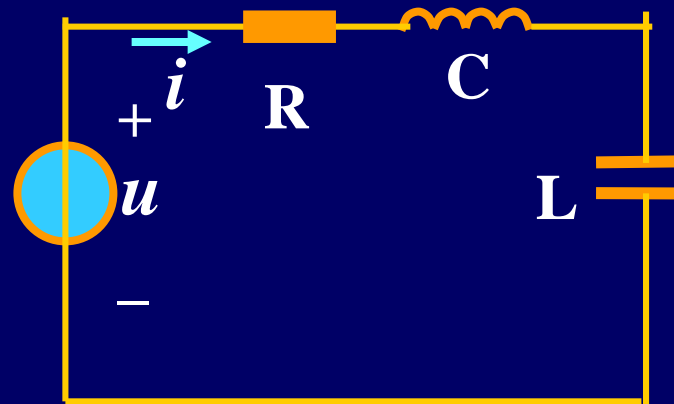
1. 问题的提出:

电路方程是微分方程:

8.3 相量法的基础

1. 问题的提出:

电路方程是微分方程:

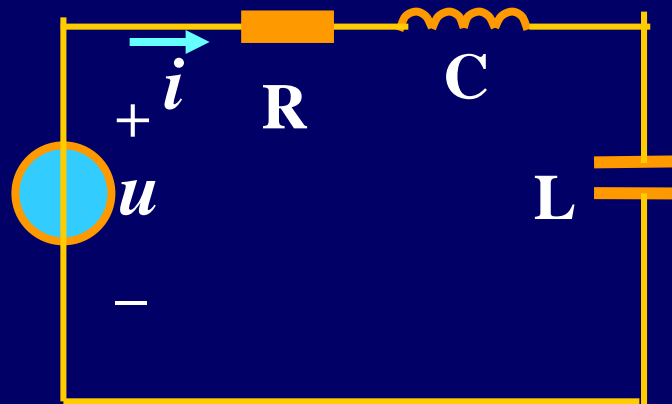


8.3 相量法的基础

1. 问题的提出:

电路方程是微分方程:

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = u(t)$$

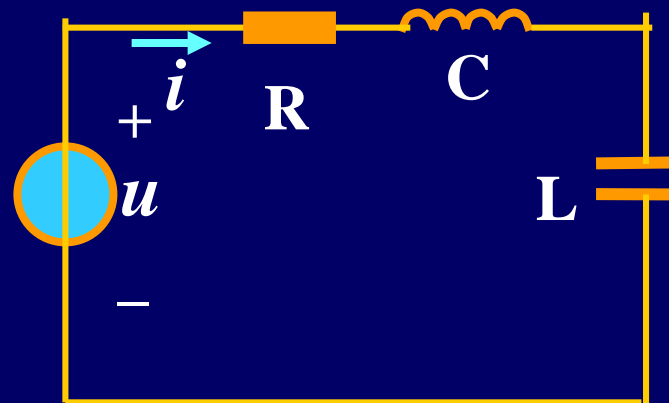


8.3 相量法的基础

1. 问题的提出:

电路方程是微分方程:

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = u(t)$$



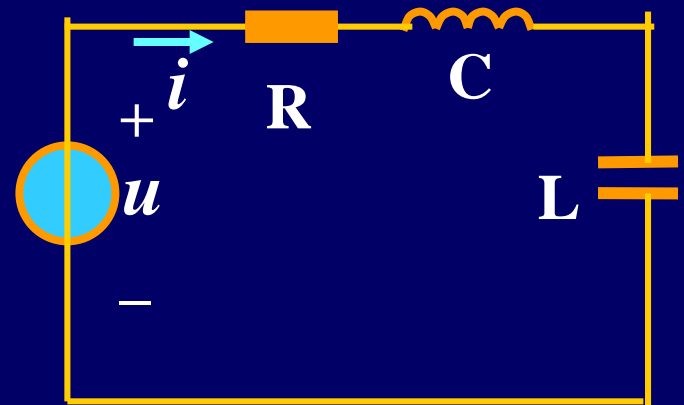
两个正弦量的相加: 如KCL、KVL方程运算。

8.3 相量法的基础

1. 问题的提出:

电路方程是微分方程:

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = u(t)$$



两个正弦量的相加: 如KCL、KVL方程运算。

$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \psi_1) \\ i_2 &= \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \psi_2) \end{aligned} \quad \text{+}$$

$$i_1$$

$$i_2$$

$$i_1+i_2 \rightarrow i_3$$

i_1

i_2

$i_1+i_2 \rightarrow i_3$

角频率:

有效值:

初相位:

$$\frac{i_1}{\omega}$$

$$\frac{i_2}{\omega}$$

$$\frac{i_1+i_2 \rightarrow i_3}{\omega}$$

角频率:

有效值:

初相位:

$$\begin{matrix} i_1 \\ \omega \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} i_2 \\ \omega \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} i_1+i_2 \rightarrow i_3 \\ \omega \end{matrix}$$

角频率:

$$I_1$$

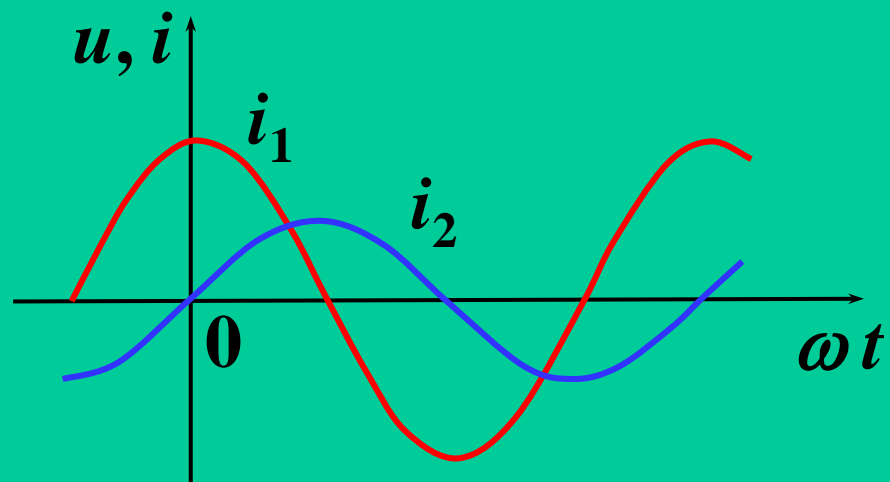
$$I_2$$

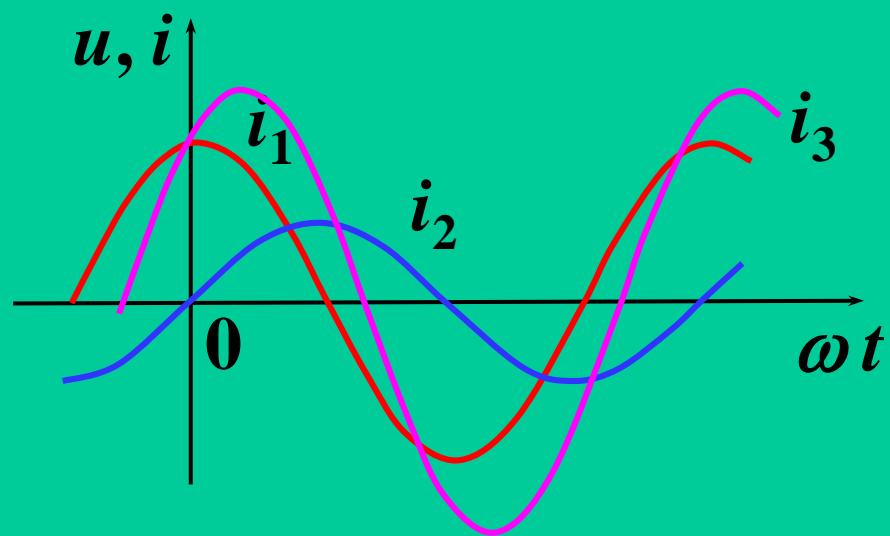
$$I_3$$

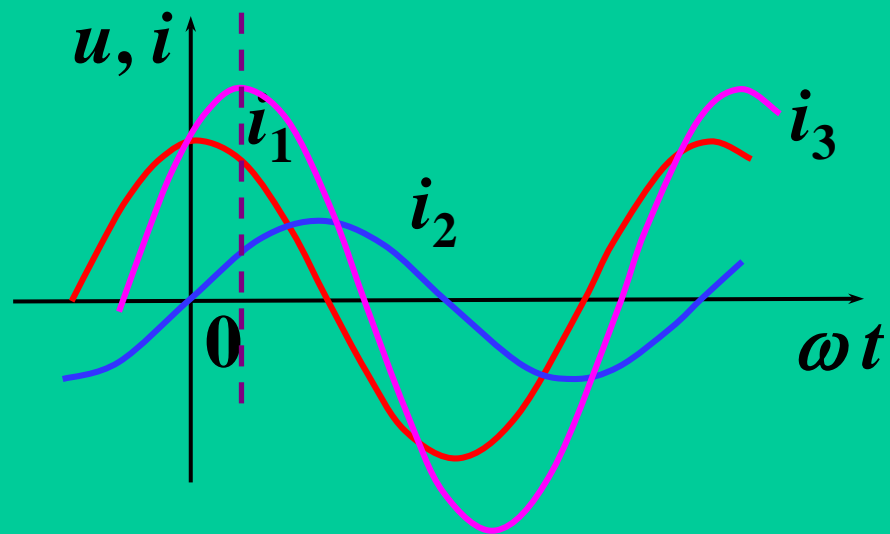
有效值:

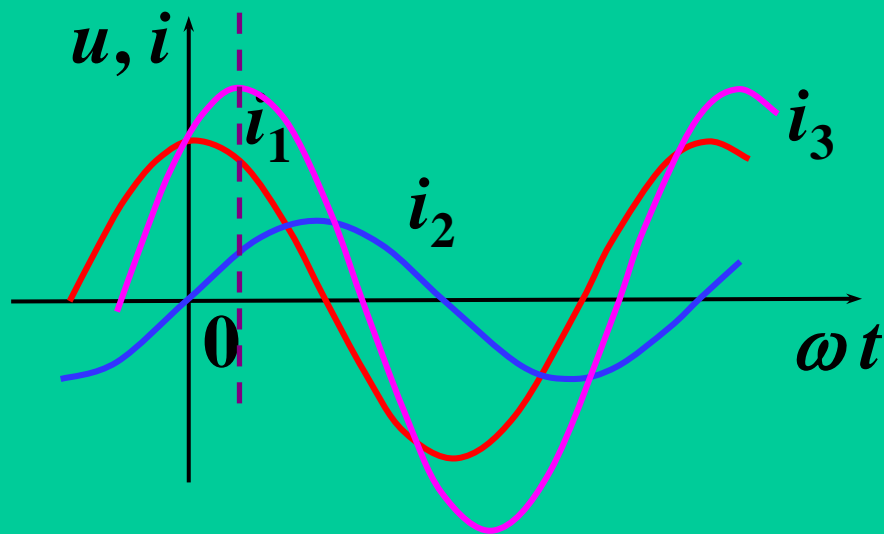
初相位:

	i_1	i_2	$i_1+i_2 \rightarrow i_3$
	ω	ω	ω
角频率:	I_1	I_2	I_3
有效值:	ψ_1	ψ_2	ψ_3
初相位:			

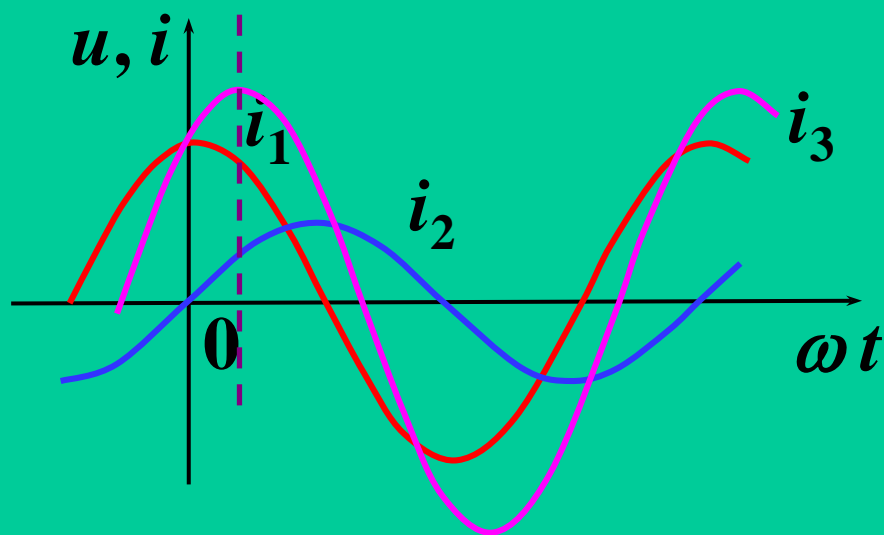








因同频的正弦量相加仍得到同频的正弦量，所以，只要确定初相位和有效值(或最大值)就行了。因此，



因同频的正弦量相加仍得到同频的正弦量，所以，只要确定初相位和有效值(或最大值)就行了。因此，

正弦量



复数

实际是变换的思想

2. 正弦量的相量表示

2. 正弦量的相量表示

造一个复函数

2. 正弦量的相量表示

造一个复函数 $A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)} \\ &= \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t + \Psi) \end{aligned}$$

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)} \\ &= \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t + \Psi) \end{aligned}$$

对 $A(t)$ 取实部:

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{2}I e^{j(\omega t + \Psi)} \\ &= \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi) \end{aligned}$$

是一个正弦量
有物理意义

对 $A(t)$ 取实部: $\operatorname{Re}[A(t)] = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) = i(t)$

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)} \\ &= \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t + \Psi) \end{aligned}$$

是一个正弦量
有物理意义

对 $A(t)$ 取实部: $\text{Re}[A(t)] = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) = i(t)$

对于任意一个正弦时间函数都有唯一与其对应的复数函数

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$$

是一个正弦量
有物理意义

$$= \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t + \Psi)$$

对 $A(t)$ 取实部: $\text{Re}[A(t)] = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) = i(t)$

对于任意一个正弦时间函数都有唯一与其对应的复数函数

$$i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \leftrightarrow A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$$

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$$

是一个正弦量
有物理意义

$$= \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t + \Psi)$$

对 $A(t)$ 取实部: $\text{Re}[A(t)] = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) = i(t)$

对于任意一个正弦时间函数都有唯一与其对应的复数函数

$$i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \leftrightarrow A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$$

$A(t)$ 还可以写成

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$$

是一个正弦量
有物理意义

$$= \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I\sin(\omega t + \Psi)$$

对 $A(t)$ 取实部: $\text{Re}[A(t)] = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) = i(t)$

对于任意一个正弦时间函数都有唯一与其对应的复数函数

$$i = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \leftrightarrow A(t) = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t + \Psi)}$$

$A(t)$ 还可以写成

$$A(t) = \underbrace{\sqrt{2}Ie^{j\Psi}}_{\text{复常数}} e^{j\omega t} = \sqrt{2}Ie^{j\omega t}$$

2. 正弦量的相量表示

无物理意义

造一个复函数

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{2}I e^{j(\omega t + \Psi)} \\ &= \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) + j\sqrt{2}I \sin(\omega t + \Psi) \end{aligned}$$

是一个正弦量
有物理意义

对 $A(t)$ 取实部: $\text{Re}[A(t)] = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) = i(t)$

对于任意一个正弦时间函数都有唯一与其对应的复数函数

$$i = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \leftrightarrow A(t) = \sqrt{2}I e^{j(\omega t + \Psi)}$$

$A(t)$ 还可以写成

$$A(t) = \underbrace{\sqrt{2}I e^{j\Psi}}_{\text{复常数}} e^{j\omega t} = \sqrt{2}I e^{j\omega t}$$

$A(t)$ 包含了三要素: I 、 Ψ 、 ω , 复常数包含了 I , Ψ 。

称 $\dot{i} = I\angle\Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U \angle \theta$$

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U \angle \theta$$

例1 已知

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U \angle \theta$$

例1 已知

$$i = 141.4 \cos(314t + 30^\circ) \text{ A}$$

$$u = 311.1 \cos(314t - 60^\circ) \text{ V}$$

试用相量表示 i, u .

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U \angle \theta$$

例1 已知

解

$$i = 141.4 \cos(314t + 30^\circ) \text{ A}$$

$$u = 311.1 \cos(314t - 60^\circ) \text{ V}$$

试用相量表示 i, u .

称 $\dot{i} = I \angle \Psi$ 为正弦量 $i(t)$ 对应的相量。

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi) \Leftrightarrow \dot{i} = I \angle \Psi$$

{ 相量的模表示正弦量的有效值
相量的幅角表示正弦量的初相位

同样可以建立正弦电压与相量的对应关系：

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \dot{U} = U \angle \theta$$

例1 已知

$$i = 141.4 \cos(314t + 30^\circ) \text{ A}$$

$$u = 311.1 \cos(314t - 60^\circ) \text{ V}$$

试用相量表示 i, u .

解

$$\dot{i} = 100 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U} = 220 \angle -60^\circ \text{ V}$$

例2

已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

例2

已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

解

例2

已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

解

$$i = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$$

例2 已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

解 $i = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$

● 相量图

例2

已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

解

$$i = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$$

● 相量图



在复平面上用向量表示相量的图

例2

已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

解

$$i = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$$

● 相量图



在复平面上用向量表示相量的图

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \rightarrow \dot{I} = I\angle\Psi$$

例2

已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

解

$$i = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$$

● 相量图



在复平面上用向量表示相量的图

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \rightarrow \dot{I} = I\angle\Psi$$

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta) \rightarrow \dot{U} = U\angle\theta$$

例2

已知 $\dot{I} = 50\angle 15^\circ \text{ A}$, $f = 50\text{Hz}$.

试写出电流的瞬时值表达式。

解

$$i = 50\sqrt{2}\cos(314t + 15^\circ) \text{ A}$$

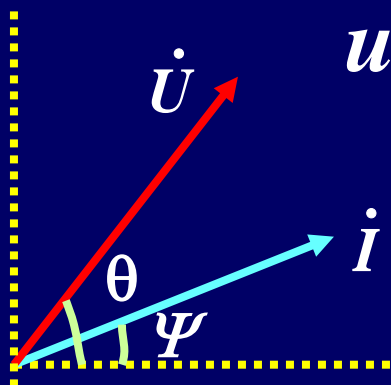
● 相量图



在复平面上用向量表示相量的图

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \Psi) \rightarrow \dot{I} = I\angle\Psi$$

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta) \rightarrow \dot{U} = U\angle\theta$$



3. 相量法的应用

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) \\ &= \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} (\dot{U}_1 + \dot{U}_2) e^{j\omega t}) \end{aligned}$$

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$= \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \underbrace{(\dot{U}_1 + \dot{U}_2)}_{\dot{U}} e^{j\omega t})$$

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) \\ &= \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \underbrace{(\dot{U}_1 + \dot{U}_2)}_{\dot{U}} e^{j\omega t}) \end{aligned}$$

可得其相量关系为：

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$= \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \underbrace{(\dot{U}_1 + \dot{U}_2)}_{\dot{U}} e^{j\omega t})$$

可得其相量关系为:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$\dot{U}$$

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) \\ &= \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \underbrace{(\dot{U}_1 + \dot{U}_2)}_{\dot{U}} e^{j\omega t}) \end{aligned}$$

可得其相量关系为：

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$\dot{U}$$

故同频正弦量相加减运算变成对应相量的相加减运算。

3. 相量法的应用

(1) 同频率正弦量的加减

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_1 \cos(\omega t + \Psi_1) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t})$$

$$u_2(t) = \sqrt{2} U_2 \cos(\omega t + \Psi_2) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t})$$

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) \\ &= \operatorname{Re}(\sqrt{2} \dot{U}_1 e^{j\omega t} + \sqrt{2} \dot{U}_2 e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \underbrace{(\dot{U}_1 + \dot{U}_2)}_{\dot{U}} e^{j\omega t}) \end{aligned}$$

可得其相量关系为:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

$$\dot{U}$$

故同频正弦量相加减运算变成对应相量的相加减运算。

$$\begin{array}{ccc} i_1 \pm i_2 = i_3 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \dot{I}_1 \pm \dot{I}_2 = \dot{I}_3 \end{array}$$

例

例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$

例

$$u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{array} \right.$$

例

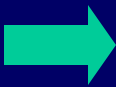
$$u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$$

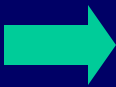
$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ$$



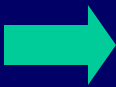
$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{array} \right.$$

例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$  $\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{array} \right.$

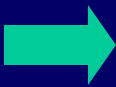
$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46$$

例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$  $\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 \end{aligned}$$

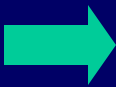
例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$  $\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$  $\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$  $\begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

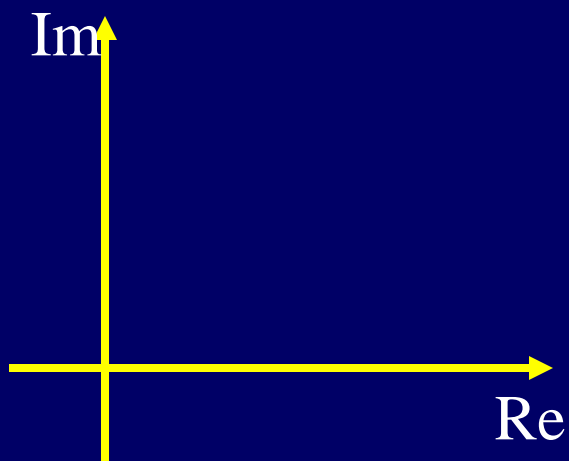
也可借助相量图计算

例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

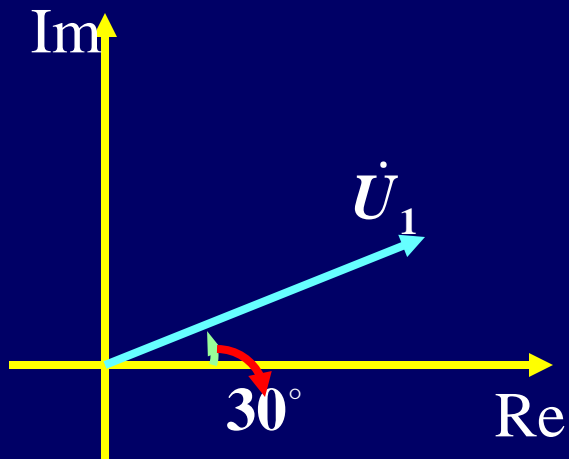


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

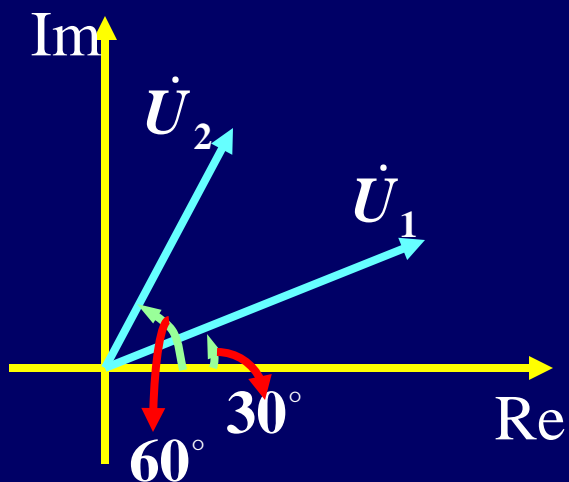


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

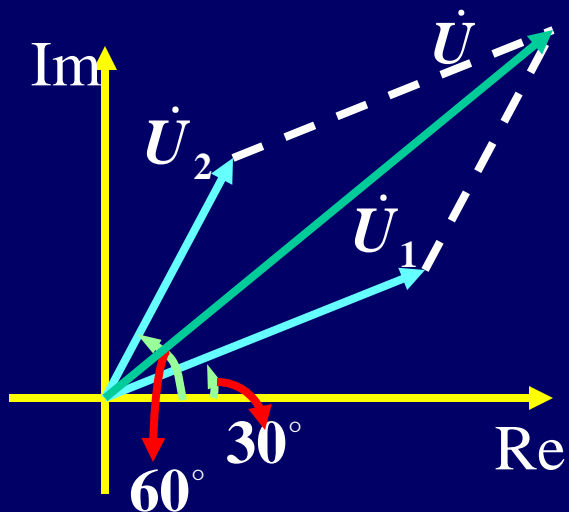


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

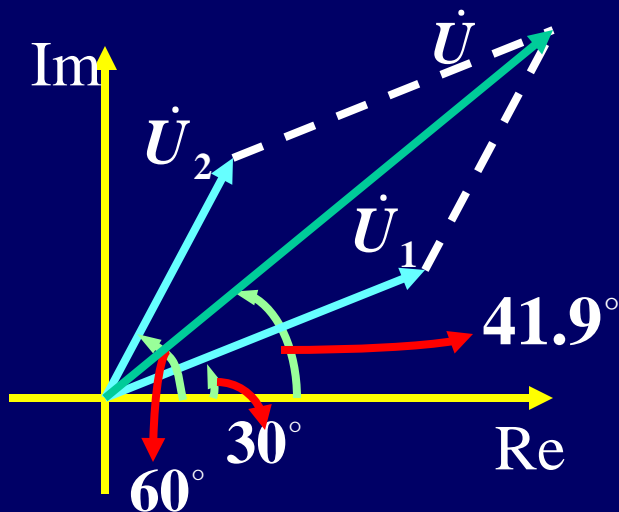


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

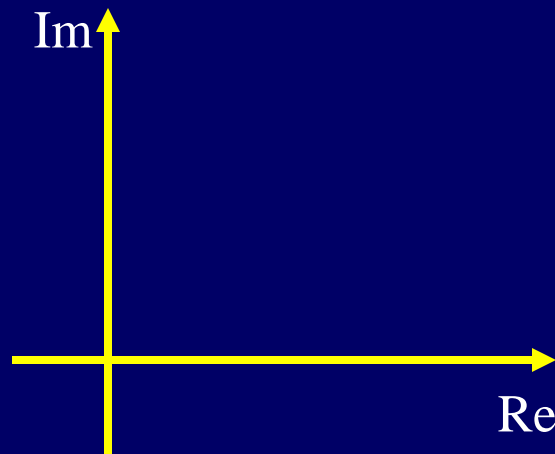
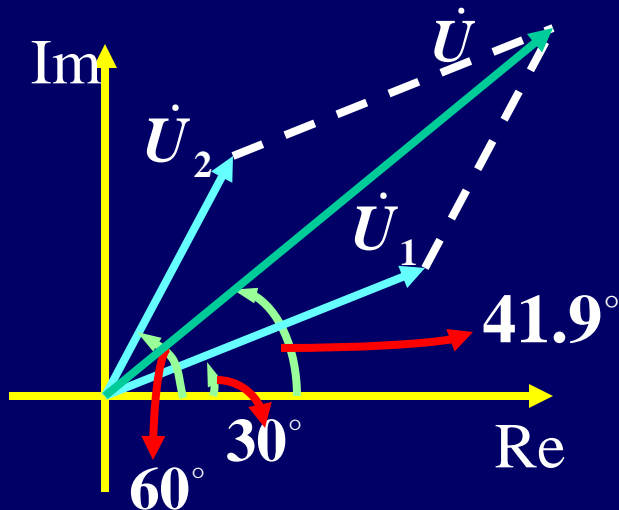


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

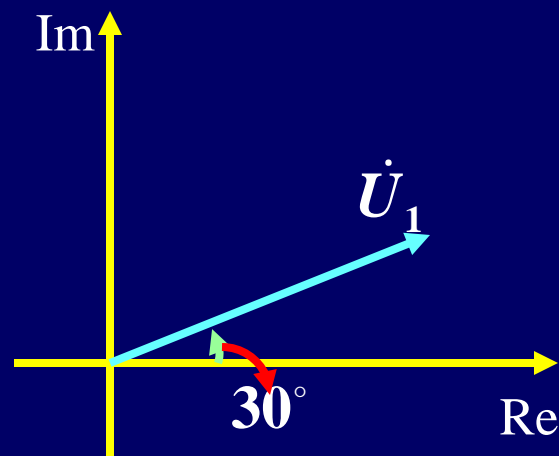
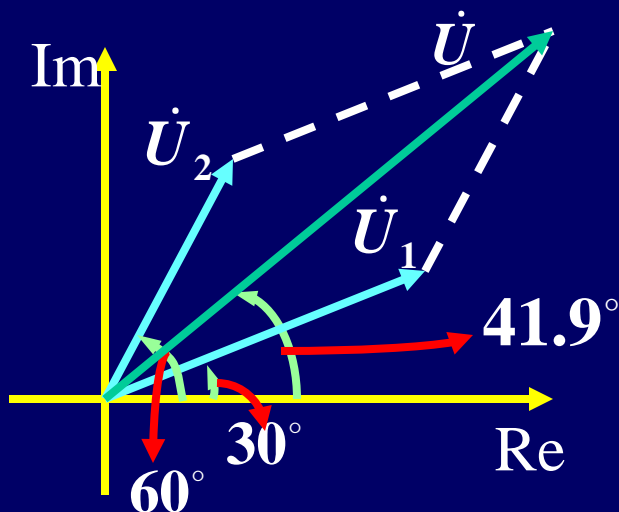


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

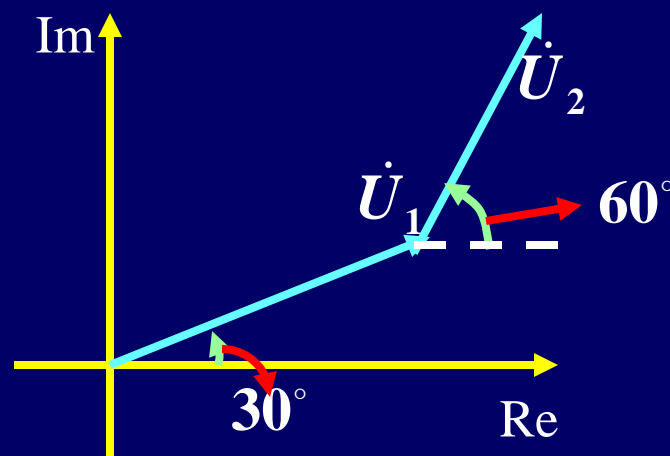
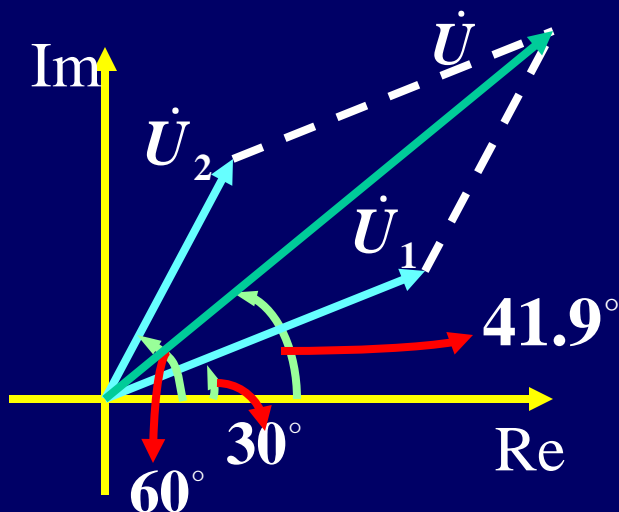


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算

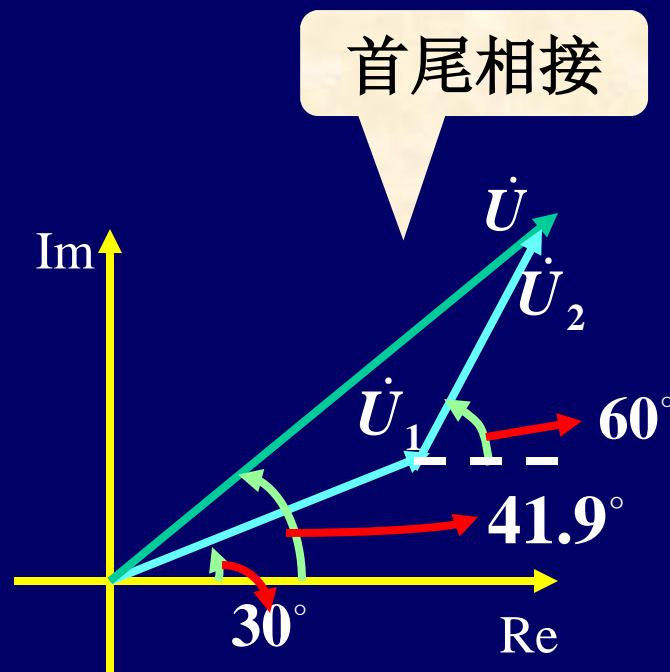
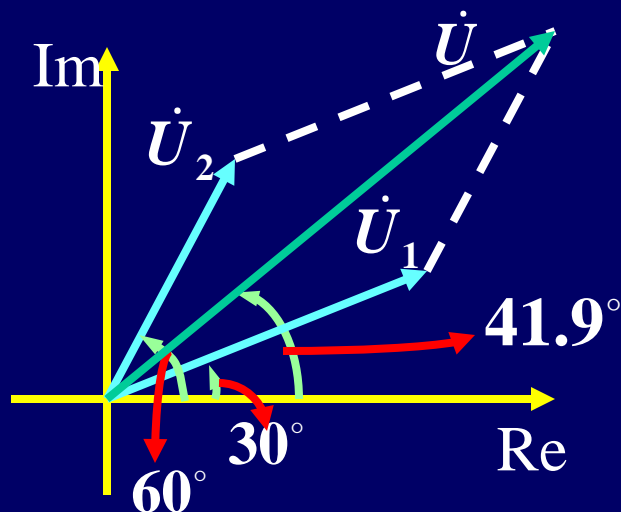


例 $u_1(t) = 6\sqrt{2}\cos(314t + 30^\circ) \text{ V}$
 $u_2(t) = 4\sqrt{2}\cos(314t + 60^\circ) \text{ V}$ $\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_2 = 4\angle 60^\circ \text{ V} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 5.19 + j3 + 2 + j3.46 \\ &= 7.19 + j6.46 = 9.64\angle 41.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\therefore u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 9.64\sqrt{2}\cos(314t + 41.9^\circ) \text{ V}$$

也可借助相量图计算



2 . 正弦量的微分，积分运算

2 . 正弦量的微分，积分运算

$$i = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

2 . 正弦量的微分，积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

微分运算:

2 . 正弦量的微分，积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

微分运算:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} \cdot j\omega e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

2 . 正弦量的微分，积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

微分运算:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} \cdot j\omega e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

$$\frac{di}{dt} \rightarrow j\omega \dot{I} = \omega I \angle \psi_i + \frac{\pi}{2}$$

2 . 正弦量的微分，积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

微分运算:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} \cdot j\omega e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

$$\frac{di}{dt} \rightarrow j\omega \dot{I} = \omega I \angle \psi_i + \frac{\pi}{2}$$

积分运算:

2 . 正弦量的微分，积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

微分运算:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} \cdot j\omega e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

$$\frac{di}{dt} \rightarrow j\omega \dot{I} = \omega I \angle \psi_i + \frac{\pi}{2}$$

积分运算:

$$\begin{aligned} \int i dt &= \int \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}] dt \\ &= \operatorname{Re}\left[\sqrt{2} \frac{\dot{I}}{j\omega} e^{j\omega t}\right] \end{aligned}$$

2 . 正弦量的微分, 积分运算

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i$$

微分运算:

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}] \\ &= \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} \cdot j\omega e^{j\omega t}] \end{aligned}$$

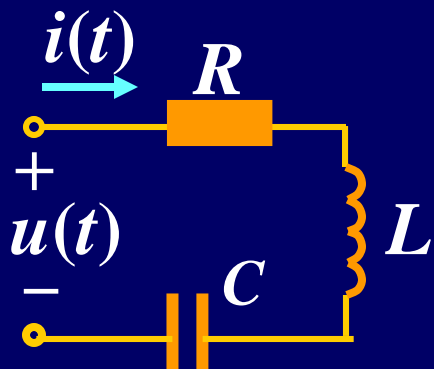
$$\frac{di}{dt} \rightarrow j\omega \dot{I} = \omega I \angle \psi_i + \frac{\pi}{2}$$

积分运算:

$$\begin{aligned} \int i dt &= \int \operatorname{Re}[\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}] dt \\ &= \operatorname{Re}\left[\sqrt{2} \frac{\dot{I}}{j\omega} e^{j\omega t}\right] \end{aligned}$$

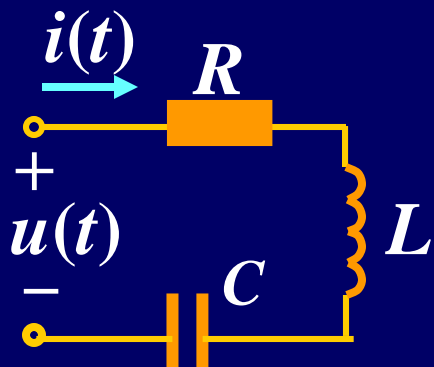
$$\int i dt \rightarrow \frac{\dot{I}}{j\omega} = \frac{I}{\omega} \angle \psi_i - \frac{\pi}{2}$$

例



$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$$

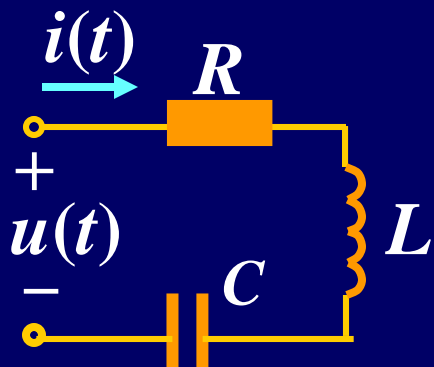
例



$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

例

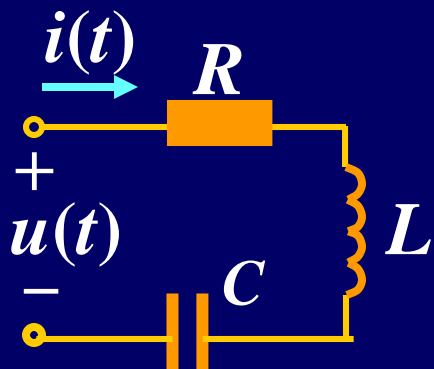


$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

用相量运算：

例



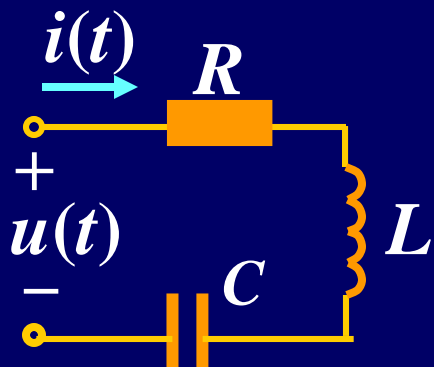
$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

用相量运算:

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

例



$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$$

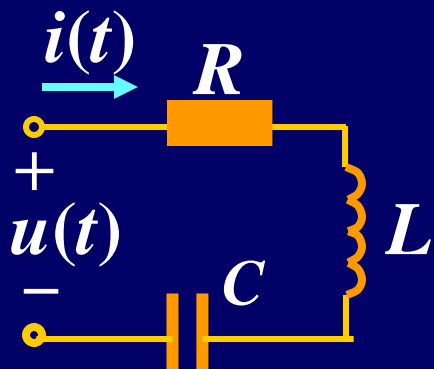
$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

用相量运算：

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

相量法的优点：

例



$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

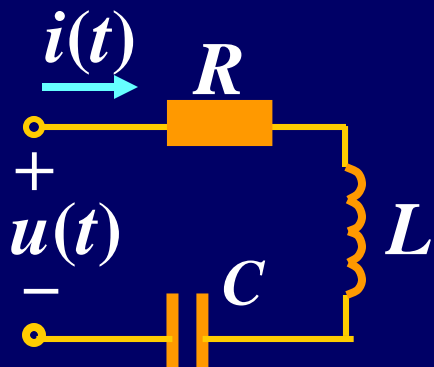
用相量运算:

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

相量法的优点:

(1) 把时域问题变为复数问题;

