Лабораторная работа №3 “Переобучение и регуляризация”

Долматович Алина, 858641

Набор данных ex3data1.mat представляет собой файл формата *.mat (т.е. сохраненного из Matlab). Набор содержит две переменные X (изменения уровня воды) и y (объем воды, вытекающий из дамбы). По переменной X необходимо предсказать y. Данные разделены на три выборки: обучающая выборка (X, y), по которой определяются параметры модели; валидационная выборка (Xval, yval), на которой настраивается коэффициент регуляризации; контрольная выборка (Xtest, ytest), на которой оценивается качество построенной модели.

In [1]:
```
import pandas
from scipy.io import loadmat
import matplotlib.pyplot as pyplot
import numpy as np
import scipy.optimize as optimize
```

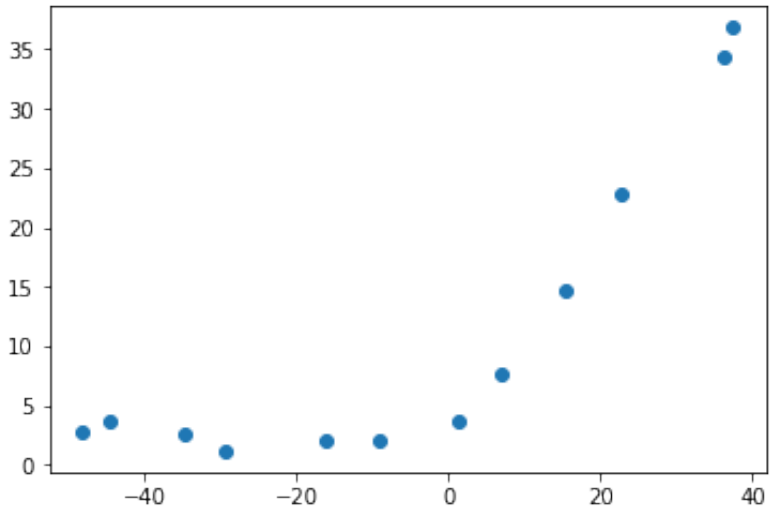
Загрузите данные ex3data1.mat из файла.

In [2]:
```
matData = loadmat('ex3data1.mat')
# print(matData)

x = matData["X"]
y = matData["y"].squeeze()

xValidation = matData["Xval"]
yValidation = matData["yval"].squeeze()

xTest = matData["Xtest"]
yTest = matData["ytest"].squeeze()

print(x.shape, y.shape)
print(xValidation.shape, yValidation.shape)
print(xTest.shape, yTest.shape)

```

```
((12, 1), (12,))
((21, 1), (21,))
((21, 1), (21,))
```

Постройте график, где по осям откладываются X и y из обучающей выборки.

In [3]:
```
pyplot.scatter(x, y)
pyplot.show()
```



Реализуйте функцию стоимости потерь для линейной регрессии с L2-регуляризацией.

In [4]:
```
def h(theta, x):
    return np.dot(theta, x.T)

def costWithL2(theta, x, y, lmbda):
    prediction = h(theta, x)
    difference = prediction - y.squeeze()
    sqareDifference = sum(difference ** 2)
    l2Parameter = lmbda * sum(theta ** 2)
    return (sqareDifference + l2Parameter) / (2*len(y))

def getExtendedData(x, y):
    extendedX = np.hstack((np.ones((len(x), 1)), x))
    theta = np.ones(extendedX.shape[1])
    return extendedX, theta


extendedX, theta = getExtendedData(x, y)
lmbda = 1
cost = costWithL2(theta, extendedX, y, lmbda)
print(cost)
```

```
304.034858887
```

Реализуйте функцию градиентного спуска для линейной регрессии с L2-регуляризацией.

