历届试题选（三重积分）

一、设有空间区域

$$\Omega_1=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le R^2, z\ge 0\},$$

$$\Omega_2=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le R^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\},$$

则有______________。

（A） $\iiint\limits_{\Omega_1} x\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} x\mathrm{d}v$；　（B） $\iiint\limits_{\Omega_1} y\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} y\mathrm{d}v$；

（C） $\iiint\limits_{\Omega_1} z\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} z\mathrm{d}v$；　（D） $\iiint\limits_{\Omega_1} xyz\mathrm{d}v=4\iiint\limits_{\Omega_2} xyz\mathrm{d}v$.　（2004—2005）

二、设 Ω 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 所围成的区域，则 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)\mathrm{d}v==$____________。

（2004—2005）

三、设 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 所围成的闭区域,则 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$(　　　　)

（A） $\iiint\limits_{\Omega} R^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$；　（B） $6\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi}\cos^2\varphi\sin\varphi\mathrm{d}\varphi\int_0^R r^4\mathrm{d}r$；

（C） $6\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^R r\mathrm{d}r\int_0^{\sqrt{R^2-z^2}} z^2\mathrm{d}z$；　（D） $6\int_0^R z^2\mathrm{d}z\iint\limits_{x^2+y^2\le R^2-z^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.　（2005—2006）

四、利用对称性化简并计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}\left(x+y+z\right)^2\mathrm{d}v$，其中 Ω 是由抛物面 $z=x^2+y^2$ 与球面 $x^2+y^2+z^2=2$ 所围成的空间闭区域.　（2005—2006）

五、计算 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω： $x^2+y^2+z^2\le R^2\,(R\ge 0)$.　（2007—2008）

六、计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}v$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=2z$ 及平面 $z=2$ 所围成的闭区域。

（2007—2008）

七、计算 $I=\iiint\limits_{\Omega} z\,\mathrm{d}v$，其中 Ω 为曲面 $z=x^2+y^2$ 及平面 $z=1$ 所围成的立体，则正确的解法为（　）

(A) $I=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r\,\mathrm{d}r\int_0^1 z\,\mathrm{d}z$　(B) $I=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r\,\mathrm{d}r\int_{r^2}^1 z\,\mathrm{d}z$

(C) $I=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1 r\,\mathrm{d}r\int_r^1 z\,\mathrm{d}z$　(D) $I=\int_0^1\mathrm{d}z\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^z zr\,\mathrm{d}r$　（2008—2009）

八、设 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2=z$ 所围成的闭区域，则 $\iiint_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\mathrm{d}V=$____________。

（2008—2009）

九、计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 为抛物面 $x^2+y^2=2z$ 与球面 $x^2+y^2+z^2=3$ 所围的区域。

（2010—2011）

十、计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} z(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$及平面$z=1, z=2$所围区域. （2011—2012）

十一、计算$I=\iiint\limits_{\Omega} z\mathrm{d}v$，其中$\Omega$是由曲面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$及$z=x^2+y^2$所围成的闭区域.

（2013—2014）

十二、设$\Omega=\{(x,y,z)\mid x^2+y^2+z^2\le 1\}$，计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}|z|\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$. （2014—2015）

十三、计算$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$为球体$x^2+y^2+z^2\le 4$介于$z=0$与$z=1$之间的部分.

（2014—2015）

十四、求$I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$为球体$x^2+y^2+z^2\le R^2$. （2017—2018）

十五、计算三重积分$I=\iiint\limits_{\Omega}(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2})\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$为椭球体$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le 1$.

（2017—2018）

十六、计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=3$所围成的有界闭区域.

（2017—2018）

十七、计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由旋转抛物面$z=x^2+y^2$与平面$z=1$所围成的有界闭区域. （2019—2020）

十八、计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由球面$z=x^2+y^2+z^2$所围成的有界闭区域.

（2020—2021）

十九、计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega} z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由三个坐标面及平面$x+y+z=1$所围成的四面体.

（2021—2022）