



ARQUITECTURA DE COMPUTADORAS

Unidad N° 1

- Introducción
- Sistemas Numéricos

Profesor: Fabio Bruschetti

Ver 2013-01



Historia

Generación	Años	Características
0	hasta 1945	Sistemas mecánicos y electromecánicos
1	1945 – 1954	Tubos al vacío, tableros
2	1955 – 1965	Transistores y sistemas por lotes
3	1965 – 1980	Circuitos integrados
4	desde 1980	Computadores personales y supercomputadoras

Historia – Modelo de Babbage

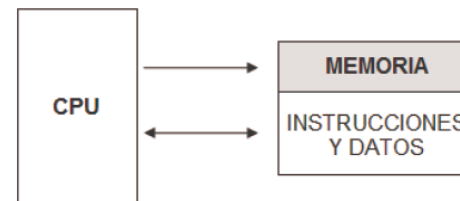
- Máquina diferencial (1823 – 1833)
 - Tabulación de polinomios de segundo grado por diferencias
 - Nunca se terminó de construir
- Máquina analítica (1833 – 1842)
 - Sus operaciones eran programables
 - Basada en el concepto de tarjetas perforadas de Joseph Jackard
 - Los programas podían tener bifurcaciones condicionadas (IF)
 - Tenía 3 componentes principales
 - La “fábrica” (Unidad Aritmético Lógica) – 4 operaciones
 - El “almacén” (Memoria)
 - Unidad de control y secuencia



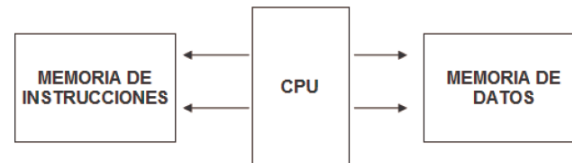
Historia – Arquitecturas

- Control Flow (secuenciamiento de las instrucciones)

- Von Newman

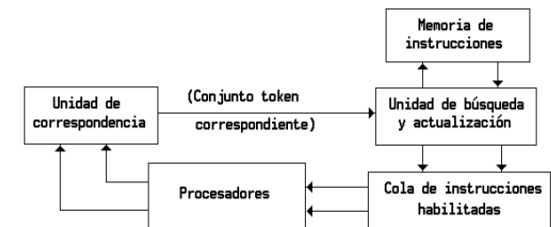


- Harvard



- Data Flow (disponibilidad de los datos)

- Dinámica





Sistemas numéricos

- Sistema numéricos basados (base = b)
 - La base define el conjunto de símbolos
 - Un número = es una secuencia de símbolos
 - Reglas
 - Los dígitos (d) se enumeran de derecha a izquierda desde 0 (d_3 d_2 d_1 d_0)
 - La ubicación de cada dígito tiene un “peso” definido por la base
 - peso = base posición
 - El valor del dígito depende del símbolo y de su ubicación
 - Valor = dígito * peso
 - El valor del número es la suma de los valores de sus dígitos

$$Valor = \sum_0^n d_i * b^i$$



Sistemas numéricos

- Sistema Decimal

- Base = 10
- Símbolos $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- Notación: $NNN_d - NNN_{10}$
- Ejemplo de 4 dígitos
 - $d_3 d_2 d_1 d_0 = 1436_d$
 - $= d_3 \times 10^3 + d_2 \times 10^2 + d_1 \times 10^1 + d_0 \times 10^0$
 - $= 1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 6 \times 10^0$
 - $= 1000 + 400 + 30 + 6$

- Nota:

- Sumas y Restas: Pueden llevar o quitar 10's
- Multiplicación y División por 10: Agrego o quito un cero de la derecha. Desplazo el número agregando o quitando de a un cero en la posición de menor peso d_0 ("Shift")



Números binarios enteros positivos

- Sistema Binario

- Base = 2
- Símbolos = $\{0,1\}$
- Notación: $NNN_b - NNN_2$
- Ejemplo de 4 dígitos
 - $d_3 d_2 d_1 d_0 = 1010_b$
 - $= d_3 \times 2^3 + d_2 \times 2^2 + d_1 \times 2^1 + d_0 \times 2^0$
 - $= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
 - $= 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$
 - $= 8 + 2$
 - $= 10_d$

- Nota:

- Sumas y Restas: Pueden llevar o quitar 2's
- Multiplicación y División por 2: "Shift" a Izquierda o Derecha



