**历届试题选（五）**

一、求下列极限：

1. ；（2016—2017）

解一： （洛必达法则）





**注：**

解二：









2. ；（2016—2017）

解：

因为 



，

故 



.

而 

，

故 

3. ；（2016—2017）

解：令，则



.

因为，，则



. （舍去高于2次的项，并入）

故 

4. ；（2017—2018）

解：因为

，，

则 .

由 ，

可得 .

故 



5. ；（2018—2019）

解：因为，故

.

6. ；（2019—2020）

解：













 （洛必达法则）



7. ；（2020—2021）

解：因为

，

，

所以，





故 

8. ；（2021—2022）

解：



 （洛必达法则）



9. ；（2021—2022）

与第一题相同，解答略.

二、设数列由递推公式，给出.

（1）证明存在，并求其极限值；

（2）试求极限. （2019—2020）

解：(1)显然，由此可得，即数列单调有界.

由于单调有界数列必有极限，则存在，记.

由两边取极限，得，故，即.

(2) 

.

因为 



故 

三、试确定常数，使和为时的等价无穷小.（2020—2021）

解：因为 



所以，.

于是，.

因为和为时的等价无穷小，则

.

由麦克劳林公式，

，

则有, 故