In [5]:
```
def gradientDescentWithL2(theta, x, y, lmbda):
    predictions = h(theta, x)
    gradient = np.dot(x.T, (predictions - y))
    regularization = lmbda * theta
    return (gradient + regularization) / len(y)

gradient = gradientDescentWithL2(theta, extendedX, y, lmbda)
print(gradient)
```

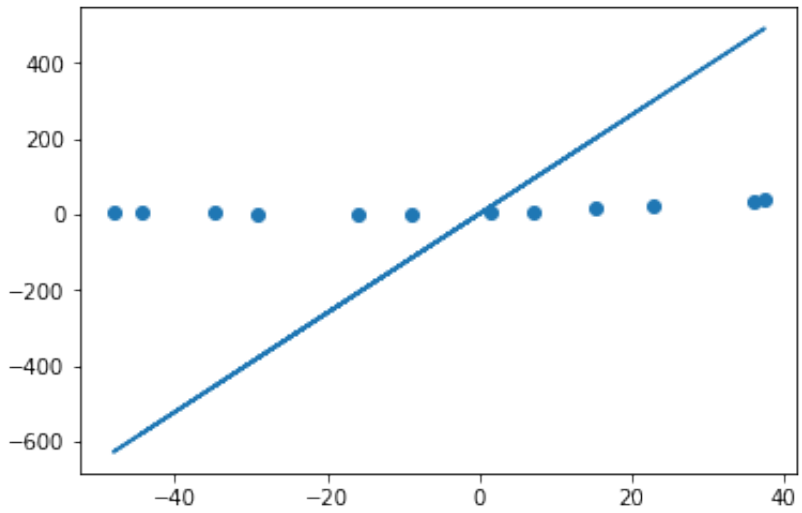
```
[ -15.21968234  598.25074417]
```

Постройте модель линейной регрессии с коэффициентом регуляризации 0 и постройте график полученной функции совместно с графиком из пункта 2. Почему регуляризация в данном случае не сработает?

In [6]:
```
theta = optimize.minimize(costWithL2, theta, (extendedX, y, 0), me
print(theta)
```

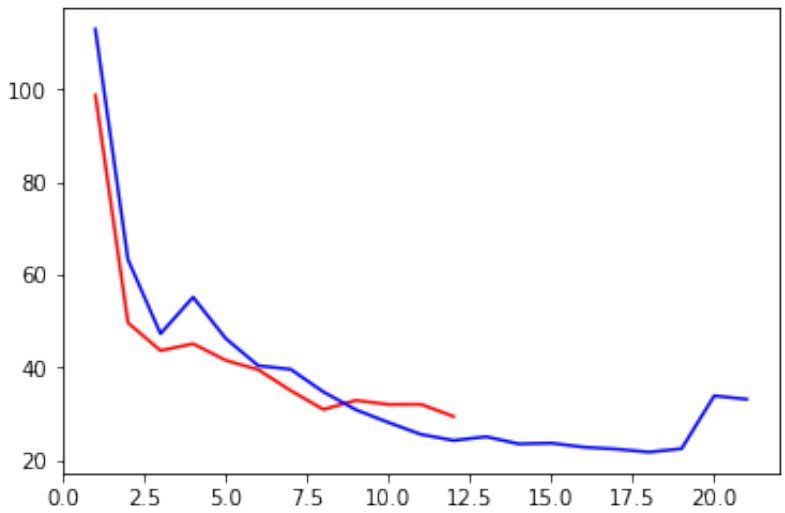
```
[ 13.08773879   0.36777194]
```

In [7]:
```
def lineValue(x, theta):
    return x*theta[0] + theta[1]

pyplot.scatter(x, y)
pyplot.plot(x, lineValue(x, theta))
# pyplot.axis((-60,40,0,50))
pyplot.show()
```



Постройте график процесса обучения (learning curves) для обучающей и валидационной выборки. По оси абсцисс откладывается число элементов из обучающей выборки, а по оси ординат - ошибка (значение функции потерь) для обучающей выборки (первая кривая) и валидационной выборки (вторая кривая). Какой вывод можно сделать по построенному графику?