Números binarios enteros positivos

Suma

$$\begin{array}{r} 111_b \\ + 10_b \\ \hline \end{array}$$

$$1001_b$$

$$\begin{array}{r} 1010_b \\ + 111_b \\ \hline \end{array}$$

$$10001_b$$

Resta

$$\begin{array}{r} 101_b \\ - 10_b \\ \hline \end{array}$$

$$011_b$$

$$\begin{array}{r} 1001_b \\ - 111_b \\ \hline \end{array}$$

$$010_b$$

Multiplicación por potencias de 2

$$\text{Por } 2^1 : 100_b * 10_b = 1000_b$$

$$\text{Por } 2^2 : 11_b * 100_b = 1100_b$$

$$\text{Por } 2^3 : 100_b * 1000_b = 100000_b$$

División por potencias de 2

$$\text{Por } 2^1 : 100_b / 10_b = 10_b$$

$$\text{Por } 2^2 : 1100_b / 100_b = 11_b$$

$$\text{Por } 2^3 : 100000_b / 1000_b = 100_b$$



Números octales enteros positivos

- Sistema Octal

- Base = 8 = 23
- Notación: $NNN_o - NNN_8$
- Símbolos = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- Ejemplo de 4 dígitos

- $d_3 d_2 d_1 d_0 = 1703_8$
 - $= d_3 \times 8^3 + d_2 \times 8^2 + d_1 \times 8^1 + d_0 \times 8^0$
 - $= 1 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 3 \times 8^0$
 - $= 1 \times 512 + 7 \times 64 + 0 \times 8 + 3 \times 1$
 - $= 512 + 448 + 0 + 3$
 - $= 963_d$

- Nota:

- Sumas y Restas: Pueden llevar o quitar 8's
- Multiplicación y División por 8: "Shift" a Izquierda o Derecha



Números hexadecimales enteros positivos

- Sistema Hexadecimal

- Base = $16 = 2^4$
- Permite manejar mejor los números binarios grandes
- Notación: $NNN_h - NNN_{16}$
- Símbolos = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$
- Ejemplo de 4 dígitos

- $d_3 d_2 d_1 d_0 = 12AF_h$
 - $= d_3 \times 16^3 + d_2 \times 16^2 + d_1 \times 16^1 + d_0 \times 16^0$
 - $= 1 \times 16^3 + 2 \times 16^2 + A \times 16^1 + F \times 16^0$
 - $= 1 \times 4096 + 2 \times 256 + 10 \times 16 + 15 \times 1$
 - $= 4096 + 512 + 160 + 15$
 - $= 4783_d$

- Nota:

- Sumas y Restas: Pueden llevar o quitar 16's
- Multiplicación y División por 16: "Shift" a Izquierda o Derecha



Números hexadecimales enteros positivos

Suma

$$\begin{array}{r} 181_h \\ + 89_h \\ \hline 20A_h \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1510_h \\ + E11_h \\ \hline 2321_h \end{array}$$

Resta

$$\begin{array}{r} 1E1_h \\ - 1F_h \\ \hline 1C2_h \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001_h \\ - 111_h \\ \hline EF0_h \end{array}$$

Multiplicación por potencias de 16

$$\text{Por } 16^1 : 20_h * 10_h = 200_h$$

$$\text{Por } 16^2 : 3_h * 100_h = 300_h$$

División por potencias de 16

$$\text{Por } 16^1 : 105_h / 10_h = 10_h$$

$$\text{Por } 16^2 : 10E0_h / 100_h = 10_h$$



Números binarios enteros positivos

- Dentro del computador, todos los números son representados sobre una cantidad fija de bits.
- Rango de representación
 - Con n bits se pueden formar 2^n combinaciones binarias distintas. Cada una de ellas corresponde a su respectivo número decimal
 - Si se comienza la representación en 0, entonces el número más grande representable es $2^n - 1$
 - Se pueden usar n bits para representar los números decimales
 - Ejemplo con 4 bits

Binario	Decimal	Binario	Decimal
0000	0	1000	8
0001	1	1001	9
0010	2	1010	10
0011	3	1011	11
0100	4	1100	12
0101	5	1101	13
0110	6	1110	14
0111	7	1111	15



Cambio de base

■ Binario a Hexadecimal

- 10 bits: 1001011001_2 ($= 601_{10}$)
 - Agrupando en 4: $\underline{0010} \underline{0101} \underline{1001}$
 - Reemplazo con Hex: $2 \quad 5 \quad 9_{16}$

■ Hexadecimal a Binario

- Binario: Reemplazar cada dígito hexadecimal por sus 4 dígitos binarios
 - Ejemplo: $A9F_h = 101010011111_b$