例



$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

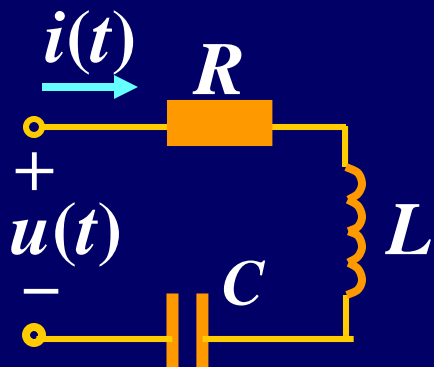
用相量运算：

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

相量法的优点：

- (1) 把时域问题变为复数问题；
- (2) 把微积分方程的运算变为复数方程运算；

例



$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

用相量运算：

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$

相量法的优点：

- (1) 把时域问题变为复数问题；
- (2) 把微积分方程的运算变为复数方程运算；
- (3) 可以把直流电路的分析方法直接用于交流电路；

注


返回

上页

下页

注

① 正弦量 相量
时域 频域



注

① 正弦量 \rightleftharpoons 相量
时域 频域

正弦波形图 \rightleftharpoons 相量图

注

① 正弦量 \longleftrightarrow 相量
时域 频域

正弦波形图 \longleftrightarrow 相量图

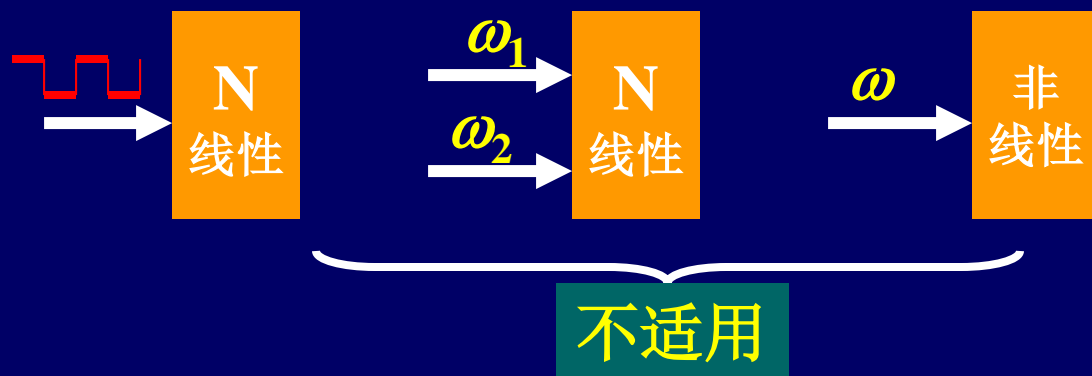
② 相量法只适用于激励为同频正弦量的非时变线性电路。

注

① 正弦量 \rightleftharpoons 相量
时域 频域

正弦波形图 \rightleftharpoons 相量图

② 相量法只适用于激励为同频正弦量的非时变线性电路。

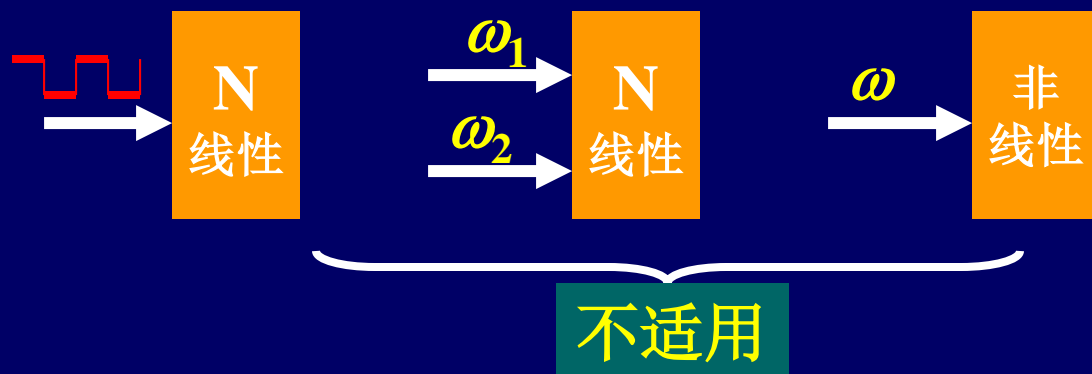


注

① 正弦量 \longleftrightarrow 相量
时域 频域

正弦波形图 \longleftrightarrow 相量图

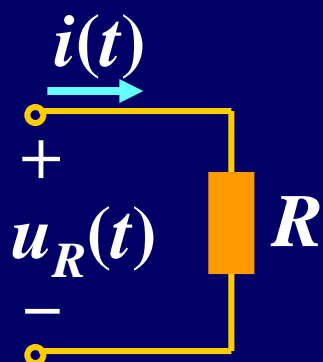
② 相量法只适用于激励为同频正弦量的非时变线性电路。



③ 相量法用来分析正弦稳态电路。

8.4 电路定理的相量形式

1. 电阻元件VCR的相量形式

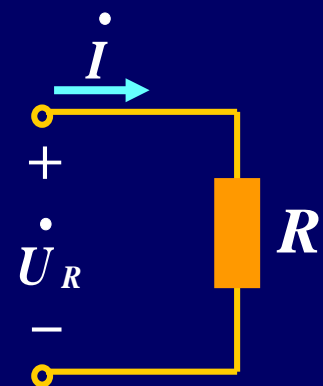


时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi_i)$

则

$$u_R(t) = Ri(t) = \sqrt{2} \underbrace{RI}_{U_R} \cos(\omega t + \underbrace{\Psi_i}_{\Psi_u})$$



相量形式:

$$\dot{I} = I \angle \Psi_i$$

$$\dot{U}_R = RI \angle \Psi_i$$

相量关系:

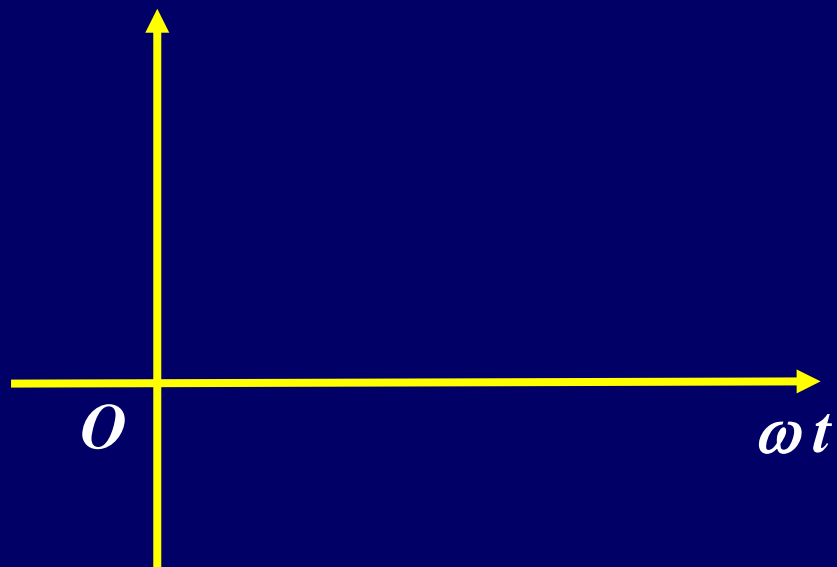
相量模型

$$\dot{U}_R = R \dot{I}$$

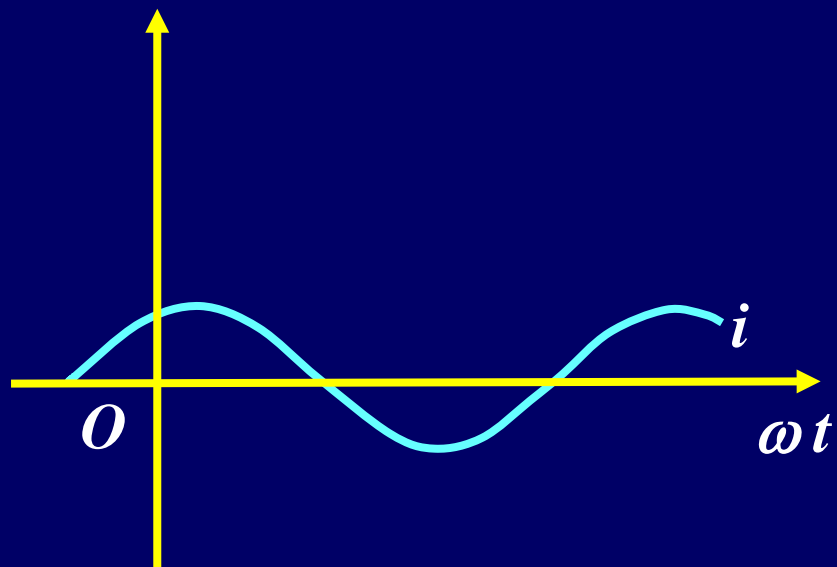
$$\rightarrow \begin{cases} U_R = RI & \text{有效值关系} \\ \Psi_u = \Psi_i & \text{相位关系} \end{cases}$$

波形图及相量图：

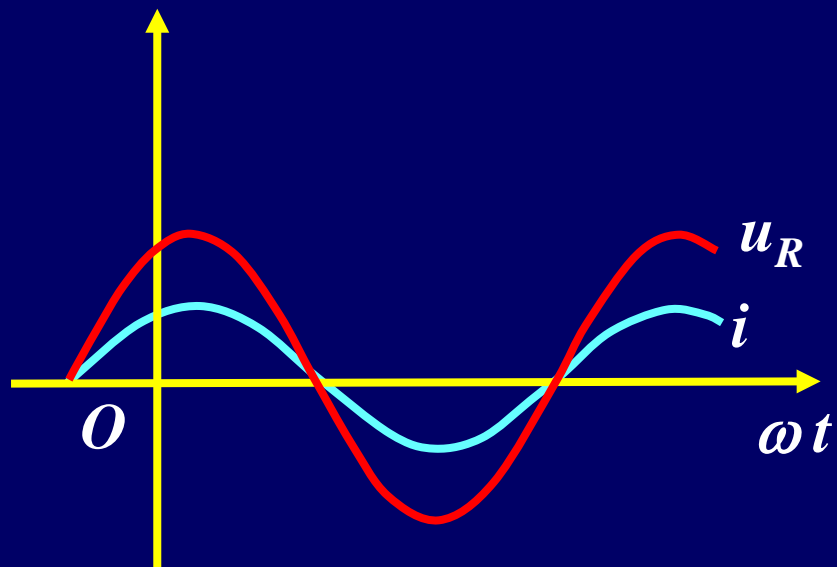
波形图及相量图:



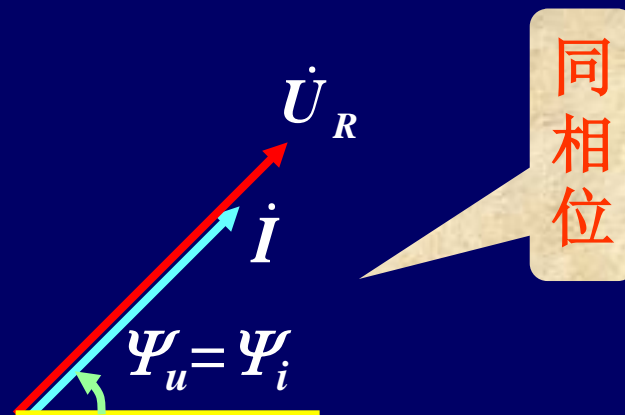
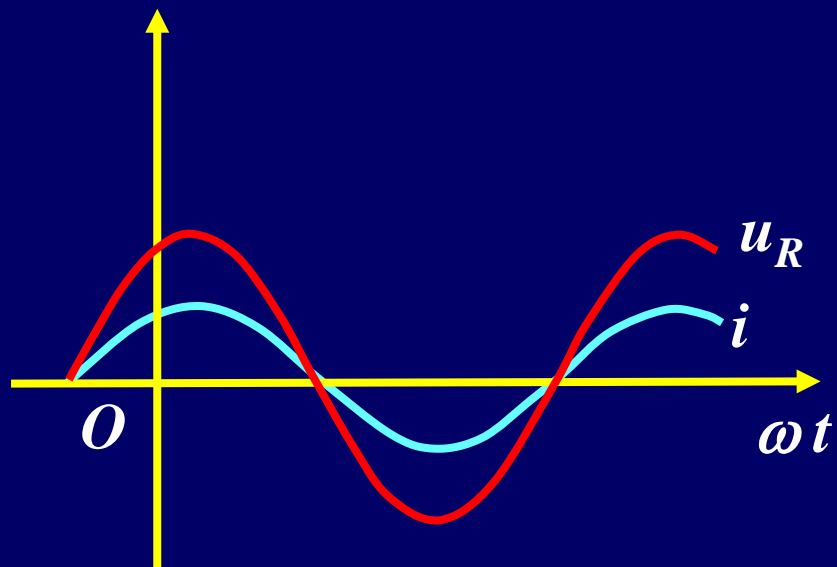
波形图及相量图:



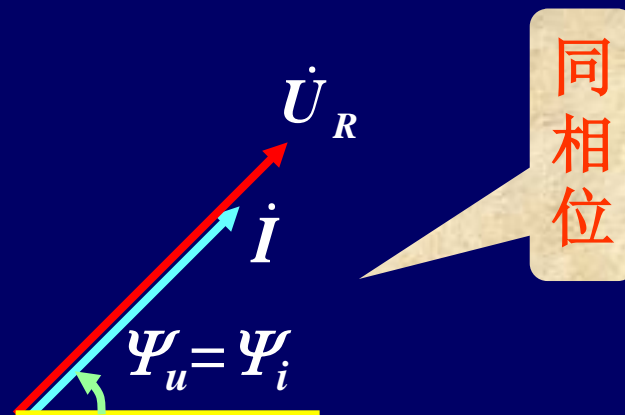
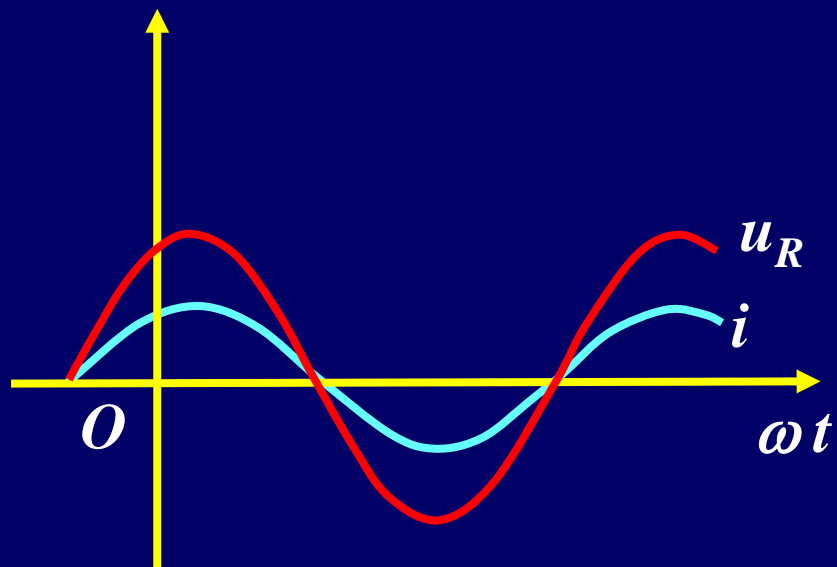
波形图及相量图:



波形图及相量图:

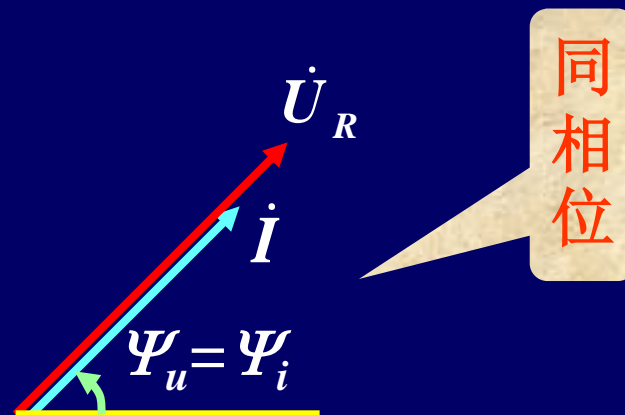
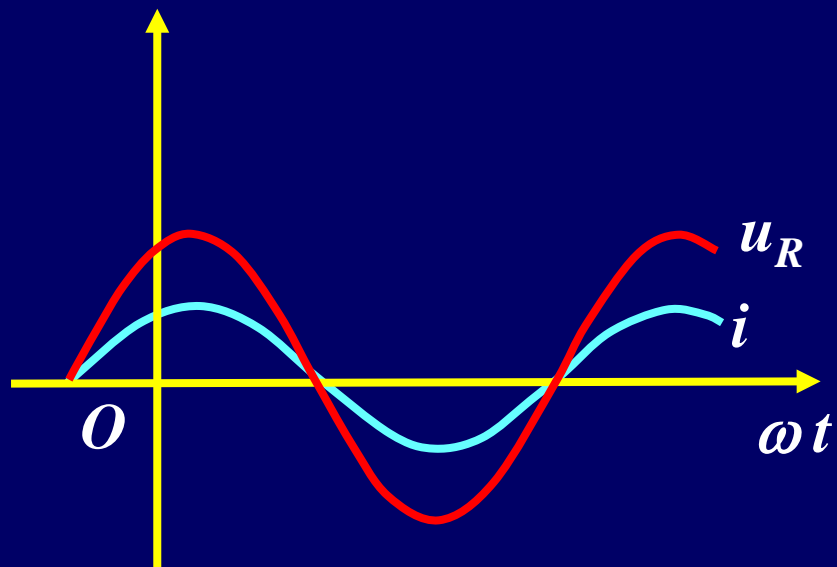


波形图及相量图:



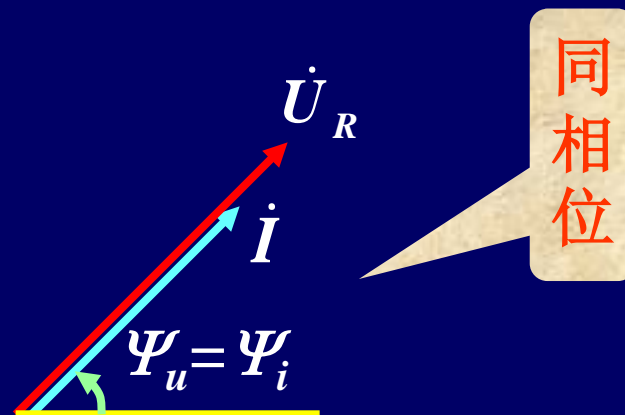
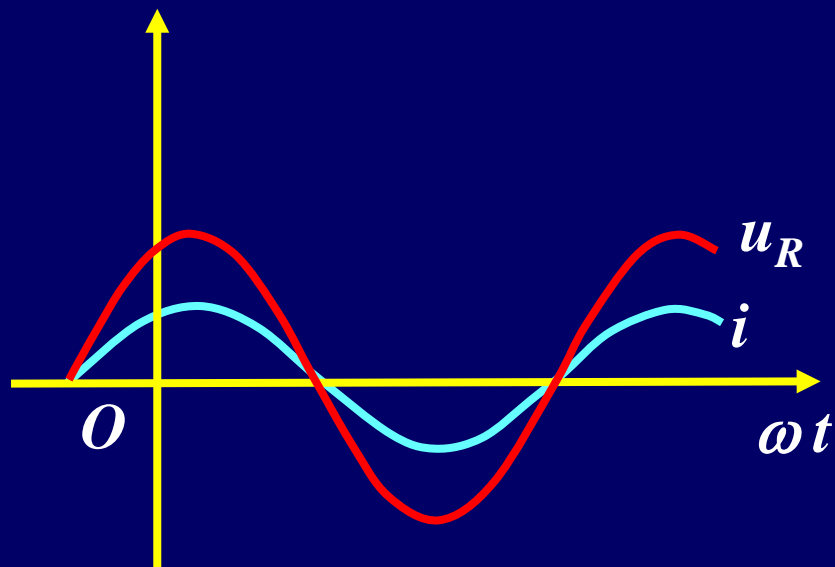
瞬时功率:

波形图及相量图:



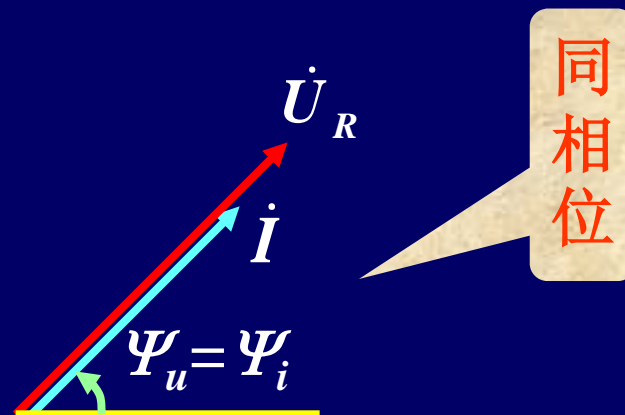
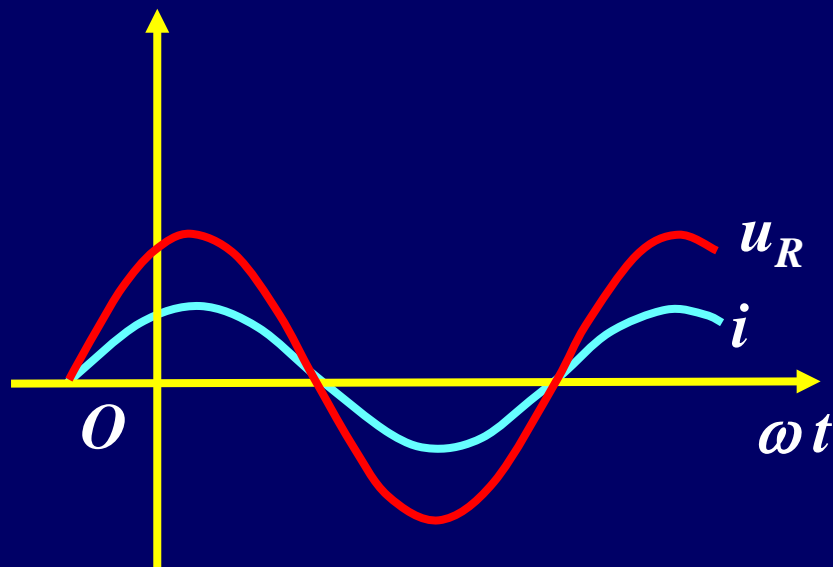
瞬时功率: $p_R = u_R i$

波形图及相量图:



瞬时功率:
$$p_R = u_R i = \sqrt{2}U_R \sqrt{2}I \cos^2(\omega t + \Psi_i)$$

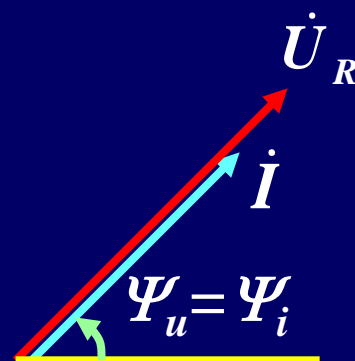
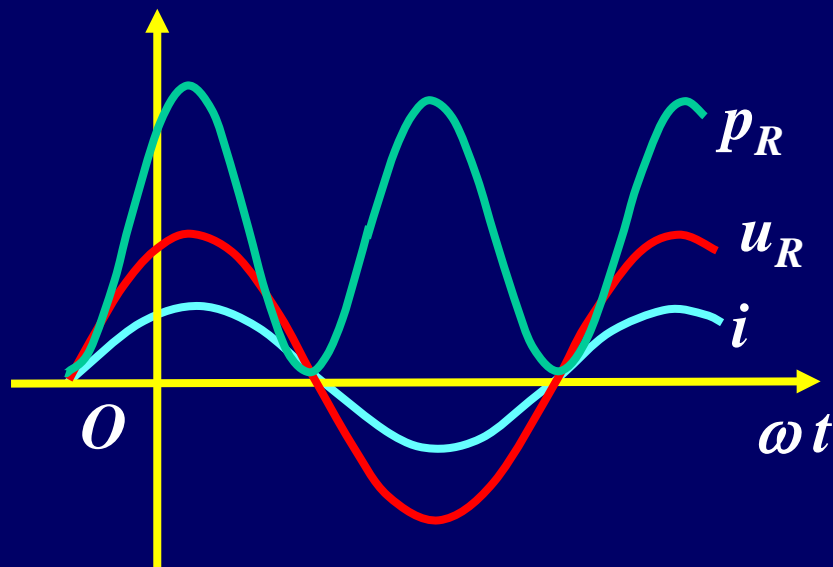
波形图及相量图:



瞬时功率:

$$\begin{aligned} p_R &= u_R i = \sqrt{2}U_R \sqrt{2}I \cos^2(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_R I [1 + \cos 2(\omega t + \Psi_i)] \end{aligned}$$

波形图及相量图:

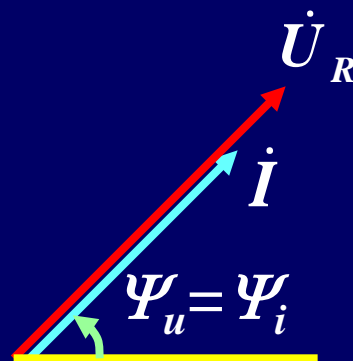
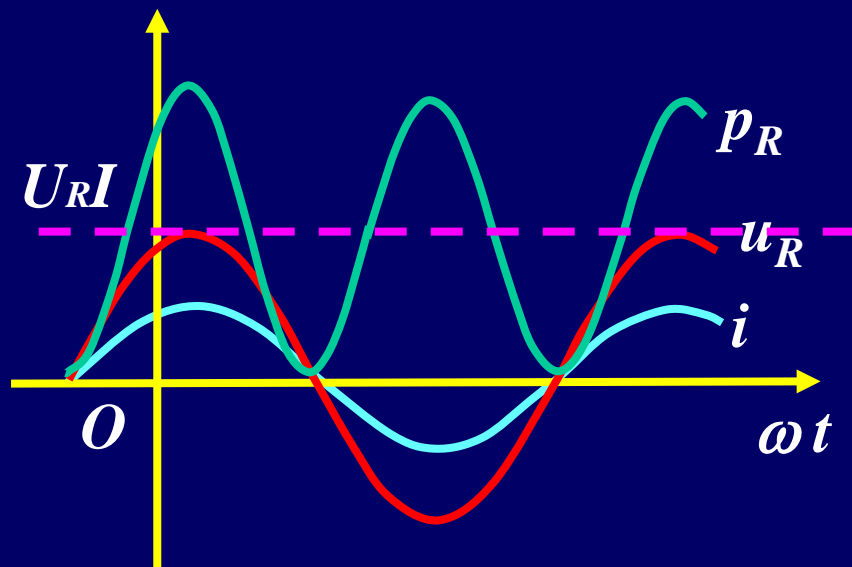


同相位

瞬时功率:

$$\begin{aligned} p_R &= u_R i = \sqrt{2} U_R \sqrt{2} I \cos^2(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_R I [1 + \cos 2(\omega t + \Psi_i)] \end{aligned}$$

波形图及相量图:

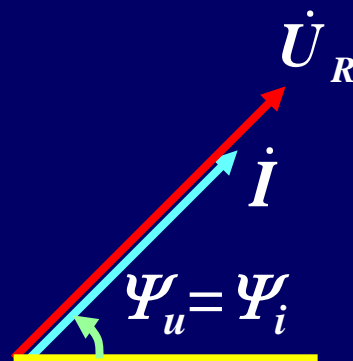
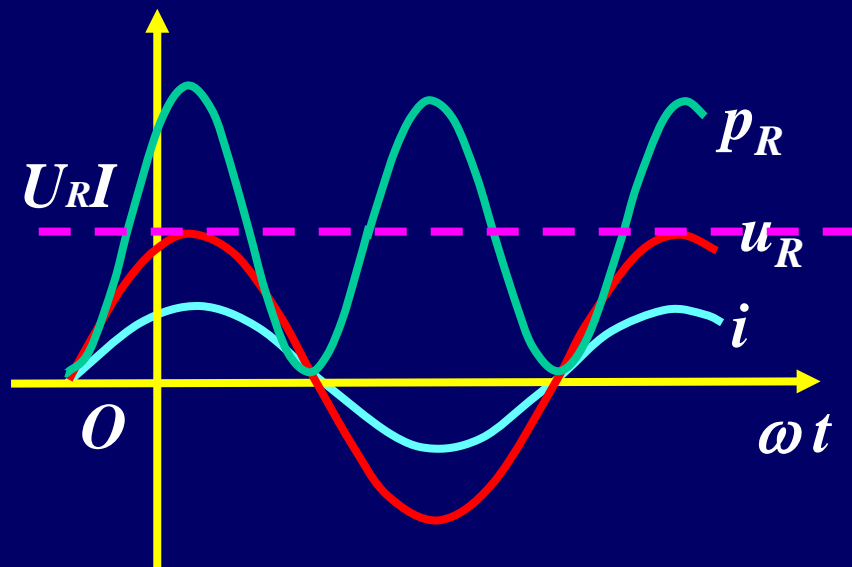


同相位

瞬时功率:

$$\begin{aligned} p_R &= u_R i = \sqrt{2} U_R \sqrt{2} I \cos^2(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_R I [1 + \cos 2(\omega t + \Psi_i)] \end{aligned}$$

波形图及相量图:



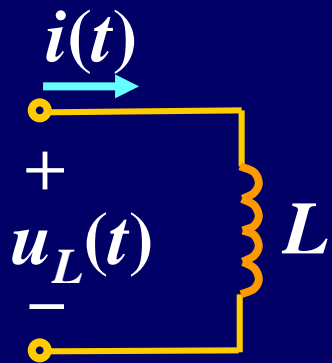
同相位

瞬时功率:

$$\begin{aligned} p_R &= u_R i = \sqrt{2} U_R \sqrt{2} I \cos^2(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_R I [1 + \cos 2(\omega t + \Psi_i)] \end{aligned}$$

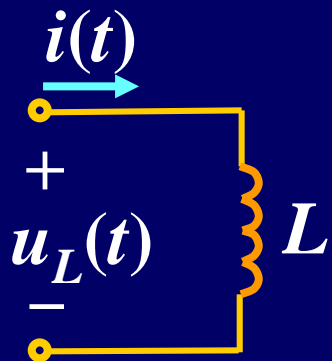
瞬时功率以 2ω 交变。始终大于零，表明电阻始终吸收功率

2. 电感元件VCR的相量形式



2. 电感元件VCR的相量形式

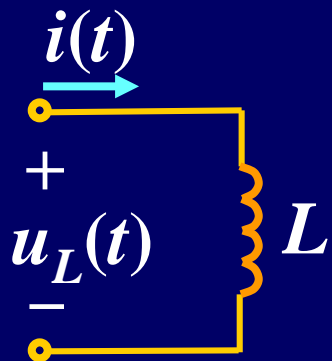
时域形式:



2. 电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$



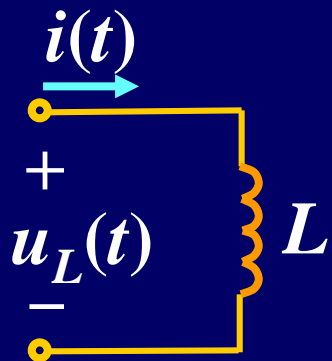
2. 电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$

则

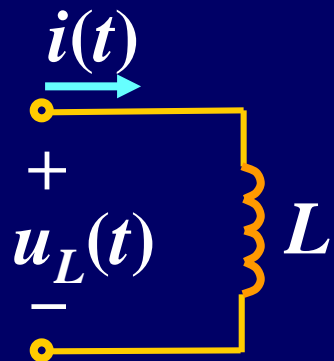
$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \psi_i) \\ &= \sqrt{2}\omega L I \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$



2. 电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$



则

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \psi_i) \\ &= \sqrt{2}\omega L I \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

相量形式:

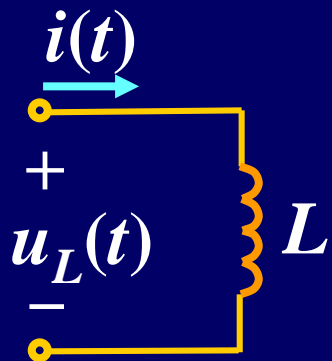
2. 电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$

则

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \psi_i) \\ &= \sqrt{2}\omega L I \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$



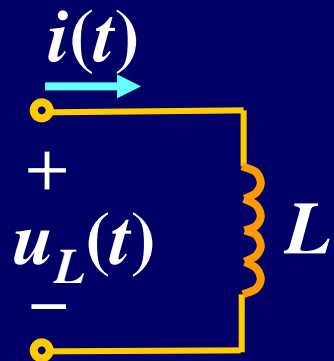
相量形式:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= I \angle \psi_i \\ \dot{U}_L &= \omega L I \angle \psi_i + \pi/2 \end{aligned}$$

2. 电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$



则

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \psi_i) \\ &= \sqrt{2}\omega L I \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

相量形式:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= I \angle \psi_i \\ \dot{U}_L &= \omega L I \angle \psi_i + \pi/2 \end{aligned}$$

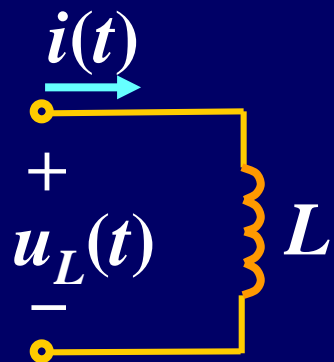
相量关系:

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$

2. 电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$



则

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \psi_i) \\ &= \sqrt{2}\omega L I \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

相量形式:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= I \angle \psi_i \\ \dot{U}_L &= \omega L I \angle \psi_i + \pi/2 \end{aligned}$$

相量关系:

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$

有效值关系: $U = \omega L I$

相位关系: $\psi_u = \psi_i + 90^\circ$

2. 电感元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$

则

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega L I \sin(\omega t + \psi_i) \\ = \sqrt{2}\omega L I \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2})$$

相量形式:

$$\dot{I} = I \angle \psi_i \\ \dot{U}_L = \omega L I \angle \psi_i + \pi/2$$

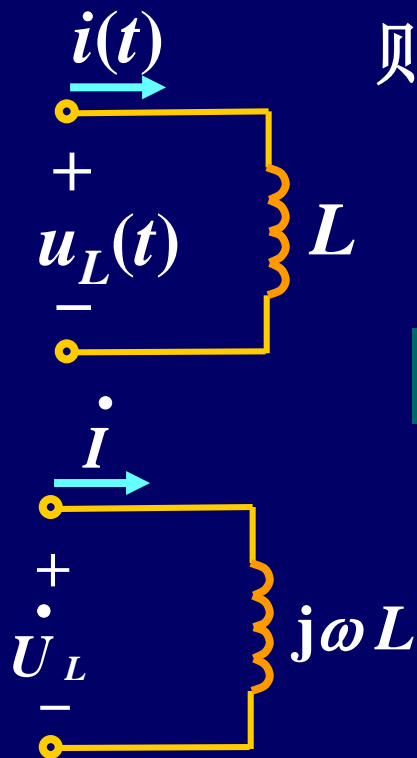
相量关系:

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$

有效值关系: $U = \omega L I$

相位关系: $\psi_u = \psi_i + 90^\circ$

相量模型



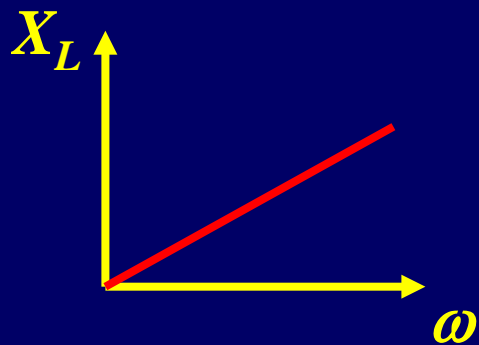
感抗和感纳:

$X_L = \omega L = 2\pi fL$, 称为感抗, 单位为 Ω (欧姆)

$B_L = 1/\omega L = 1/2\pi fL$, 感纳, 单位为 S

感抗的物理意义:

(1) 表示限制电流的能力; (2) 感抗和频率成正比;



$\omega = 0$ (直流), $X_L = 0$, 短路;

$\omega \rightarrow \infty$, $X_L \rightarrow \infty$, 开路;

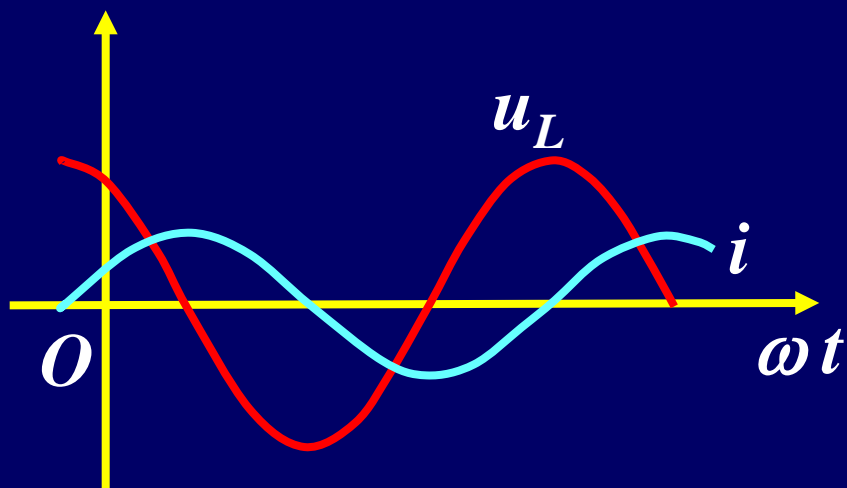
相量表达式:

$$\dot{U} = jX_L \dot{I} = j\omega L \dot{I},$$

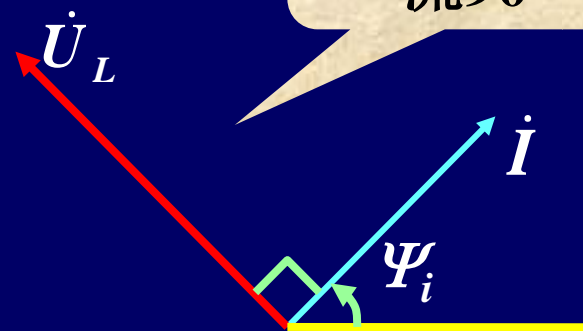
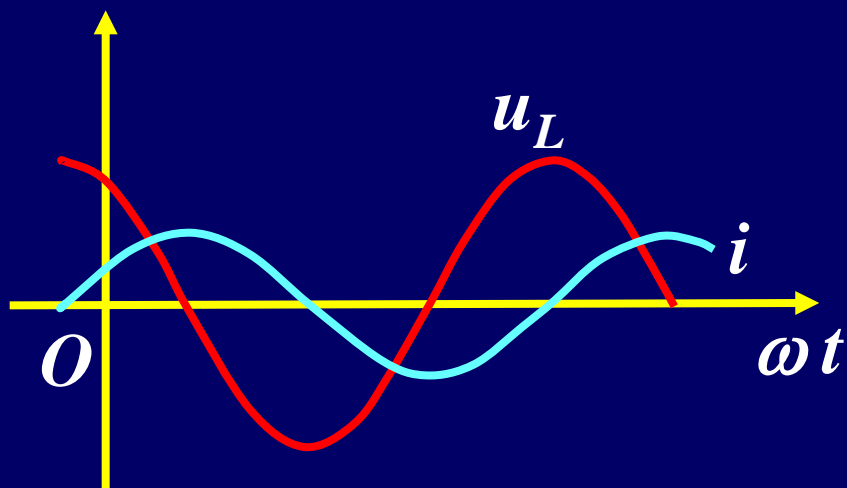
$$\dot{I} = jB_L \dot{U} = j \frac{-1}{\omega L} \dot{U} = \frac{1}{j\omega L} \dot{U}$$

波形图及相量图:

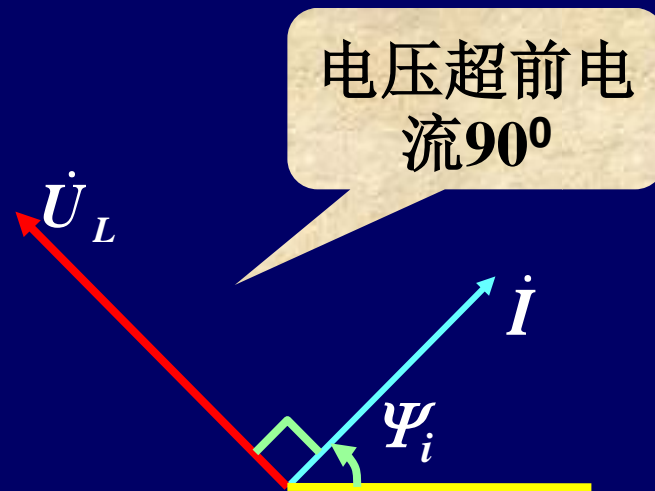
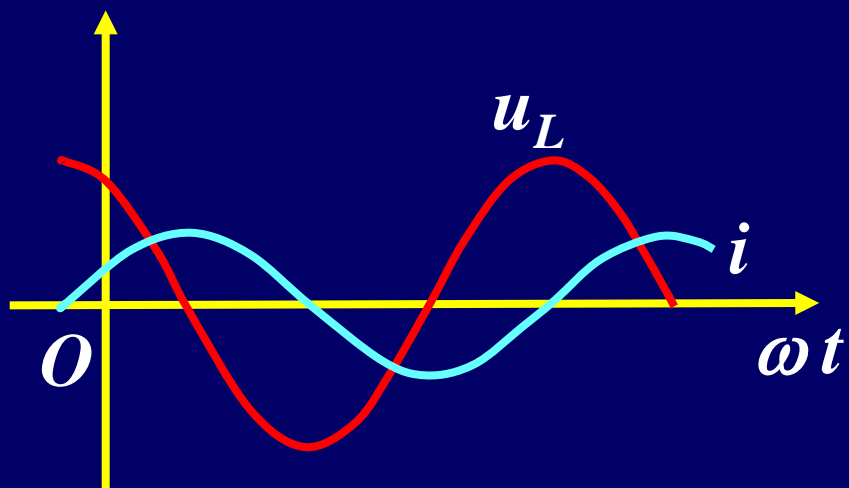
波形图及相量图:



波形图及相量图:

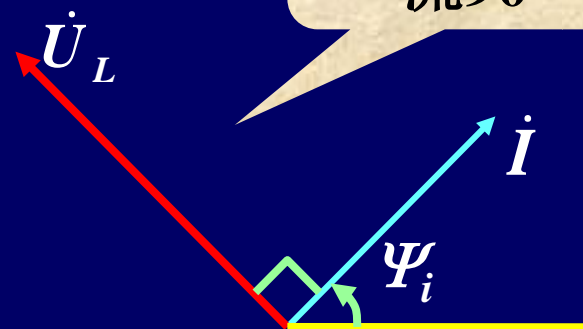
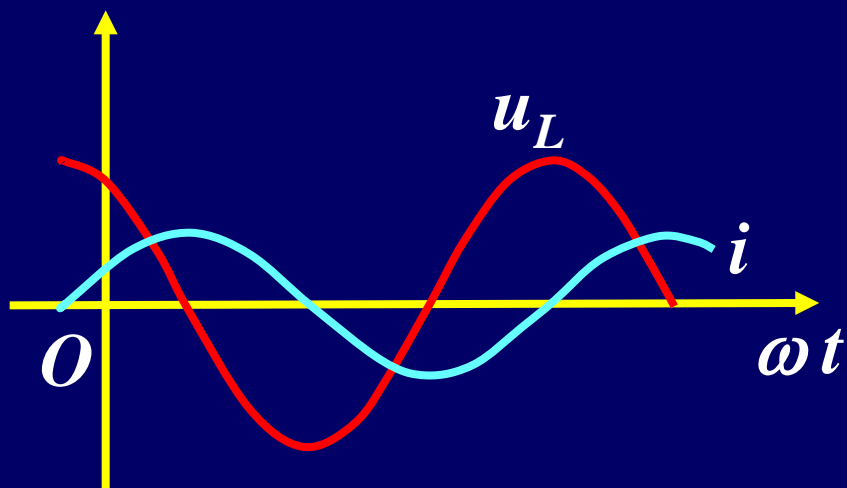


波形图及相量图:



功率:

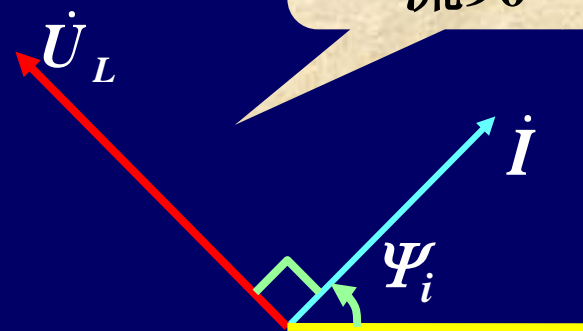
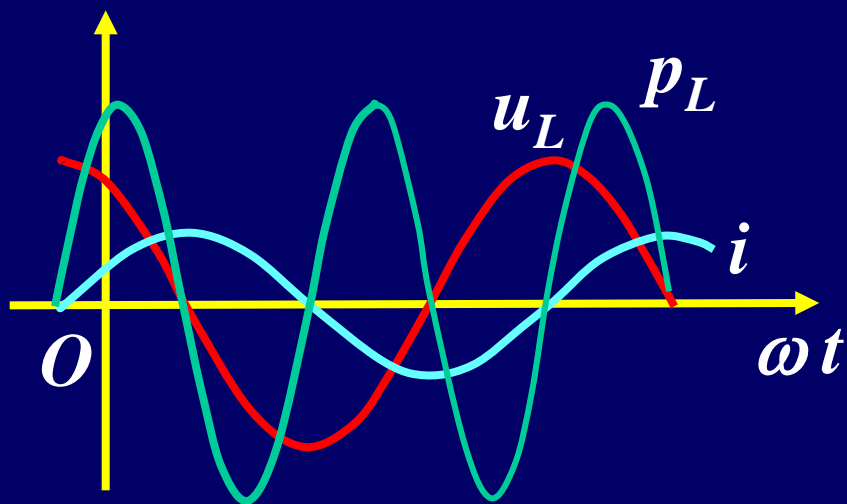
波形图及相量图:



功率:

$$\begin{aligned} p_L &= u_L i = U_{Lm} I_m \cos(\omega t + \Psi_i) \sin(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_L I \sin 2(\omega t + \Psi_i) \end{aligned}$$

波形图及相量图:

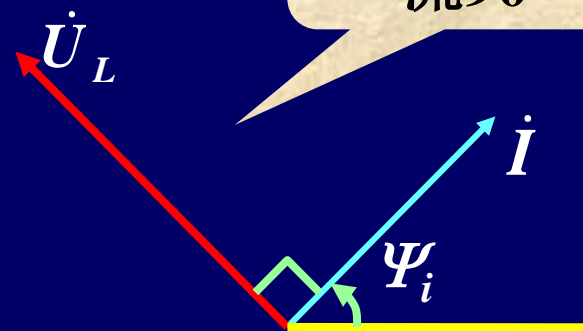
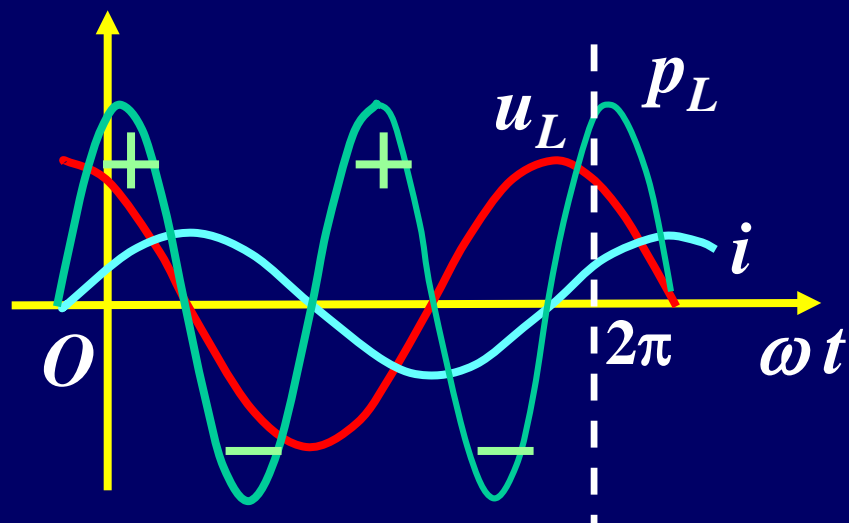


电压超前电
流 90°

功率:

$$\begin{aligned} p_L &= u_L i = U_{Lm} I_m \cos(\omega t + \Psi_i) \sin(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_L I \sin 2(\omega t + \Psi_i) \end{aligned}$$

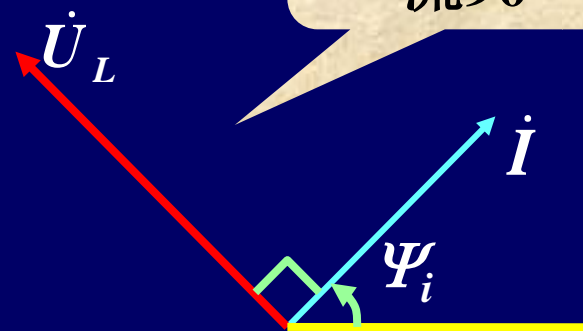
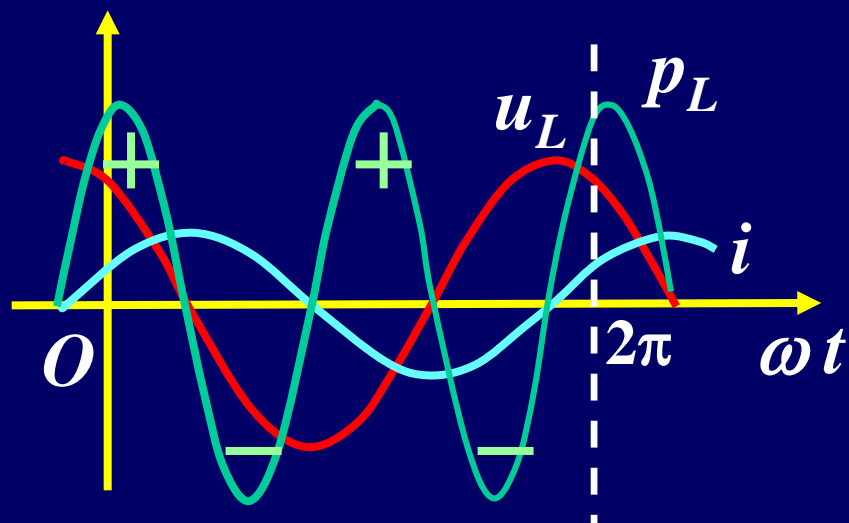
波形图及相量图:



功率:

$$\begin{aligned} p_L &= u_L i = U_{Lm} I_m \cos(\omega t + \Psi_i) \sin(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_L I \sin 2(\omega t + \Psi_i) \end{aligned}$$

波形图及相量图:



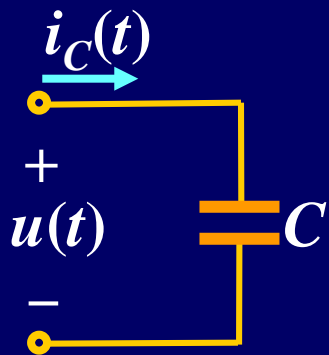
功率:

$$\begin{aligned} p_L &= u_L i = U_{Lm} I_m \cos(\omega t + \Psi_i) \sin(\omega t + \Psi_i) \\ &= U_L I \sin 2(\omega t + \Psi_i) \end{aligned}$$

瞬时功率以 2ω 交变，有正有负，一周期内刚好互相抵消

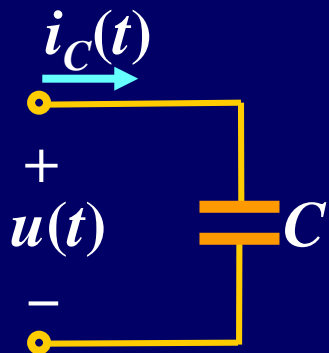
3. 电容元件VCR的相量形式

3. 电容元件VCR的相量形式



3. 电容元件VCR的相量形式

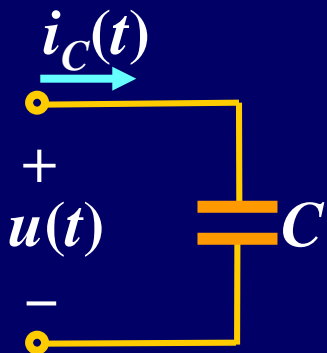
时域形式:



3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

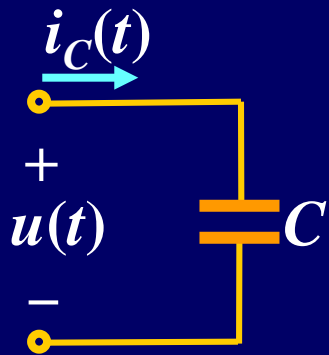
已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$



3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$

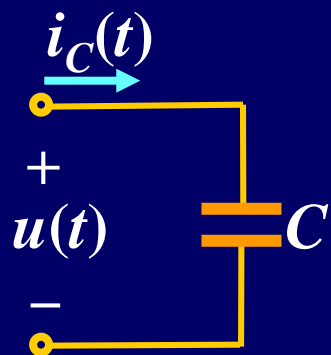


$$\begin{aligned} \text{则 } i_C(t) &= C \frac{du(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \Psi_u + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$



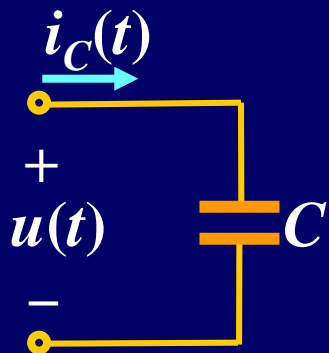
$$\begin{aligned} \text{则 } i_C(t) &= C \frac{du(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \Psi_u + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

相量形式:

3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$



$$\begin{aligned} \text{则 } i_C(t) &= C \frac{du(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \Psi_u + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

相量形式:

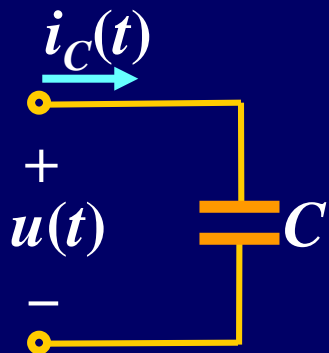
$$\dot{U} = U \angle \Psi_u$$

$$\dot{I}_C = \omega CU \angle \Psi_u + \pi/2$$

3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$



$$\begin{aligned} \text{则 } i_c(t) &= C \frac{du(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \Psi_u + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

相量形式:

$$\dot{U} = U \angle \Psi_u$$

$$\dot{I}_c = \omega CU \angle \Psi_u + \pi/2$$

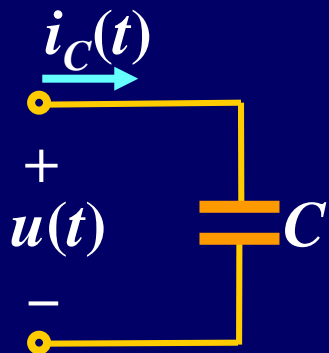
相量关系:

$$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j X_c \dot{I}$$

3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$



$$\begin{aligned} \text{则 } i_C(t) &= C \frac{du(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \Psi_u + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

相量形式:

$$\dot{U} = U \angle \Psi_u$$

$$\dot{I}_C = \omega CU \angle \Psi_u + \pi/2$$

相量关系:

$$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j X_C \dot{I}$$

有效值关系: $I_C = \omega CU$

相位关系: $\Psi_i = \Psi_u + 90^\circ$

3. 电容元件VCR的相量形式

时域形式:

已知 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u)$

则
$$i_C(t) = C \frac{du(t)}{dt} = -\sqrt{2}\omega CU \sin(\omega t + \Psi_u)$$
$$= \sqrt{2}\omega CU \cos(\omega t + \Psi_u + \frac{\pi}{2})$$

相量形式:

$$\dot{U} = U \angle \Psi_u$$

$$\dot{I}_C = \omega CU \angle \Psi_u + \pi/2$$

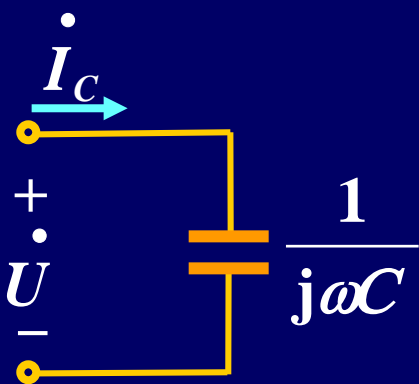
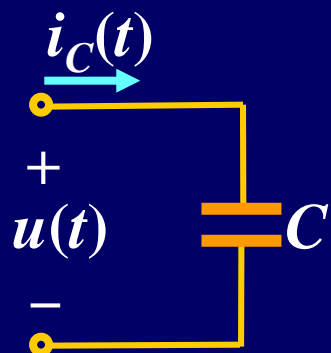
相量关系:

$$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j X_C \dot{I}$$

相量模型

有效值关系: $I_C = \omega CU$

相位关系: $\Psi_i = \Psi_u + 90^\circ$



容抗与容纳:

容抗与容纳:

$X_C = 1/\omega C$, 称为容抗, 单位为 Ω (欧姆)

$B_C = \omega C$, 称为容纳, 单位为 S

容抗与容纳:

$X_C = 1/\omega C$, 称为容抗, 单位为 Ω (欧姆)

$B_C = \omega C$, 称为容纳, 单位为 S

频率和容抗成反比,

$\omega \rightarrow 0$, $|X_C| \rightarrow \infty$ 直流开路 (隔直)

$\omega \rightarrow \infty$, $|X_C| \rightarrow 0$ 高频短路 (旁路作用)

容抗与容纳:

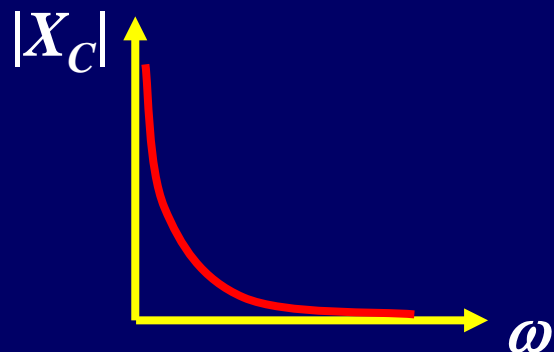
$X_C = 1/\omega C$, 称为容抗, 单位为 Ω (欧姆)

$B_C = \omega C$, 称为容纳, 单位为 S

频率和容抗成反比,

$\omega \rightarrow 0$, $|X_C| \rightarrow \infty$ 直流开路 (隔直)

$\omega \rightarrow \infty$, $|X_C| \rightarrow 0$ 高频短路 (旁路作用)



容抗与容纳:

$$X_C = 1/\omega C,$$

称为容抗, 单位为 Ω (欧姆)

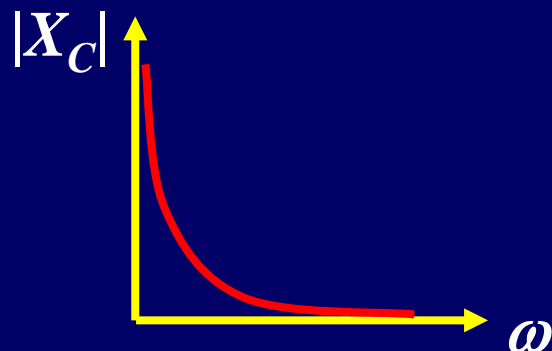
$$B_C = \omega C,$$

称为容纳, 单位为 S

频率和容抗成反比,

$\omega \rightarrow 0$, $|X_C| \rightarrow \infty$ 直流开路 (隔直)

$\omega \rightarrow \infty$, $|X_C| \rightarrow 0$ 高频短路 (旁路作用)



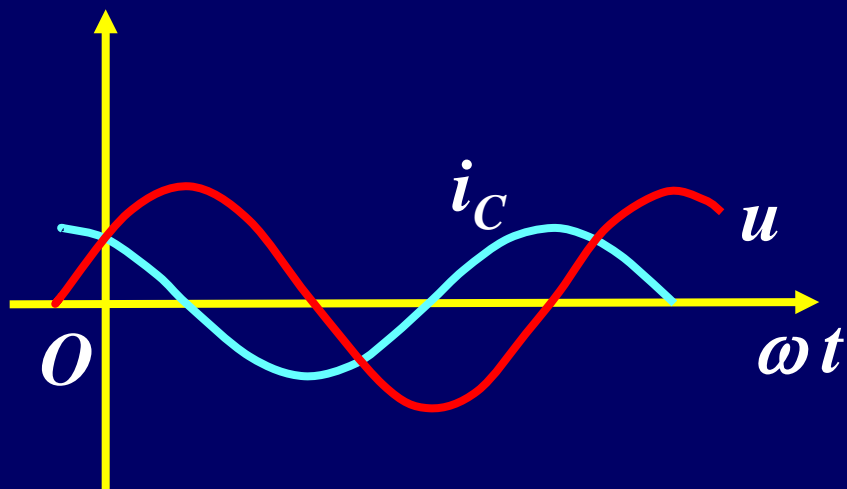
相量表达式:

$$\dot{U} = jX_C \dot{I} = j \frac{-1}{\omega C} \dot{I}$$

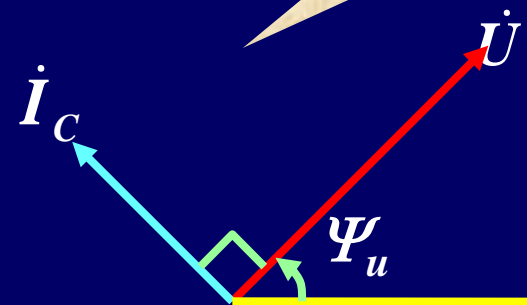
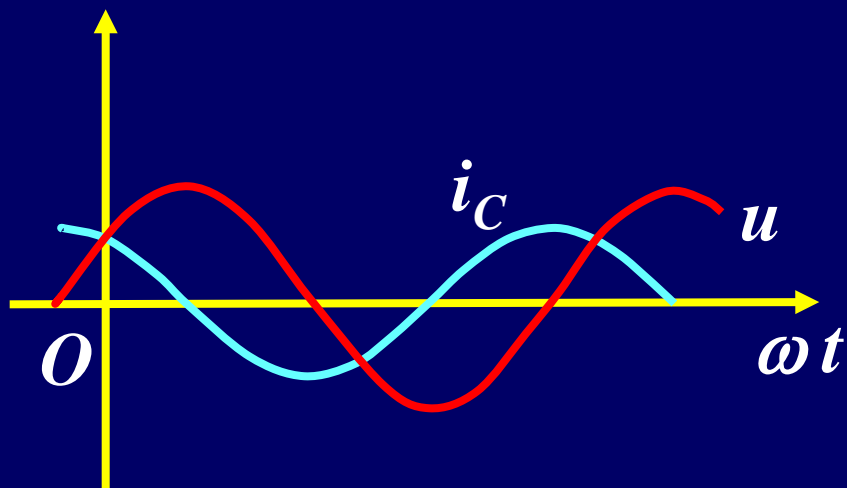
$$\dot{I} = jB_C \dot{U} = j\omega C \dot{U}$$

波形图及相量图:

波形图及相量图:

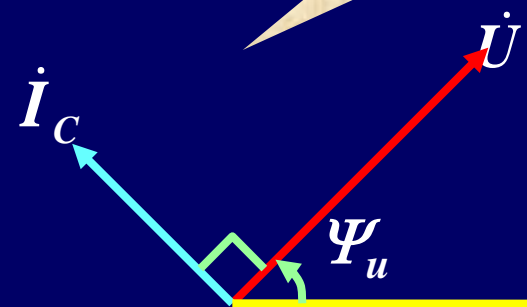
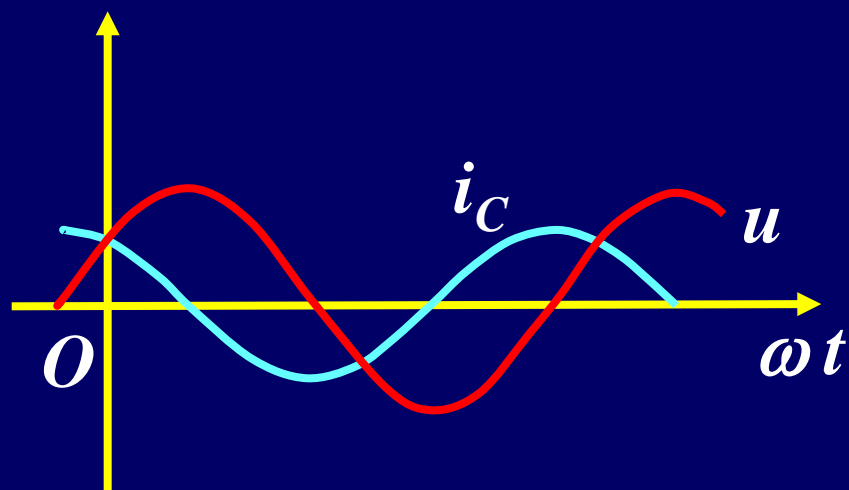


波形图及相量图:



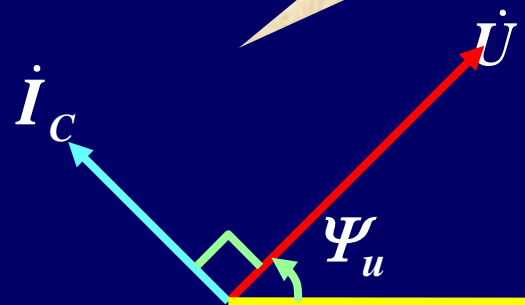
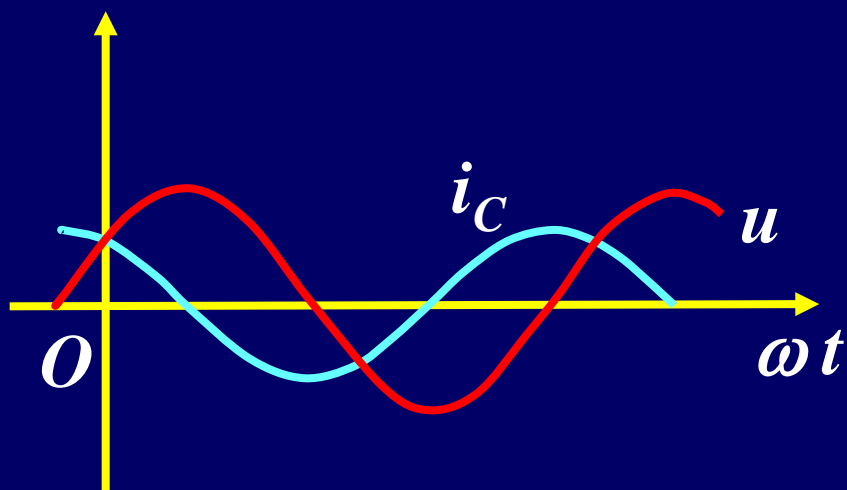
电流超前电压
 90°

波形图及相量图:



功率:

波形图及相量图:

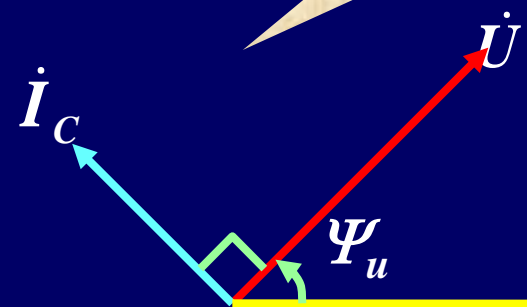
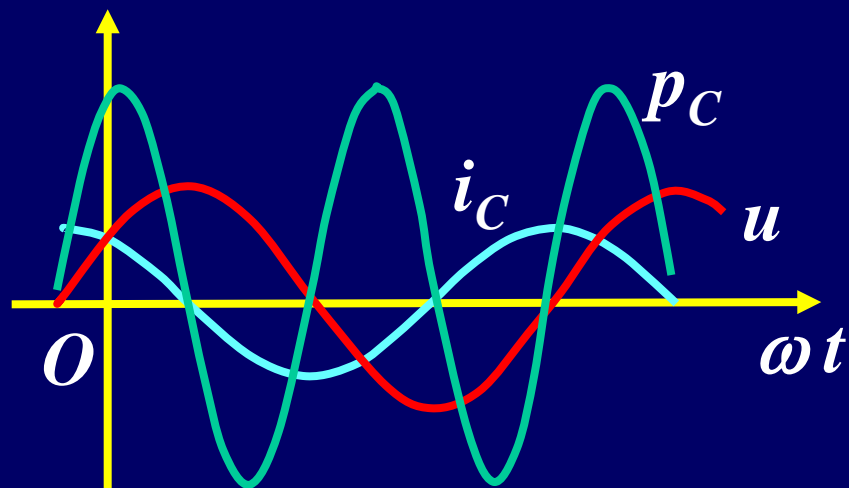


电流超前电压
 90°

功率:

$$\begin{aligned} p_C &= u i_C \\ &= 2UI_C \cos(\omega t + \Psi_u) \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= UI_C \sin 2(\omega t + \Psi_u) \end{aligned}$$

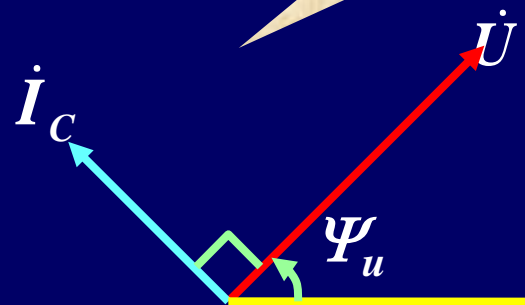
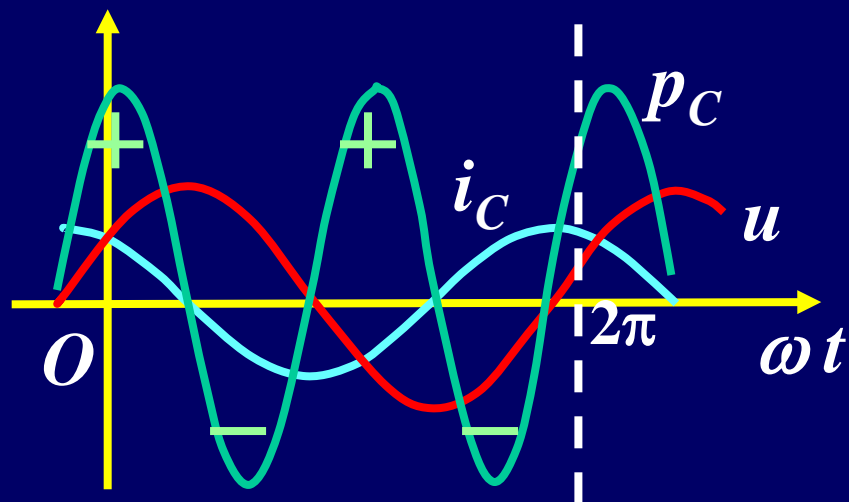
波形图及相量图:



功率:

$$\begin{aligned} p_C &= ui_C \\ &= 2UI_C \cos(\omega t + \Psi_u) \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= UI_C \sin 2(\omega t + \Psi_u) \end{aligned}$$

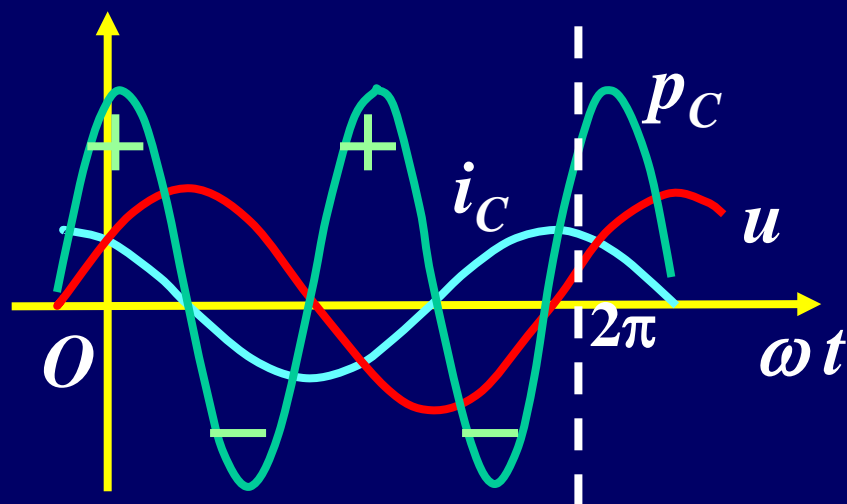
波形图及相量图:



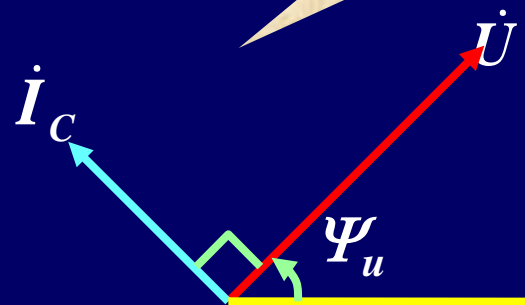
功率:

$$\begin{aligned} p_C &= u i_C \\ &= 2UI_C \cos(\omega t + \Psi_u) \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= UI_C \sin 2(\omega t + \Psi_u) \end{aligned}$$

波形图及相量图:



电流超前电压 90°



功率:

$$\begin{aligned} p_C &= u i_C \\ &= 2UI_C \cos(\omega t + \Psi_u) \sin(\omega t + \Psi_u) \\ &= UI_C \sin 2(\omega t + \Psi_u) \end{aligned}$$

瞬时功率以 2ω 交变, 有正有负, 一周期内刚好互相抵消

4. 基尔霍夫定律的相量形式

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

$$\sum i(t) = 0$$

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

$$\sum i(t) = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum i(t) = \sum \operatorname{Re} \sqrt{2} [\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \cdots] e^{j\omega t} = 0$$

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

$$\begin{aligned}\sum i(t) = 0 &\longrightarrow \sum i(t) = \sum \operatorname{Re} \sqrt{2} [\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \cdots] e^{j\omega t} = 0 \\ &\longrightarrow \sum \dot{I} = 0\end{aligned}$$

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

$$\sum i(t) = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum i(t) = \sum \operatorname{Re} \sqrt{2} [\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \cdots] e^{j\omega t} = 0$$

$$\longrightarrow \quad \sum \dot{I} = 0$$

$$\sum u(t) = 0$$

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

$$\sum i(t) = 0 \longrightarrow \sum i(t) = \sum \operatorname{Re} \sqrt{2} [\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \cdots] e^{j\omega t} = 0$$

$$\longrightarrow \sum \dot{I} = 0$$

$$\sum u(t) = 0 \longrightarrow \sum \dot{U} = 0$$

4. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，**KCL**和**KVL**可用相应的相量形式表示：

$$\sum i(t) = 0 \longrightarrow \sum i(t) = \sum \operatorname{Re} \sqrt{2} [\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \cdots] e^{j\omega t} = 0$$

$$\longrightarrow \sum \dot{I} = 0$$

$$\sum u(t) = 0 \longrightarrow \sum \dot{U} = 0$$

上式表明：流入某一节点的所有正弦电流用相量表示时仍满足**KCL**；而任一回路所有支路正弦电压用相量表示时仍满足**KVL**。

例1

试判断下列表达式的正、误：

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \quad u = j\omega Li$$

$$(2) \quad i = 5 \cos \omega t = 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \quad \dot{I}_m = j\omega CU_m$$

$$(4) \quad X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L}$$

$$(5) \quad \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \quad \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) \quad u = C \frac{di}{dt}$$

例1

试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \quad u = j\omega Li \quad \times$$

$$(2) \quad i = 5 \cos \omega t = 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \quad \dot{I}_m = j\omega CU_m$$

$$(4) \quad X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L}$$

$$(5) \quad \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \quad \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) \quad u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t = 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C U_m$$

$$(4) X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C U_m$$

$$(4) X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C U_m \quad \times$$

$$(4) X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$(4) X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$(4) X_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} \quad \times$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$(4) X_L = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$(4) X_L = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = j\omega C \Omega \quad \times$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$(4) X_L = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$(4) X_L = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt}$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$(4) X_L = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L \quad \checkmark$$

$$(7) u = C \frac{di}{dt} \quad \times$$

例1 试判断下列表达式的正、误：

$$(1) \dot{U} = j\omega L \dot{I}$$

$$(2) i = 5 \cos \omega t \neq 5 \angle 0^\circ$$

$$(3) \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

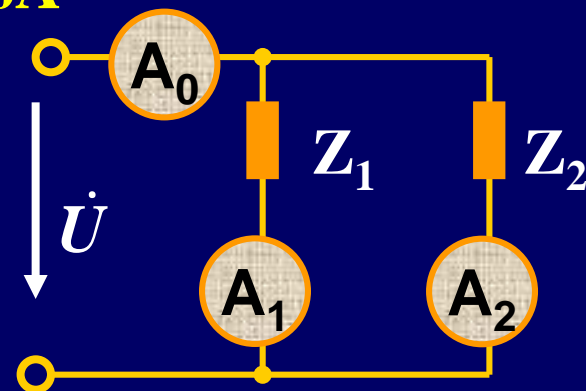
$$(4) X_L = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

$$(5) \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$(6) \dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L$$

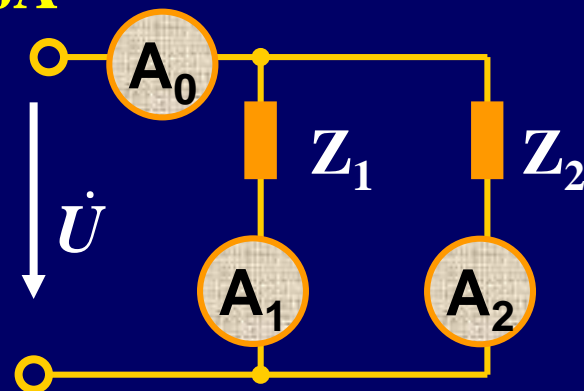
$$(7) u = L \frac{di}{dt}$$

例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$



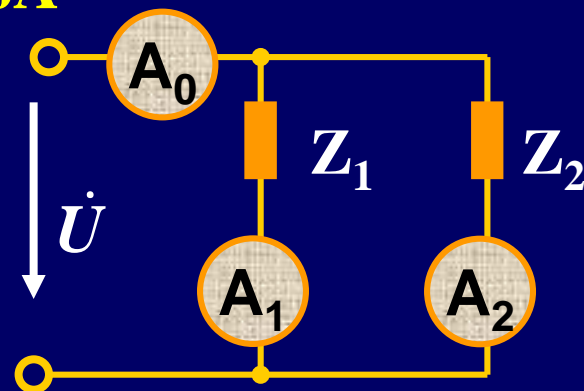
例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$



例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

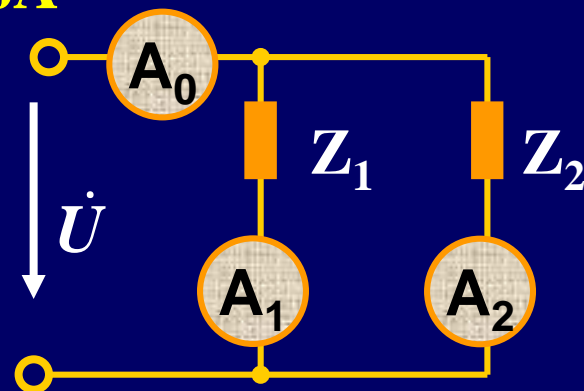
若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$



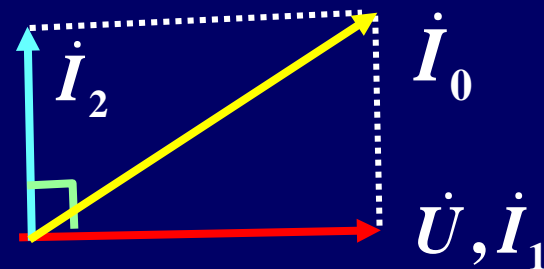
解

例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

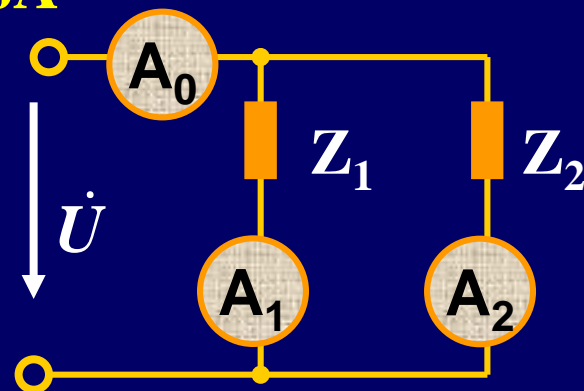


解



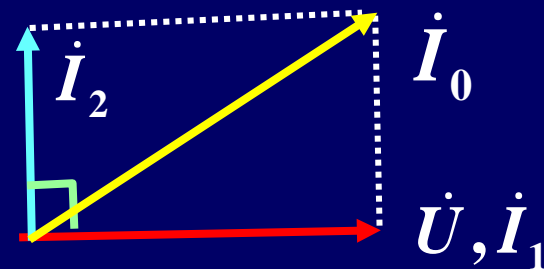
例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$