In [8]:
```
def plotLearningCurves(theta, x, y, lmbda, color="r"):
    counts = []
    costs = []

    for iterationIndex in range(len(x)):
        sliceValue = iterationIndex+1
        counts.append(sliceValue)
        theta = optimize.minimize(costWithL2, theta, (x, y, 0), me
        cost = costWithL2(theta, x[:sliceValue], y[:sliceValue], l
        costs.append(cost)

    pyplot.plot(counts, costs, c=color)

extendedXValidation, thetaValidation = getExtendedData(xValidation

plotLearningCurves(theta, extendedX, y, lmbda, "r")
plotLearningCurves(thetaValidation, extendedXValidation, yValidati

pyplot.show()
```



Реализуйте функцию добавления p - 1 новых признаков в обучающую выборку (X2, X3, X4, …, Xp).

In [9]:
```
def addNewParameters(x, count):
    exist = x.squeeze()
    newParameters = np.zeros((len(x), count-1))
    return np.hstack((x, newParameters))

newX = addNewParameters(x, 2)
print(newX)
```

```
[[-15.93675813   0.        ]
 [-29.15297922   0.        ]
 [ 36.18954863   0.        ]
 [ 37.49218733   0.        ]
 [-48.05882945   0.        ]
 [ -8.94145794   0.        ]
 [ 15.30779289   0.        ]
 [-34.70626581   0.        ]
 [  1.38915437   0.        ]
 [-44.38375985   0.        ]
 [  7.01350208   0.        ]
 [ 22.76274892   0.        ]]
```

Поскольку в данной задаче будет использован полином высокой степени, то необходимо перед обучением произвести нормализацию признаков.

In [10]:
```
#Xnorm = (X - Xmin) / (Xmax - Xmin)

def normalize(x):
    m, n = x.shape

    for columnIndex in range(n):
        column = x[:,columnIndex]
        minValue, maxValue = min(column), max(column)
        denominator = maxValue - minValue if (maxValue - minValue)
        normalizeColumn = (column - minValue) / denominator
        x[:,columnIndex] = normalizeColumn
    return x

normalize(newX)
```

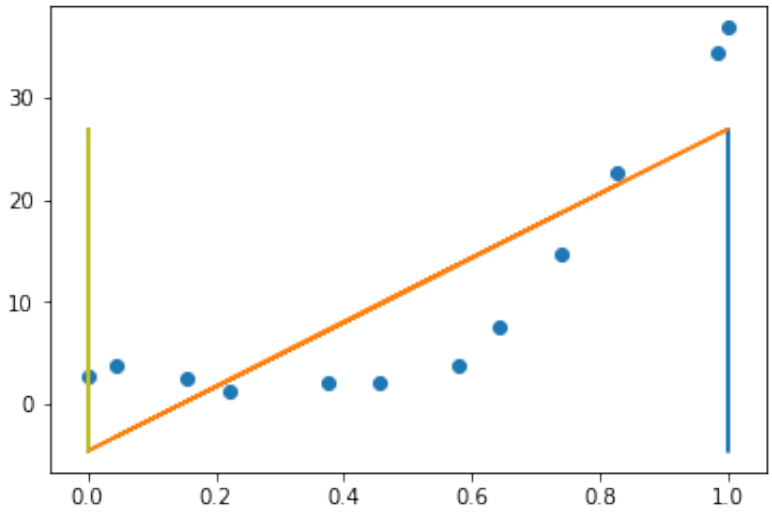
Out[10]:
```
array([[ 0.3754727 ,  0.        ],
       [ 0.22098919,  0.        ],
       [ 0.98477355,  0.        ],
       [ 1.        ,  0.        ],
       [ 0.        ,  0.        ],
       [ 0.45724029,  0.        ],
       [ 0.74068813,  0.        ],
       [ 0.15607721,  0.        ],
       [ 0.57799411,  0.        ],
       [ 0.04295764,  0.        ],
       [ 0.64373673,  0.        ],
       [ 0.8278286 ,  0.        ]])
```