Cambio de base

- Binario a Octal

- 16 bits: $1000101001101110_2 (= 35468_d)$

- Agrupando en 3: 001 000 101 001 101 110

- Reemplazo con Hex: 1 0 5 1 5 6₈

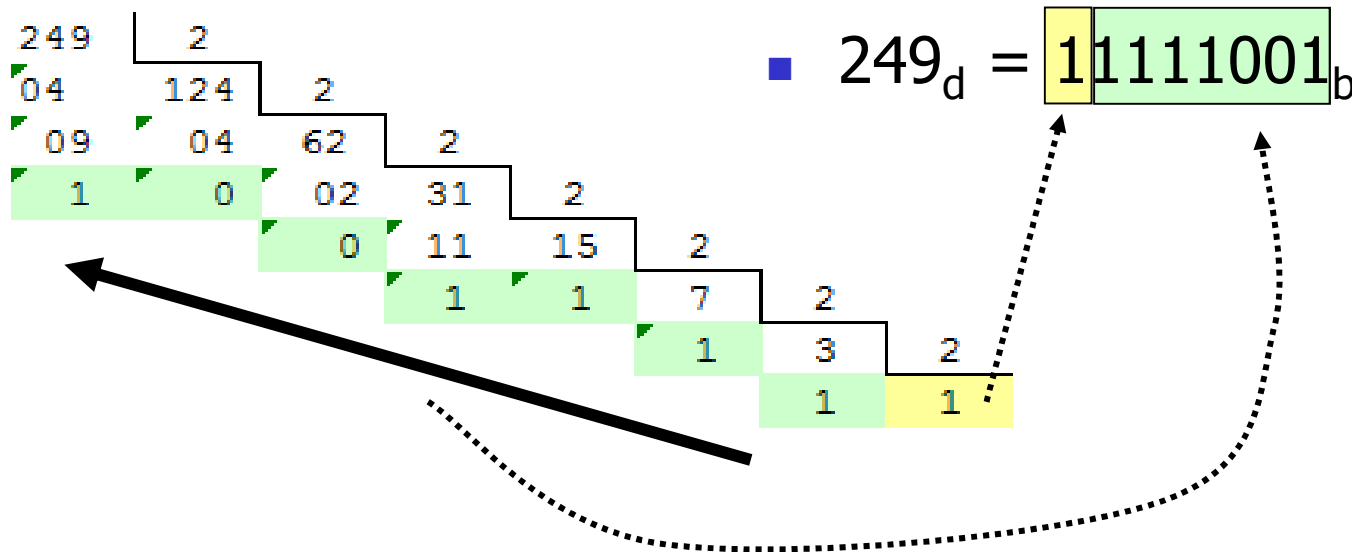
- Octal a Binario

- Binario: Reemplazar cada dígito octal por sus 3 dígitos binarios

- Ejemplo: $134_8 = 001011100_b$

Cambio de base

- Decimal a Binario, Octal, Hexadecimal
 - Dividir el número decimal por la base a la que se lo quiere cambiar
 - Cuando se obtenga un cociente que menor a la base, formar el número partiendo desde el último cociente y, de derecha a izquierda completar sucesivamente con todos los restos





Preguntas

- ¿Qué significa cuando se dice “diez hex”?
- ¿Es verdad que $10100010_b = A2_h$?
- ¿Es verdad que $107_h = 407_8$?
- ¿Cuántos bits tienen los siguientes números?
 - 0010010_b
 - 2_h
 - 22_h
 - 1010_h
 - 1010_b
 - 372_8



Unidades de Medidas

- Algunas abreviaturas:
 - Nibble = 4 bits
 - Byte = 8 Bits
 - Word (palabra)
 - 8 bits, 16 bits, 32 bits, 64 bits +
 - DWord (palabra doble)



Codificación de Caracteres

- Representación de caracteres mostrables:
 - Caracteres: { A, B , . . . , Y, Z }
 - $26 \times 2 = 52$ (mayúsculas y minúsculas)
 - Dígitos (10) decimales: { 0, 1, . . . , 8, 9 }
 - Puntuación: ! " ' , . - ? / : ;
 - Símbolos matemáticos: + * = (- /)
 - Paréntesis: () [] { } < >
 - Otros: @ # \$ % ^ & \ | ~
 - Espacio en blanco: " "
 - 90+ Símbolos (??)
 - Varios esquemas de codificación han sido usados



Codificación ASCII

- ASCII = **A**merican **S**tandard **C**ode for **I**nformation **I**nterchange (7 bits)
 - 7 bits para codificar cada caracter (128 códigos)
 - Se extiende a 8 bits (byte) poniendo el bit más significativo = 0
 - 2 dígitos hexadecimales
- Ejemplo
 - "306 is FUN!" → 33_h 30_h 36_h 20_h 69_h 73_h 20_h 46_h 55_h 4E_h 21_h
- ASCII Estendido (8 bits)
 - Van del 128 hasta el 255
 - Incluye caracteres propios de diferentes lenguajes (á, é, ê) , caracteres gráficos (⌘), símbolos especiales (√), etc.