解

$$(1) I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$$

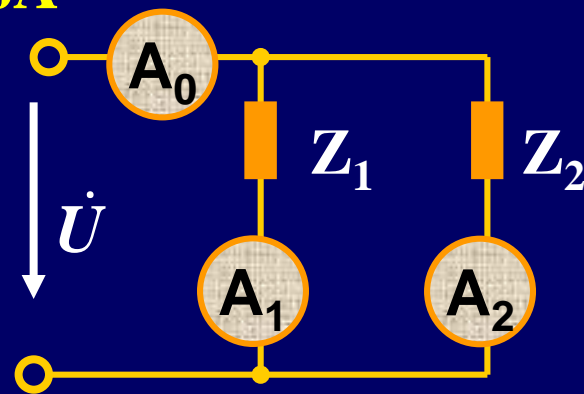


例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

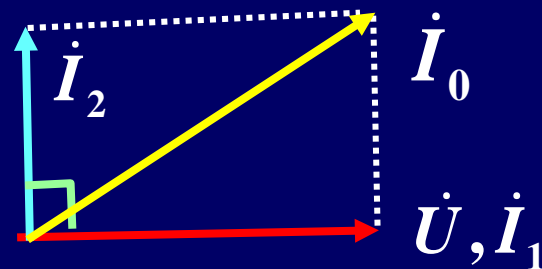
(2) $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

$$A_0 = I_{0\max} = ?$$



解

$$(1) I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$$

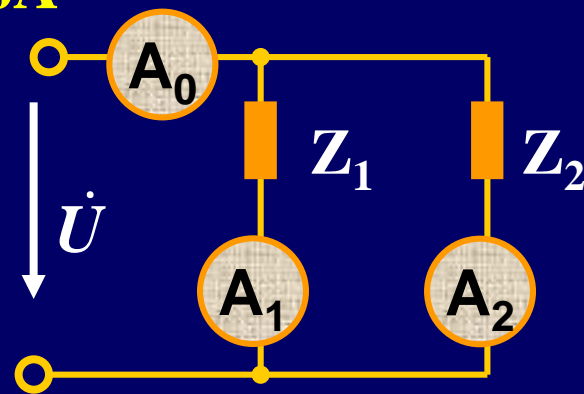


例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

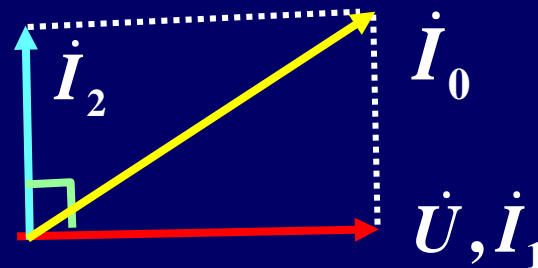
(2) $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

$$A_0 = I_{0\max} = ?$$



解 (1) $I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$

(2) Z_2 为电阻, $I_{0\max} = 8 + 6 = 14A$



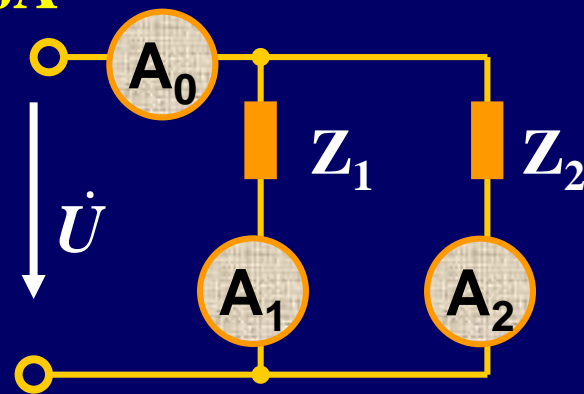
例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

(2) $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

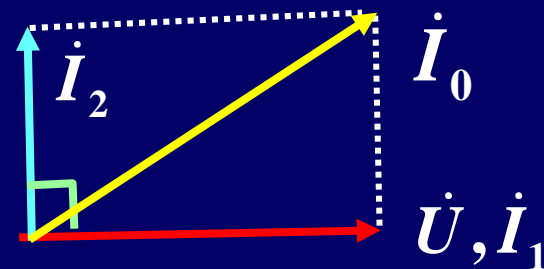
$A_0 = I_{0\max} = ?$

(3) $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数 $A_0 = I_{0\min} = ?$



解 (1) $I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$

(2) Z_2 为电阻, $I_{0\max} = 8 + 6 = 14A$



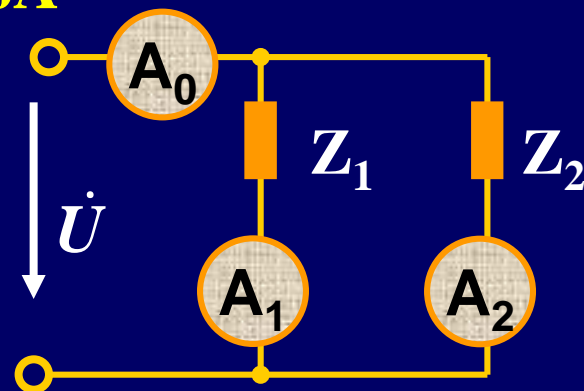
例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

(2) $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

$$A_0 = I_{0\max} = ?$$

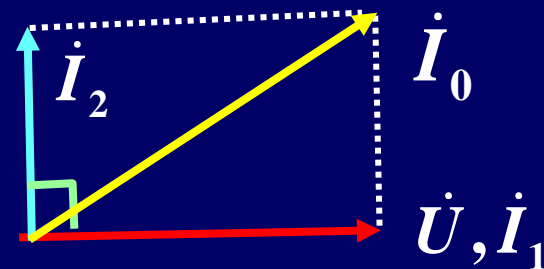
(3) $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数 $A_0 = I_{0\min} = ?$



解 (1) $I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$

(2) Z_2 为电阻, $I_{0\max} = 8 + 6 = 14A$

(3) $Z_2 = jX_C$, $I_{0\min} = 8 - 6 = 2A$



例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

(2) $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

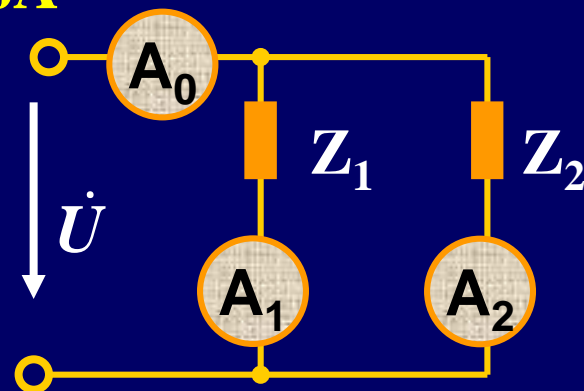
$A_0 = I_{0\max} = ?$

(3) $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数

$A_0 = I_{0\min} = ?$

(4) $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数

$A_0 = A_1$ $A_2 = ?$

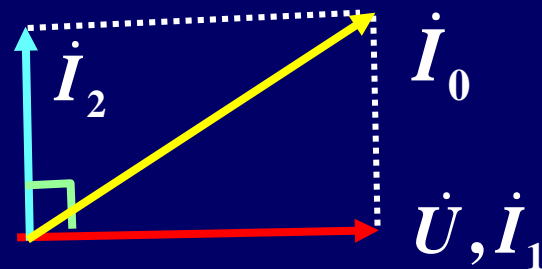


解

(1) $I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$

(2) Z_2 为电阻, $I_{0\max} = 8 + 6 = 14A$

(3) $Z_2 = jX_C$, $I_{0\min} = 8 - 6 = 2A$



例2 已知电流表读数: $A_1 = 8A$ $A_2 = 6A$

若 (1) $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$ $A_0 = ?$

(2) $Z_1 = R$, Z_2 为何参数

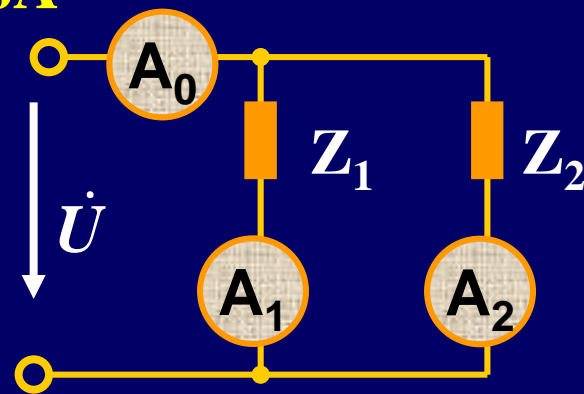
$A_0 = I_{0\max} = ?$

(3) $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数

$A_0 = I_{0\min} = ?$

(4) $Z_1 = jX_L$, Z_2 为何参数

$A_0 = A_1$ $A_2 = ?$



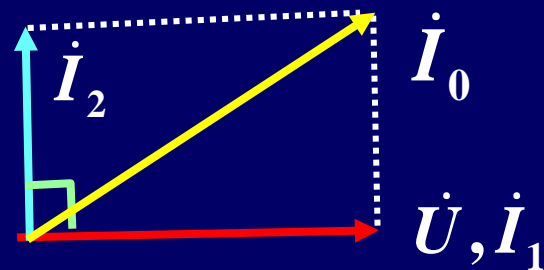
解

(1) $I_0 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10A$

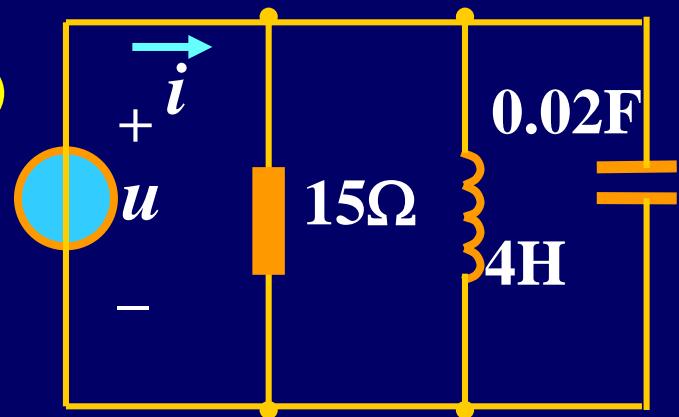
(2) Z_2 为电阻, $I_{0\max} = 8 + 6 = 14A$

(3) $Z_2 = jX_C$, $I_{0\min} = 8 - 6 = 2A$

(4) $Z_2 = jX_C$, $I_0 = I_1 = 8A$, $I_2 = 16A$

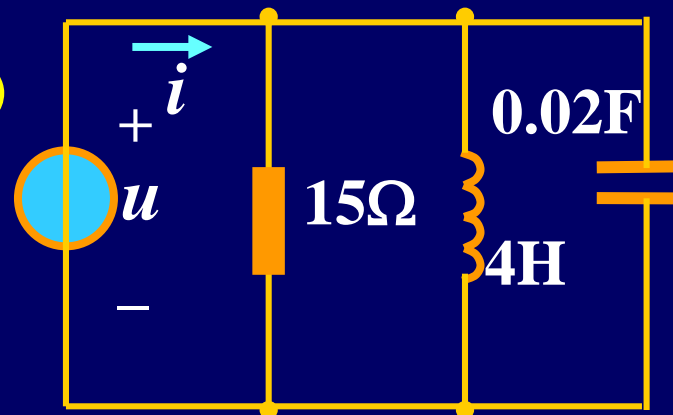


例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2} \cos(5t)$, 求: $i(t)$



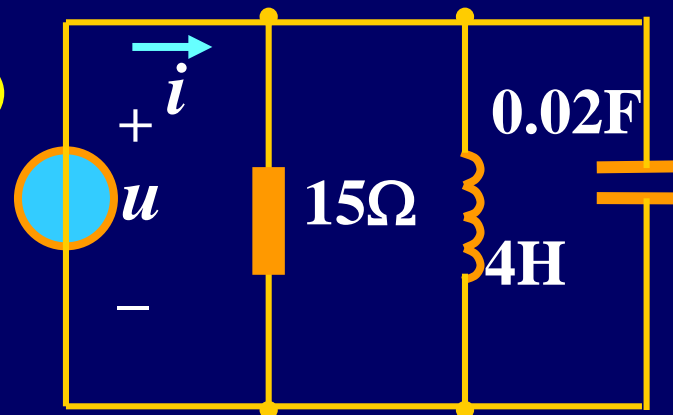
例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2} \cos(5t)$, 求: $i(t)$

解



例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2} \cos(5t)$, 求: $i(t)$

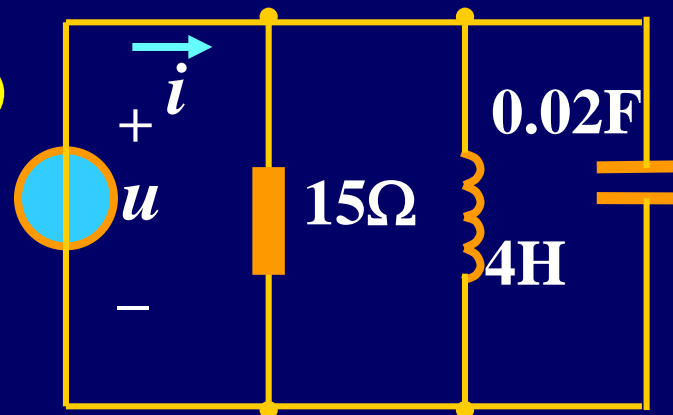
解 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ$



例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2} \cos(5t)$, 求: $i(t)$

解 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ$

$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

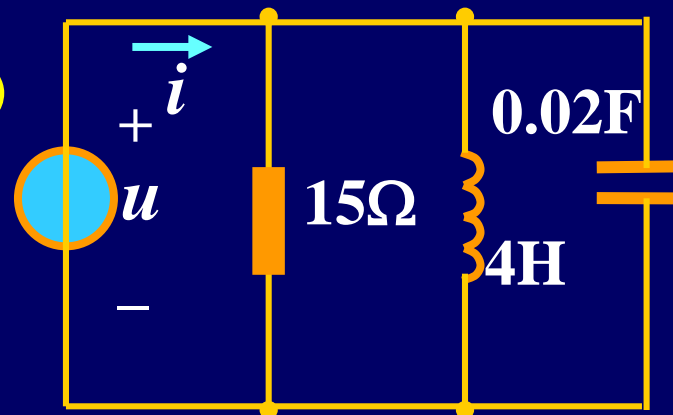


例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2}\cos(5t)$, 求: $i(t)$

解 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ$

$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

$$-jX_C = -j\frac{1}{5 \times 0.02} = -j10\Omega$$



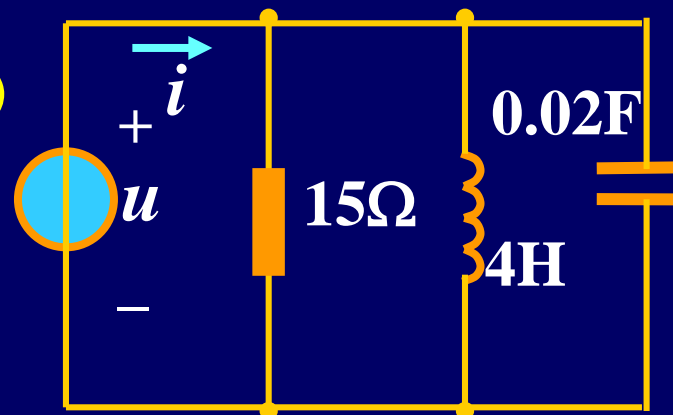
例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2}\cos(5t)$, 求: $i(t)$

解

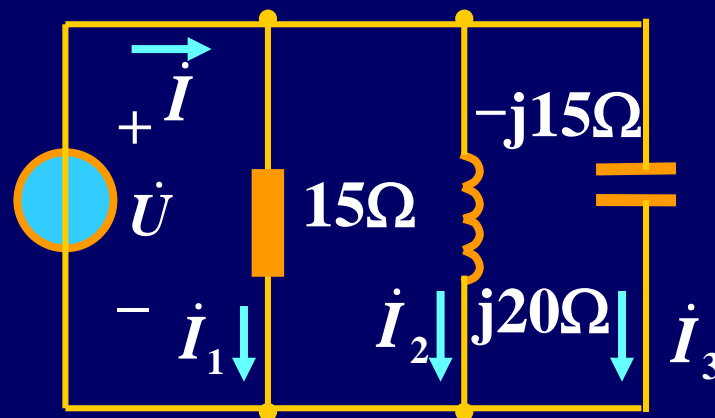
$$\dot{U} = 120\angle 0^\circ$$

$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

$$-jX_C = -j\frac{1}{5 \times 0.02} = -j10\Omega$$



相量模型



例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2}\cos(5t)$, 求: $i(t)$

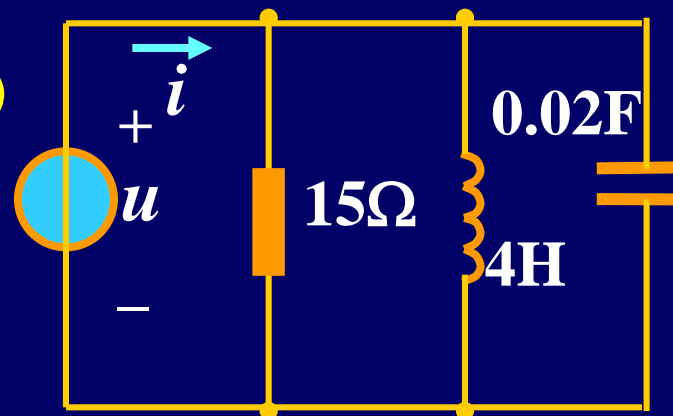
解

$$\dot{U} = 120\angle 0^\circ$$

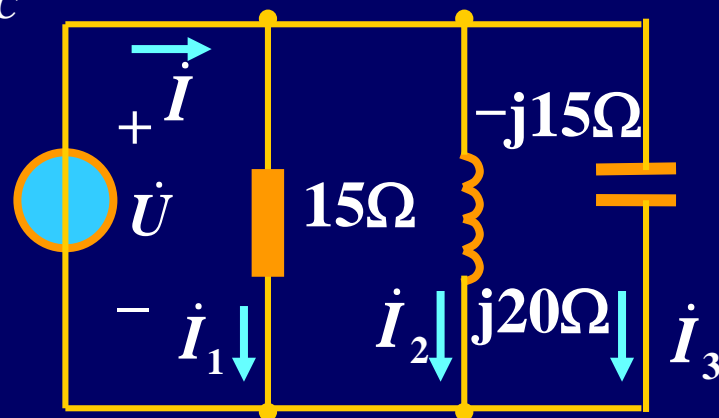
$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

$$-jX_C = -j\frac{1}{5 \times 0.02} = -j10\Omega$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} + \frac{\dot{U}}{-jX_C}$$



相量模型



例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2}\cos(5t)$, 求: $i(t)$

解

$$\dot{U} = 120\angle 0^\circ$$

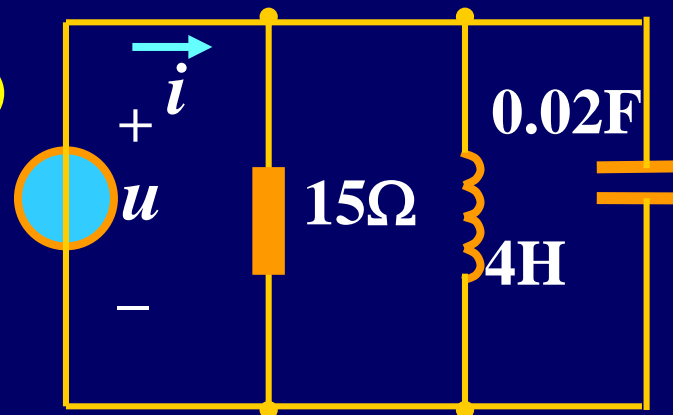
$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

$$-jX_C = -j\frac{1}{5 \times 0.02} = -j10\Omega$$

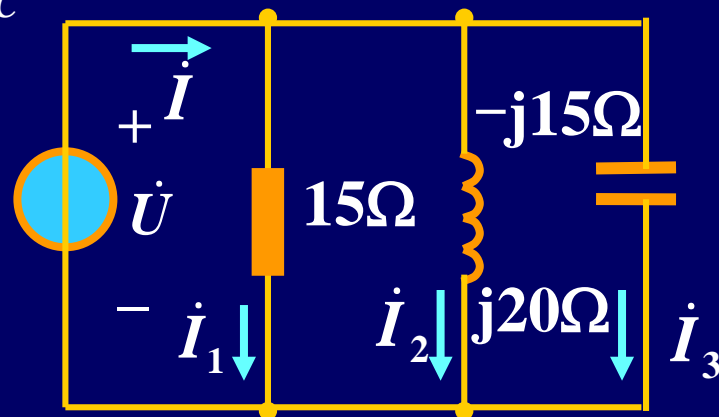
$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} + \frac{\dot{U}}{-jX_C}$$

$$= 120 \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{j20} - \frac{1}{j10} \right)$$

$$= 8 - j6 + j12 = 8 + j6 = 10\angle 36.9^\circ \text{ A}$$



相量模型



例3 已知 $u(t) = 120\sqrt{2} \cos(5t)$, 求: $i(t)$

解

$$\dot{U} = 120\angle 0^\circ$$

$$jX_L = j4 \times 5 = j20\Omega$$

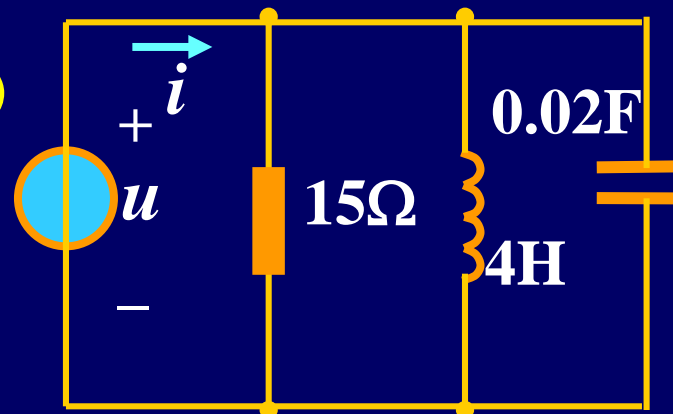
$$-jX_C = -j\frac{1}{5 \times 0.02} = -j10\Omega$$

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} + \frac{\dot{U}}{-jX_C}$$

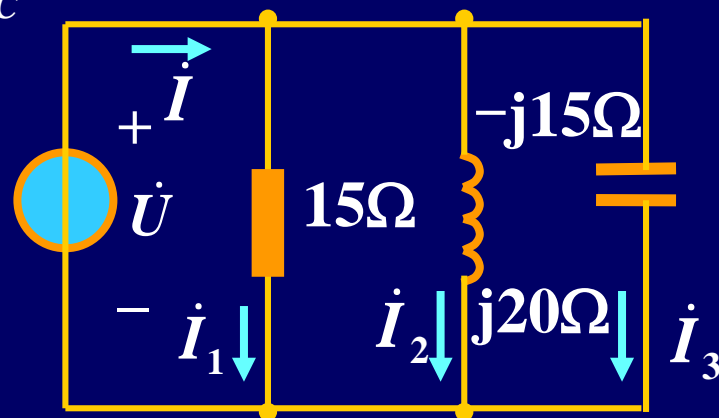
$$= 120 \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{j20} - \frac{1}{j10} \right)$$

$$= 8 - j6 + j12 = 8 + j6 = 10\angle 36.9^\circ \text{ A}$$

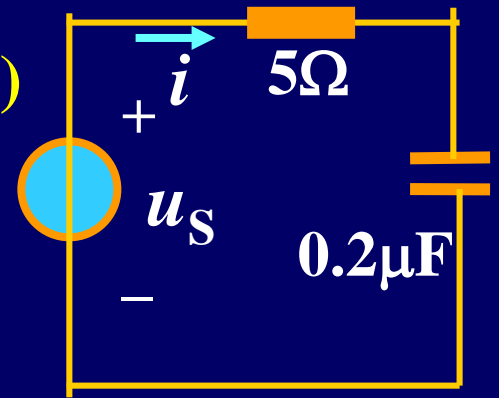
$$i(t) = 10\sqrt{2} \cos(5t + 36.9^\circ) \text{ A}$$



↓ 相量模型

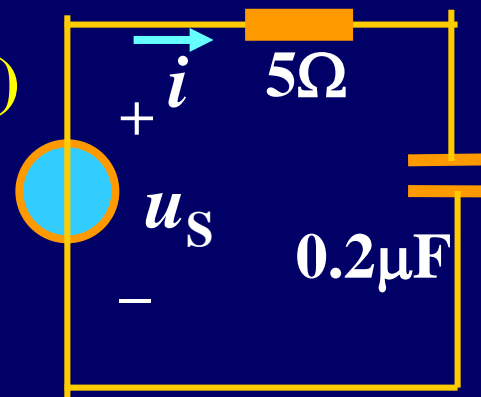


例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$



例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

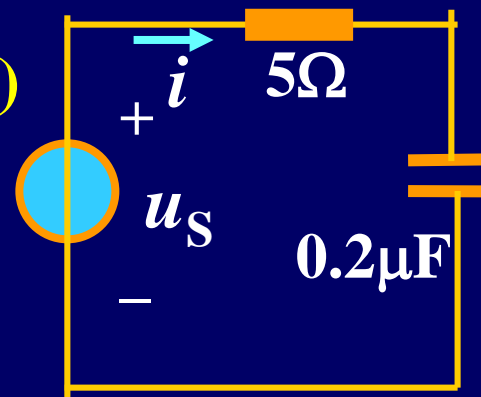
解



例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

解

$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

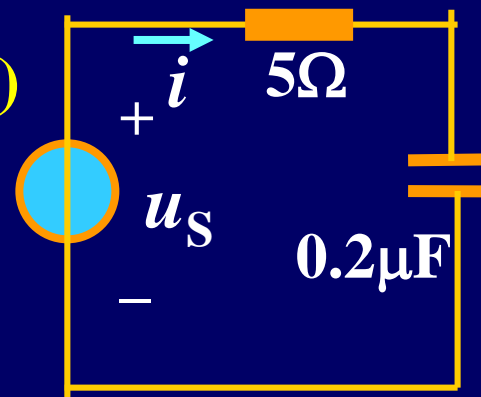


例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

解

$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

$$-jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$

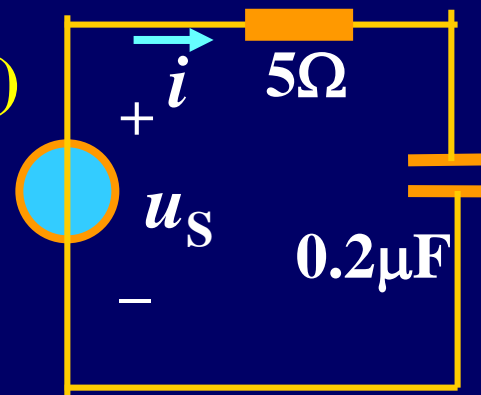


例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

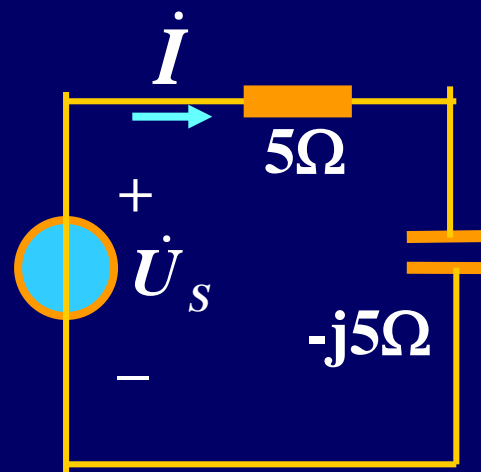
解

$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

$$-jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$



↓ 相量模型



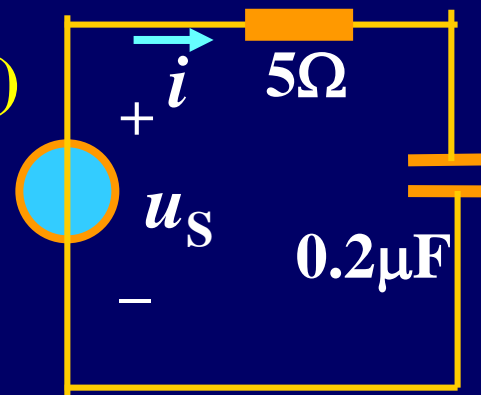
例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

解

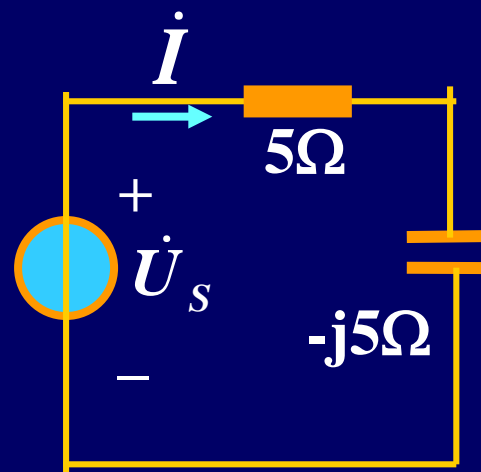
$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

$$-jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_S &= \dot{U}_R + \dot{U}_C = 5\angle 15^\circ (5 - j5) \\ &= 5\angle 15^\circ \times 5\sqrt{2}\angle -45^\circ = 25\sqrt{2}\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$



相量模型



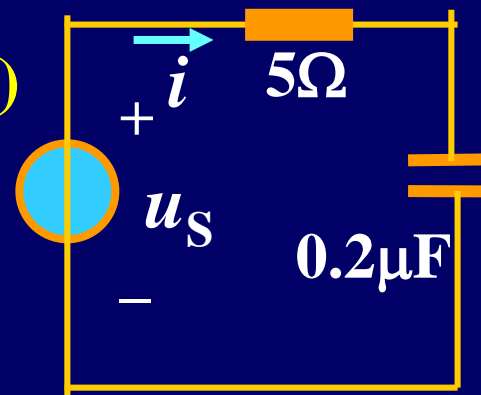
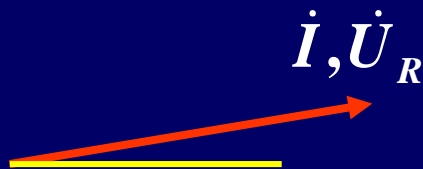
例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

解

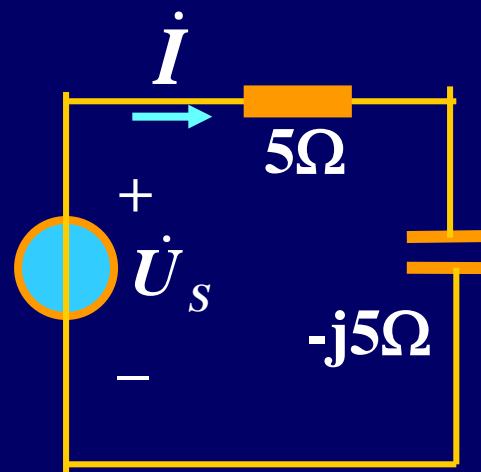
$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

$$-jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_S &= \dot{U}_R + \dot{U}_C = 5\angle 15^\circ (5 - j5) \\ &= 5\angle 15^\circ \times 5\sqrt{2}\angle -45^\circ = 25\sqrt{2}\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$



相量模型



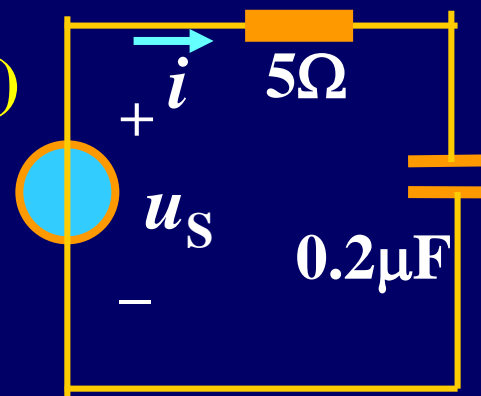
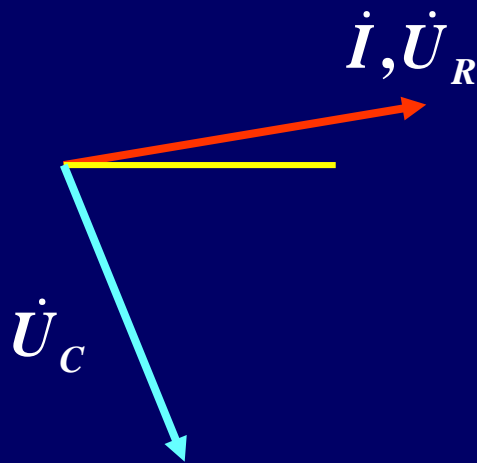
例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

解

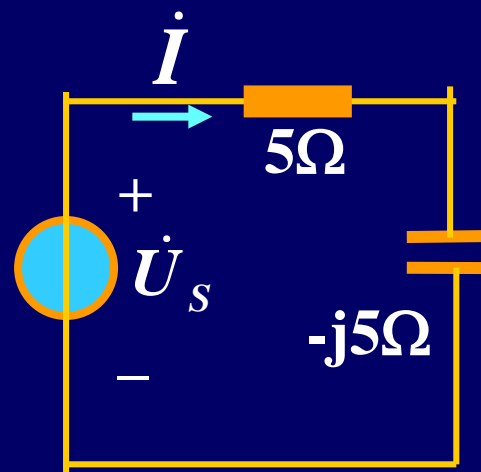
$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

$$-jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_S &= \dot{U}_R + \dot{U}_C = 5\angle 15^\circ (5 - j5) \\ &= 5\angle 15^\circ \times 5\sqrt{2}\angle -45^\circ = 25\sqrt{2}\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$



↓ 相量模型



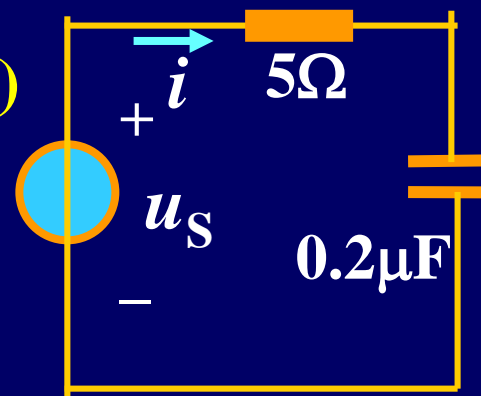
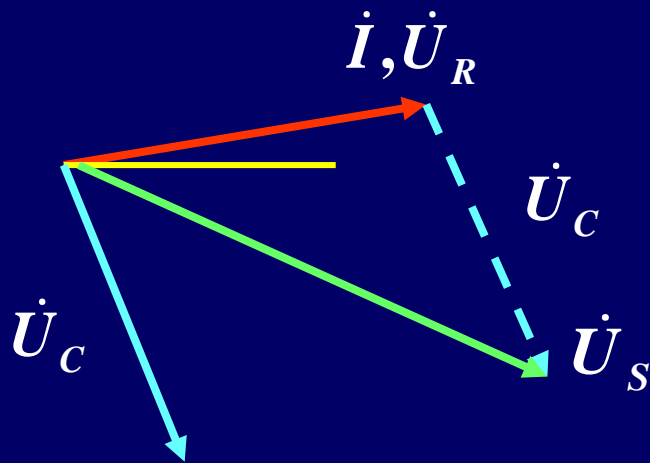
例4 已知 $i(t) = 5\sqrt{2} \cos(10^6 t + 15^\circ)$, 求: $u_s(t)$

解

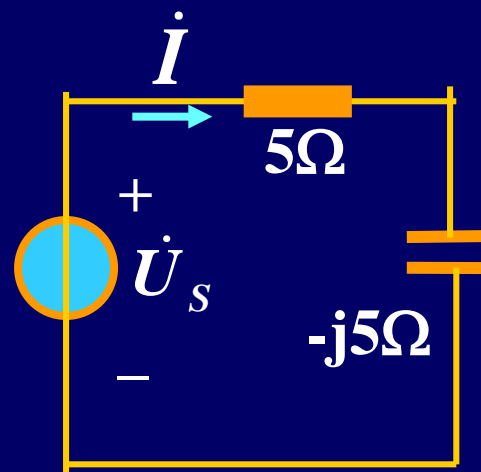
$$\dot{I} = 5\angle 15^\circ$$

$$-jX_C = -j \frac{1}{10^6 \times 0.2 \times 10^{-6}} = -j5\Omega$$

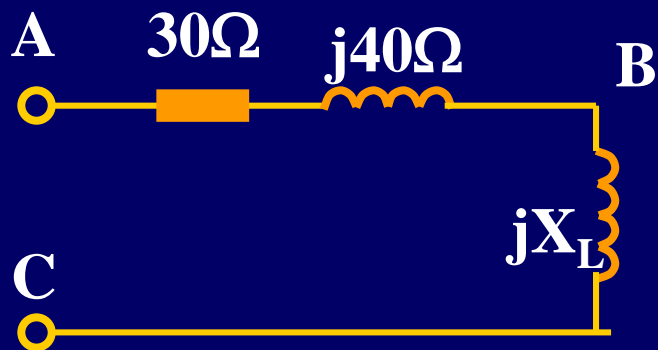
$$\begin{aligned}\dot{U}_S &= \dot{U}_R + \dot{U}_C = 5\angle 15^\circ (5 - j5) \\ &= 5\angle 15^\circ \times 5\sqrt{2}\angle -45^\circ = 25\sqrt{2}\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$



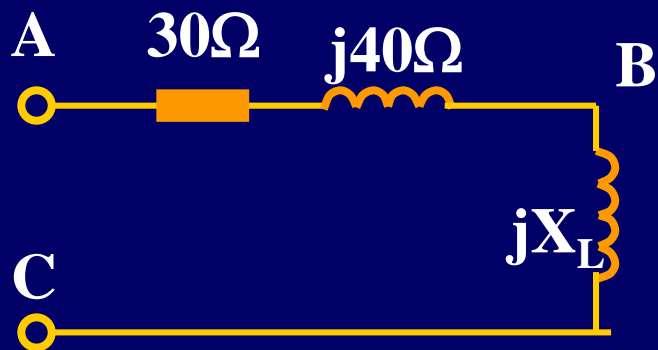
↓ 相量模型



例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$

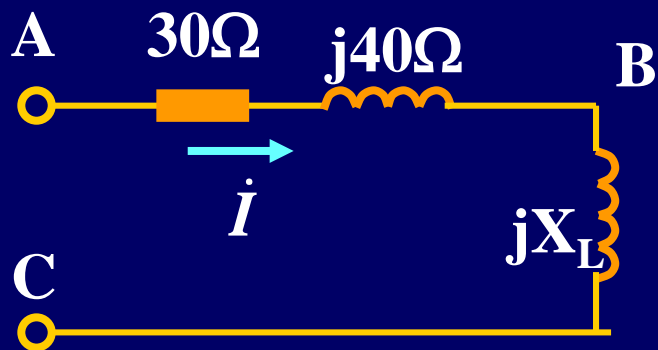


例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



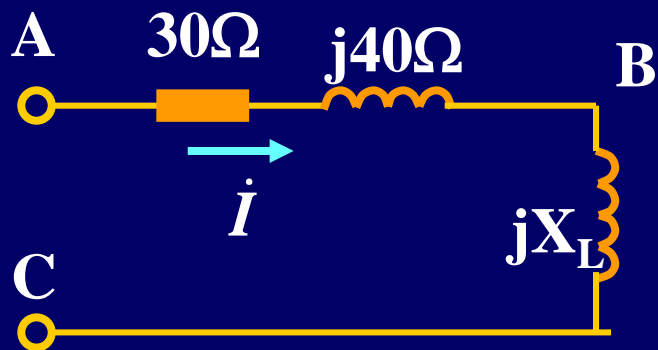
解

例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



解

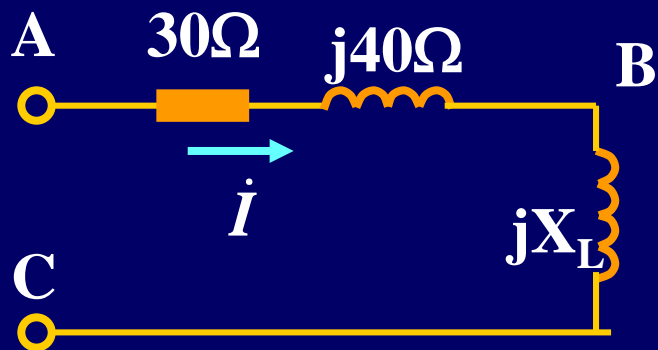
例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



