HUGONIOTS POR PONTOS BASE SOBRE OS LADOS DO TRIANGULO DE SATURAÇÕES EM COORDENDAS POLARES

1. Ponto base no lado GO

Ponto base/Polo: $(0,\, r)$, $0 < r < 1$.

Variáveis polares: $s_w = \rho\, cos\phi, \quad s_o = r + \rho\, sen\phi)$ e $s_g = 1 - s_w - s_o$.

1.1 **Ramo trivial/Lado GO.**

semireta $\phi = \pi/2$ e $\rho \in [0, 1 - r]$ e
semireta $\phi = -\pi/2$ e $\rho \in [0, r]$.

1.2 **Ramos da hipérbole.**

Variáveis auxiliares:

$$D_r = \frac{r^2}{\mu_o} + \frac{(1-r)^2}{\mu_g} \ \big(\text{Denominador no ponto base}\big).$$

$$a = (\mu_g + \mu_w) r^2$$

$$b = \frac{\mu_w}{\mu_o}\left(\mu_g + \mu_o\right) r^2 - \mu_g \mu_w D_r$$

$$c = 2\mu_w r^2 + \mu_g \mu_o D_r$$

$$d = 2\mu_w r^2 + \mu_g \mu_o r D_r$$

$$e = 2\mu_w r^2$$

$$f = \mu_w r^2$$

Equação implícita da hipérbole nas variáveis cartesianas (s_w, s_o):

$$a\, s_w^2 + b\, s_o^2 + c\, s_w\, s_o - d\, s_w - e\, s_o + f = 0\,.$$

Equação da hipérbole nas variáveis polares (ρ, ϕ):

$$\rho = \frac{-B(\phi)}{A(\phi)}\,,$$

em que

$A(\phi) = a\, cos^2(\phi) + b\, sen^2(\phi) + c\, cos(\phi)\, sen(\phi)$;

$B(\phi) = (2\, b\, r - e)\, sen(\phi) + (c\, r - d)\, cos(\phi)$;

$\frac{-\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$.

Cuidado com a semireta $E\,W$ (de bifurcação secundária) em que

$$r = \frac{\mu_o}{\mu_o + \mu_g}\,,$$

$$cos(\phi) = \frac{r}{\sqrt{1+r^2}}\,,$$

$$sen(\phi) = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}}\,.$$

2. Ponto base no lado GW

Contas nas variáveis $x = s_o$, $y = s_g$

Ponto base/Polo: $(0,\, r)$, $0 < r < 1$.

Variáveis polares: $s_o = \rho\, cos\phi, \quad s_g = r + \rho\, sen\phi)$ e $s_w = 1 - s_o - s_g = 1 - [r + \rho(cos\phi + sen\phi)]$.

2.1 Ramo trivial/Lado GW.
semireta $\phi = \pi/2$ e $\rho \in [0, 1-r]$ e
semireta $\phi = -\pi/2$ e $\rho \in [0, r]$.

2.2 Ramos da hipérbole.
Variáveis auxiliares:

$$D_r = \frac{r^2}{\mu_g} + \frac{(1-r)^2}{\mu_w} \; \big(\text{Denominador no ponto base}\big).$$

$$a = (\mu_o + \mu_w) r^2$$

$$b = \tfrac{\mu_w}{\mu_g}\,(\mu_o + \mu_g)\; r^2 - \mu_o \mu_w\, D_r$$

$$c = 2\mu_o\, r^2 + \mu_w \mu_g D_r$$

$$d = 2\mu_o r^2 + \mu_w \mu_g r\, D_r$$

$$e = 2\mu_o r^2$$

$$f = \mu_o r^2$$

Equação implícita da hipérbole nas variáveis cartesianas (s_o, s_g):

$$a\, s_o^2 + b\, s_g^2 + c\, s_o\, s_g - d\, s_o - e\, s_g + f = 0\,.$$

Equação da hipérbole nas variáveis polares (ρ, ϕ):

$$\rho \;=\; \frac{-B(\phi)}{A(\phi)}\,,$$

em que

$A(\phi) = a\,cos^2(\phi) + b\,sen^2(\phi) + c\,cos(\phi)\,sen(\phi)$;

$B(\phi) = (2b\,r - e)\,sen(\phi) + (c\,r - d)\,cos(\phi)$;

$\frac{-\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$.

Cuidado com a semireta $B\,O$ (de bifurcação secundária) em que

$$r = \frac{\mu_g}{\mu_w + \mu_g}\,,$$

$$cos(\phi) = \frac{r}{\sqrt{1+r^2}}\,,$$

$$sen(\phi) = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}}\,.$$

3. Ponto base no lado WO

Contas nas variáveis $x = s_g$, $y = s_w$

Ponto base/Polo: $(0,\, r)$, $0 < r < 1$.

Variáveis polares: $s_g = \rho\, cos\phi$, $\quad s_w = r + \rho\, sen\phi)$ e $s_o = 1 - s_w - s_g = 1 - [r + \rho(cos\phi + sen\phi)]$.

3.1 **Ramo trivial/Lado GO.**
semireta $\phi = \pi/2$ e $\rho \in [0, 1-r]$ e
semireta $\phi = -\pi/2$ e $\rho \in [0, r]$.

3.2 **Ramos da hipérbole.**
Variáveis auxiliares:

$$D_r = \frac{r^2}{\mu_w} + \frac{(1-r)^2}{\mu_o} \ \big(\text{Denominador no ponto base}\big).$$

$$a = (\mu_g + \mu_o) r^2$$

$$b = \tfrac{\mu_g}{\mu_w}\, (\mu_w + \mu_o)\ r^2 - \mu_o \mu_g\, D_r$$

$$c = 2\mu_g\, r^2 + \mu_w \mu_o D_r$$

$$d = 2\mu_g r^2 + \mu_w \mu_o\, r\, D_r$$

$$e = 2\mu_g r^2$$

$$f = \mu_g r^2$$

Equação implícita da hipérbole nas variáveis cartesianas (s_g, s_w):

$$a\, s_g^2 + b\, s_w^2 + c\, s_g\, s_w - d\, s_g - e\, s_w + f = 0\,.$$

Equação da hipérbole nas variáveis polares (ρ, ϕ):

$$\rho \; = \; \frac{-B(\phi)}{A(\phi)} \, ,$$

em que

$A(\phi) = a \, cos^2(\phi) + b \, sen^2(\phi) + c \, cos(\phi) \, sen(\phi)$;

$B(\phi) = (2b \, r - e) \, sen(\phi) + (c \, r - d) \, cos(\phi)$;

$\frac{-\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$.

Cuidado com a semireta $D \, G$ (de bifurcação secundária) em que

$$r = \frac{\mu_o}{\mu_w + \mu_o} \, ,$$

$$cos(\phi) = \frac{r}{\sqrt{1 + r^2}} \, ,$$

$$sen(\phi) = \frac{1}{\sqrt{1 + r^2}} \, .$$