Codificación ASCII (7-bits)

ASCII Code Table

ASCII Hex Symbol	ASCII Hex Symbol	ASCII Hex Symbol	ASCII Hex Symbol
0 0 NUL	16 10 DLE	32 20 (space)	48 30 0
1 1 SOH	17 11 DC1	33 21 !	49 31 1
2 2 STX	18 12 DC2	34 22 "	50 32 2
3 3 ETX	19 13 DC3	35 23 #	51 33 3
4 4 EOT	20 14 DC4	36 24 \$	52 34 4
5 5 ENQ	21 15 NAK	37 25 %	53 35 5
6 6 ACK	22 16 SYN	38 26 &	54 36 6
7 7 BEL	23 17 ETB	39 27 '	55 37 7
8 8 BS	24 18 CAN	40 28 (56 38 8
9 9 TAB	25 19 EM	41 29)	57 39 9
10 A LF	26 1A SUB	42 2A *	58 3A :
11 B VT	27 1B ESC	43 2B +	59 3B ;
12 C FF	28 1C FS	44 2C ,	60 3C <
13 D CR	29 1D GS	45 2D -	61 3D =
14 E SO	30 1E RS	46 2E .	62 3E >
15 F SI	31 1F US	47 2F /	63 3F ?
ASCII Hex Symbol	ASCII Hex Symbol	ASCII Hex Symbol	ASCII Hex Symbol
64 40 @	80 50 P	96 60 `	112 70 p
65 41 A	81 51 Q	97 61 a	113 71 q
66 42 B	82 52 R	98 62 b	114 72 r
67 43 C	83 53 S	99 63 c	115 73 s
68 44 D	84 54 T	100 64 d	116 74 t
69 45 E	85 55 U	101 65 e	117 75 u
70 46 F	86 56 V	102 66 f	118 76 v
71 47 G	87 57 W	103 67 g	119 77 w
72 48 H	88 58 X	104 68 h	120 78 x
73 49 I	89 59 Y	105 69 i	121 79 y
74 4A J	90 5A Z	106 6A j	122 7A z
75 4B K	91 5B [107 6B k	123 7B {
76 4C L	92 5C \	108 6C l	124 7C
77 4D M	93 5D]	109 6D m	125 7D }
78 4E N	94 5E ^	110 6E n	126 7E ~
79 4F O	95 5F _	111 6F o	127 7F •

Codificación EBCDIC (8-bits)

- EBCDIC (Extended Binary Coded Decimal Interchange Code)
- Código estándar de 8 bits usado por computadoras mainframe de IBM. IBM adaptó el EBCDIC del código de tarjetas perforadas en los años 1960

	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0000	NUL	DLE	DS		SP	&	-						{	}	\	0
0	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240
0001	SOH	DCI	SOS			/			a	j			A	J		1
1	1	17	33	49	65	81	97	113	129	145	161	177	193	209	225	241
0010	STX	DC2	FS	SYN					b	k	s		B	K	S	2
2	2	18	34	50	66	82	98	114	130	146	162	178	194	210	226	242
0011	ETX	TM							c	l	t		C	L	T	3
3	3	19	35	51	67	83	99	115	131	147	163	179	195	211	227	243
0100	PF	RES	BYP	PN					d	m	u		D	M	U	4
4	4	20	36	52	68	84	100	116	132	148	164	180	196	212	228	244
0101	HT	NL	LF	RS					e	n	v		E	N	V	5
5	5	21	37	53	69	85	101	117	133	149	165	181	197	213	229	245
0110	LC	BS	ETB	UC					f	o	w		F	O	W	6
6	6	22	38	54	70	86	102	118	134	150	166	182	198	214	230	246
0111	DEL	IL	ESC	EOT					g	p	x		G	P	X	7
7	7	23	39	55	71	87	103	119	135	151	167	183	199	215	231	247
1000		CAN							h	q	y		H	Q	Y	8
8	8	24	40	56	72	88	104	120	136	152	168	184	200	216	232	248
1001	RLF	EM							i	r	z		I	R	Z	9
9	9	25	41	57	73	89	105	121	137	153	169	185	201	217	233	249
1010	SMM	CC	SM		cent	!		:								
A	10	26	42	58	74	90	106	122	138	154	170	186	202	218	234	250
1011	VT	CU1	CU2	CU3	.	\$,	#								
B	11	27	43	59	75	91	107	123	139	155	171	187	203	219	235	251
1100	FF	IFS		DC4	<	*	%	@								
C	12	28	44	60	76	92	108	124	140	156	172	188	204	220	236	252
1101	CR	IGS	ENQ	NAK	()										
D	13	29	45	61	77	93	109	125	141	157	173	189	205	221	237	253
1110	SO	IRS	ACK		+	;	>	=								
E	14	30	46	62	78	94	110	126	142	158	174	190	206	222	238	254
1111	SI	IUS	BEL	SUB		¬	?	"								
F	15	31	47	63	79	95	111	127	143	159	175	191	207	223	239	255

