概率论与数理统计

二维离散型随机变量

主讲人：郑旭玲

信息科学与技术学院

二维离散型随机变量

定义

如果二维随机变量(X,Y)全部可能取到的不相同的值是有限对或可列无限多对，则称(X,Y)是**离散型随机变量**。

定义

设二维离散型随机变量(X,Y)可能取的值是(x_i,y_j)，$i,j=1,2,\cdots$，

记 $P(X=x_i,Y=y_j)=p_{ij}$， $i,j=1,2,\cdots$

称之为二维离散型随机变量(X,Y)的**分布律**，或随机变量X和Y的**联合分布律**。

二维离散型随机变量

二维离散型随机变量(X, Y)的分布律具有性质

$$\begin{cases} p_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2, \cdots \\ \sum_i \sum_j p_{ij} = 1 \end{cases}$$

一维随机变量*X*

离散型X 的分布律

$P(X = x_k) = p_k$,

k=1,2, …

$$\begin{cases} p_k \geq 0, \; k=1,2,\ldots \\ \sum_k p_k = 1 \end{cases}$$

二维离散型随机变量

也可用表格来表示随机变量X和Y的联合分布律。

$Y \backslash X$	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$
y_1	p_{11}	p_{21}	$\cdots$	p_{i1}	$\cdots$
y_2	p_{12}	p_{22}	$\cdots$	p_{i2}	$\cdots$
$\vdots$					
y_j	p_{1j}	p_{2j}	$\cdots$	p_{ij}	$\cdots$
$\vdots$					

二维离散型随机变量

例 把一枚均匀硬币抛掷三次，设X为三次抛掷中正面出现的次数 ，而Y为正面出现次数与反面出现次数之差的绝对值，求 (X,Y) 的分布律。

解： (X, Y) 可取值 (0,3) , (1,1) , (2,1) , (3,3)

$$P\{X=0, Y=3\} = (1/2)^3 = 1/8$$

$$P\{X=1, Y=1\} = \binom{3}{1}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 =3/8$$

$$P\{X=2, Y=1\} = \binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2} =3/8$$

$$P\{X=3, Y=3\} = (1/2)^3 = 1/8.$$

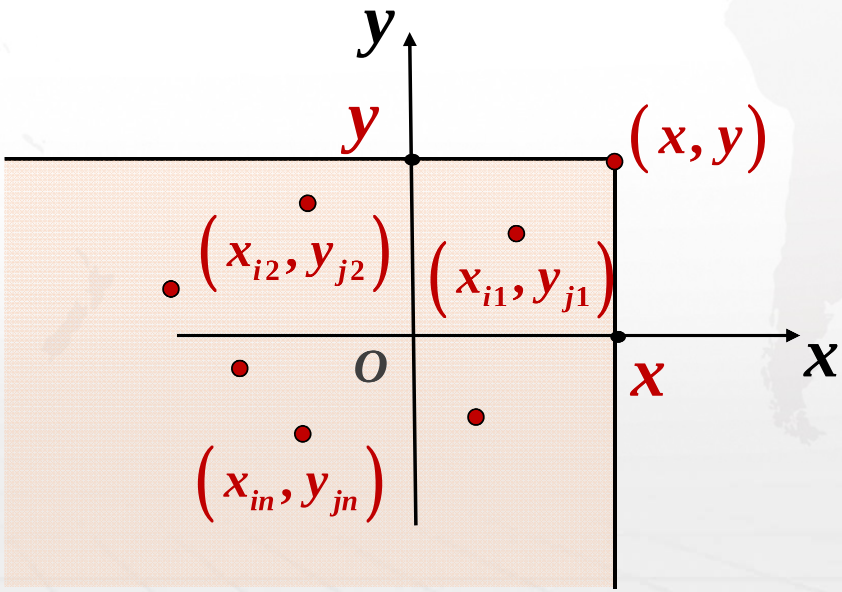
$X \backslash Y$	1	3
0	0	1/8
1	3/8	0
2	3/8	0
3	0	1/8

二维离散型随机变量

由联合概率分布可以确定联合分布函数：

离散型随机变量*X*和*Y*的联合分布

$$F(x,y)=\sum_{x_i\le x}\sum_{y_j\le y}p_{ij}$$



其中，和式是对一切满足$x_i\le x$, $y_j\le y$的p_{ij}求和。