# Adunarea a două numere în baza *p*

Se dau două numere întregi  şi  reprezentate în baza .

=, având *m+*1 cifre şi

*B*= , având *n+*1 cifre.

Să se calculeze:  =, având *k*+1 cifre.

Adunarea celor două numere se realizează începând cu cifra unităţilor (cu indicele 0), de la dreapta spre stânga, procesul fiind repetitiv cu un număr de max(*m,n*)+1 iteraţii.

La fiecare iteraţie se adună cifrele (după ce s-au convertit în zecimal) de pe poziţii omoloage din  şi  şi cifra de transport (0 sau 1) de la iteraţia precedentă.

Suma rezultată furnizează 2 cifre:

* cifra de transport utilizată în iteraţia următoare este câtul împărţirii sumei la *p*;
* cifra corespunzătoare poziţional din numărul *C* este restul împărţirii sumei la *p*;

!!! Toate operaţiile se efectuează în zecimal.

Dacă se consideră o cifră de transport iniţial  şi se completează la stânga numărul  cu  cifre de 0 (nesemnificative) sau numărul  cu  cifre de 0 (nesemnificative), se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarele formule matematice:

,

- unde: (s-au convertit în zecimal cifrele din cele două numere)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

 restul împărţirii sumei  la baza 

 (se converteşte  într-o cifră a bazei )

 câtul împărţirii sumei  la baza 

Dacă  atunci ,

altfel  şi (este 1, ultima cifra de transport)

**Exemplul 1:** 43012(5) + 3243(5) =?(5)

1 1 0 1 1 0 *m*=4, *n*=3

43012(5) + *i*=0 :  *i*=2 : 

03243(5) 2(5) +3(5) +0(5)= 2 +5 + 0 =70(5) +2(5) +1(5)= 0 +2 + 1 =3

───── =1, =7-1\*5=2 =0, =3-0\*5=3

101312(5)  =2(5) =3(5)

*i*=1 :  *i*=3 : 

1(5) +4(5) +1(5)= 1 +4 + 1 =6 3(5) +3(5) +0(5)= 3 +3 + 0 =6

=1, =6-1\*5=1 =1, =6-1\*5=1

=1(5)  =1(5)

*i*=4 : 

4(5) +0(5) +1(5)= 4 + 0 + 1 =5

=1, = 5-1\*5=0

= 0(5)

*k* = 5, =1(5)

43012(5) + 3243(5) =101312(5)

**Exemplul 2:** A5F(16) + 96BD(16) =?(16)

0 1 1 1 0 *m*=3, *n*=2

0A5F(16) + *i*=0 :  *i*=2 : 

96BD(16) F(16) +D(16) +0(16)=15 +13 +0 =28A(16) +6(16) +1(16)=10 +6 + 1 =17

───── =1, =28-1\*16=12 =1, =17-16\*1=1

A11C(16) =C(16) =1(16)

*i*=1 :  *i*=3 : 

5(16) +B(16) +1(16)=5 +11 + 1 =17 0(16) +9(16) +1(16)=0 +9 + 1 = 10

=1, =17-16\*1=1 =0, =10-0\*16=10

=1(16) =A(16)

*k* = 3, 0

# A5F(16) + 96BD(16) =A11C(16)

**Exemplul 3:** 1110101101(2)+ 110110011(2) = ?(2)

1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0

1110101101(2) +

0110110011(2)

───────

10101100000(2)

# Scăderea a două numere în baza *p*

Se dau două numere întregi şi  scrise în baza , *A ≥ B*.

=, având *m+*1 cifre şi

*B*= , având *n+*1 cifre, .

Să se calculeze:  =, având *k*+1 cifre.

Scăderea celor două numere se realizează începând cu cifra unităţilor (indicele 0), de la dreapta spre stânga. Dacă este cazul se va completa spre stânga cu *m-n* zerouri numărul *B.*

Se va scădea aşadar  din . Dacă , se va împrumuta o unitate din cifra de rang superior din , ceea ce înseamnă (datorită scrierii poziţionale a numerelor) că se va împrumuta cu valoarea  a bazei, efectuându-se operaţia . Se obţine astfel cifra .

Împrumutul poate fi considerat a fi o cifră de transport care poate lua valoarea 0 respectiv -1 în cazul unui împrumut.

Pentru următoarele diferenţe, se vor aduna transportul la cifra din  înainte de a încerca scăderea cifrei omoloage din . Scăderea se va efectua în mod analog. Se repetă acest proces până la epuizarea cifrelor lui . Rezultatul va avea maxim +1 cifre.