Código BCD Natural

Representa los dígitos decimales del 0 al 9 con una combinación de 4 bits para cada uno de ellos

- Ejemplo

- 348_{10}

- $= 0011|0100|1000$ en BCD

- Los números decimales no se representan por su correspondiente combinación binaria

- Ejemplo

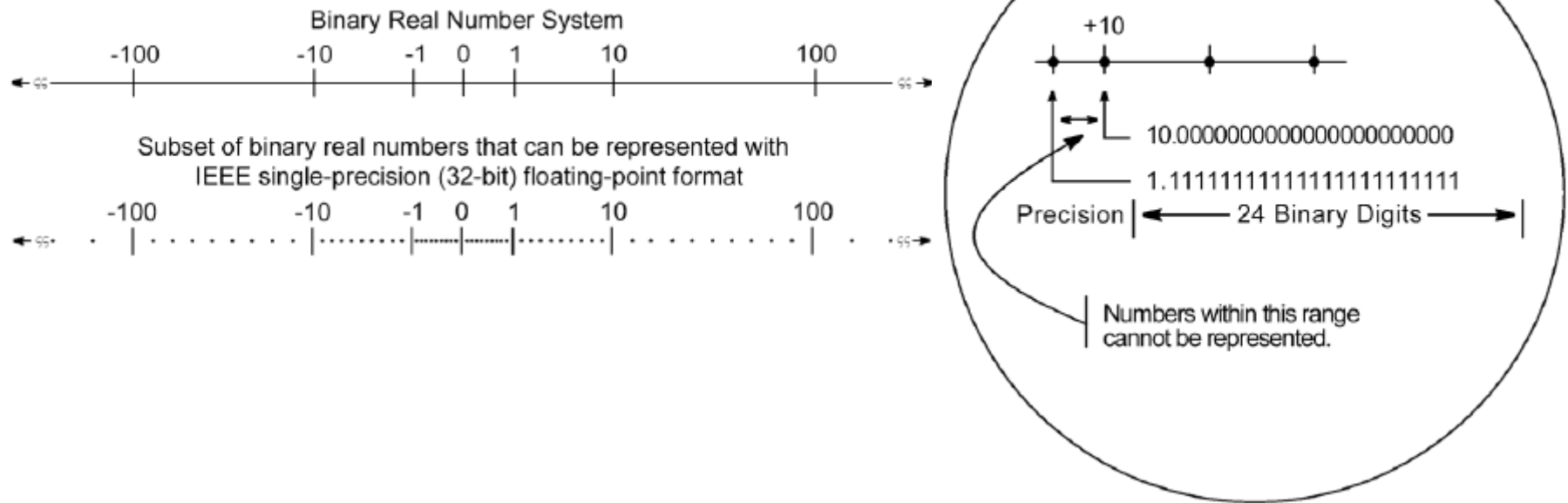
- 348_{10}

- $= 101011100_2$

Decimal N°	BCD Natural			
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1

Números Reales

- El rango de los números reales comprende desde $-\infty$ hasta $+\infty$.
- Los registros de un procesador tienen resolución finita.
- Por lo tanto un computador solo puede representar un sub conjunto de R . (No es solo un tema de magnitud sino de resolución)





Números Reales

- En general se puede formalizar la representación de un número real expresado en los siguientes formatos:
 - Punto Fijo
 - Con Módulo y signo
 - Con complemento a 2
 - Punto Flotante
- Como convertir un número decimal a binario:
 - 0,828125 * 2 = 1,65625
 - 0,65625 * 2 = 1,3125
 - 0,3125 * 2 = 0,625
 - 0,625 * 2 = 1,25
 - 0,25 * 2 = 0,5
 - 0,5 * 2 = 1

$$0,828125_d = 0,110101_b$$



Números Reales – Punto Fijo

- Punto Fijo con signo
 - Se representan mediante una expresión del tipo
 - $(a_n a_{n-1} \dots a_0 \cdot a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m})_2 = (-1)^s (a_n 2^n + \dots + a_0 2^0 + a_{-1} 2^{-1} + \dots + a_{-m} 2^{-m})$
 - *Donde: $s=0$ si el número es positivo o $=1$ si el número es negativo*
 - *a_i es un entero y $0 \leq a_i \leq 1$, para todo $i = -m, \dots, -1, 0, 1, \dots, n$*
 - Distancia entre dos números consecutivos es 2^{-m} (su base elevado a la $-m$)
 - Deja de ser un rango continuo de números y pasa a ser un rango discreto.



