

概率论与数理统计

假设检验的一般步骤

主讲人：曾华琳



信息科学与技术学院

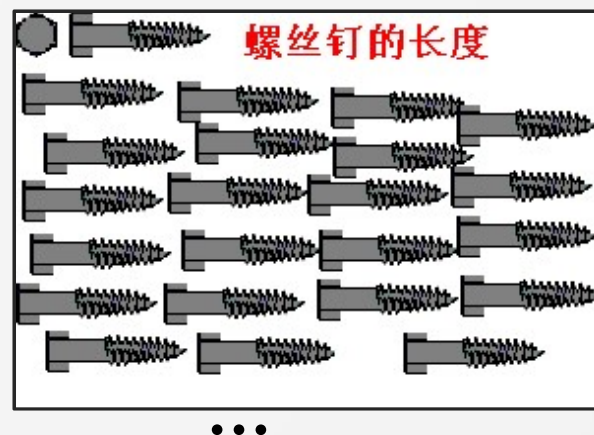
假设检验的一般步骤

例2：某工厂生产的一种螺钉，标准要求长度是32.5毫米。实际生产的产品，其长度 X 假定服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ， σ^2 未知，现从该厂生产的一批产品中抽取6件，得尺寸数据如下：

32.56, 29.66, 31.64, 30.00, 31.87, 31.03

问这批产品是否合格？

分析：这批产品(螺钉长度)的全体组成问题的总体 X 。现在要**检验 $E(X)$ 是否为32.5。**



假设检验的一般步骤

已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知。

第一步：提出原假设和备择假设

$$H_0 : \mu = 32.5 \Leftrightarrow H_1 : \mu \neq 32.5$$

第二步：取一检验统计量，在 H_0 成立下求出它的分布

$$t = \frac{\bar{X} - 32.5}{S/\sqrt{6}} \sim t(5)$$

能衡量差异大小且分布已知

假设检验的一般步骤

第三步：对给定的显著性水平 $\alpha=0.01$ ，查表确定临界值

$$t_{\alpha/2}(5) = t_{0.005}(5) = 4.0322, \text{ 使}$$

$$P\{|t| > t_{\alpha/2}(5)\} = \alpha$$

即 “ $|t| > t_{\alpha/2}(5)$ ” 是一个小概率事件。

得否定域 $W: |t| > 4.0322$

小概率事件在一次试验中基本上不会发生

假设检验的一般步骤

得否定域 $W: |t| > 4.0322$

第四步：将样本值代入算出统计量 t 的实测值，

$$|t| = 2.997 < 4.0322$$

没有落入拒绝域

故不能拒绝 H_0 。

这并不意味着 H_0 一定对，只是差异还不够显著，不足以否定 H_0 。

假设检验的两类错误

假设检验会不会犯错误呢？

由于作出结论的依据是下述

小概率原理

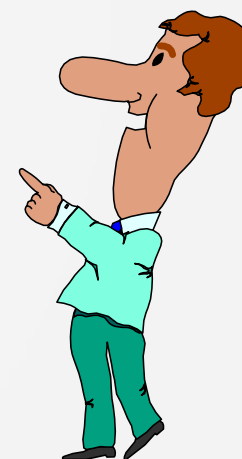
不是一定不发生

小概率事件在一次试验中基本上不会发生。

假设检验的两类错误

如果 H_0 成立，但统计量的实测值落入否定域，从而作出否定 H_0 的结论，那就犯了“以真为假”的错误。

如果 H_0 不成立，但统计量的实测值未落入否定域，从而没有作出否定 H_0 的结论，即接受了错误的 H_0 ，那就犯了“以假为真”的错误。



假设检验的两类错误

决定	实际情况	
	H_0 为真	H_0 不真
拒绝 H_0	第一类错误	正确
接受 H_0	正确	第二类错误

犯两类错误的概率： $P\{\text{拒绝}H_0|H_0\text{为真}\} = \alpha$ ，

$P\{\text{接受}H_0|H_0\text{不真}\} = \beta$ 。

显著性水平 α 为犯第一类错误的概率。



假设检验的两类错误

例3：某工厂生产的固体燃料推进器的燃烧率服从正态分布

$N(\mu, \sigma^2)$, $\mu=40\text{cm/s}$, $\sigma=2\text{cm/s}$ 。

现在用新方法生产了一批推进器。从中随机取 $n=25$ 只，测得燃烧率的样本均值为

$$\bar{x} = 41.25\text{cm} / \text{s}.$$

设在新方法下总体均方差仍为 2cm/s ，问这批推进器的燃烧率是否较以往生产的推进器的燃烧率有显著的提高？取显著性水平 $\alpha=0.05$ 。

➤ 假设检验的两类错误

解：提出假设： $H_0 : \mu = \mu_0 = 40$ $H_1 : \mu > \mu_0$

取统计量 $U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \geq U_{0.05} = 1.645$

