Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа № 6

по дисциплине: "Информатика"
Работа с системой компьютерной вёрстки TEX

Вариант № 17

Выполнила:
Денисова Алёна Александровна
группа P3131
Преподаватель:
Авксентьева Е. Ю.

Санкт-Петербург 2023

через «л» («ложь»), «f» («false») или «0». Каждое высказывание, как и высказывания, из которых оно состоит, (и от которых, в зависимости от способа их соединения, зависит его значение), может принимать два различных значения, вовсе не обязательно называемые «истиной» или «ложью» и ассоциируемые с этими понятиями. Таким образом, исчисление высказываний можно понимать как *«алгебру логики»* — исследование функций, принимающих, так же как и их аргументы, два различных значения. Эти значения можно (но, повторяем, вовсе не обязательно) называть истиной или ложью. Если мы не только применяем эти наименования, но и интересуемся их связью с «обычными» понятиями истины и лжи (и пытаемся уточнить их), то мы занимаемся *«семантикой»*.

В противном случае мы, оставаясь в рамках чистого *синтаксиса*, можем вообще спокойно забыть о происхождении нашей «логической» терминологии. Такое «чистое» исчисление высказываний есть попросту раздел *комбинаторики*, и «логические задачи», рассматриваемые в нём, ничем, в принципе не отличаются от обычных комбинаторных задач.

Итак, кроме самих по себе высказываний, исчисление высказываний изучает различные функции между ними — различные способы образования «сложных» высказываний из «простых». В рамках семантики эти функции очень напоминают обычные союзы русского (или любого другого) языка, с помощью которых сложные предложения строятся из простых. Но эту связь с обычным языком (и с «обычной логикой») мы отложим до следующего разговора. Поэтому мы закончим нашу статью тем, чем обычно подобные статьи начинаются: определением нескольких «основных» таких функций, или, как их называют, *логических операций.*

Поскольку речь идёт о функциях, принимающих, как их аргументы, конечное число значений (а именно два), мы сможем задать интересующие нас функции явным указанием на то, какие именно значения они принимают при всевозможных распределениях значений элементов («простых составляющих высказываний»). Такие задания-определения удобно представлять в виде так называемых *истинностных таблиц*, на «входах» которых указаны значения исходных высказываний, а на «выходах» (в клетках самой таблицы) — значения результирующего высказывания.

Вот эти логические операции.

1) *Отрицание* истринного высказывания ложно, а отрицание ложного высказывания истинно. Это, обозначаемая символом «¬» операция, соответствующая частице «не» в русском языке, задаётся следующей истинностной таблицей:

A	$\neg A$
и	л
л	и

2) *Конъюнкция* двух истинных высказываний (соответствующая союзу «и» между ними, обозначение — $\bigwedge$) истинна, если же хотя бы одно из них ложно — ложна:

A	B	$A \bigwedge B$
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	л

3) *Дизъюнкция* двух высказываний (обозначение – $\bigvee$, читается как «или») истинна, если истинно хотя бы одно из них, и ложна, если оба они ложны:

A	B	$A \bigvee B$
и	и	и
и	л	и
л	и	и
л	л	л

(Окончание см с 35)

M262. *Какое наибольшее число* а) *ладей,* б) *ферзей можно расставить на шахматной доске* 8×8 *так, чтобы каждая из этих фигур была под ударом не более, чем одной из остальных?*

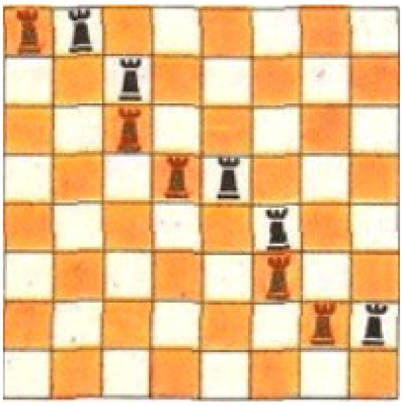

Рис. 8

Рис. 9

Следуя письму *Бориса* и *Льва Рабиновичей*, предложивших эту задачу, рассмотрим сразу доску размером $n \times n$ и докажем, что на ней нельзя расставить более $\frac{4n}{3}$ ладей так, как требуется в условии.

Пусть k ладей расположены на доске $n\times n$ с соблюдением условия. На каждом поле, где стоит ладья, напишем число 0. В каждом из n столбцов проделаем следующую операцию: если в столбце стоят два числа, то прибавим к обоим по 1, если одно число, то к нему прибавим 2 (в пустом столбце ничего писать не будем). Затем проделаем такую же операцию с каждой строкой. Ясно, что на месте каждой из k ладей в результате будет написано число не меньшее 3 — а именно либо 3, либо 4, — поэтому сумма S всех написаннных чисел не меньше $3k$; с другой стороны, поскольку в каждый из n стобцов и затем в каждую из n строк мы добавили не более чем 2, то сумма S не больше $4n$. Итак, $3k \leq 4n$, откуда $k \leq \frac{4n}{3}$

В частности, для $n = 8$ получаем $k < \frac{32}{3}$, то есть $k \leq 10$. Пример расстановки 10 ладей, удовлетворяющей условию, показан на рисунке 8.

Нетрудно проверить, что для любого натурального n тем же самым способом можно на доске $n\times n$ расставить $[\frac{4n}{3}]$ ладей с соблюдением условия ($[x]$ означает целую часть числа x).

Перейдём к задаче о расстановке ферзей. Ясно, что с собюдением условия задачи ферзей можно поставить не больше, чем ладей. На рисунке 9 показано, что на доске 8×8 можно расставить 10 ферзей. Итак, в обих задачках а) и б) ответ одинаковый: 10.

Что же касается обобщения задачи Рабиновичей о расстановке ф е р з е й для доски $n \times n$, то её полностью не решил никто из читателей. Можно убедиться, что для $n = 3, 4, 5$ наибольшее число ферзей, которое можно расставить на доске $n \times n$ так, чтобы каждый попал не более чем под один удар, на единицу м е н ь ш е $[\frac{4n}{3}]$. Но для больших n решение задачи требует, по-видимому, либо очень *большого количества вариантов, либо привлечения дополнительных соображений.*

Н.Б.Васильев

M263. *Даны два числа p и q, большие 1. На сторонах BC и DC прямоугольника $ABCD$ берутся точки P и Q так, что $|BC| = p.\ |BP|$ и $|DC| = q.\ |DQ|$. При каком отношении длин сторон AB и AD угол PAQ будет иметь наибольшую величину? Какова эта наибольшая величина в частном случае $p = 2$, $q = \frac{3}{2}$?*

Обозначим длины сторон прямоугольника AB и AD через a и b соответственно. Тогда $\operatorname{tg}(\angle PAQ) = \frac{\operatorname{tg}(\angle PAD)-\operatorname{tg}(\angle QAD)}{1+\operatorname{tg}(\angle PAD)\cdot\operatorname{tg}(\angle QAD)} =$

$$\approx \frac{\frac{ap}{b}-\frac{a}{qb}}{1+\frac{a^2p}{b^2q}} = \frac{ab(pq-1)}{a^2p+b^2q}.$$

В силу теоремы о среднем арифметическом и среднем геометрическом, имеем

$$a^2p + b^2q \geq 2\sqrt{a^2pb^2q} = 2ab\sqrt{pq}$$

(знак равенства имеет место при $a^2p = b^2q$, то есть когда

$$\left.\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{q}{p}}\right).$$