Números Reales – Punto Fijo

- Cuando la cantidad de dígitos disponible no alcanza para representar el número ...
 - Problema: Representar un número de n dígitos decimales en un sistema con m dígitos decimales, siendo $m < n$
- Truncamiento:
 - Descarta los dígitos fraccionarios de orden mayor a m .
- Redondeo:
 - Descarta los dígitos fraccionarios de orden mayor a m pero se suma 1 al menos significativo en caso que el bit inmediato $(m+1)$ descartado valga 1.

Números Reales – Punto Fijo

- Con truncamiento y redondeo

Punto fijo en posición 4 con 11 bits:

$$31,9375_{10} = 0011111.1111_2$$

$$0,0625_{10} = 0000000.0001_2$$

$$32,0000_{10} = 0100000.0000_2$$

- Si tenemos el siguiente número $31,906025_{10}$

$$0011111.111010_2$$

- Si se trunca en 4 bits

$$0011111.1110_2 \rightarrow 31,875_{10}$$

- Si se redondea y trunca en 4 bits

$$0011111.1111_2 \rightarrow 31,921875_{10}$$

- Vemos que con truncamiento hay menor error



Números Reales – Punto Flotante

- Para el caso de los números reales se trabaja en notación científica.
 - $-725.832 = -7.25832 \cdot 10^2 = -725.832 \times 10^0$
 - $3.14 = 0.314 \cdot 10^1 = 3.14 \cdot 10^0$
 - $0.000001 = 0.1 \cdot 10^{-5} = 1.0 \cdot 10^{-6}$
 - $1941 = 0.1941 \cdot 10^4 = 1.941 \cdot 10^3$
- Para unificar la representación se recurre a la notación científica normalizada, en donde
 - $n = \pm f \cdot 10^e$
 - $0.1 \leq f < 1$
 - e es un entero con signo
- En el sistema binario la expresión de un número en notación científica normalizada es:
 - $n = \pm f \cdot 2^e$
 - $0.5 \leq f < 1$
 - e es un entero con signo



Números Reales – Punto Flotante

■ Representación en Punto Flotante

- Se representan con los pares de valores (m, e) , denotando:
 - $(m, e) = m * b^e$
- **m** llamado mantisa, y que representa un número fraccionario
- **e**, llamado exponente, al cual se debe elevar la base numérica (b) de representación para obtener el valor real
- Mantisa y exponente pueden representarse:
 - con signo
 - sin signo
 - con notación complemento
 - con notación exceso m (biased)
- **Para que las representaciones sean únicas, la mantisa deberá estar normalizada.**
 - Cuando un número fraccionario tiene su dígito más significativo distinto de 0, se dice que está normalizado



Números Reales – Punto Flotante

■ Representación en Punto Flotante de 32 bits:

- los bits 0 al 22 (b_0 a b_{22}) representa la mantisa normalizada para el sistema Módulo y Signo
- los bits 23 al 30 (b_{23} a b_{30}) representa el exponente en exceso a 128
- el bit 31 (b_{31}), para representar el signo de la mantisa (0 para el +)
- la base de exponenciación es 2
- el 0 se representa con todos los bits en 0.

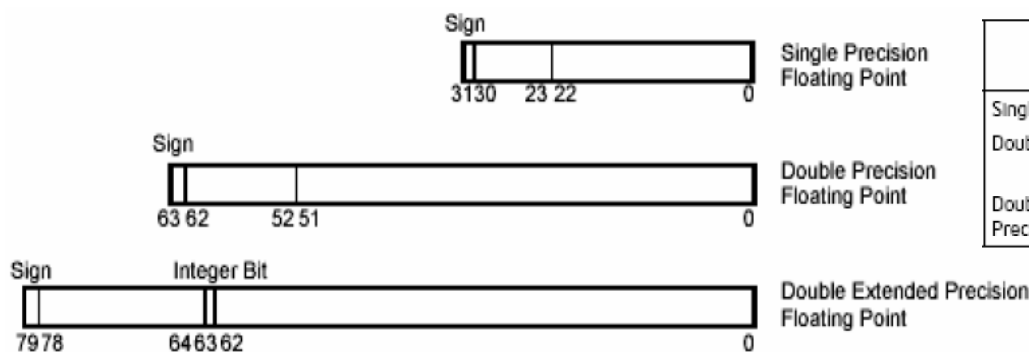
■ Ej: Representar el número 12 en formato de 32 bits:

- 12 en notación normalizada de base 2 es $0,75 * 2^4$
- el exponente de valor 4 en exceso a 128 es: $4 + 128 = 132_{10} = 10000100_2$
- la mantisa 0,75 en binario es 0,11
- de donde la representación del número 12 quedará como:

■ 0	10000100	110000000000000000000000
■ signo (+)	exponente 4	mantisa 0,75

Números Reales – Punto Flotante

- Punto Flotante: Formato IEEE 754 (Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. Año 1985)
 - Cuatro formatos
 - Precisión simple (32 bits)
 - Precisión doble (64 bits)
 - Precisión simple extendida (≥ 43 bits), no muy usada
 - Precisión doble extendida (80 bits)
 - Sólo los valores de 32 bits son requeridos por el estándar, los otros son opcionales



Data Type	Length	Precision (Bits)	Approximate Normalized Range	
			Binary	Decimal
Single Precision	32	24	2^{-126} to 2^{127}	1.18×10^{-38} to 3.40×10^{38}
Double Precision	64	53	2^{-1022} to 2^{1023}	2.23×10^{-308} to 1.79×10^{308}
Double Extended Precision	80	64	2^{-16382} to 2^{16383}	3.37×10^{-4932} to 1.18×10^{4932}



Números Enteros Negativos

- Para números sin signo:
 - Los n bits son usados para la magnitud del número
 - Ejemplo: Número de 4-bits: 0000_b 1111_b
- Para números con signo: (Negativos)
 - Un bit debe ser usado para el signo
 - Usualmente el bit mas significativo: 0= positivo 1=negativo
 - $n-1$ bits son usados para la magnitud del número
- Codificación de la magnitud (2 aproximaciones)
 - Codificación magnitud con signo
 - Progresión natural de los números sin signo
 - Inadecuado para las matemáticas
 - Codificación complemento a 2
 - Excelente para las matemáticas



Codificación con signo

- La magnitud se codifica en los $n-1$ bits restantes usando el sistema binario usado para contar

- Ejemplo: $10000001_b = -1_d$

- magnitud: $000\ 0001_b = 1$
- signo: 1 o sea, número negativo

- Problemas:

- Dos representaciones para el 0

- 0 positivo signo=0
- 0 negativo signo=1

- Problemas con la aritmética:

0000 0010 _b	2
+ 1000 0001 _b	+ -1
-----	-----
1000 0011 _b	-3



Codificación complemento a 2

- La magnitud de los números positivos se codifica normalmente como número binario
- La magnitud de los números negativos se codifica como “flip&add”
- Definiciones:
 - Complemento de un bit:
 - Complemento de 1: 0
 - Complemento de 0: 1
 - Complemento a 1 de un valor de n-bits:
 - Complemento de cada bit
 - Complemento a 2 de un valor de n-bits:
 - Complemento de cada bit y luego (add) sumar 1
 - Se ignora cualquier carry del bit mas significativo.

Codificación complemento a 2

■ Ejemplo:

- Encuentre la representación de -1 en complemento a 2 con 8 bits.

$+1_{10}$	0000 0001 _b
Complemento	1111 1110 _b
Sumar 1	+ 1
-----	-----
-1_{10}	1111 1111 _b = FF _h

Operación de
complemento a 2

- Encuentre la representación de 1 en complemento a 2 con 8 bits

■ $+1_{10}$	0000 0001 _b = 01 _h
-------------	--

- Encuentre el valor decimal del valor FE_h en complemento a 2

■ Bit de signo = 1	1111 1110 _b
■ Complemento	0000 0001 _b
■ Sumar 1	+ 1 _b
■ -----	-----
■ FE _h	0000 0010 _b = (bit de signo) 2 ₁₀ = -2 ₁₀

Operación de
complemento a 2



Codificación complemento a 2

- Ejemplo:

- Encuentre el valor decimal del valor 79_h en complemento a 2
 - Bit de signo = 0 $0111\ 1001_b = 64+32+16+8+1 = 121_d$
 - $79_h = 121_d$

- Ejercicios:

- Encuentre el valor decimal del valor 90_h en complemento a 2
- Encuentre el valor decimal del valor $8D_h$ en complemento a 2
- Encuentre el valor decimal del valor $6F_h$ en complemento a 2



Codificación complemento a 2

- Rango:
 - Con n-bits se pueden representar a lo sumo 2^n números naturales diferentes pero...
 - Usando la mitad de los valores para los números negativos y el resto para los positivos y el 0 nos quedan (2^{n-1} valores positivos y 2^{n-1} valores negativos)
 - Rango para valores positivos y negativos:
 - Todos los negativos comienzan con 1
 - Rango: -2^{n-1} 0 $2^{n-1}-1$

Codificación complemento a 2

- Negar un número negativo se obtiene el número original $[-(-x) = x]$

-1_{10}		1111 1111 _b	
Complemento		0000 0000 _b	
Sumar 1	+		1 _b

$+1_{10}$		0000 0001 _b	$= 01_h \rightarrow$ Funciona !!!