Dacă se consideră o cifră de transport iniţial  şi se completează numărul  cu  cifre de 0, se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarea formulă matematică:



Există posibilitatea ca cele mai semnificative cifre ale lui  să fie egale cu 0. Astfel, numărul real de cifre  trebuie actualizat astfel încât  şi , respectiv 0 dacă toate cifrele lui  sunt 0.

- unde: (s-au convertit în zecimal cifrele din cele două numere)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

 (se converteşte  într-o cifră a bazei )

**Exemplul 1:** A11C(16) – A5F(16) =?(16)

-1 -1 -1 0 *m*=3, *n*=2, 

A11C(16) - *i*=0 :

0A5F(16) C(16) )+0(16) < F(16) =>împrumut o unitate de la cifra de ordin imediat superior care

───── devine 10(16) la nivelul poziţiei curente şi 

96BD(16) C(16) +0(16) + 10(16)- F(16) =(conversie în zecimal)=12+16-15=13 =

=D(16)

*i*=1 : 

1(16)+(-1)(16) < 5(16) =>împrumut de la cifra de ordin imediat superior => 

1(16) +(-1)(16) + 10(16)- 5(16) =1-1+16-5=11 =

=B(16)

*i*=2 : 

1(16) +(-1)(16) < A(16) =>împrumut de la cifra de ordin imediat superior => 

1(16) +(-1)(16) + 10(16)- A(16) =1-1+16-10=6 =

=6(16)

*i*=3 : 

A(16) +(-1)(16) > 0(16)

A(16) +(-1)(16) - 0(16) =10-1-0= 9 =

=9(16)

**Exemplul 2:** 20053(6) – 4444(6) =?(6)

-1 -1 0 -1 0 *m*=4, *n*=3, 

20053(6) - *i*=0 :

04444(6) 3(6) )+0(6) < 4(6) =>împrumut o unitate de la cifra de ordin imediat superior care

───── devine 10(6) la nivelul poziţiei curente şi 

11205(6) 3(6) +0(6) + 10(6)- 4(6) =(conversie în zecimal)=3+6-4=5 =

=5(6)

*i*=1 : 

5(6)+(-1)(6) ≥ 4(6) => 

5(6) +(-1)(6)  - 4(6) =5-1-4=0 =

=0(6)

*i*=2 : 

0(6) +0(6) < 4(6) =>împrumut de la cifra de ordin imediat superior => 

0(6) +0(6) + 10(6)- 4(6) =6-4=2 =

=2(6)

*i*=3 : 

0(6) +(-1)(6) < 4(6) =>împrumut de la cifra de ordin imediat superior => 

0(6) +(-1)(6) + 10(6)- 4(6) =-1+6-4= 1 =

=1(6)

*i*=4 : 

2(6) +(-1)(6) > 0(6)

2(6) +(-1)(6) - 0(6) =2-1=1 =

=1(6)

**Exemplul 3:** 110001011000(2)  - 1110110011(2) =?(2)

0 -1 -1 -1 0 -1 0 0 -1 -1 -1 0

110001011000(2) -

001110110011(2)

────────────

100010100101(2)

# Înmulţirea unui număr cu o cifră în baza *p*

Se dau un număr întreg şi o cifră *b* scrise în baza *p:*

=, având *m+*1 cifre şi .

Să se calculeze:  =, având *k*+1 cifre.

Înmulţirea se realizează începând cu cifra unităţilor (cu indicele 0), de la dreapta spre stânga, procesul fiind repetitiv cu un număr de *m*+1 iteraţii.

La fiecare iteraţie se înmulţeşte cifra curentă din *A* cu *b*, după ce s-au convertit în zecimal şi se adună cifra de transport de la iteraţia precedentă. Valoarea calculată furnizează 2 cifre:

* cifra de transport utilizată în iteraţia următoare este câtul împărţirii valorii calculate la *p*;
* cifra corespunzătoare poziţional din numărul *C* este restul împărţirii valorii calculate la *p*;

!!! Toate operaţiile se efectuează în zecimal.

Dacă se consideră o cifră de transport iniţial  se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarele formule matematice:



Dacă  atunci .