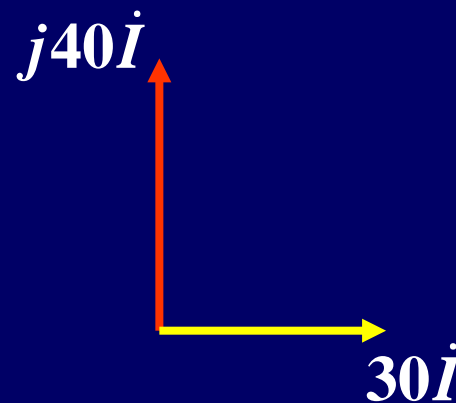
解

$$\longrightarrow 30\dot{I}$$

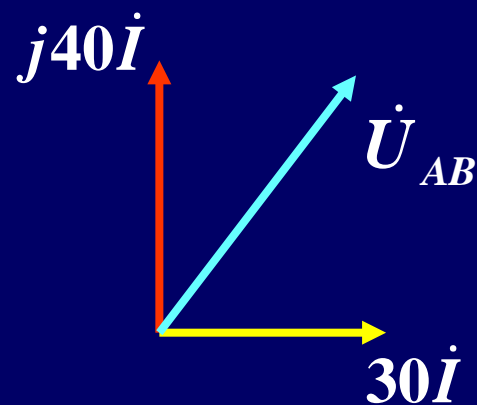
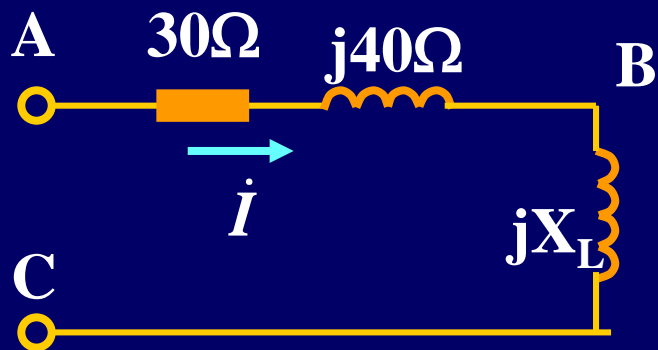
例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



解

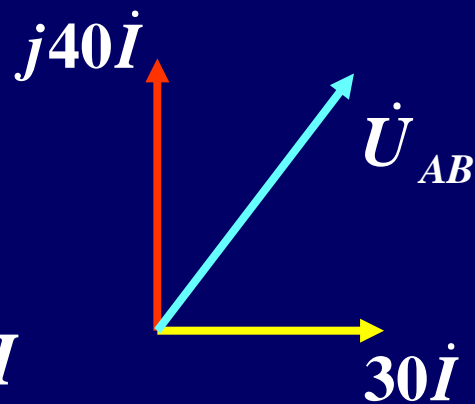
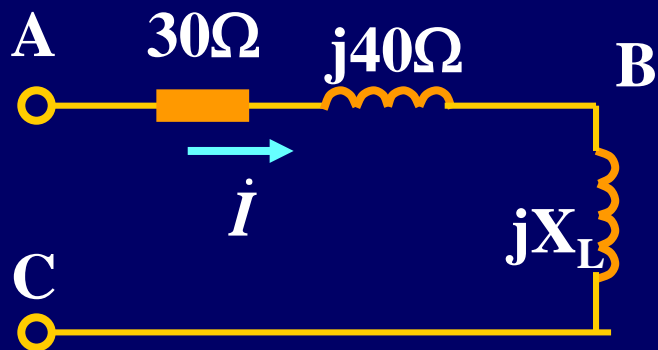


例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



解

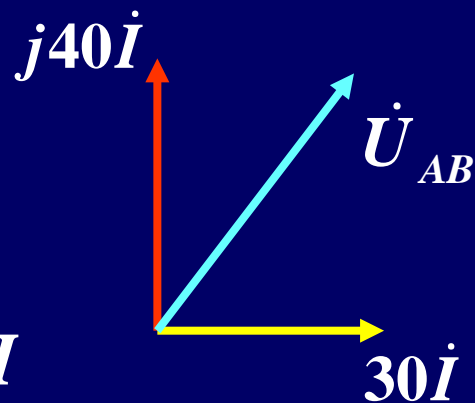
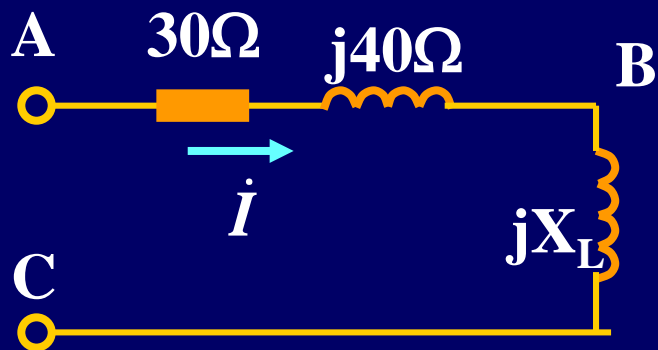
例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



解

$$U_{AB} = \sqrt{(30I)^2 + (40I)^2} = 50I$$

例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$

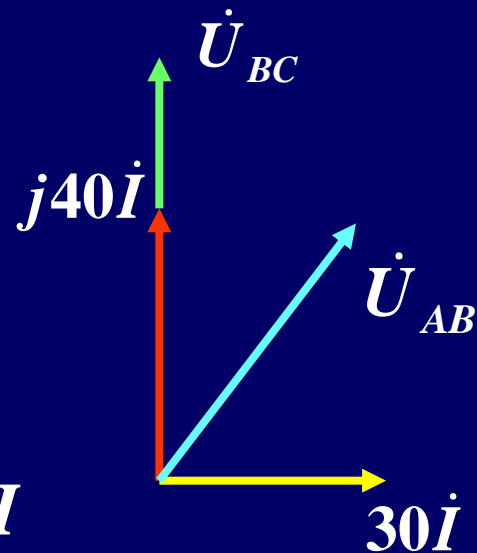
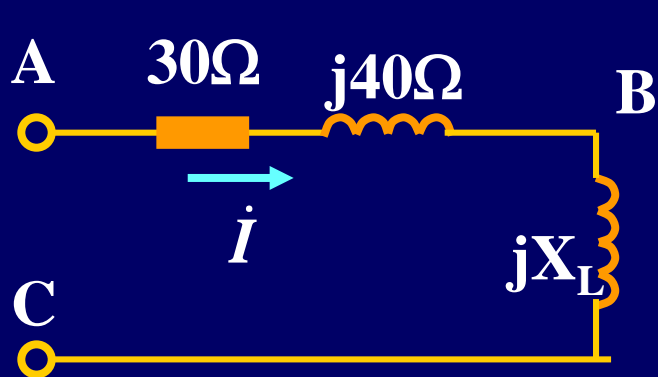


解

$$U_{AB} = \sqrt{(30I)^2 + (40I)^2} = 50I$$

→ $I = 1A, U_R = 30V, U_L = 40V$

例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$

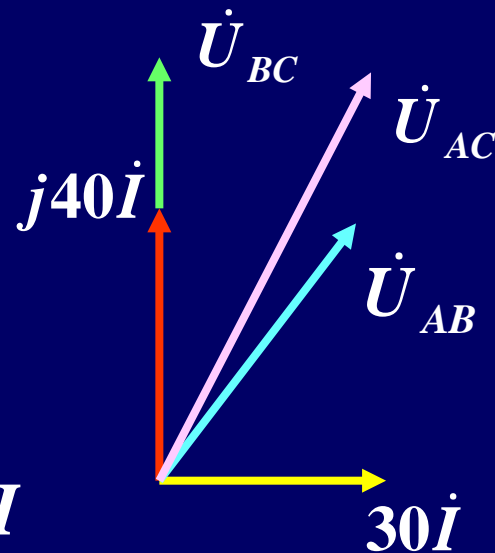
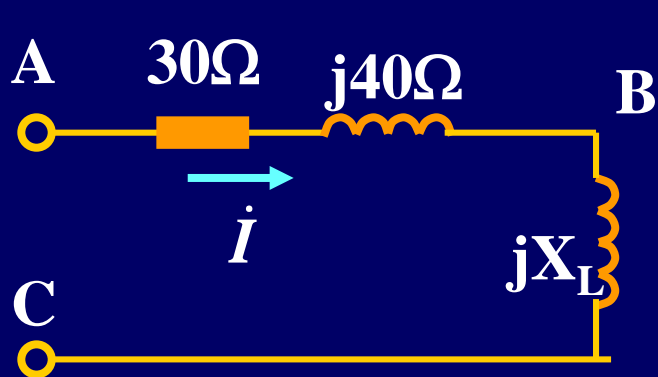


解

$$U_{AB} = \sqrt{(30I)^2 + (40I)^2} = 50I$$

→ $I = 1A, U_R = 30V, U_L = 40V$

例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$

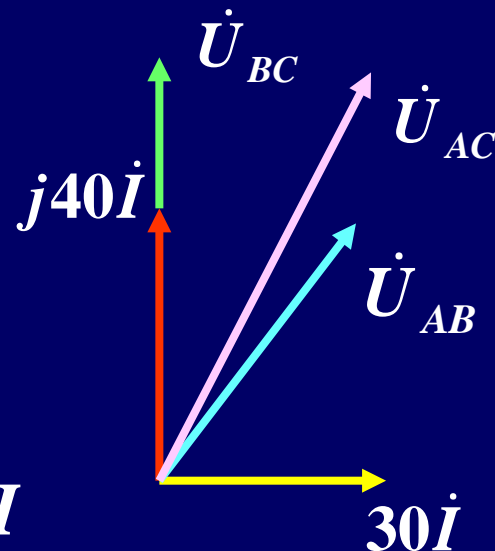
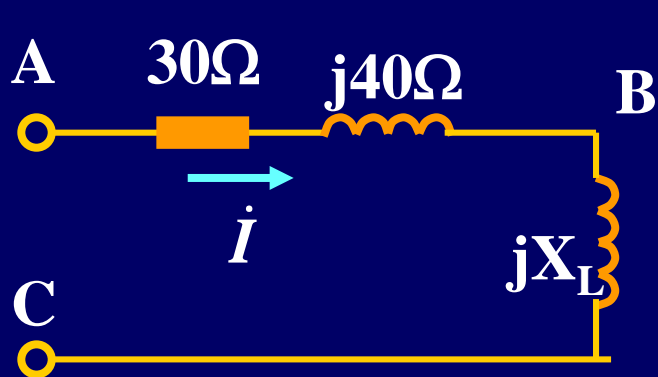


解

$$U_{AB} = \sqrt{(30I)^2 + (40I)^2} = 50I$$

→ $I = 1A, U_R = 30V, U_L = 40V$

例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



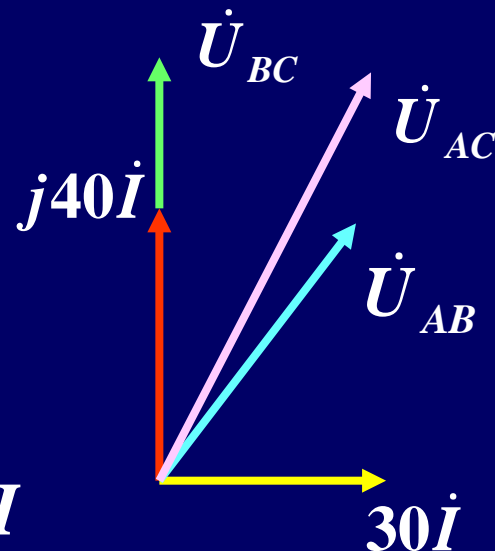
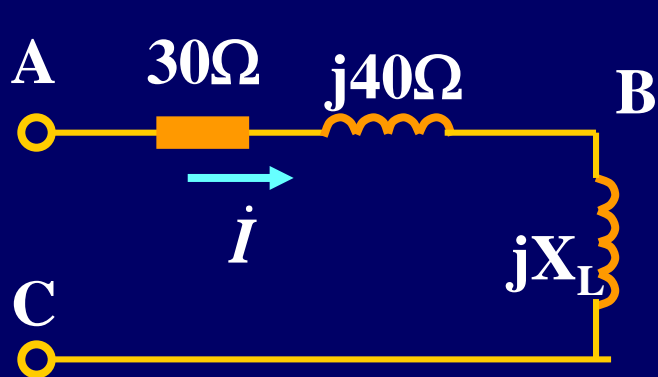
解

$$U_{AB} = \sqrt{(30I)^2 + (40I)^2} = 50I$$

→ $I = 1A, U_R = 30V, U_L = 40V$

$$U_{AC} = 78 = \sqrt{(30)^2 + (40 + U_{BC})^2}$$

例5 已知 $U_{AB} = 50V$, $U_{AC} = 78V$, 问: $U_{BC} = ?$



解

$$U_{AB} = \sqrt{(30I)^2 + (40I)^2} = 50I$$

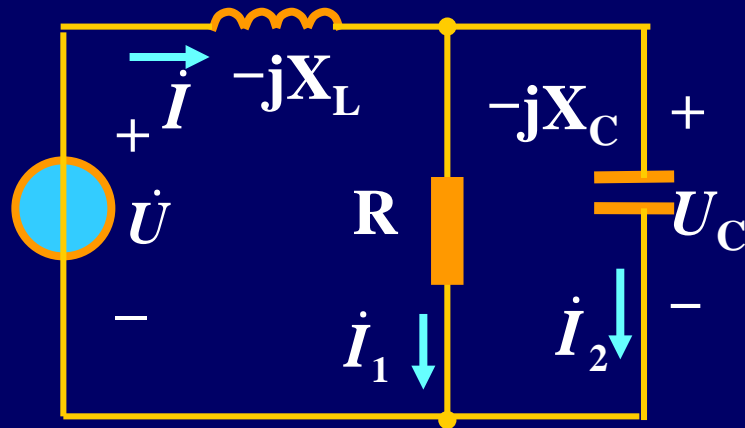
→ $I = 1A, U_R = 30V, U_L = 40V$

$$U_{AC} = 78 = \sqrt{(30)^2 + (40 + U_{BC})^2}$$

→ $U_{BC} = \sqrt{(78)^2 - (30)^2} - 40 = 32V$

例6

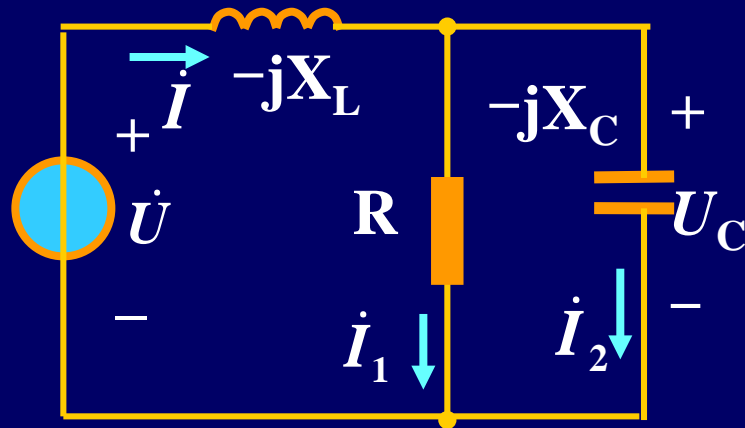
图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$ ， $U=50\text{V}$ ，总电压与总电流同相位，求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。



例6

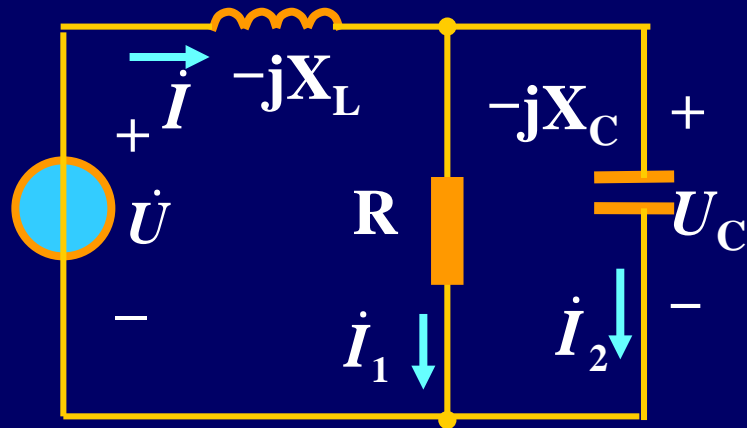
图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$ ， $U=50\text{V}$ ，总电压与总电流同相位，求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解



例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$, $U=50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

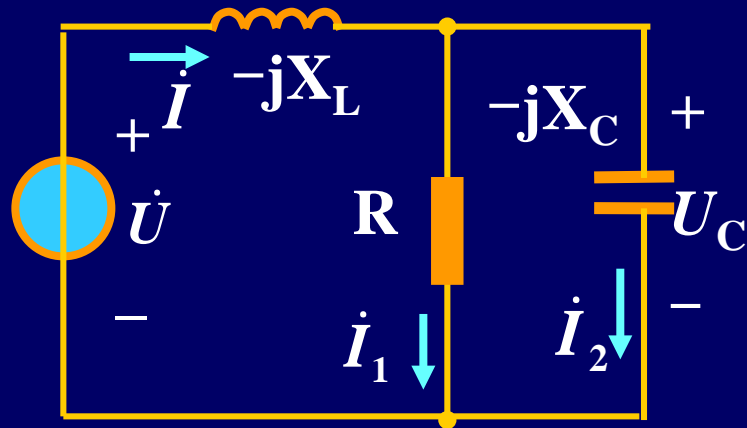
解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$



例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$, $U=50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

→ $\dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ, \quad \dot{I}_2 = j5$

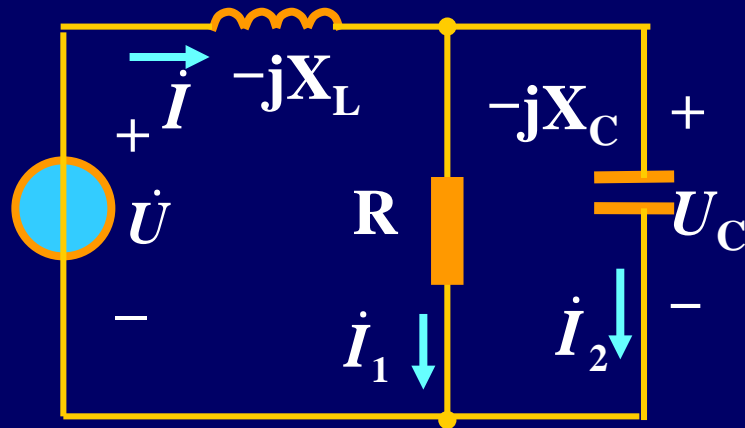


例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$, $U=50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ, \quad \dot{I}_2 = j5$$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$



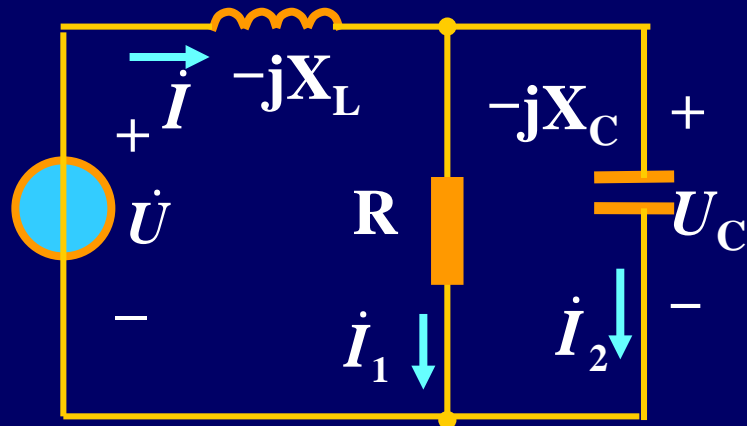
例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$, $U=50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ, \quad \dot{I}_2 = j5$$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

$$\dot{U} = 50 \angle 45^\circ = (5 + j5) \times jX_L + 5R = \frac{50}{\sqrt{2}}(1 + j)$$



例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$, $U=50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

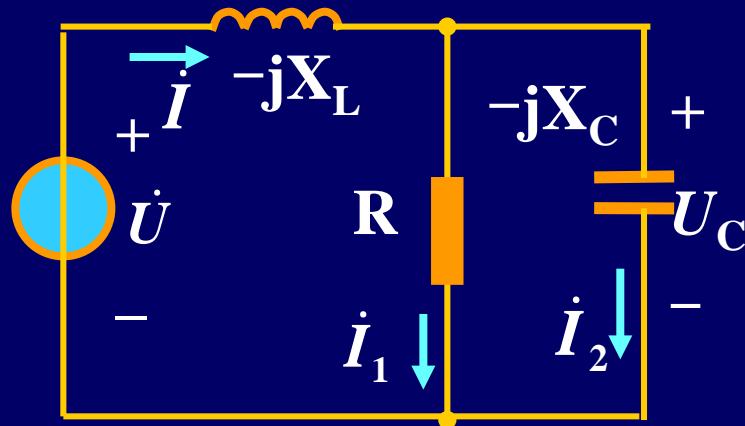
解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ, \quad \dot{I}_2 = j5$$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

$$\dot{U} = 50 \angle 45^\circ = (5 + j5) \times jX_L + 5R = \frac{50}{\sqrt{2}}(1 + j)$$

令等式两边实部等于实部, 虚部等于虚部



例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$, $U=50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

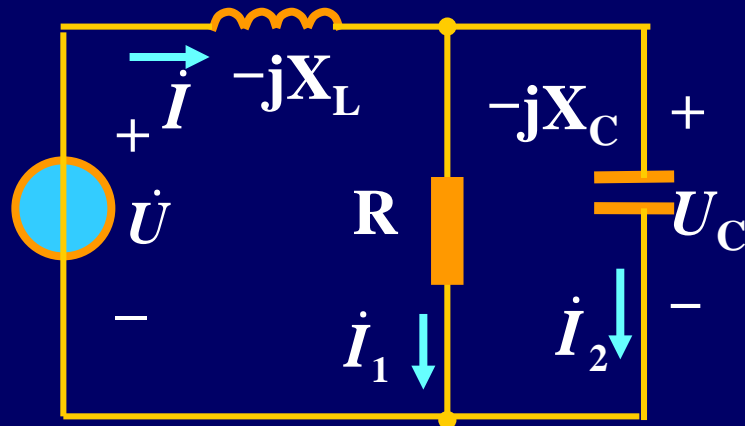
$$\rightarrow \dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ, \quad \dot{I}_2 = j5$$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

$$\dot{U} = 50 \angle 45^\circ = (5 + j5) \times jX_L + 5R = \frac{50}{\sqrt{2}}(1 + j)$$

令等式两边实部等于实部, 虚部等于虚部

$$\begin{cases} 5X_L = 50/\sqrt{2} \Rightarrow X_L = 5\sqrt{2} \end{cases}$$

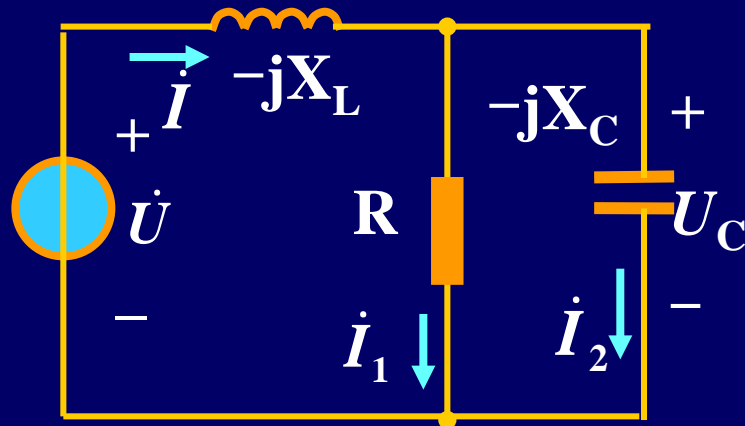


例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$, $U=50\text{V}$, 总电压与总电流同相位, 求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ, \quad \dot{I}_2 = j5$$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$



$$\dot{U} = 50 \angle 45^\circ = (5 + j5) \times jX_L + 5R = \frac{50}{\sqrt{2}}(1 + j)$$

令等式两边实部等于实部, 虚部等于虚部

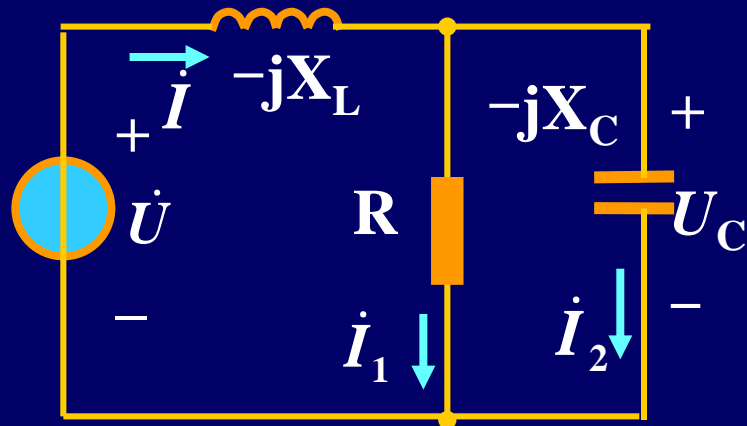
$$\begin{cases} 5X_L = 50/\sqrt{2} \Rightarrow X_L = 5\sqrt{2} \\ 5R = \frac{50}{\sqrt{2}} + 5 \times 5\sqrt{2} = 50\sqrt{2} \Rightarrow R = X_C = 10\sqrt{2}\Omega \end{cases}$$

例6 图示电路 $I_1=I_2=5\text{A}$ ， $U=50\text{V}$ ，总电压与总电流同相位，求 I 、 R 、 X_C 、 X_L 。

解 设 $\dot{U}_C = U_C \angle 0^\circ$

→ $\dot{I}_1 = 5 \angle 0^\circ$, $\dot{I}_2 = j5$

$$\dot{I} = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

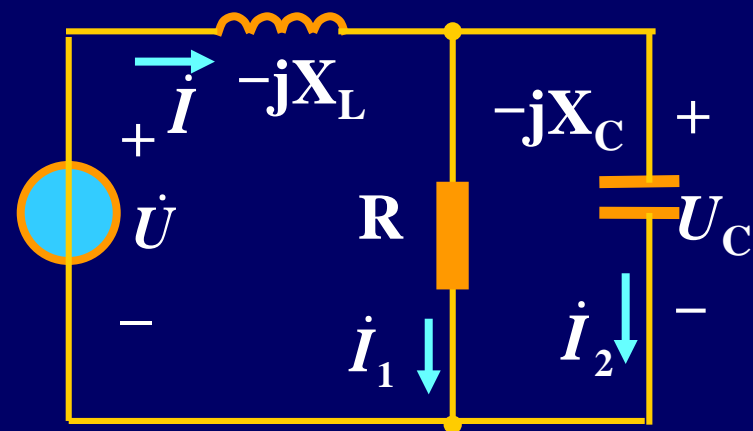


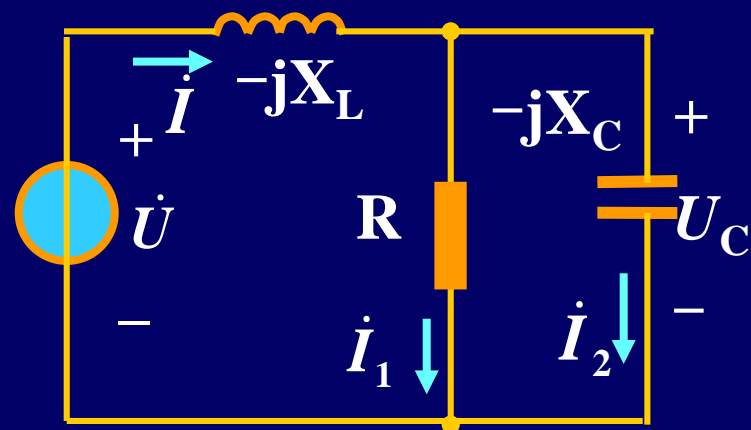
$$\dot{U} = 50 \angle 45^\circ = (5 + j5) \times jX_L + 5R = \frac{50}{\sqrt{2}} (1 + j)$$

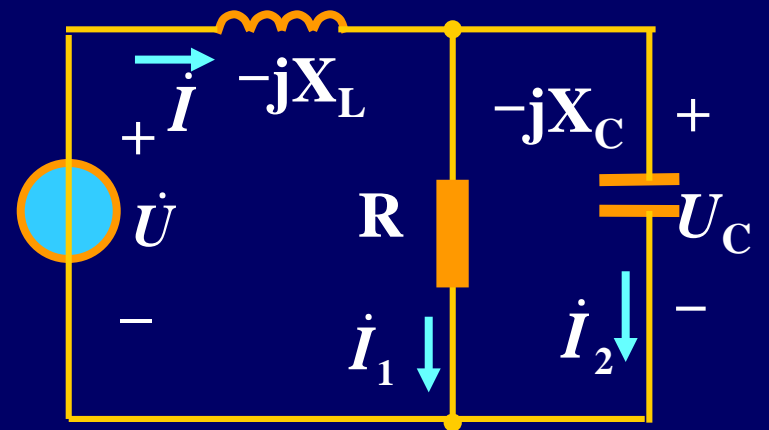
令等式两边实部等于实部，虚部等于虚部

$$\begin{cases} 5X_L = 50/\sqrt{2} \Rightarrow X_L = 5\sqrt{2} \\ 5R = \frac{50}{\sqrt{2}} + 5 \times 5\sqrt{2} = 50\sqrt{2} \Rightarrow R = X_C = 10\sqrt{2}\Omega \end{cases}$$

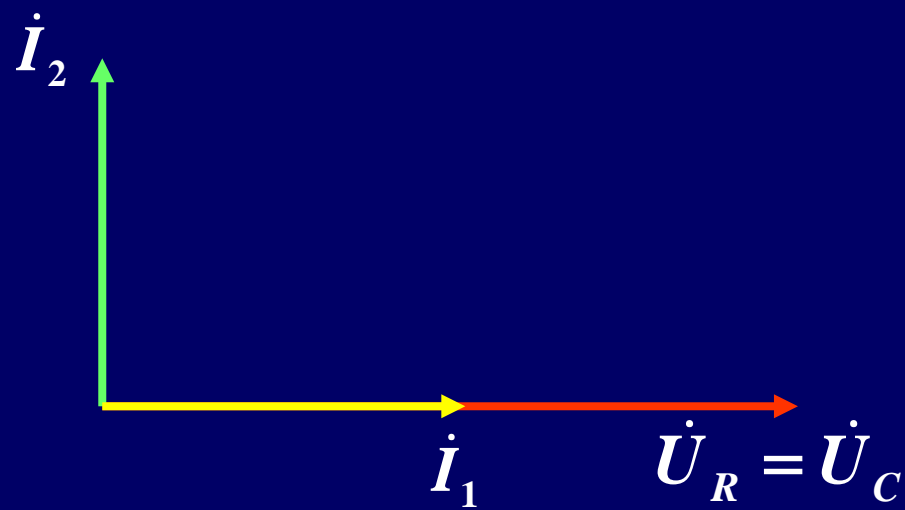
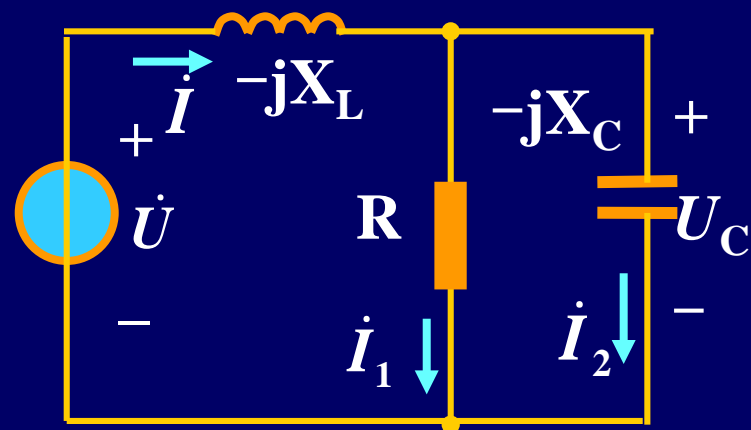
也可以画相量图计算

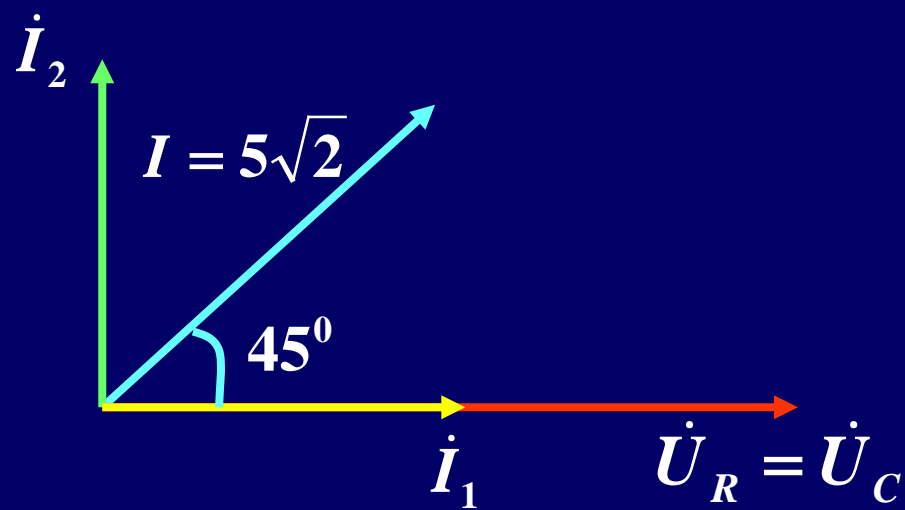
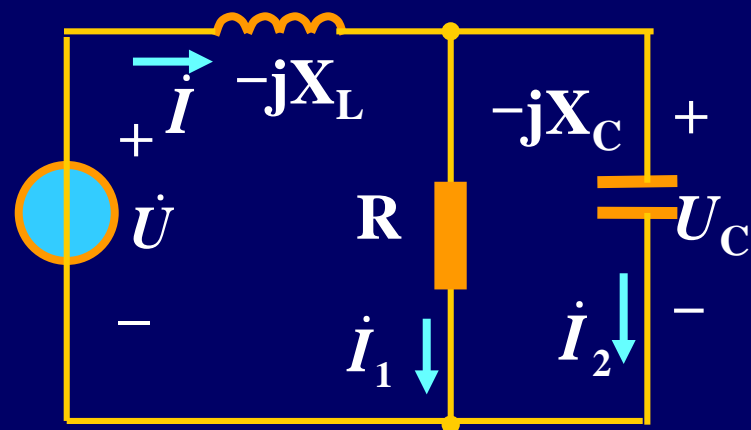


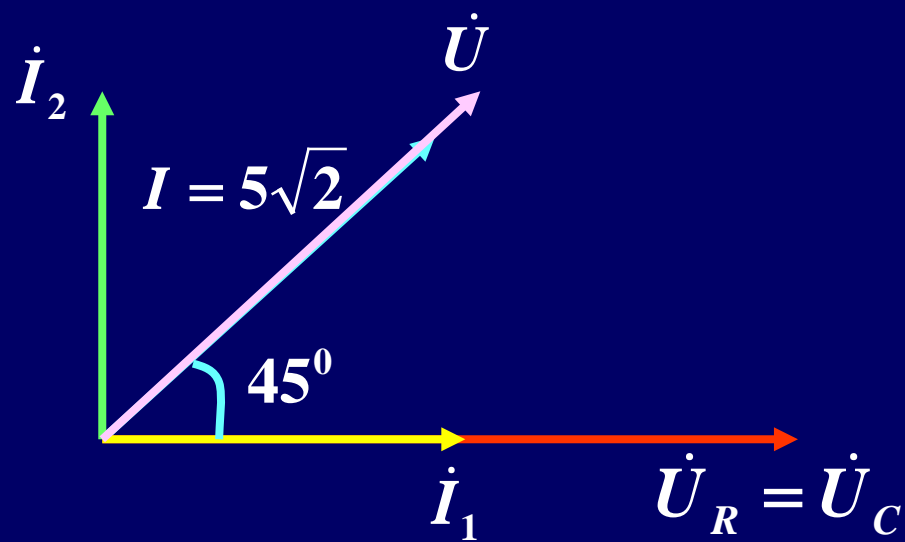
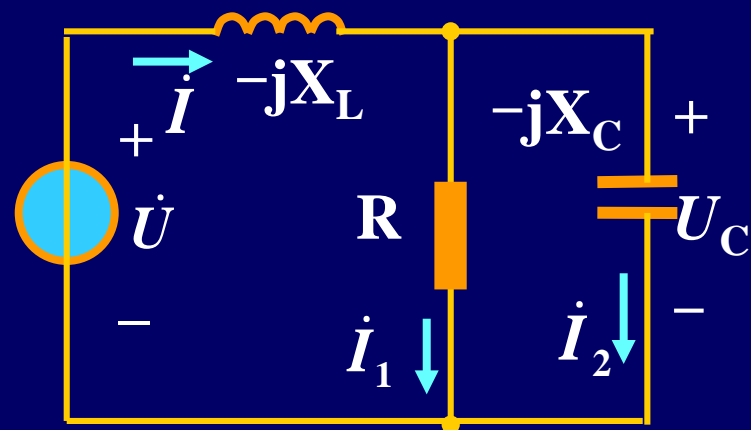


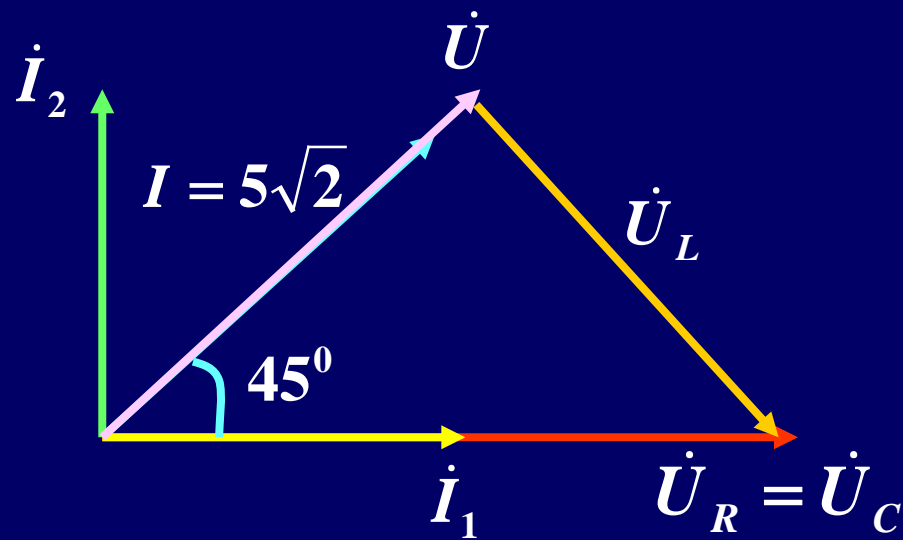
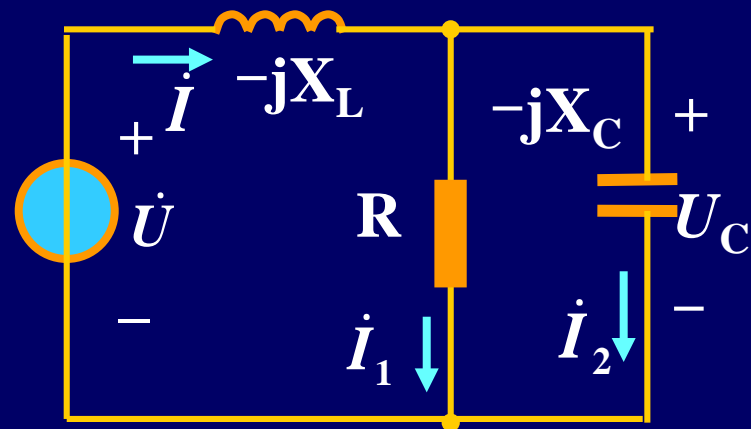


$$\dot{I}_1 \quad \dot{U}_R = \dot{U}_C$$

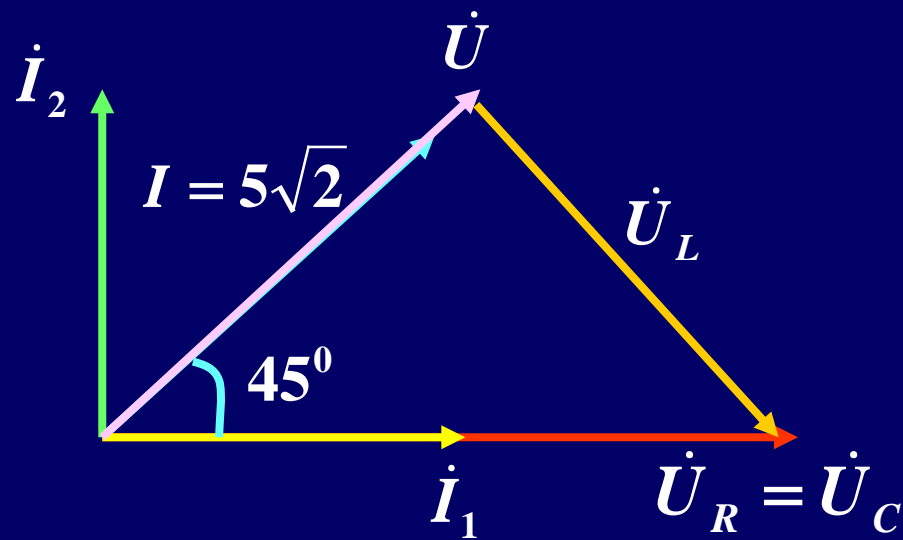
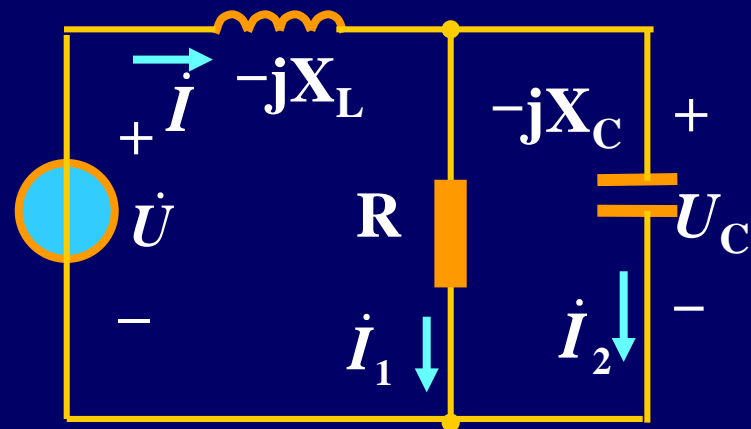