否定域为 W ： $U > U_{0.05} = 1.645$

代入 $\sigma = 2, n = 25$ ，并由样本值计算得统计量 U 的实测值

$$U = 3.125 > 1.645$$

落入否定域

故拒绝 H_0 ，即认为这批推进器的燃料率较以往生产的有显著的提高。

课堂练习

某织物强力指标 X 的均值 $\mu_0 = 21$ 公斤。改进工艺后生产一批织物，今从中取 30 件，测得 $\bar{X} = 21.55$ 公斤。假设强力指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，且已知 $\sigma = 1.2$ 公斤，问在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下，**新生产织物比过去的织物强力是否有提高？**

解：提出假设： $H_0 : \mu \leq 21 \Leftrightarrow H_1 : \mu > 21$

取统计量 $U = \frac{\bar{X} - 21}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

否定域为 W ： $U > u_{0.01} = 2.33$

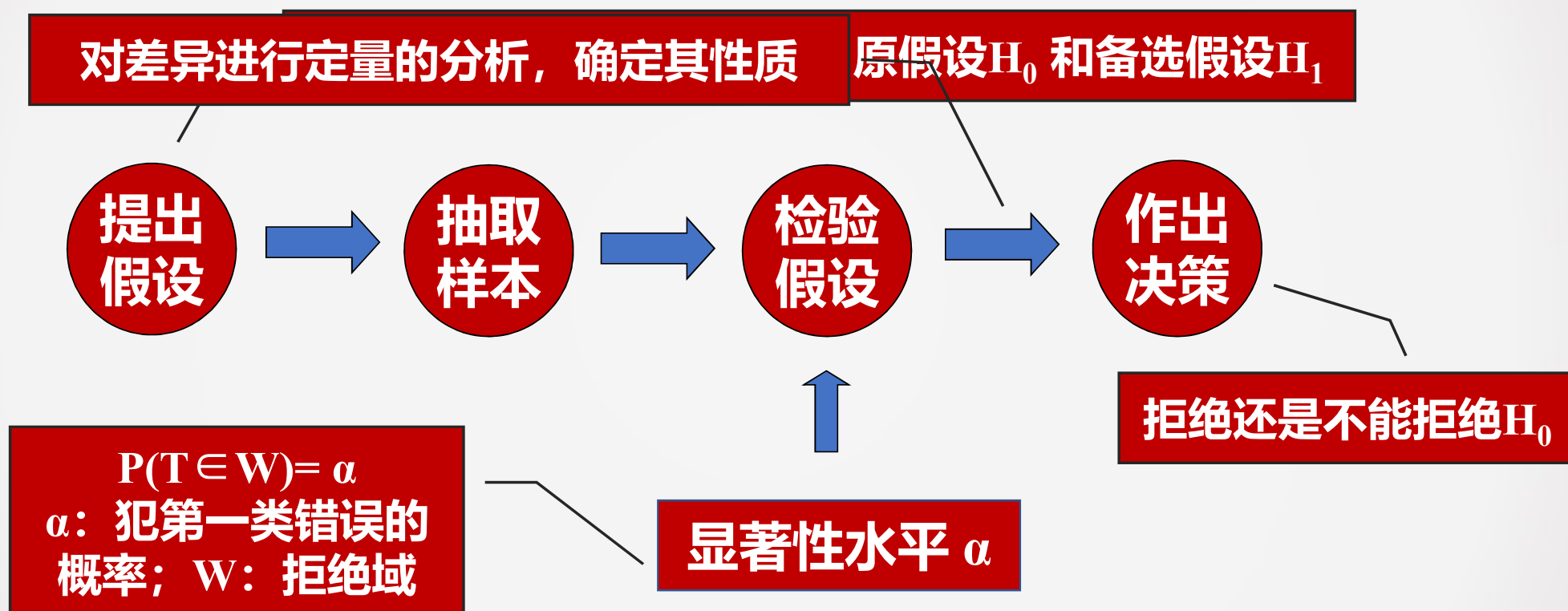
代入 $\sigma = 1.2, n = 30$ ，并由样本值计算得统计量 U 的实测值

$$U = 2.51 > 2.33$$

落入否定域

故拒绝原假设 H_0 ，即新生产织物比过去的织物的强力有提高。

归纳总结



谢谢大家