概率论与数理统计

均匀分布与指数分布

主讲人：曾华琳

信息科学与技术学院

01

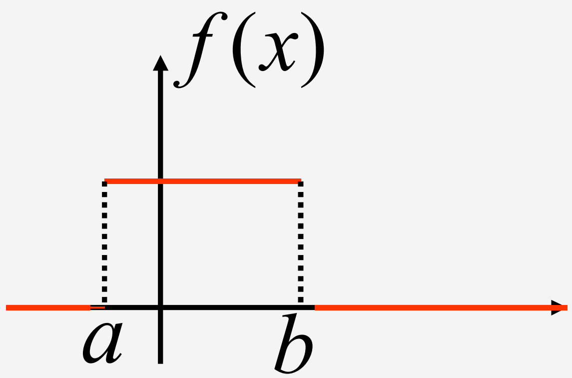
均 匀 分 布

三种重要的连续型随机变量

① 均匀分布

若 $r.v\ X$ 的概率密度为：

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a<x<b\\ 0, & 其它\end{cases}$$



则称 X 在区间 (a, b) 上服从均匀分布，记作

$$X \sim U(a, b)$$

三种重要的连续型随机变量

若$X \sim U(a,b)$,

1°.对于长度l为的区间$(c,c+l), a \le c < c+l \le b$,有

$$P\{c < X \le c+l\} = \int_{c}^{c+l} \frac{1}{b-a} dx = \frac{l}{b-a}$$

2°.X的分布函数为:

$$F(x) = P\{X \le x\} = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x < b \\ 1 & x \ge b \end{cases}$$

三种重要的连续型随机变量

均匀分布常见于下列情形：

如在数值计算中，由于四舍五 入，小数点后某一位小数引入的误差；

公交线路上两辆公共汽车前后通过某汽车停车站的时间，即乘客的候车时间等。

三种重要的连续型随机变量

例1 某公共汽车站从上午7时起，每15分钟来一班车，即 7:00，7:15，7:30，7:45 等时刻有汽车到达此站，如果乘客到达此站时间 X 是7:00 到 7:30 之间的均匀随机变量，试求他候车时间少于5 分钟的概率。

解：以7:00为起点0，以分为单位

依题意，$X \sim U(0, 30)$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{30}, & 0<x<30 \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

从上午7时起，每15分钟来一班车，即7:00，7:15，7:30等时刻有汽车到达汽车站

为使候车时间 X 少于 5 分钟，乘客必须在 7:10 到 7:15 之间，或在7:25 到 7:30 之间到达车站。

所求概率为：

$$P\{10 < X < 15\} + P\{25 < X < 30\}$$

$$= \int_{10}^{15} \frac{1}{30} dx + \int_{25}^{30} \frac{1}{30} dx = \frac{1}{3}$$

即乘客候车时间少于5 分钟的概率是1/3.

02

指　数　分　布

三种重要的连续型随机变量

② 指数分布

若 r .v X具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-x/\theta}, & x>0,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$$

其中 $\theta>0$为常数，则称 X 服从参数为θ 的指数分布。

指数分布常用于可靠性统计研究中，如元件的寿命。

三种重要的连续型随机变量

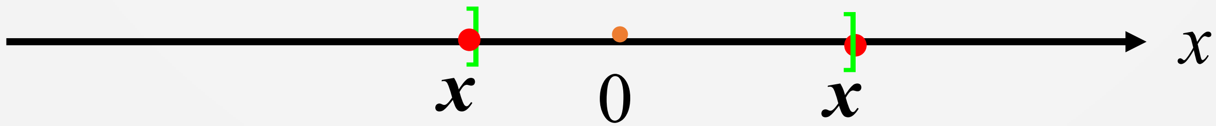
若 X 服从参数为 θ 的**指数分布**，则其**分布函数**为

$$F(x)=P\{X\le x\}=\begin{cases}1-e^{-x/\theta}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$$

事实上， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$

当 $x\le 0$ 时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\int_{-\infty}^{x} 0\,dt$

当 $x>0$ 时， $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\int_{-\infty}^{0} 0\,dt+\int_{0}^{x}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{t}{\theta}}\,dt$



谢 谢 大 家