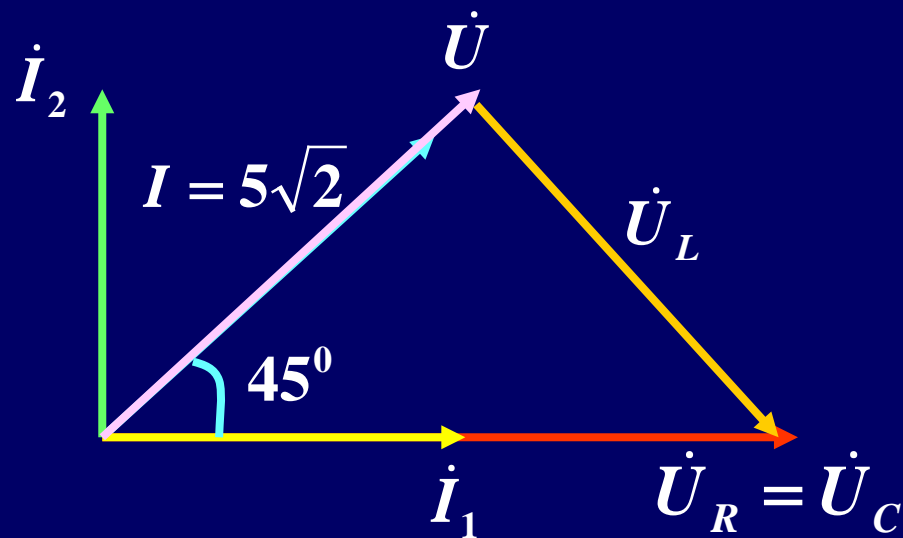
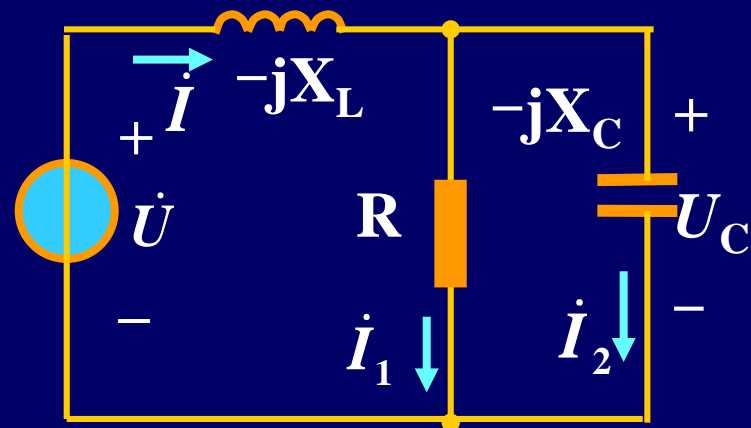


$$U = U_L = 50V$$



$$U = U_L = 50V$$

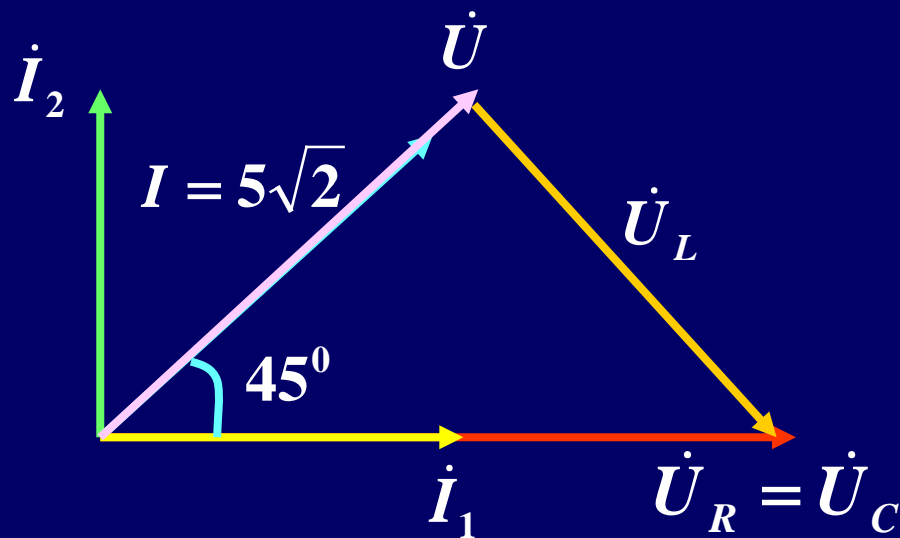
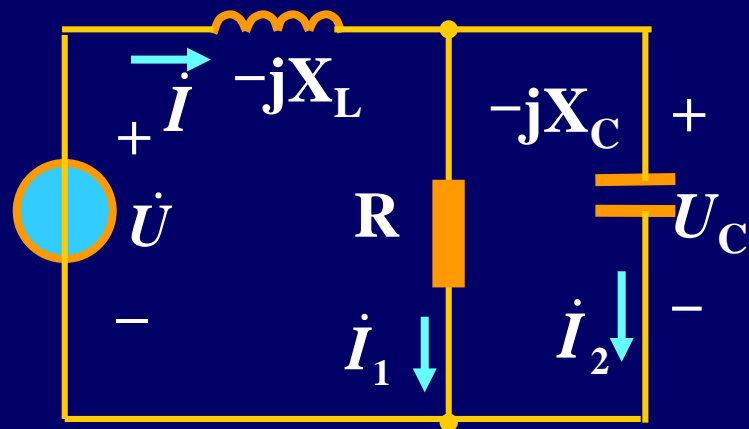
$$X_L = \frac{50}{5\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\Omega$$



$$U = U_L = 50V$$

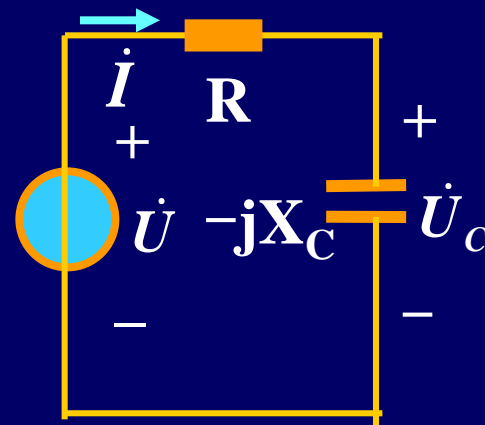
$$X_L = \frac{50}{5\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\Omega$$

$$X_C = R = \frac{50\sqrt{2}}{5} = 10\sqrt{2}\Omega$$



例7

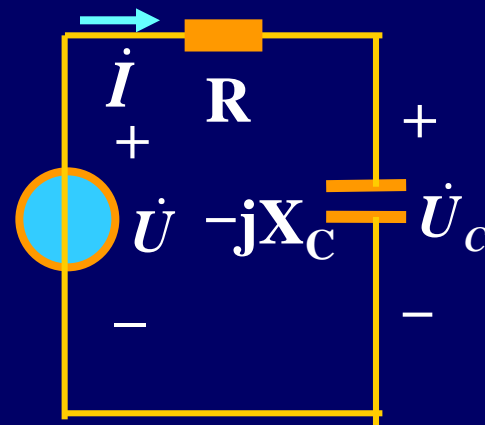
图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。



例7

图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1

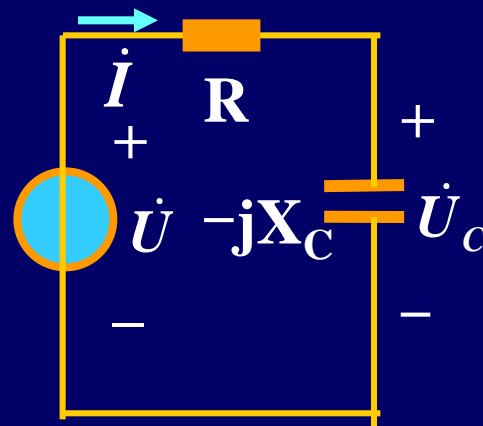


例7

图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1

$$\dot{U}_s = RI - jX_C \dot{I}$$



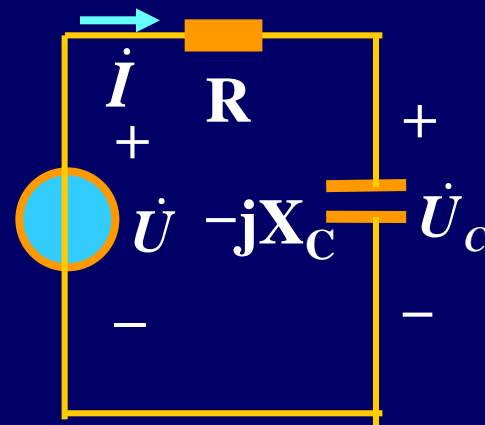
例7

图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1

$$\dot{U}_s = RI - jX_C \dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}, \quad \dot{U}_C = -jX_C \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}$$



例7

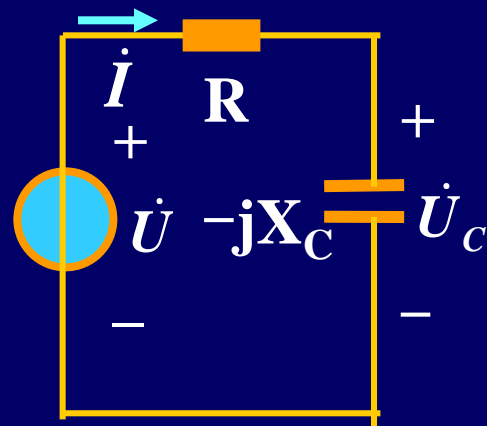
图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1

$$\dot{U}_s = R\dot{I} - jX_C\dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}, \quad \dot{U}_C = -jX_C \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = j\omega CR + 1$$



例7

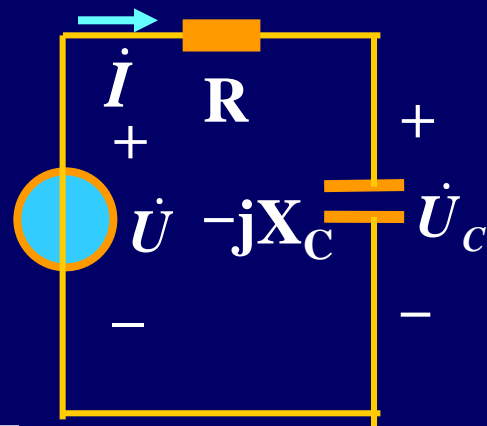
图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1

$$\dot{U}_s = R\dot{I} - jX_C\dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}, \quad \dot{U}_C = -jX_C \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = j\omega CR + 1 \quad \rightarrow \quad \omega CR = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



例7

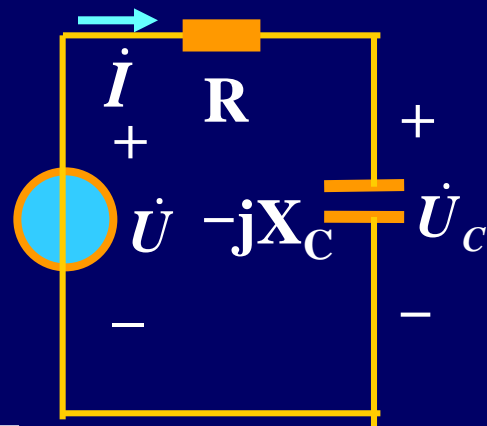
图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1

$$\dot{U}_s = R\dot{I} - jX_C\dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}, \quad \dot{U}_C = -jX_C \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = j\omega CR + 1 \rightarrow \omega CR = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



也可以画相量图计算

例7

图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

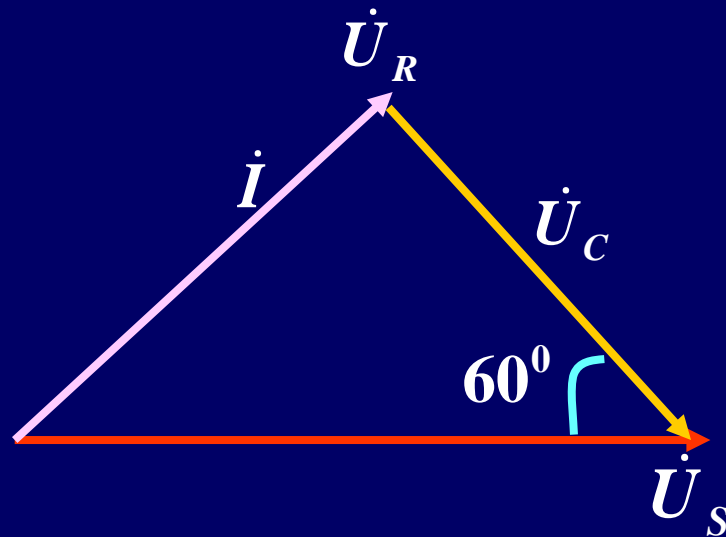
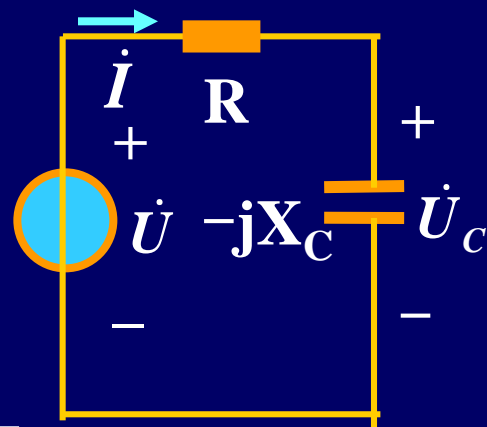
解1

$$\dot{U}_s = R\dot{I} - jX_C\dot{I}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}, \quad \dot{U}_C = -jX_C \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = j\omega CR + 1 \rightarrow \omega CR = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

也可以画相量图计算



例7

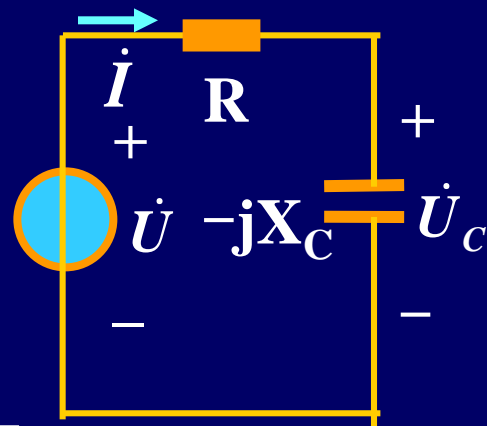
图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后与电源电压 $\pi/3$ ，问 R 、 C 应如何选择。

解1

$$\dot{U}_s = RI - jX_C \dot{I}$$

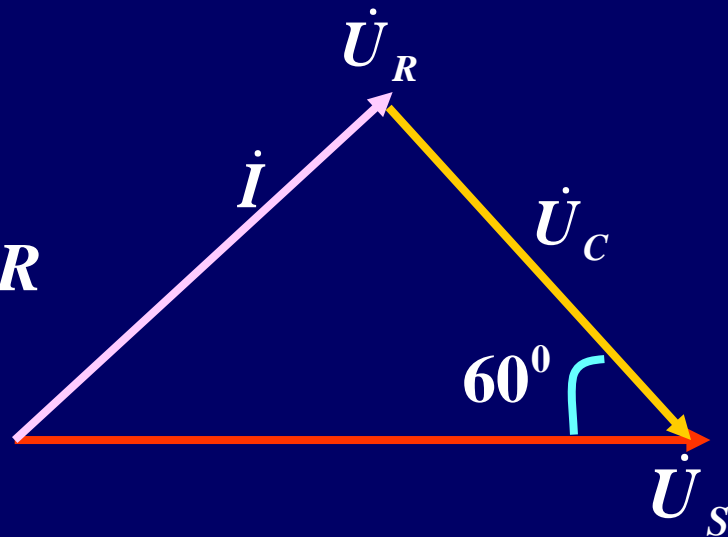
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}, \quad \dot{U}_C = -jX_C \frac{\dot{U}_s}{R - jX_C}$$

$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = j\omega CR + 1 \rightarrow \omega CR = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



也可以画相量图计算

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{U_R}{U_C} = \frac{RI}{I / \omega C} = \omega CR$$



§ 8.1 复数

§ 8.1 复数

$$A = a + jb$$

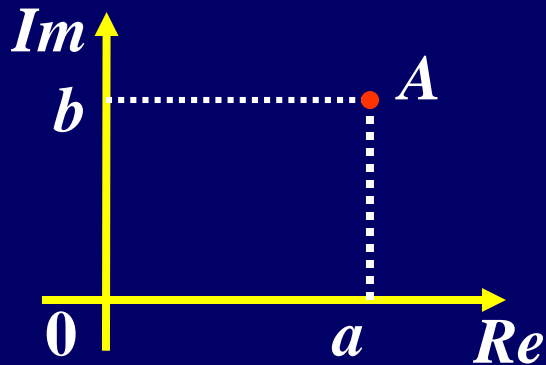
- 复数 A 的表示形式

($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)

§ 8.1 复数

$$A = a + jb$$

● 复数 A 的表示形式

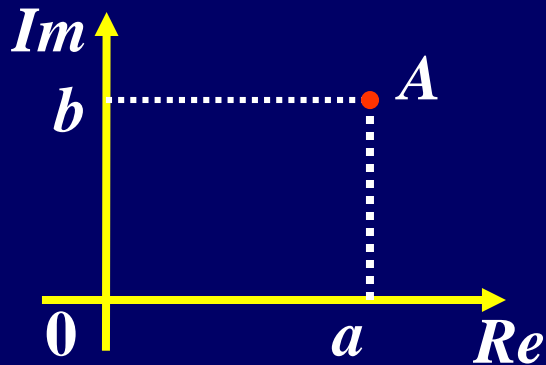


($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)

§ 8.1 复数

$$A = a + jb$$

● 复数 A 的表示形式



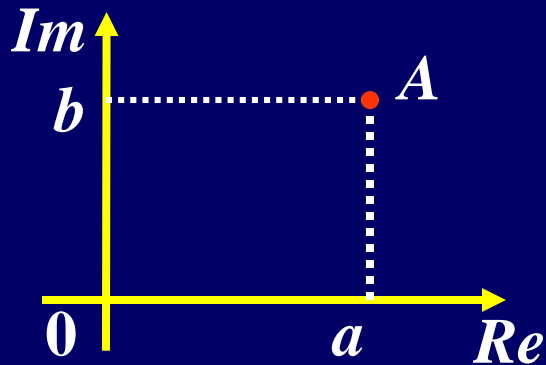
$$A = a + jb$$

($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)

§ 8.1 复数

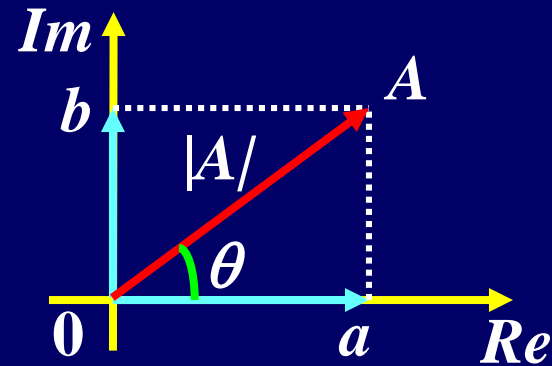
$$A = a + jb$$

● 复数 A 的表示形式



$$A = a + jb$$

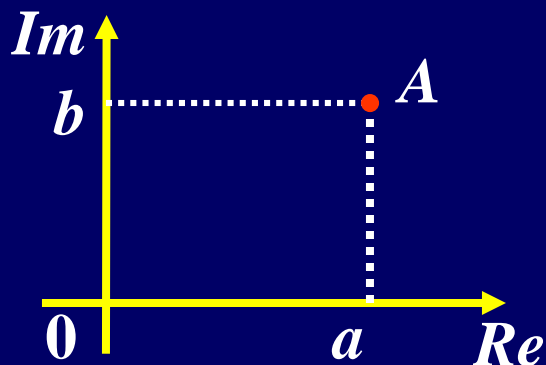
($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)



§ 8.1 复数

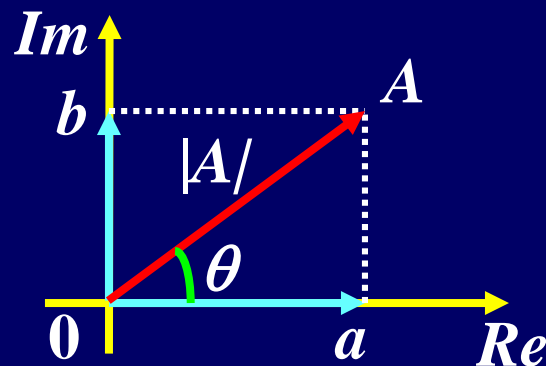
$$A = a + jb$$

● 复数 A 的表示形式



$$A = a + jb$$

($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)

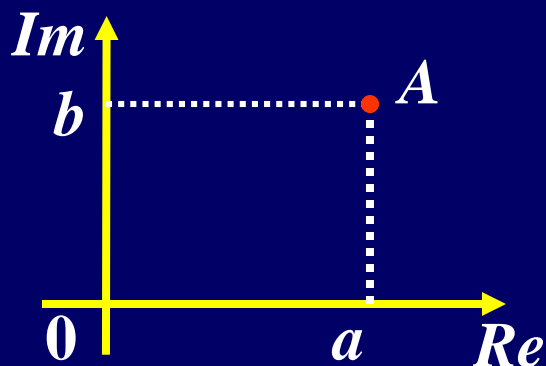


$$A = |A| e^{j\theta}$$

§ 8.1 复数

$$A = a + jb$$

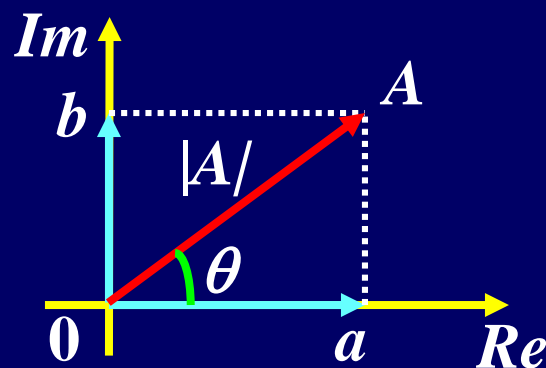
● 复数A的表示形式



$$A = a + jb$$

$$A = |A| e^{j\theta} = |A| (\cos \theta + j \sin \theta) = a + jb$$

($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)

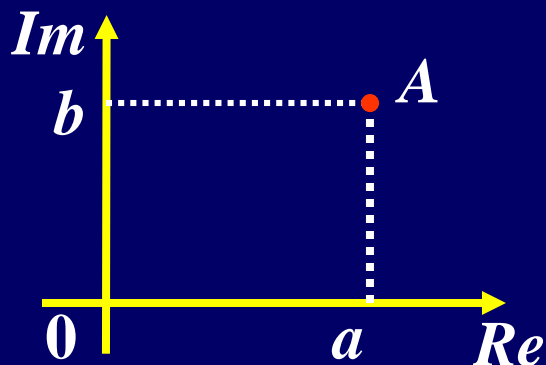


$$A = |A| e^{j\theta}$$

§ 8.1 复数

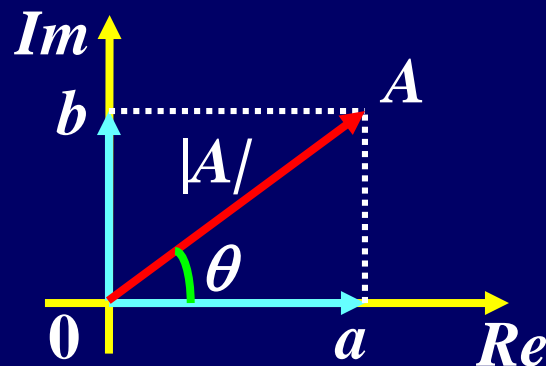
$$A = a + jb$$

● 复数A的表示形式



$$A = a + jb$$

($j = \sqrt{-1}$ 为虚数单位)



$$A = |A| e^{j\theta}$$

$$A = |A| e^{j\theta} = |A| (\cos \theta + j \sin \theta) = a + jb$$

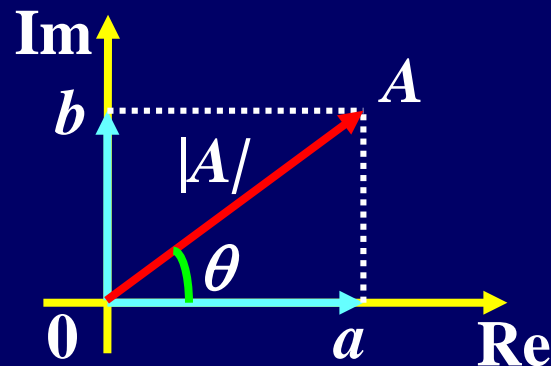
$$A = |A| e^{j\theta} = |A| \angle \theta$$

两种表示法的关系:

两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A=a+jb \\ A=|A|e^{j\theta}=|A|\angle\theta \end{cases}$$

直角坐标表示
极坐标表示

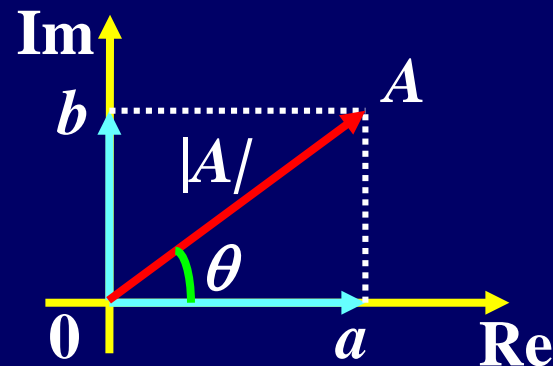


两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A = a + jb \\ A = |A|e^{j\theta} = |A| \angle \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} |A| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg \frac{b}{a} \end{cases}$$

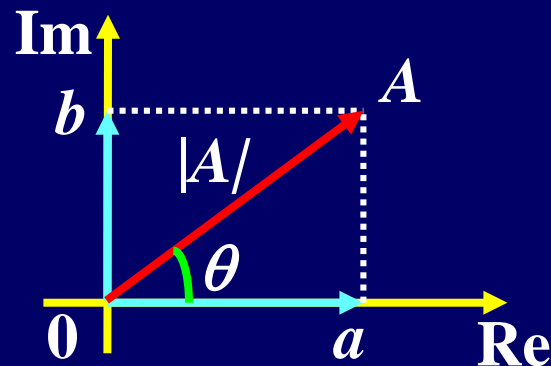
直角坐标表示
极坐标表示



两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A = a + jb \\ A = |A|e^{j\theta} = |A| \angle \theta \end{cases}$$

直角坐标表示
极坐标表示



$$\begin{cases} |A| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg \frac{b}{a} \end{cases}$$

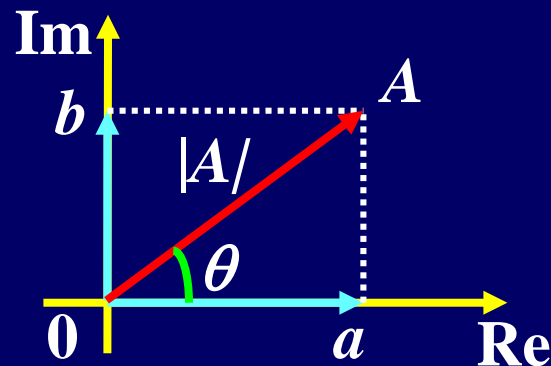
或

$$\begin{cases} a = |A| \cos \theta \\ b = |A| \sin \theta \end{cases}$$

两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A = a + jb \\ A = |A|e^{j\theta} = |A| \angle \theta \end{cases}$$

直角坐标表示
极坐标表示



$$\begin{cases} |A| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg \frac{b}{a} \end{cases}$$

或

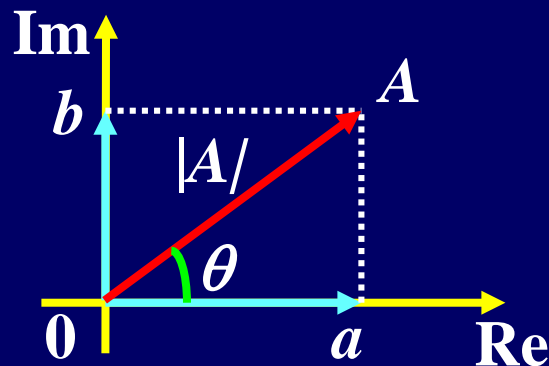
$$\begin{cases} a = |A| \cos \theta \\ b = |A| \sin \theta \end{cases}$$

● 复数运算

两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A = a + jb \\ A = |A|e^{j\theta} = |A| \angle \theta \end{cases}$$

直角坐标表示
极坐标表示



$$\begin{cases} |A| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg \frac{b}{a} \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} a = |A| \cos \theta \\ b = |A| \sin \theta \end{cases}$$

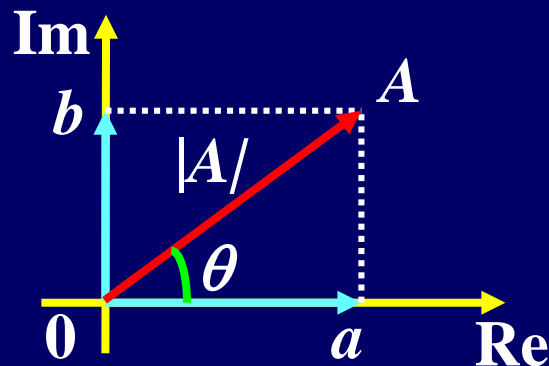
● 复数运算

(1) 加减运算——采用代数形式

两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A=a+jb \\ A=|A|e^{j\theta}=|A|\angle\theta \end{cases}$$

直角坐标表示
极坐标表示



$$\begin{cases} |A|=\sqrt{a^2+b^2} \\ \theta=\arctg\frac{b}{a} \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} a=|A|\cos\theta \\ b=|A|\sin\theta \end{cases}$$

● 复数运算

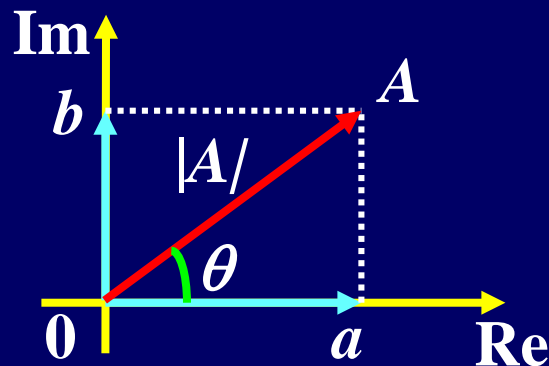
(1) 加减运算——采用代数形式

若 $A_1=a_1+jb_1$, $A_2=a_2+jb_2$

两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A=a+jb \\ A=|A|e^{j\theta}=|A|\angle\theta \end{cases}$$

直角坐标表示
极坐标表示



$$\begin{cases} |A|=\sqrt{a^2+b^2} \\ \theta=\arctg\frac{b}{a} \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} a=|A|\cos\theta \\ b=|A|\sin\theta \end{cases}$$

● 复数运算

(1) 加减运算——采用代数形式

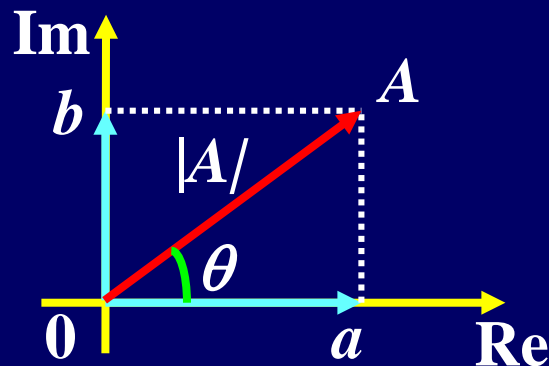
若 $A_1=a_1+jb_1$, $A_2=a_2+jb_2$

则 $A_1\pm A_2=(a_1\pm a_2)+j(b_1\pm b_2)$

两种表示法的关系:

$$\begin{cases} A = a + jb \\ A = |A|e^{j\theta} = |A| \angle \theta \end{cases}$$

直角坐标表示
极坐标表示



$$\begin{cases} |A| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg \frac{b}{a} \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} a = |A| \cos \theta \\ b = |A| \sin \theta \end{cases}$$

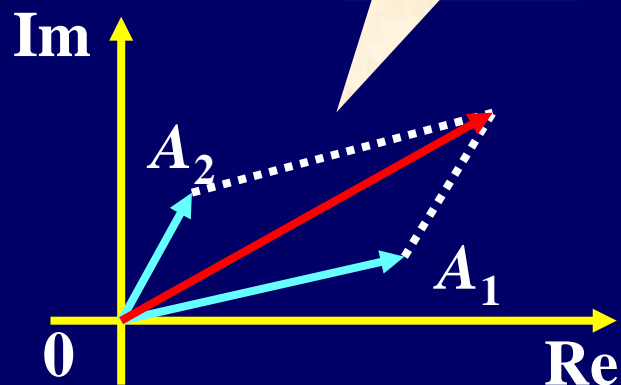
图解法

● 复数运算

(1) 加减运算——采用代数形式

若 $A_1 = a_1 + jb_1$, $A_2 = a_2 + jb_2$

则 $A_1 \pm A_2 = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$



若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则:

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则:
$$A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$
$$= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$$

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
 $= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$

乘法：模相乘，角相加。

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
 $= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$
$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$

$$= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

除法: 模相除, 角相减。

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$

$$= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

除法: 模相除, 角相减。

例1.