- Cuantas representaciones para 0? [única]

0_{10}		0000 0000 _b	
Complemento		1111 1111 _b	
Sumar 1	+		1 _b

0_{10}		0000 0000 _b	Funciona !!!

Se ignora el carry del bit mas significativo

Codificación complemento a 2

- Como se obtiene la codificación de -128 ?

- Usando matemáticas

- $-127 - 1 = -128$

-127_{10}		$1000\ 0001_b$
Restar 1	-	$0000\ 0001_b$

-128_{10}		$1000\ 0000_b$

- Usando Complemento a 2

- Si se niega -128 ?

-128_{10}		[Caso especial]
Complemento		$1000\ 0000_b$
Sumar 1		$0111\ 1111_b$
	+	1_1

-128_{10}		$1000\ 0000_b$

Suma y resta aritmética

■ Aritmética sin signo

$$\begin{array}{rcl} \blacksquare & 117_{10} & = & 0111\ 0101_b \\ \blacksquare & + 99_{10} & = & 0110\ 0011_b \\ \hline \blacksquare & 216_{10} & = & 1001\ 1000_b \end{array}$$

■ Aritmética con signo

$$\begin{array}{rcl} \blacksquare & -117_{10} & = & 1000\ 1011_b \\ \blacksquare & + 99_{10} & = & 0110\ 0011_b \\ \hline \blacksquare & -18_{10} & = & 1110\ 1110_b \quad (0001\ 0001 + 1) = 12_h = 18_d \end{array}$$

■ Restas en binario:

$$\blacksquare \text{ Negar y sumar: } X - Y = X + (-Y)$$

$$\blacksquare \text{ Ejemplo: } 32 - 65 = 32 + (-65)$$

$$\begin{array}{rcl} \blacksquare & 32_{10} & = & 0010\ 0000_b \\ \blacksquare & + -65_{10} & = & 1011\ 1111_b \quad (0100\ 0000_b + 1 = 41_h = 65_d) \\ \hline \blacksquare & -33_{10} & = & 1101\ 1111_b \quad (0010\ 0000_b + 1 = 21_h = 33_d) \end{array}$$

Aritmética y Lógica

■ Multiplicación binaria

- Procedimiento de resolución del cálculo de forma idéntica al de la multiplicación decimal

$$\begin{array}{r} 1101 \leftarrow \text{Multiplicando} \\ \times 101 \leftarrow \text{Multiplicador} \\ \hline 1101 \\ + 0000 \\ \hline 1101 \\ \hline 100001 \end{array}$$

- Por cada cifra del multiplicador, me desplazo en la suma final
- Por cada 1 del multiplicador, repito el multiplicando en la suma final
- La multiplicación es una “sucesión de sumas y desplazamientos”
- Multiplicar 2 cifras binarias de n bits darán como resultado otra cifra binaria de 2.n bits! ($1111_2 \times 1111_2 = 11100001_2$)

Aritmética y Lógica

División binaria

- Procedimiento de resolución del cálculo de forma idéntica al de la multiplicación decimal

Dividendo \longrightarrow

$$\begin{array}{r} 11011 \\ \underline{101} \\ 0011 \\ \underline{101} \\ 00111 \\ \underline{101} \\ 10 \end{array}$$

\longleftarrow Divisor

\longleftarrow Cociente

\longleftarrow Resto

- Ejemplo: $27 / 5 = 5$ con resto 2
- La división es una "sucesión de restas y desplazamientos"

$$\begin{array}{r} 11011 \\ \underline{101} \\ 10110 \\ \underline{101} \\ 10001 \\ \underline{101} \\ 1100 \\ \underline{101} \\ 111 \\ \underline{101} \\ 10 \end{array}$$

Resté el divisor 5 veces \rightarrow Cociente

Me sobró 2 \rightarrow Resto

Pentium – Formatos de datos

- General → contenido binario arbitrario
- Entero → binario entero con signo representado en Ca_2
- Ordinal → binario entero sin signo
- BCD → 1 ó 2 dígitos BCD por byte
- Punto flotante → precisión simple, doble y ampliada