- unde: (s-au convertit în zecimal cifrele din *A* şi cifra *b*)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

-  câtul împărţirii  la baza ,  sunt valori zecimale

-  restul împărţirii  la baza 

 (se converteşte  într-o cifră a bazei )

Numărul rezultat ***C*** va avea  cifre sau  dacă ,

**Exemplul 1: 2**031(4) \*3(4) =?(4)

1 0 2 0 0 *m*=3

2031(4) \* *i*=0 :  *i*=2 : 

3(4) 1(4) \*3(4) +0(4)=1\*3+ 0 = 30(4) \*3(4) +2(4)=0\*3+2 = 2

───── = 0, =3-0\*4=3 =0, =2-0\*4 =2

12213(4) =3(4) =2(4)

*i*=1 :  *i*=3 : 

3(4) \*3(4) +0(4)=3\*3 +0 = 92(4) \*3(4) +0(4)=2\*3 +0 =6

=2, =9-2\*4=1 =1, =6-1\*4= 2

=1 (4) =2(4)



# 2031(4) \*3(4) =12213(4)

**Exemplul 2: 2**B5F(16) \*A(16) =?(16)

1 7 3 9 0 *m*=3

2B5F(16) \* *i*=0 :  *i*=2 : 

A(16) F(16) \*A(16) +0(16)=15\*10+ 0 = 150B(16) \*A(16) +3(16)=11\*10 +3 = 113

───── = 9, =150-9\*16=6 =7, =113-7\*16 =1

1B1B6(16) =6(16) =1(16)

*i*=1 :  *i*=3 : 

5(16) \*A(16) +9(16)=5\*10 +9 = 592(16) \*A(16) +7(16)=2\*10 +7 =27

=3, =59-16\*3=11 =1, =27-1\*16= 11

=B (16) =B(16)



2B5F(16) \*A(16) =1B1B6(16)

# Împărţirea unui număr la o cifră în baza *p*

Se dau un număr întreg şi o cifră *b* scrise în baza *p:*

=, având *m+*1 cifre şi .

Să se calculeze: *C*=câtul împărţirii lui *A* la *b*, *C*=, având *k*+1 cifre şi restul *r(p)*, 0<=r <b

Împărţirea se realizează începând cu cifra cea mai semnificativă (cu indicele *m*), de la stânga spre dreapta, procesul fiind repetitiv cu un număr de *m*+1 iteraţii.

La fiecare iteraţie se calculează o valoare obţinută ca sumă a cifrei curente din *A* cu produsul dintre cifra de transport de la iteratia precedentă şi baza *p*, după ce s-au convertit în zecimal. Valoarea calculată furnizează 2 cifre:

* cifra de transport utilizată în iteraţia următoare este restul împărţirii valorii calculate la *b*;
* cifra corespunzătoare poziţional din *C* este câtul împărţirii valorii calculate la *b*;

!!! Toate operaţiile se efectuează în zecimal.

Câtul *C* va avea +1 cifre şi se va elimina eventuala cifră 0 de pe poziţia cea mai semnificativă.

Cifra de transport corespunzătoare ultimei iteraţii va reprezenta restul *r*.

Dacă se consideră o cifră de transport iniţial , se poate uniformiza procesul folosindu-se următoarele formule matematice:



- unde: (s-au convertit în zecimal cifrele din *A* şi cifra *b*)

- calculele din formulele precedente se efectuează în baza 10

-  restul împărţirii  la ; sunt valori zecimale

-  câtul împărţirii  la 

 (se converteşte  într-o cifră a bazei )

# - restul final:

**Exemplul 1:**

0A5B(16) | 8(16) *m*=2, 8(16)=8

/ | 14B(16) - câtul  *i* = 2 , =0, 0 \*16+A(16) =0+10=10

25 =1, 1(16), =10-8\*1=2,

/ *i* = 1 , =2, 2 \*16+5(16) =2\*16+5=37

5B =4, 4(16), =37-8\*4=5

/ *i* = 0 , =5, 5 \*16+B(16) =5\*16+11=91

**3** – restul: *r* =11, B(16) =91-8\*11=3

= 3 = 3(16)= *r*

**Exemplul 2:**

02043(8) | 5(8) *m*=3, 5(8)= 5

/ |0323(8) - câtul  *i* = 3 , =0, 0\*8+2(8) =0+2=2

25 =0, 0(8), =2-5\*0=2,

/ *i* = 2 , =2, 2 \*8+0(8) =2\*8+0=16

14 =3, 3(8), =16-5\*3=1

/ *i* = 1 , =1, 1 \*8+4(8) =1\*8+4= 12

23 =2, 2(8) = 12-5\*2=2

/*i* = 0 , =2, 2 \*8+3(8) =2\*8+3= 19

4(8) – restul:*r* =3, 3(8) = 19-5\*3=4

= 4 = 4(8)= *r*

# Construcţia şi utilizarea tablelor de adunare şi înmulţire

Aşa cum s-a învăţat în clasele mici pe de rost adunarea cifrelor zecimale şi tabla înmulţirii, în orice bază se poate construi o tablă pentru adunare şi înmulţire, table ce pot fi folosite şi pentru scăderi şi împărţiri. Aceste table se vor construi relativ uşor, tabla adunării stând la baza construcţiei tablei înmulţirii.