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
 $= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

除法: 模相除, 角相减。

例1. $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = ?$

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
 $= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

除法: 模相除, 角相减。

例1. $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = ?$

解

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$
 $= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$
$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

除法: 模相除, 角相减。

例1. $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = ?$

解 $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = (3.41 + j3.657) + (9.063 - j4.226)$

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$

$$= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

除法: 模相除, 角相减。

例1. $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = ?$

解 $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = (3.41 + j3.657) + (9.063 - j4.226)$
 $= 12.47 - j0.569$

(2) 乘除运算——采用极坐标形式

若 $A_1 = |A_1| \angle \theta_1$, $A_2 = |A_2| \angle \theta_2$

则: $A_1 \cdot A_2 = |A_1| e^{j\theta_1} \cdot |A_2| e^{j\theta_2} = |A_1| |A_2| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$

$$= |A_1| |A_2| \angle \theta_1 + \theta_2$$

乘法: 模相乘, 角相加。

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{|A_1| \angle \theta_1}{|A_2| \angle \theta_2} = \frac{|A_1| e^{j\theta_1}}{|A_2| e^{j\theta_2}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$= \frac{|A_1|}{|A_2|} \angle \theta_1 - \theta_2$$

除法: 模相除, 角相减。

例1. $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = ?$

解 $5 \angle 47^\circ + 10 \angle -25^\circ = (3.41 + j3.657) + (9.063 - j4.226)$
 $= 12.47 - j0.569 = 12.48 \angle -2.61^\circ$

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

解

例2. $220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$

解 原式 = $180.2 + j126.2$

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

解

$$\text{原式} = 180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ}$$

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

解

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ} \\ &= 180.2 + j126.2 + 6.728 \angle 70.16^\circ \end{aligned}$$

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

解

$$\text{原式} = 180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ}$$

$$= 180.2 + j126.2 + 6.728 \angle 70.16^\circ$$

$$= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$$

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

解

$$\text{原式} = 180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ}$$

$$= 180.2 + j126.2 + 6.728 \angle 70.16^\circ$$

$$= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$$

$$= 182.5 + j132.5 = 225.5 \angle 36^\circ$$

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

解

$$\text{原式} = 180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ}$$

$$= 180.2 + j126.2 + 6.728 \angle 70.16^\circ$$

$$= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$$

$$= 182.5 + j132.5 = 225.5 \angle 36^\circ$$

(3) 旋转因子:

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

解

$$\text{原式} = 180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ}$$

$$= 180.2 + j126.2 + 6.728 \angle 70.16^\circ$$

$$= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$$

$$= 182.5 + j132.5 = 225.5 \angle 36^\circ$$

(3) 旋转因子:

复数 $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta = 1 \angle \theta$

例2. $220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$

解 原式 = $180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ}$

$$= 180.2 + j126.2 + 6.728 \angle 70.16^\circ$$

$$= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$$

$$= 182.5 + j132.5 = 225.5 \angle 36^\circ$$

(3) 旋转因子:

复数 $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta = 1 \angle \theta$

$A \cdot e^{j\theta}$ 相当于 A 逆时针旋转一个角度 θ ，而模不变。

故把 $e^{j\theta}$ 称为旋转因子。

例2.

$$220 \angle 35^\circ + \frac{(17 + j9)(4 + j6)}{20 + j5} = ?$$

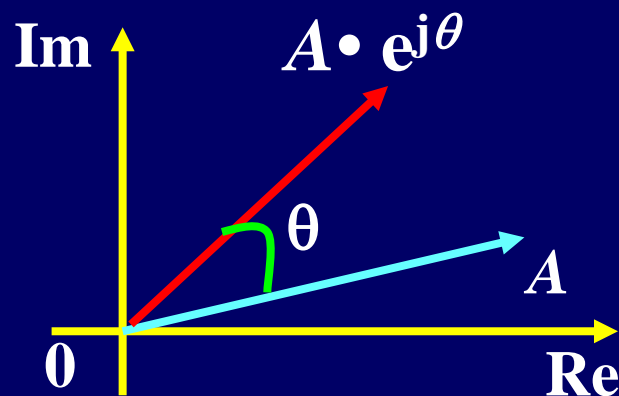
解

$$\text{原式} = 180.2 + j126.2 + \frac{19.24 \angle 27.9^\circ \times 7.211 \angle 56.3^\circ}{20.62 \angle 14.04^\circ}$$

$$= 180.2 + j126.2 + 6.728 \angle 70.16^\circ$$

$$= 180.2 + j126.2 + 2.238 + j6.329$$

$$= 182.5 + j132.5 = 225.5 \angle 36^\circ$$



(3) 旋转因子:

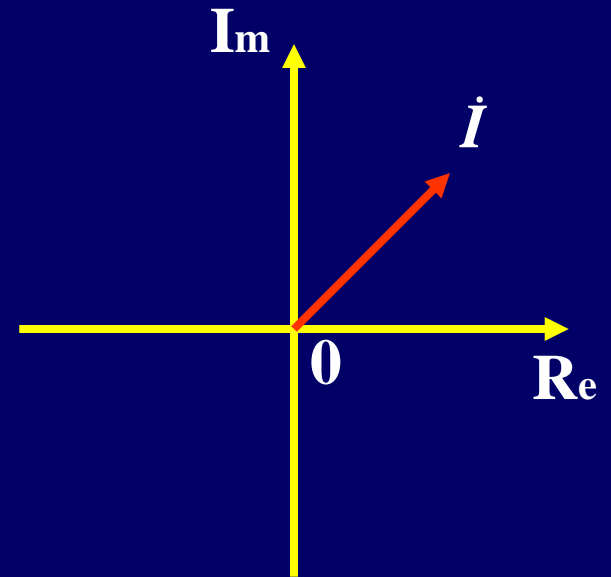
复数 $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta = 1 \angle \theta$

$A \cdot e^{j\theta}$ 相当于A逆时针旋转一个角度 θ ，而模不变。

故把 $e^{j\theta}$ 称为旋转因子。

几种不同 θ 值时的旋转因子

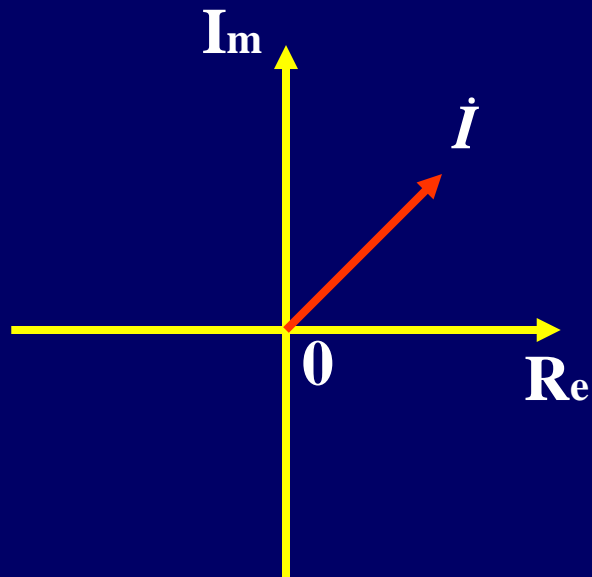
几种不同 θ 值时的旋转因子



几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

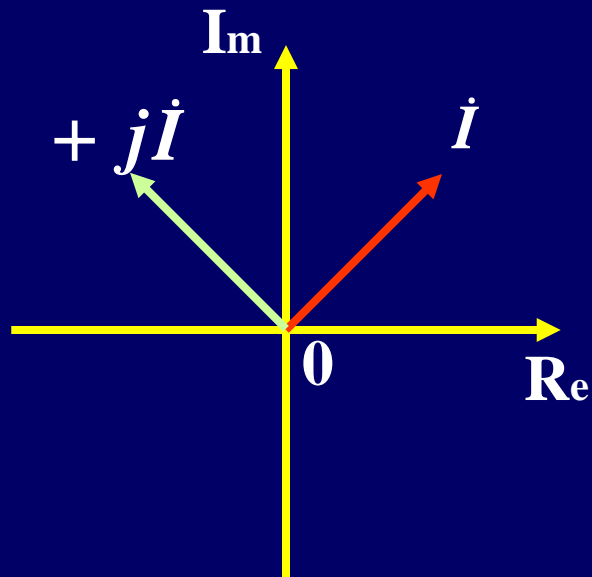
$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$



几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$

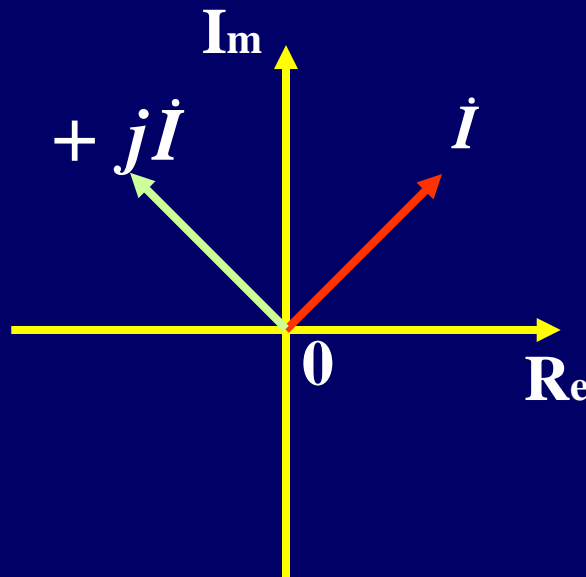


几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{j-\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$

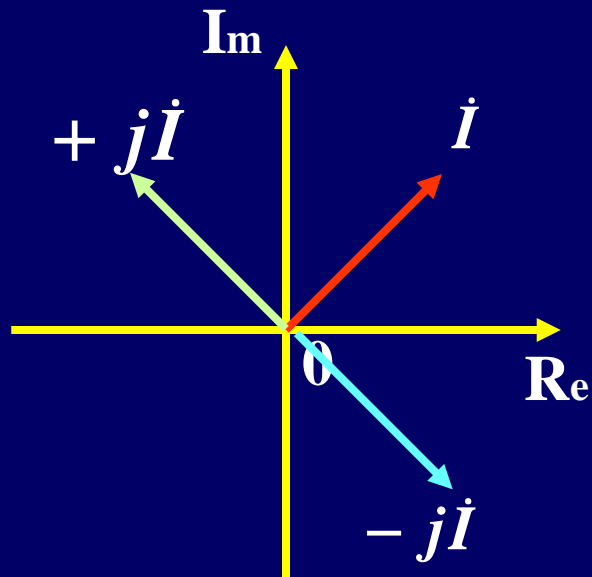


几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$

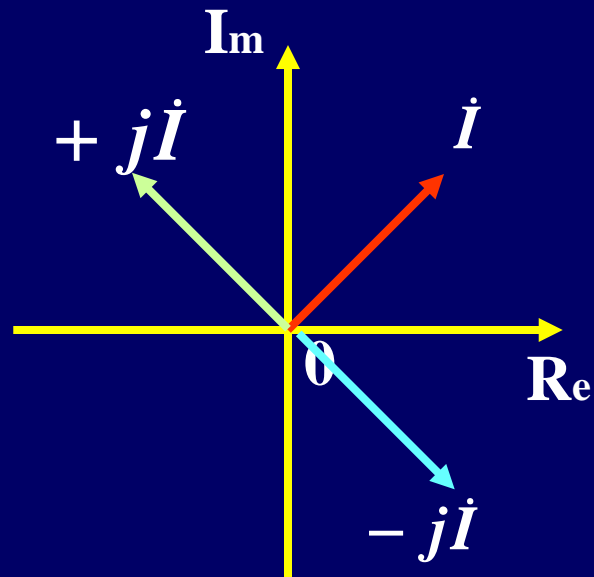
$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{j-\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$



几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$



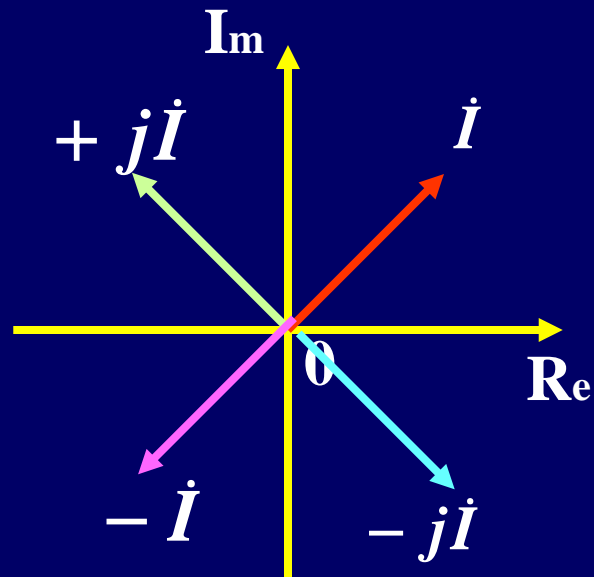
$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{j-\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$

$$\theta = \pm\pi, \quad e^{j\pm\pi} = \cos(\pm\pi) + j\sin(\pm\pi) = -1$$

几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$



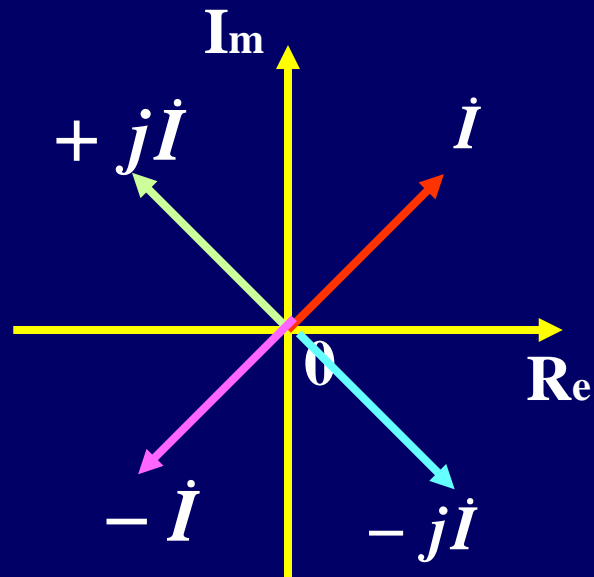
$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{j-\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$

$$\theta = \pm\pi, \quad e^{j\pm\pi} = \cos(\pm\pi) + j\sin(\pm\pi) = -1$$

几种不同 θ 值时的旋转因子

$$\theta = \frac{\pi}{2},$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$



$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{j-\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$

$$\theta = \pm\pi, \quad e^{j\pm\pi} = \cos(\pm\pi) + j\sin(\pm\pi) = -1$$

故 $+j$, $-j$, -1 都可以看成旋转因子。

8.2 正弦量

8.2 正弦量

1. 正弦量

8.2 正弦量

1. 正弦量

瞬时值表达式:

$$i(t)=I_{\text{m}}\cos(\omega t+\psi)$$

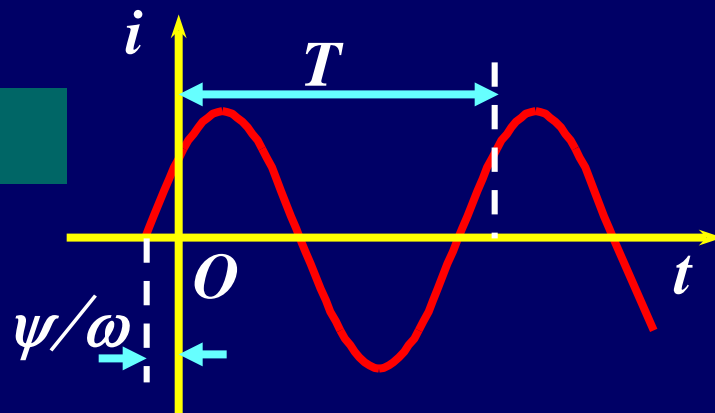
8.2 正弦量

1. 正弦量

瞬时值表达式:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

波形:



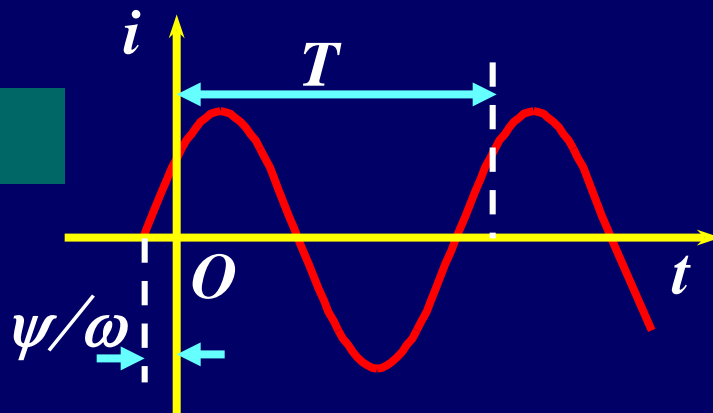
8.2 正弦量

1. 正弦量

瞬时值表达式:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

波形:



周期 T (*period*)和频率 f (*frequency*) :

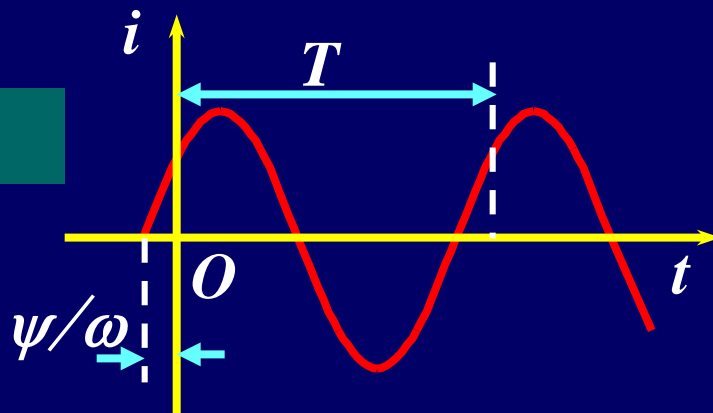
8.2 正弦量

1. 正弦量

瞬时值表达式:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

波形:



周期 T (*period*)和频率 f (*frequency*):

周期 T : 重复变化一次所需的时间。 单位: s, 秒

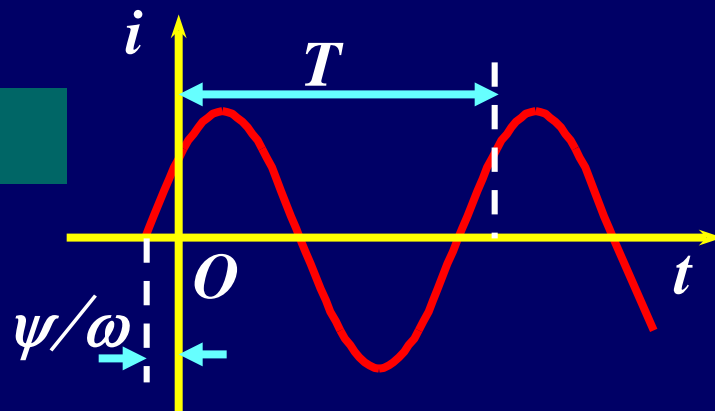
8.2 正弦量

1. 正弦量

瞬时值表达式:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

波形:



周期 T (*period*)和频率 f (*frequency*):

- 周期 T : 重复变化一次所需的时间。 单位: s, 秒
- 频率 f : 每秒重复变化的次数。 单位: Hz, 赫(兹)

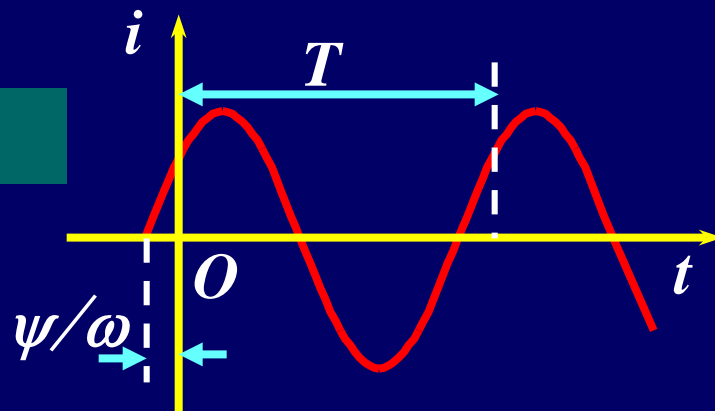
8.2 正弦量

1. 正弦量

瞬时值表达式:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

波形:



正弦量为周期函数 $f(t) = f(t + \kappa T)$

周期 T (period) 和频率 f (frequency):

$$f = \frac{1}{T}$$

{ 周期 T : 重复变化一次所需的时间。 单位: s, 秒
频率 f : 每秒重复变化的次数。 单位: Hz, 赫(兹)

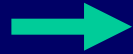
- 正弦电流电路

- 正弦电流电路



激励和响应均为正弦量的电路
(正弦稳态电路) 称为正弦电路
或交流电路。

- 正弦电流电路



激励和响应均为正弦量的电路
(正弦稳态电路) 称为正弦电路
或交流电路。

- 研究正弦电路的意义:

- 正弦电流电路



激励和响应均为正弦量的电路
(正弦稳态电路) 称为正弦电路
或交流电路。

- 研究正弦电路的意义:

(1) 正弦稳态电路在电力系统和电子技术领域占有十分重要的地位。

- 正弦电流电路



激励和响应均为正弦量的电路
(正弦稳态电路) 称为正弦电路
或交流电路。

- 研究正弦电路的意义:

(1) 正弦稳态电路在电力系统和电子技术领域占有十分重要的地位。

优点:

- 正弦电流电路



激励和响应均为正弦量的电路
(正弦稳态电路) 称为正弦电路
或交流电路。

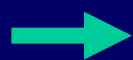
- 研究正弦电路的意义:

(1) 正弦稳态电路在电力系统和电子技术领域占有十分重要的地位。

优点:

1) 正弦函数是周期函数, 其加、减、求导、积分运算后仍是同频率的正弦函数

- 正弦电流电路



激励和响应均为正弦量的电路
(正弦稳态电路) 称为正弦电路
或交流电路。

- 研究正弦电路的意义:

(1) 正弦稳态电路在电力系统和电子技术领域占有十分重要的地位。

优点:

- 1) 正弦函数是周期函数, 其加、减、求导、积分运算后仍是同频率的正弦函数
- 2) 正弦信号容易产生、传送和使用。

(2) 正弦信号是一种基本信号，任何变化规律复杂的信号可以分解为按正弦规律变化的分量。

(2) 正弦信号是一种基本信号，任何变化规律复杂的信号可以分解为按正弦规律变化的分量。

$$f(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos(k\omega t + \theta_k)$$

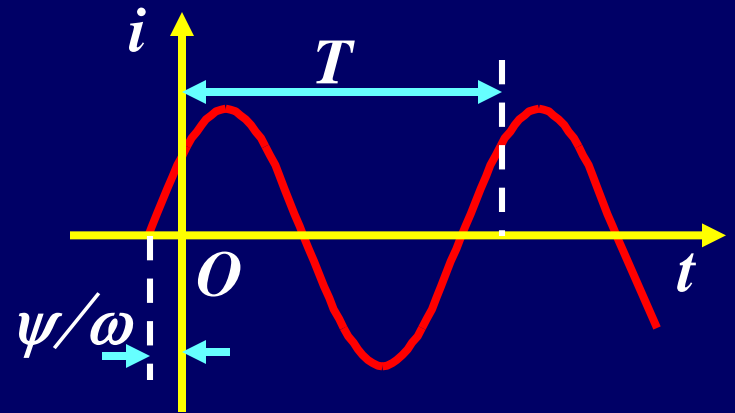
(2) 正弦信号是一种基本信号，任何变化规律复杂的信号可以分解为按正弦规律变化的分量。

$$f(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos(k\omega t + \theta_k)$$

对正弦电路的分析研究具有重要的理论价值和实际意义。

2. 正弦量的三要素

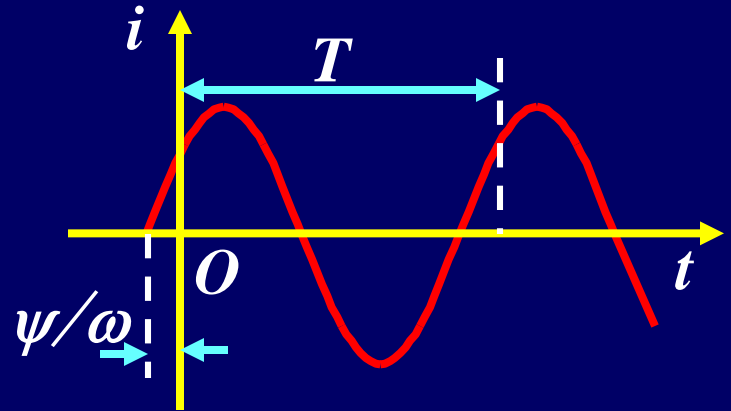
$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$$



2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m



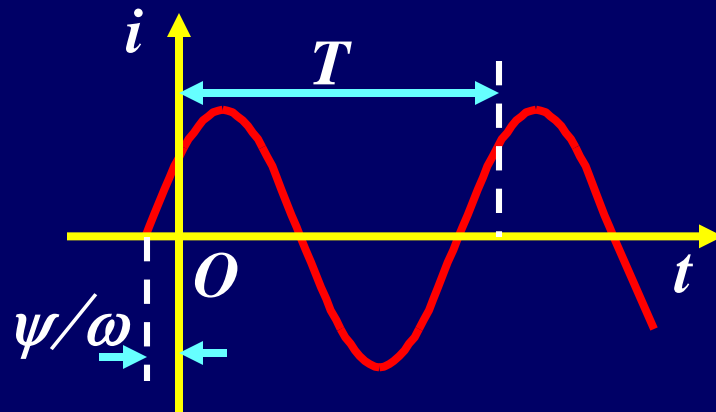
2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m



反映正弦量变化幅度的大小。



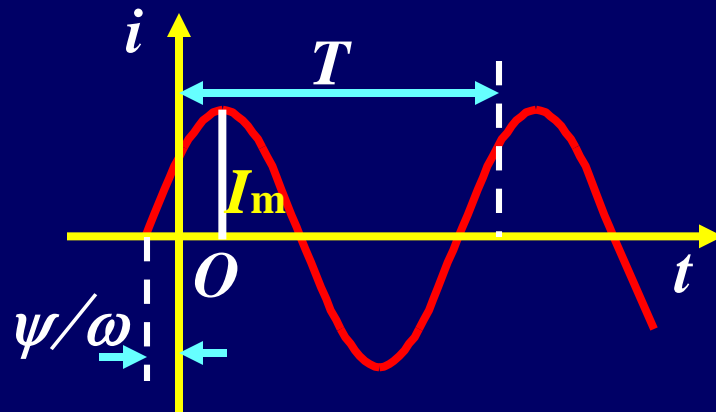
2. 正弦量的三要素

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m



反映正弦量变化幅度的大小。



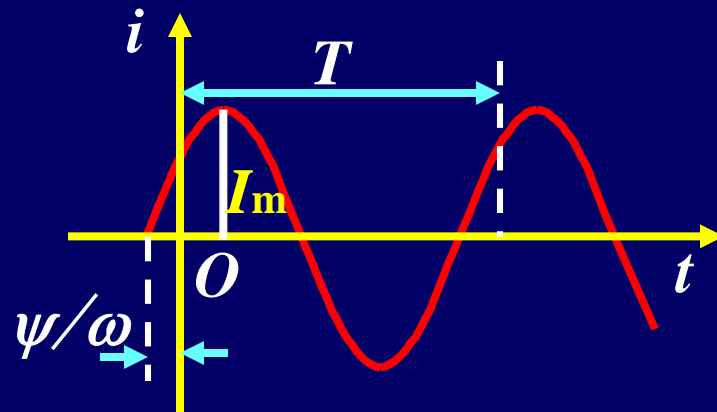
2. 正弦量的三要素

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

→ 反映正弦量变化幅度的大小。

(2) 角频率(*angular frequency*) ω



2. 正弦量的三要素

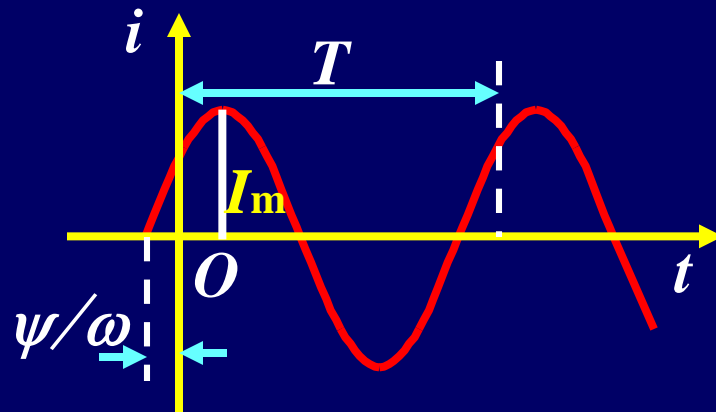
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

→ 反映正弦量变化幅度的大小。

(2) 角频率(*angular frequency*) ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。



2. 正弦量的三要素

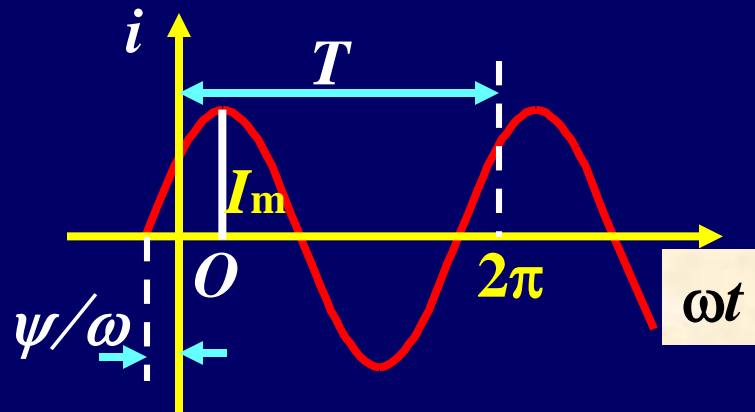
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

→ 反映正弦量变化幅度的大小。

(2) 角频率(*angular frequency*) ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。



2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

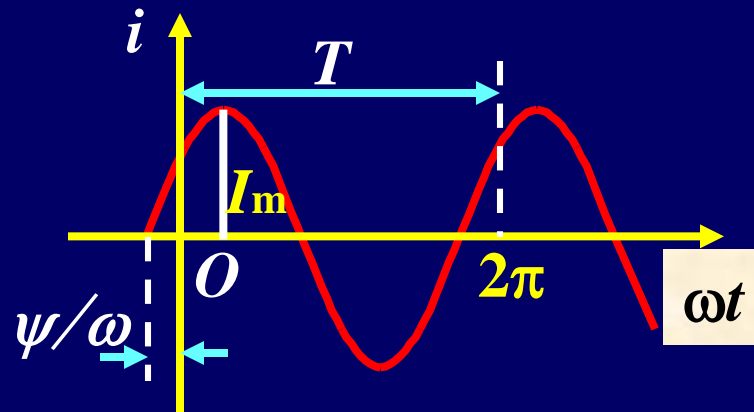
→ 反映正弦量变化幅度的大小。

(2) 角频率(*angular frequency*) ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T$$

单位: rad/s , 弧度 / 秒



2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

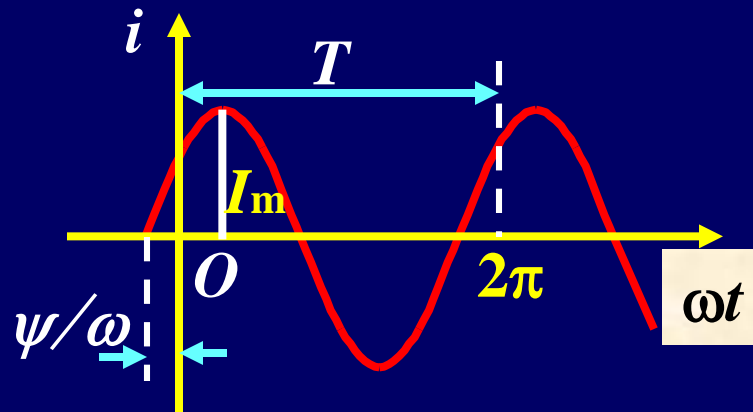
→ 反映正弦量变化幅度的大小。

(2) 角频率(*angular frequency*) ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T \quad \text{单位: rad/s, 弧度 / 秒}$$

(3) 初相位(*initial phase angle*) ψ



2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

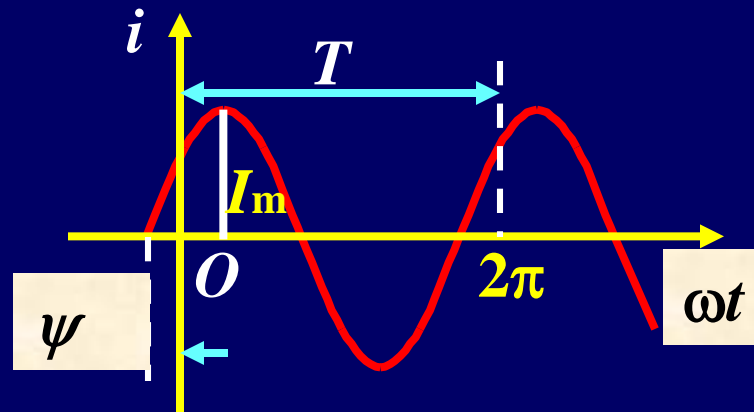
→ 反映正弦量变化幅度的大小。

(2) 角频率(*angular frequency*) ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T \quad \text{单位: rad/s, 弧度 / 秒}$$

(3) 初相位(*initial phase angle*) ψ



2. 正弦量的三要素

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

(1) 幅值 (*amplitude*) (振幅、最大值) I_m

→ 反映正弦量变化幅度的大小。

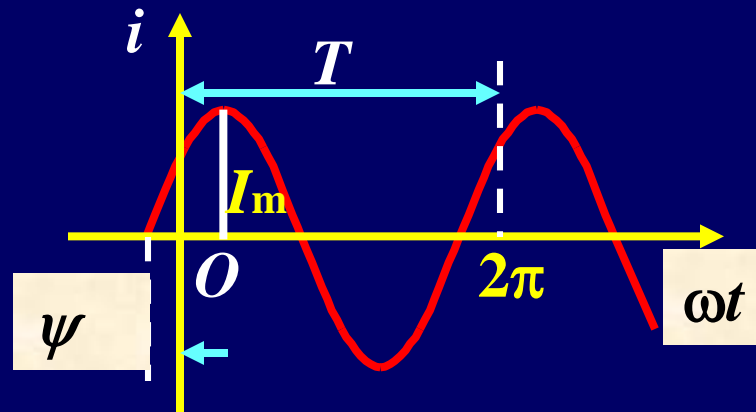
(2) 角频率(*angular frequency*) ω

→ 相位变化的速度，反映正弦量变化快慢。

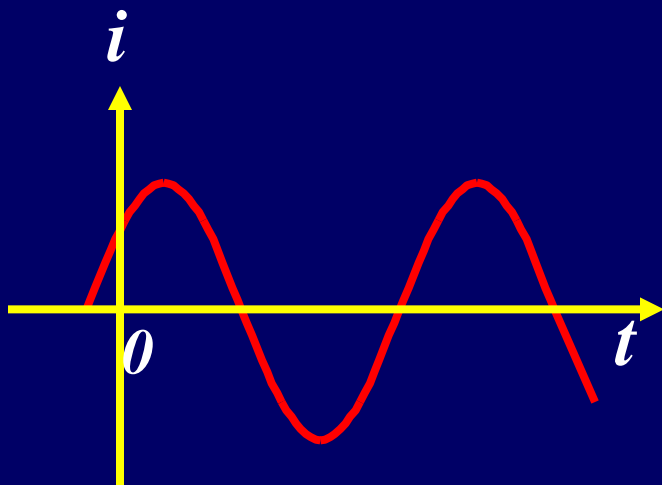
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{单位: rad/s, 弧度 / 秒}$$

(3) 初相位(*initial phase angle*) ψ

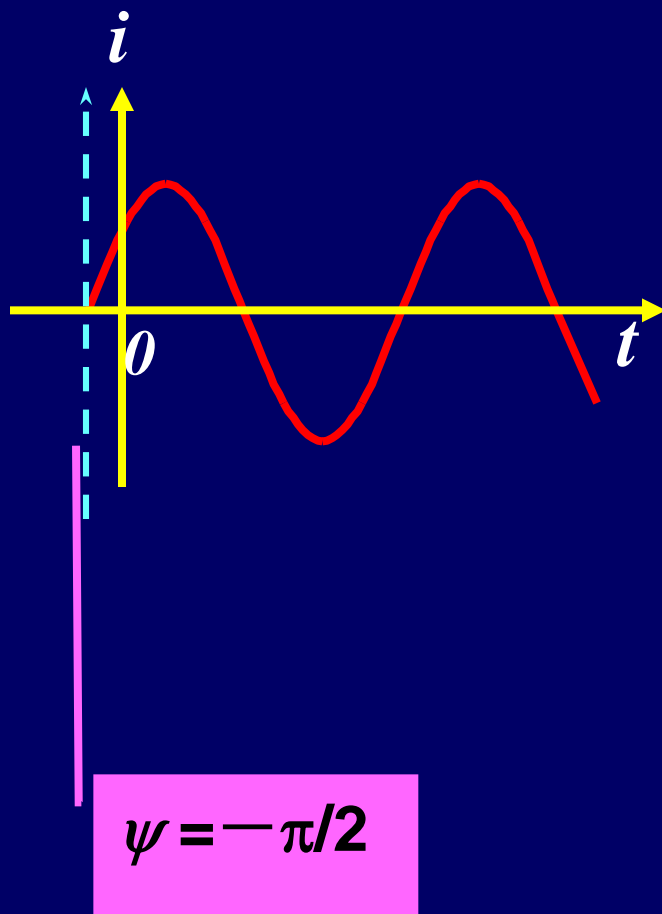
→ 反映正弦量的计时起点，常用角度表示。



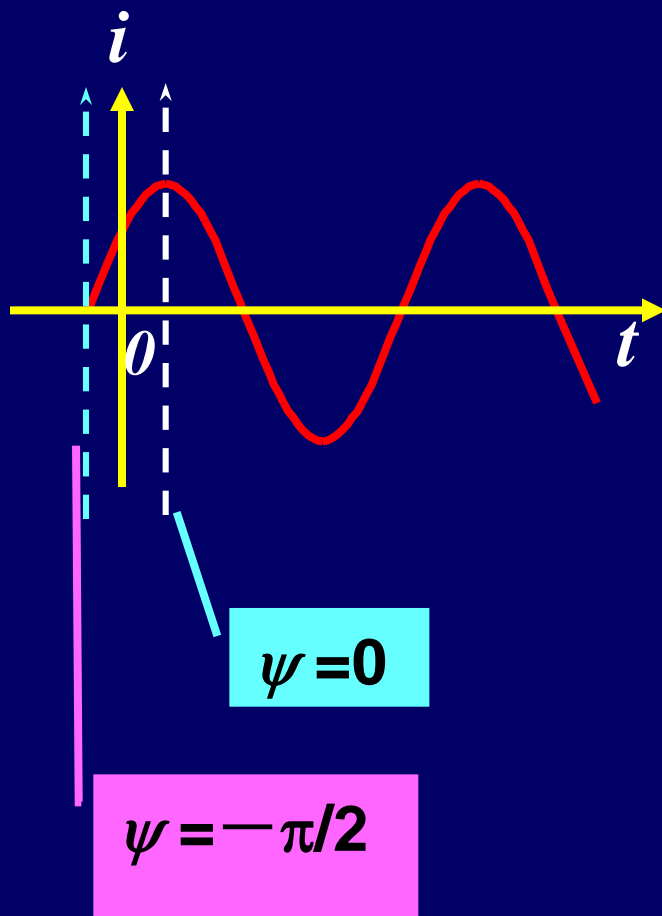
同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。



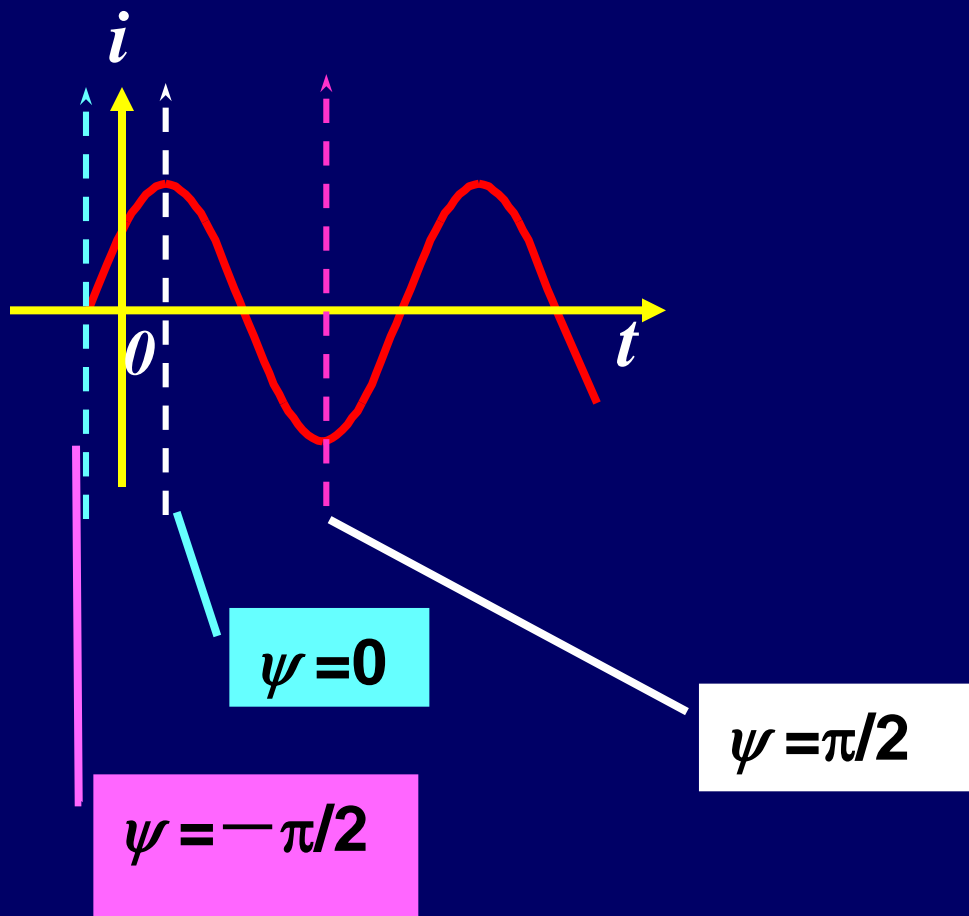
同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。



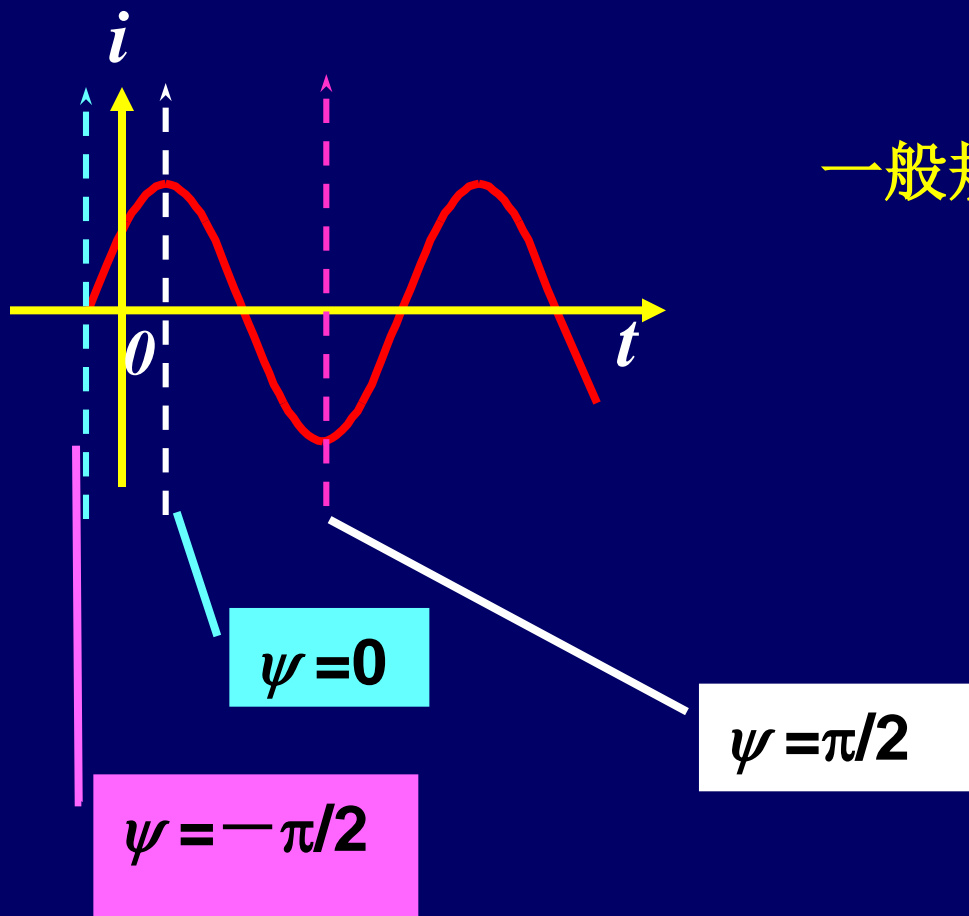
同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。



同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。

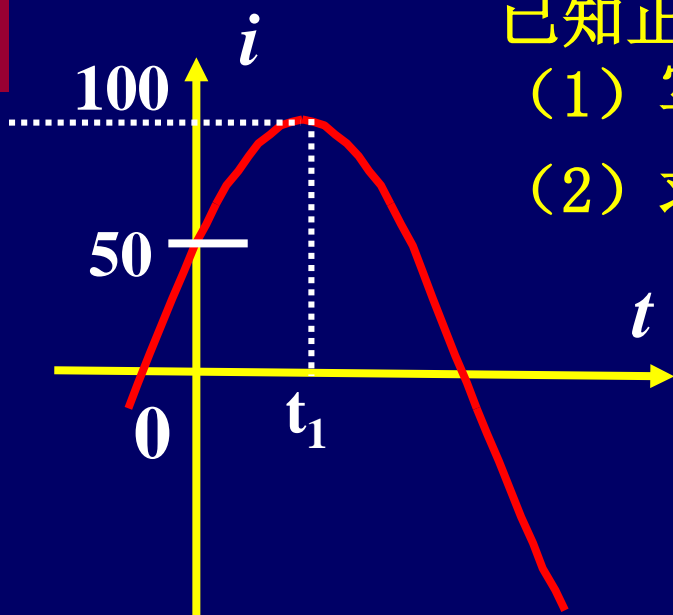


同一个正弦量，计时起点不同，初相位不同。



一般规定： $|\psi| \leq \pi$ 。

例

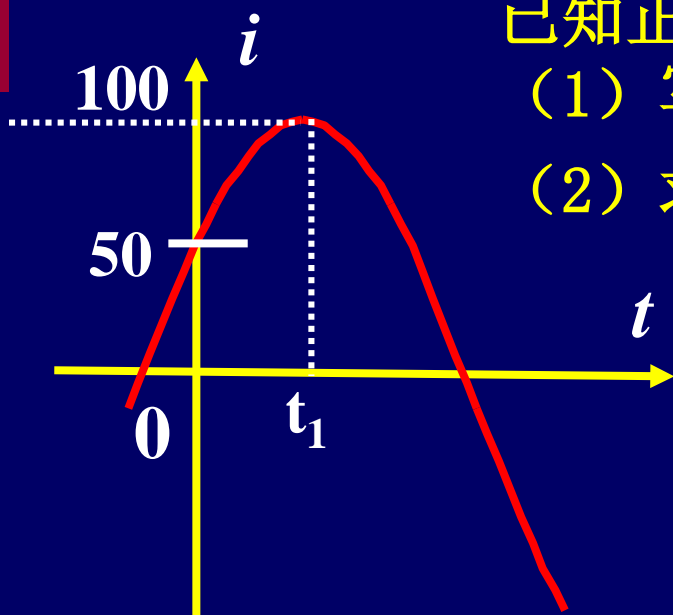


已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

例



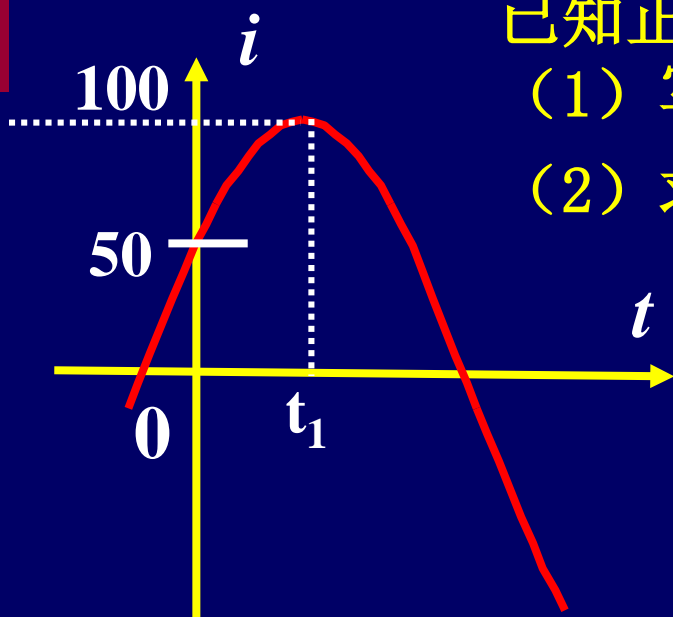
已知正弦电流波形如图, $\omega=10^3\text{rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

例



已知正弦电流波形如图, $\omega=10^3\text{rad/s}$,

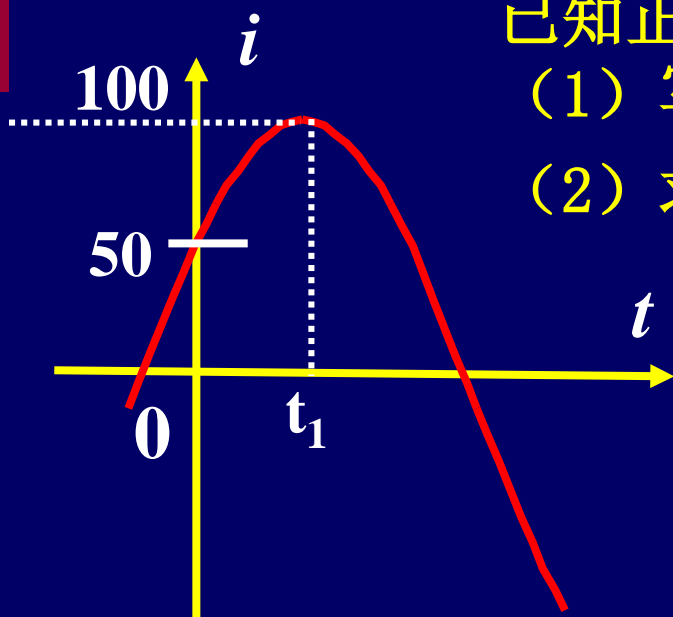
(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

例



已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

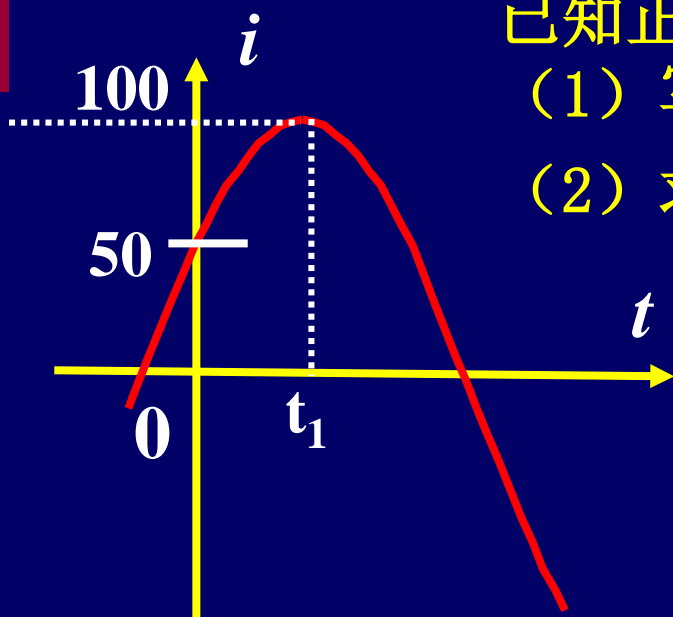
(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \psi$$

例



已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

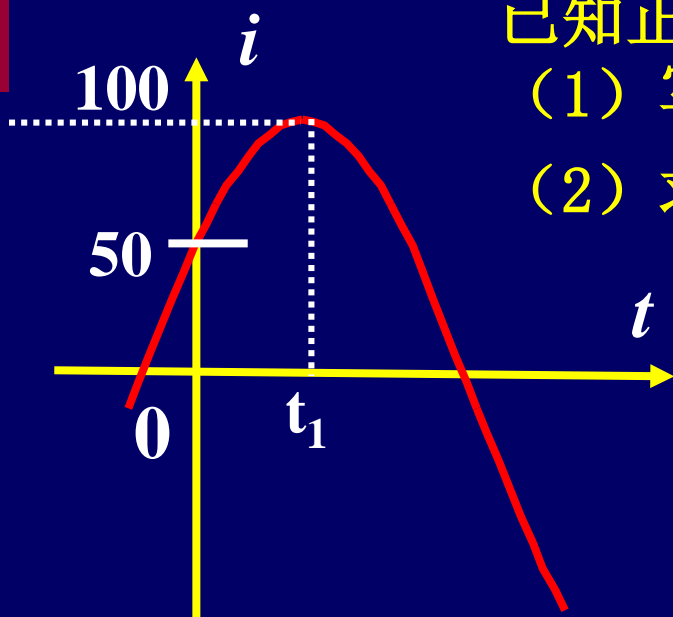
解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \psi$$

$$\rightarrow \psi = \pm \pi/3$$

例



已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

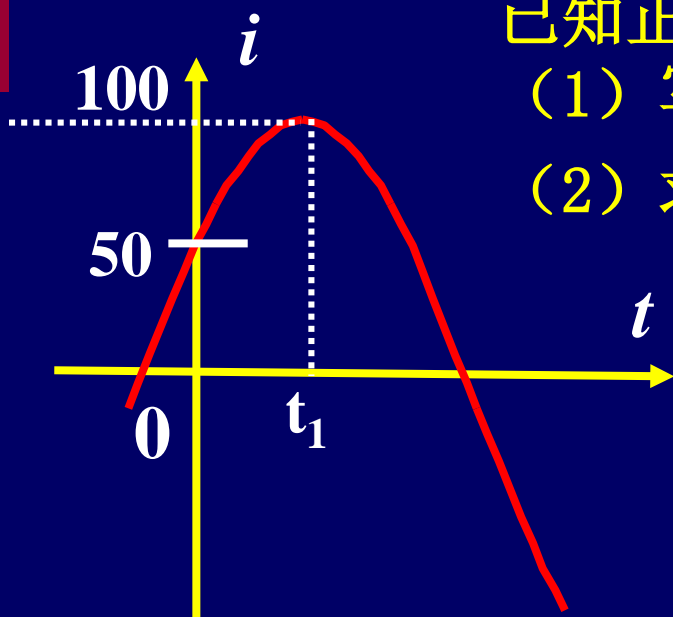
$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \psi$$

$$\rightarrow \psi = \pm \pi/3$$

由于最大值发生在计时起点右侧 $\rightarrow \psi = -\frac{\pi}{3}$

例



已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \psi$$

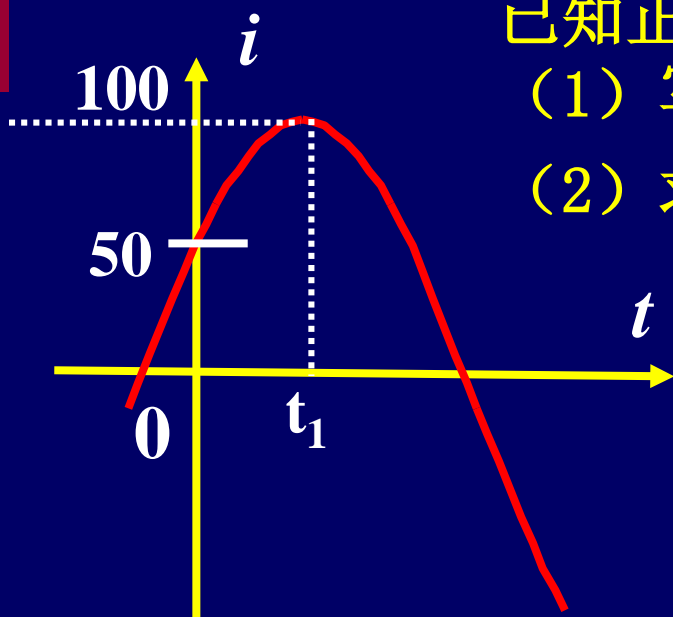
$$\rightarrow \psi = \pm \pi/3$$

由于最大值发生在计时起点右侧

$$\rightarrow \psi = -\frac{\pi}{3}$$

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t - \frac{\pi}{3})$$

例



已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \psi$$

$$\rightarrow \psi = \pm \pi/3$$

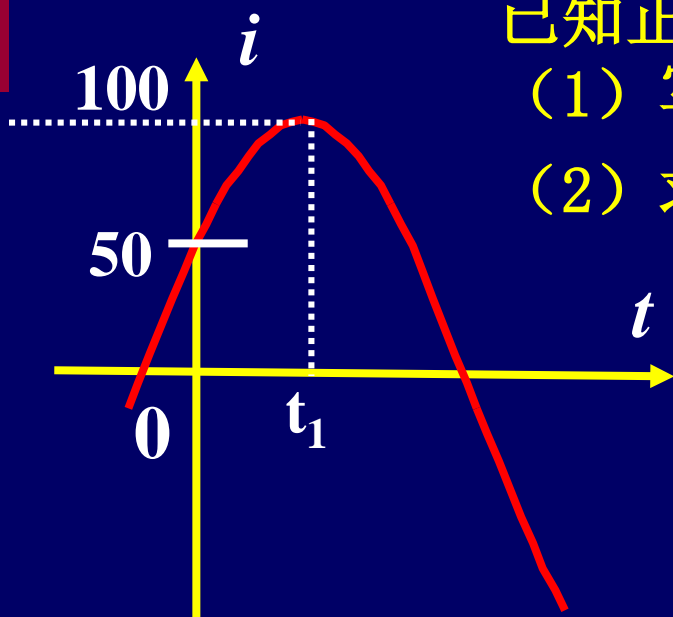
由于最大值发生在计时起点右侧

$$\rightarrow \psi = -\frac{\pi}{3}$$

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t - \frac{\pi}{3})$$

当 $10^3 t_1 = \pi/3$ 有最大值

例



已知正弦电流波形如图, $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$,

(1) 写出 $i(t)$ 表达式;

(2) 求最大值发生的时间 t_1

解

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t + \psi)$$

$$t = 0 \rightarrow 50 = 100 \cos \psi$$

$$\rightarrow \psi = \pm \pi/3$$

由于最大值发生在计时起点右侧

$$\rightarrow \psi = -\frac{\pi}{3}$$

$$i(t) = 100 \cos(10^3 t - \frac{\pi}{3})$$

$$\text{当 } 10^3 t_1 = \pi/3 \text{ 有最大值} \rightarrow t_1 = \frac{\pi/3}{10^3} = 1.047 \text{ ms}$$

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

则 相位差: $\varphi = (\omega t+\psi_u) - (\omega t+\psi_i) = \psi_u - \psi_i$

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

则 相位差: $\varphi = (\omega t+\psi_u) - (\omega t+\psi_i) = \psi_u - \psi_i$

等于初相位之差

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

则 相位差: $\varphi = (\omega t+\psi_u) - (\omega t+\psi_i) = \psi_u - \psi_i$

等于初相位之差

规定: $|\varphi| \leq \pi$ (180°)。

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

则 相位差: $\varphi = (\omega t+\psi_u) - (\omega t+\psi_i) = \psi_u - \psi_i$

等于初相位之差

规定: $|\varphi| \leq \pi$ (180°)。

- $\varphi > 0$, u 超前 i φ 角, 或 i 落后 u φ 角(u 比 i 先到达最大值);

3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

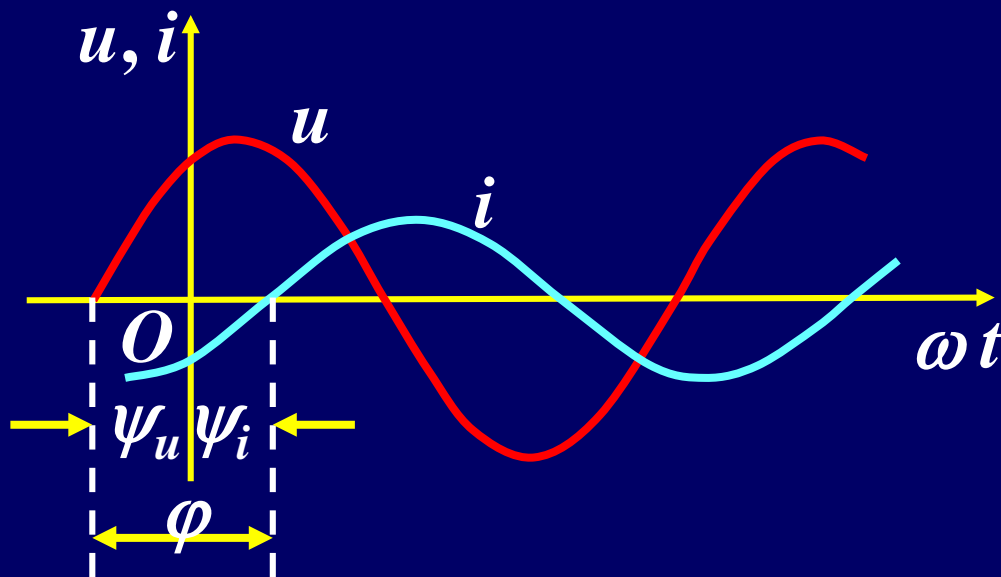
设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

则 相位差： $\varphi = (\omega t+\psi_u) - (\omega t+\psi_i) = \psi_u - \psi_i$

等于初相位之差

规定： $|\varphi| \leq \pi$ (180°)。

- $\varphi > 0$, u 超前 i φ 角, 或 i 落后 u φ 角(u 比 i 先到达最大值);



3. 同频率正弦量的相位差 (*phase difference*)。

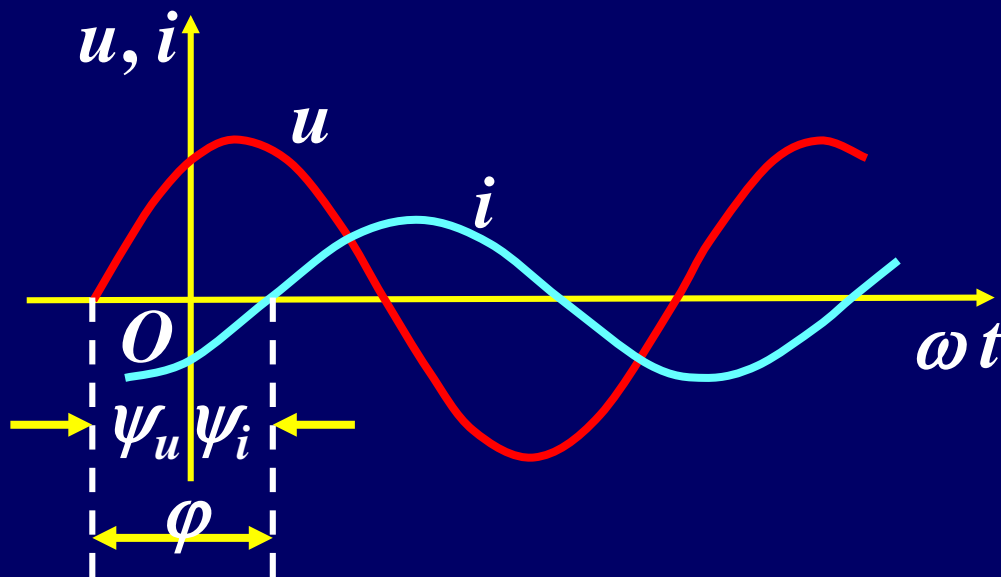
设 $u(t)=U_m\cos(\omega t+\psi_u)$, $i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$

则 相位差: $\varphi = (\omega t+\psi_u) - (\omega t+\psi_i) = \psi_u - \psi_i$

等于初相位之差

规定: $|\varphi| \leq \pi$ (180°)。

- $\varphi > 0$, u 超前 i φ 角, 或 i 落后 u φ 角 (u 比 i 先到达最大值);

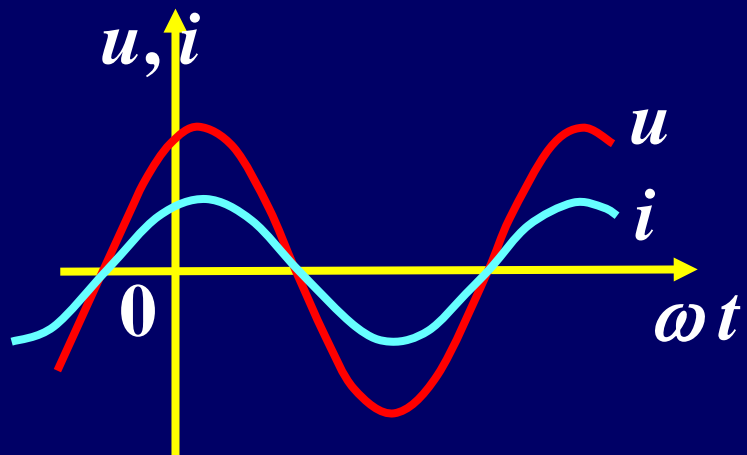


- $\varphi < 0$, i 超前 u φ 角, 或 u 滞后 i φ 角, i 比 u 先到达最大值。

特殊相位关系：

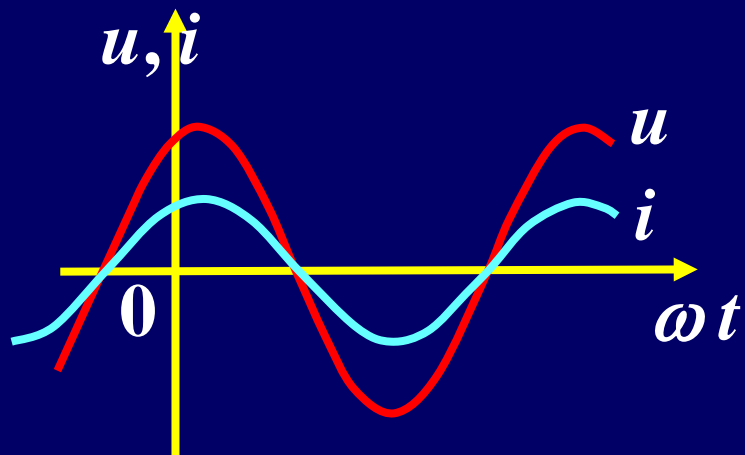
特殊相位关系:

$\varphi = 0$, 同相:

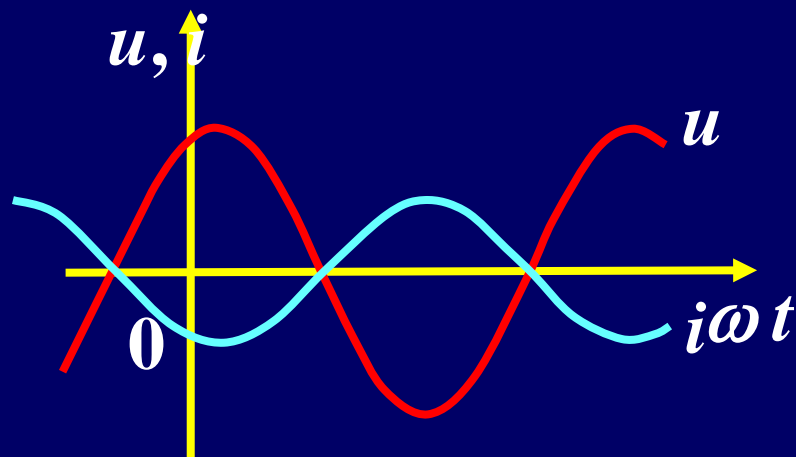


特殊相位关系:

$\varphi = 0$, 同相:

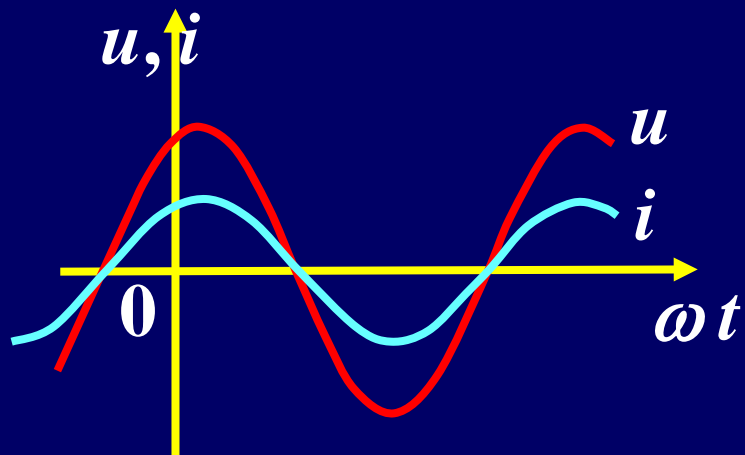


$\varphi = \pm\pi$ ($\pm 180^\circ$), 反相:

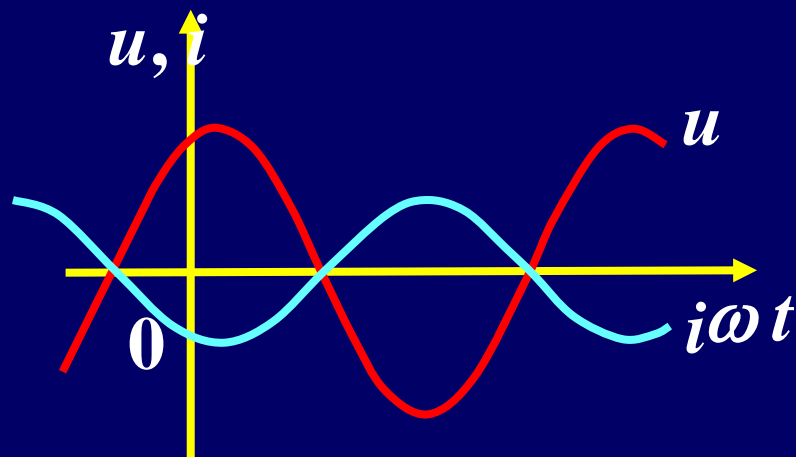


特殊相位关系:

$\varphi = 0$, 同相:

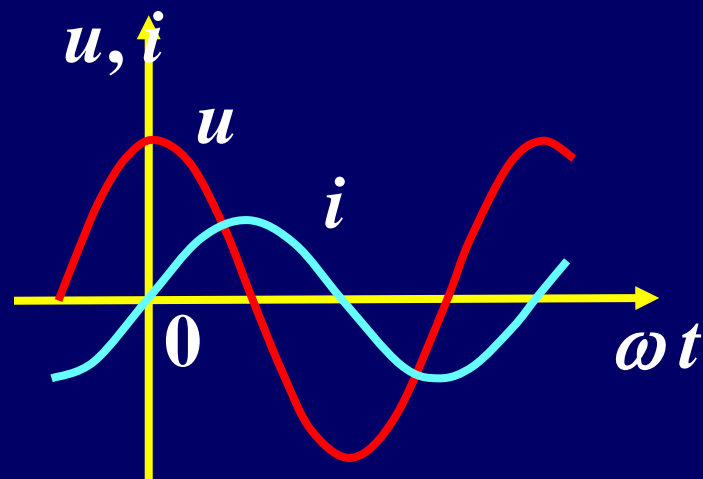


$\varphi = \pm\pi$ ($\pm 180^\circ$), 反相:



$\varphi = \pi/2$:

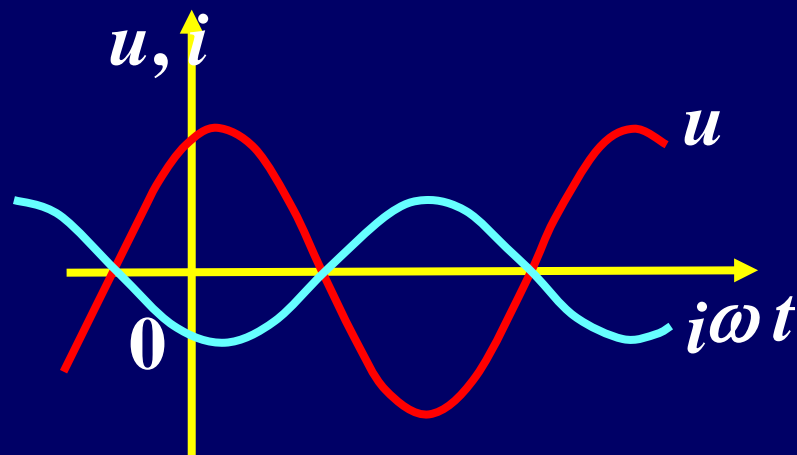
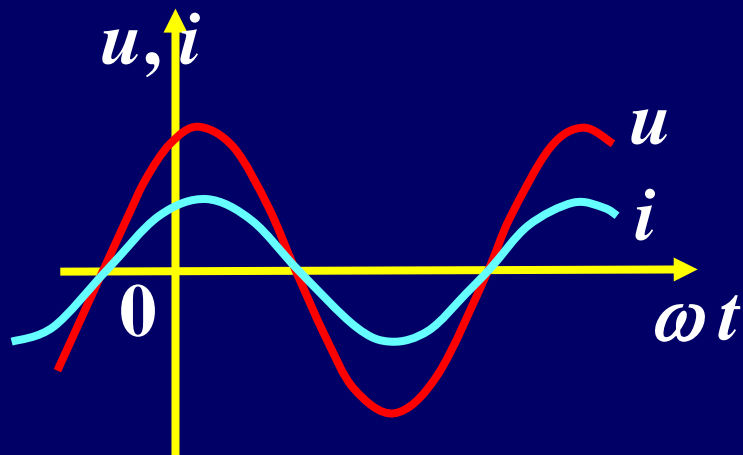
u 领先 $i \pi/2$, 不说 u 落后 $i 3\pi/2$;
 i 落后 $u \pi/2$, 不说 i 领先 $u 3\pi/2$ 。



特殊相位关系:

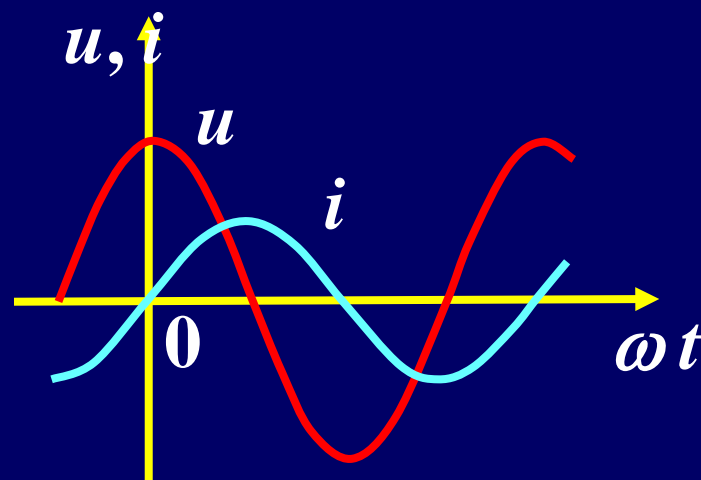
$\varphi = \pm\pi$ ($\pm 180^\circ$), 反相:

$\varphi = 0$, 同相:



$\varphi = \pi/2$:

u 领先 $i \pi/2$, 不说 u 落后 $i 3\pi/2$;
 i 落后 $u \pi/2$, 不说 i 领先 $u 3\pi/2$ 。



同样可比较两个电压或两个电流的相位差。

例

计算下列两正弦量的相位差。

例 计算下列两正弦量的相位差。

(1) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4)$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$$

(2) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

$$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$$

(3) $u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

$$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$$

(4) $i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

$$(1) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4)$$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$$

$$(2) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$$

$$(3) \quad u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$$

$$(4) \quad i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

$$(1) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4) \quad \varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$$

$$(2) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$$

$$(3) \quad u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$$

$$(4) \quad i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

$$(1) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4) \quad \varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2) \quad \rightarrow \quad \varphi = 2\pi - 5\pi/4 = 3\pi/4$$

$$(2) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$$

$$(3) \quad u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$$

$$(4) \quad i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

(1) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4)$ $\varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$

$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$ $\rightarrow \varphi = 2\pi - 5\pi/4 = 3\pi/4$

(2) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$ $i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - 105^\circ)$

$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$ 

(3) $u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$

(4) $i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$

$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

(1) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4)$ $\varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$

$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$ $\rightarrow \varphi = 2\pi - 5\pi/4 = 3\pi/4$

(2) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$ $i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - 105^\circ)$

$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$ $\rightarrow \varphi = 30^\circ - (-105^\circ) = 135^\circ$

(3) $u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$

(4) $i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$

$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

$$(1) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4) \quad \varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2) \quad \rightarrow \quad \varphi = 2\pi - 5\pi/4 = 3\pi/4$$

$$(2) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ) \quad i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - 105^\circ)$$

$$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ) \quad \rightarrow \quad \varphi = 30^\circ - (-105^\circ) = 135^\circ$$

$$(3) \quad u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$$

$$\omega_1 \neq \omega_2$$

不能比较相位差

$$(4) \quad i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

(1) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4)$ $\varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$

$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2)$ $\rightarrow \varphi = 2\pi - 5\pi/4 = 3\pi/4$

(2) $i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$ $i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - 105^\circ)$

$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ)$ $\rightarrow \varphi = 30^\circ - (-105^\circ) = 135^\circ$

(3) $u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$

$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$

$\omega_1 \neq \omega_2$

不能比较相位差

(4) $i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$

$i_2(t) = 3 \cos(100\pi t - 150^\circ)$

$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ)$ \rightarrow

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

$$(1) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4) \quad \varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2) \quad \longrightarrow \quad \varphi = 2\pi - 5\pi/4 = 3\pi/4$$

$$(2) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ) \quad i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - 105^\circ)$$

$$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ) \quad \longrightarrow \quad \varphi = 30^\circ - (-105^\circ) = 135^\circ$$

$$(3) \quad u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$$

$$\omega_1 \neq \omega_2$$

不能比较相位差

$$(4) \quad i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$$

$$i_2(t) = 3 \cos(100\pi t - 150^\circ)$$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ) \quad \longrightarrow \quad \varphi = -30^\circ - (-150^\circ) = 120^\circ$$

例

计算下列两正弦量的相位差。

解

$$(1) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 3\pi/4) \quad \varphi = 3\pi/4 - (-\pi/2) = 5\pi/4 > 0$$

$$i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - \pi/2) \quad \rightarrow \quad \varphi = 2\pi - 5\pi/4 = 3\pi/4$$

$$(2) \quad i_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ) \quad i_2(t) = 10 \cos(100\pi t - 105^\circ)$$

$$i_2(t) = 10 \sin(100\pi t - 15^\circ) \quad \rightarrow \quad \varphi = 30^\circ - (-105^\circ) = 135^\circ$$

$$(3) \quad u_1(t) = 10 \cos(100\pi t + 30^\circ)$$

$$u_2(t) = 10 \cos(200\pi t + 45^\circ)$$

$$\omega_1 \neq \omega_2$$

不能比较相位差

$$(4) \quad i_1(t) = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ)$$

$$i_2(t) = 3 \cos(100\pi t - 150^\circ)$$

$$i_2(t) = -3 \cos(100\pi t + 30^\circ) \quad \rightarrow \quad \varphi = -30^\circ - (-150^\circ) = 120^\circ$$

两个正弦量进行相位比较时应满足同频率、同函数、同符号，且在主值范围比较。

4. 周期性电流、电压的有效值

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

- 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

- 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理
意义

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

● 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理
意义

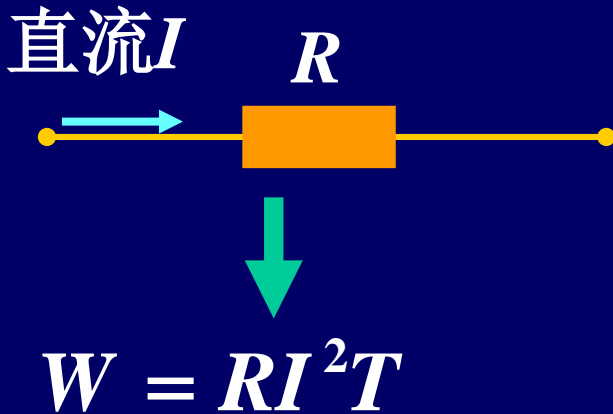


4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

● 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理
意义



4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

● 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理意义




$$W = RI^2T$$

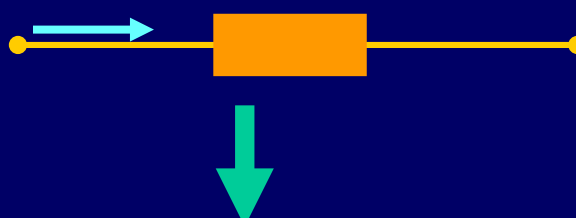
4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

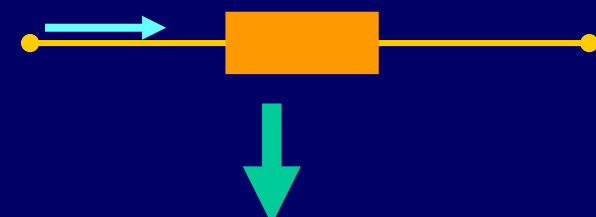
● 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理意义

直流 I


$$W = RI^2T$$

交流 i


$$W = \int_0^T Ri^2(t)dt$$

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

● 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理意义



$$W = RI^2T$$



$$W = \int_0^T Ri^2(t)dt$$

==

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

● 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理意义



$$W = RI^2T$$



$$W = \int_0^T Ri^2(t)dt$$

电流有效值定义为

$$I \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)dt}$$

4. 周期性电流、电压的有效值

周期性电流、电压的瞬时值随时间而变，为了衡量其平均效果工程上采用有效值来表示。

● 周期电流、电压有效值(*effective value*)定义

物理意义



$$W = RI^2T$$



$$W = \int_0^T Ri^2(t)dt$$

电流有效值定义为

$$I \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)dt}$$

有效值也称均方根值
(*root-mean-square*)

同样，可定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

同样，可定义电压有效值：

- 正弦电流、电压的有效值

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

同样，可定义电压有效值：

- 正弦电流、电压的有效值

设 $i(t)=I_m\cos(\omega t+\Psi)$

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

同样，可定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

- 正弦电流、电压的有效值

设 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \Psi) dt}$$

同样，可定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

- 正弦电流、电压的有效值

设 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \Psi) dt}$$

$$\because \int_0^T \cos^2(\omega t + \Psi) dt = \int_0^T \frac{1 + \cos 2(\omega t + \Psi)}{2} dt = \frac{1}{2} t \Big|_0^T = \frac{1}{2} T$$

同样，可定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

● 正弦电流、电压的有效值

设 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \Psi) dt}$$

$$\because \int_0^T \cos^2(\omega t + \Psi) dt = \int_0^T \frac{1 + \cos 2(\omega t + \Psi)}{2} dt = \frac{1}{2} t \Big|_0^T = \frac{1}{2} T$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \cdot \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

同样，可定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

- 正弦电流、电压的有效值

设 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \Psi) dt}$$

$$\because \int_0^T \cos^2(\omega t + \Psi) dt = \int_0^T \frac{1 + \cos 2(\omega t + \Psi)}{2} dt = \frac{1}{2} t \Big|_0^T = \frac{1}{2} T$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \cdot \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m \rightarrow I_m = \sqrt{2} I$$

同样，可定义电压有效值：

$$U \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

● 正弦电流、电压的有效值

设 $i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi)$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \Psi) dt}$$

$$\because \int_0^T \cos^2(\omega t + \Psi) dt = \int_0^T \frac{1 + \cos 2(\omega t + \Psi)}{2} dt = \frac{1}{2} t \Big|_0^T = \frac{1}{2} T$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \cdot \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m \rightarrow I_m = \sqrt{2} I$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \Psi) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \Psi)$$

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若一交流电压有效值为 $U=220\text{V}$ ，则其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ ；

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若一交流电压有效值为 $U=220\text{V}$ ，则其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ ；

$$U=380\text{V}, \quad U_m \approx 537\text{V}。$$

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若一交流电压有效值为 $U=220\text{V}$ ，则其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ ；

$U=380\text{V}$ ， $U_m \approx 537\text{V}$ 。

注

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若一交流电压有效值为 $U=220\text{V}$ ，则其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ ；

$$U=380\text{V}, \quad U_m \approx 537\text{V}。$$

注 (1) 工程上说的正弦电压、电流一般指有效值，如设备铭牌额定值、电网的电压等级等。但绝缘水平、耐压值指的是最大值。因此，在考虑电器设备的耐压水平时应按最大值考虑。

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若一交流电压有效值为 $U=220\text{V}$ ，则其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ ；

$$U=380\text{V}, \quad U_m \approx 537\text{V}。$$

注 (1) 工程上说的正弦电压、电流一般指有效值，如设备铭牌额定值、电网的电压等级等。但绝缘水平、耐压值指的是最大值。因此，在考虑电器设备的耐压水平时应按最大值考虑。

(2) 测量中，交流测量仪表指示的电压、电流读数一般为有效值。

同理，可得正弦电压有效值与最大值的关系：

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \quad \text{或} \quad U_m = \sqrt{2} U$$

若一交流电压有效值为 $U=220\text{V}$ ，则其最大值为 $U_m \approx 311\text{V}$ ；

$U=380\text{V}$

$U_m \approx 537\text{V}$ 。

注

(1)

各铭牌额
指的是最
最大值考

i, I_m, I

有效值，如设
水平、耐压值
压水平时应按

(2) 测量中，交流测量仪表指示的电压、电流读数一般为有效值。

(3) 区分电压、电流的瞬时值、最大值、有效值的符号。