## Construcţia tablei adunării

Pentru a construi tabla adunării într-o bază , se vor scrie în capetele liniilor respectiv coloanelor cifrele din baza , adică cifrele . Prima linie şi prima coloană reprezintă copierea capetelor de linii respectiv coloane. Tabelul va fi umplut cu numerele consecutive din respectiva bază, după cum se poate observa pe exemplul general de mai jos. Totodată, se poate observa repetiţia numerelor pe diagonala principală a tablei şi pe linii paralele cu acesta.



Unde s-a notat prin numărul din baza  format din două cifre: 1 şi respectiv .

## Construcţia tablei înmulţirii

Pentru a construi tabla înmulţirii într-o bază , se vor scrie în capetele liniilor respectiv coloanelor cifrele din baza , adică cifrele . Prima linie şi prima coloană se completează cu 0, a doua linie respectiv coloană reprezintă copierea capetelor de linii respectiv coloane. Tabelul va fi umplut pe linii sau pe coloane adunându-se numărului anterior cifra din capul de tabel. Pentru acest lucru se va folosi tabla adunării. Totodată, se poate observa simetria tablei faţă de diagonala principală.



Unde s-a notat prin numărul din baza  format din două cifre: 1 şi respectiv . Dacă baza  este reletiv mică, anumite cifre şi numere lipsesc. Dar se păstrează aceeaşi metodă de construcţie.

## Adunarea utilizând tabla adunării

Se realizează la fel ca şi în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla suma a două cifre. Practic, se va identifica linia uneia dintre cifre respectiv coloana celei de a doua, iar la intersecţia lor se află rezultatul adunării.

## Scăderea utilizând tabla adunării

Se realizează la fel ca şi în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla diferenţa dintre un număr şi o cifră. Practic, se va identifica linia cifrei care se scade şi poziţia numărului (descăzutului) în linia respectivă. Capul de coloană a descăzutului va reprezenta rezultatul scăderii (diferenţa).

## Înmulţirea utilizând tabla înmulţirii

Se realizează la fel ca şi în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla produsul a două cifre. Practic, se va identifica linia uneia dintre cifre respectiv coloana celei de a doua, iar la intersecţia lor se află rezultatul înmulţirii.

## Împărţirea utilizând tabla înmulţirii

Se realizează la fel ca şi în baza 10, doar că se va folosi tot timpul tabla pentru a afla câtul şi restul împărţirii unui număr la o cifră. Practic, se va identifica linia cifrei cu care se împarte şi poziţia celui mai mare multiplu al cifrei mai mic decât numărul (deîmpărţitul) în linia respectivă. Capul de coloană a multiplului va reprezenta câtul, iar restul se va obţine scăzând din deîmpărţit multiplul identificat.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tabla adunării  baza 2   |  |  |  | | --- | --- | --- | | +(2) | **0** | **1** | | **0** | 0 | 1 | | **1** | 1 | 10 | | Tabla adunării în baza 3   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | +(3) | **0** | **1** | **2** | | **0** | 0 | 1 | 2 | | **1** | 1 | 2 | 10 | | **2** | 2 | 10 | 11 | | | Tabla înmulţirii în baza 3   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | \*(3) | **0** | **1** | **2** | | **0** | 0 | 0 | 0 | | **1** | 0 | 1 | 2 | | **2** | 0 | 2 | 11 | |
| Tabla adunării în baza 5:   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | +(5) | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | | **0** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 | | **2** | 2 | 3 | 4 | 10 | 11 | | **3** | 3 | 4 | 10 | 11 | 12 | | **4** | 4 | 10 | 11 | 12 | 13 | | | Tabla înmulţirii în baza 5   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **\*(5)** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | | **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | **1** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | **2** | 0 | 2 | 4 | 11 | 13 | | **3** | 0 | 3 | 11 | 14 | 22 | | **4** | 0 | 4 | 13 | 22 | 31 | | |
| Tabla adunării în baza 8:   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | +(8) | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | | **0** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | | **2** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | | **3** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | | **4** | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | | **5** | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | | **6** | 6 | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | | **7** | 7 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | Tabla înmulţirii în baza 8   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | \*(8) | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | | **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | **1** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | **2** | 0 | 2 | 4 | 6 | 10 | 12 | 14 | 16 | | **3** | 0 | 3 | 6 | 11 | 14 | 17 | 22 | 25 | | **4** | 0 | 4 | 10 | 14 | 20 | 24 | 30 | 34 | | **5** | 0 | 5 | 12 | 17 | 24 | 31 | 36 | 43 | | **6** | 0 | 6 | 14 | 22 | 30 | 36 | 44 | 52 | | **7** | 0 | 7 | 16 | 25 | 34 | 43 | 52 | 61 | | |

î