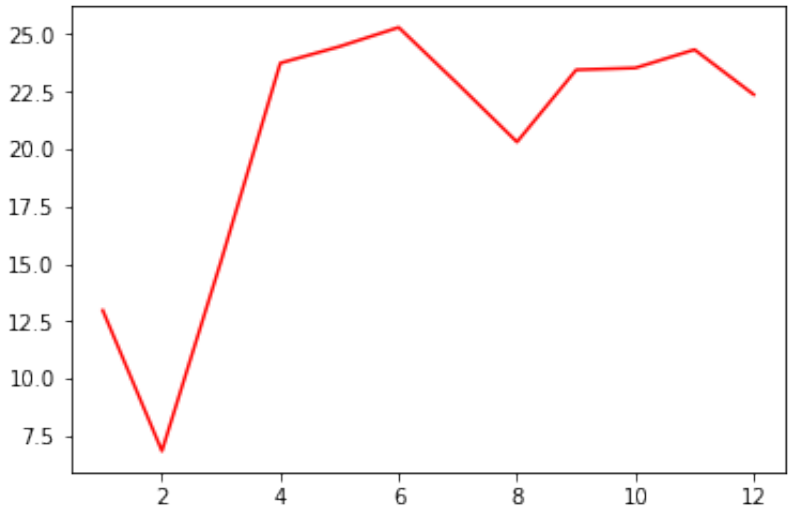
Обучите модель с коэффициентом регуляризации 0 и p = 8.

In [11]:
```
def model(x, lmbda=0, p=8):
    newX = addNewParameters(x, 8)
    normalize(newX)
    extendedNewX, newTheta = getExtendedData(newX, y)

    # gradient = gradientDescentWithL2(newTheta, extendedNewX, y,
    # print(gradient)

    newTheta = optimize.minimize(costWithL2, newTheta, (extendedNe
    return extendedNewX, newTheta

newX, theta = model(x)
```

Постройте график модели, совмещенный с обучающей выборкой, а также график процесса обучения. Какой вывод можно сделать в данном случае?

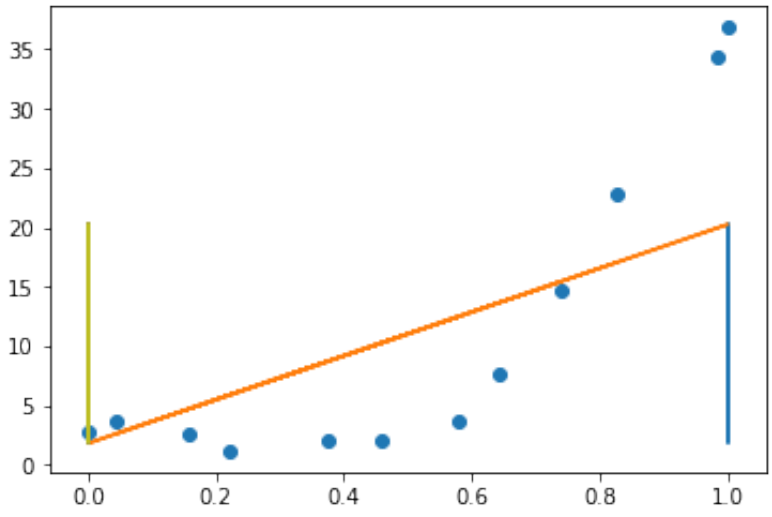
In [12]:
```
def plotModelAndLearningCurves(theta, x, y, lmbda=0):
    pyplot.scatter(x[:, 1], y)
    pyplot.plot(x, h(theta, x))
    pyplot.show()

    plotLearningCurves(theta, x, y, lmbda)
    pyplot.show()

plotModelAndLearningCurves(theta, newX, y)
```

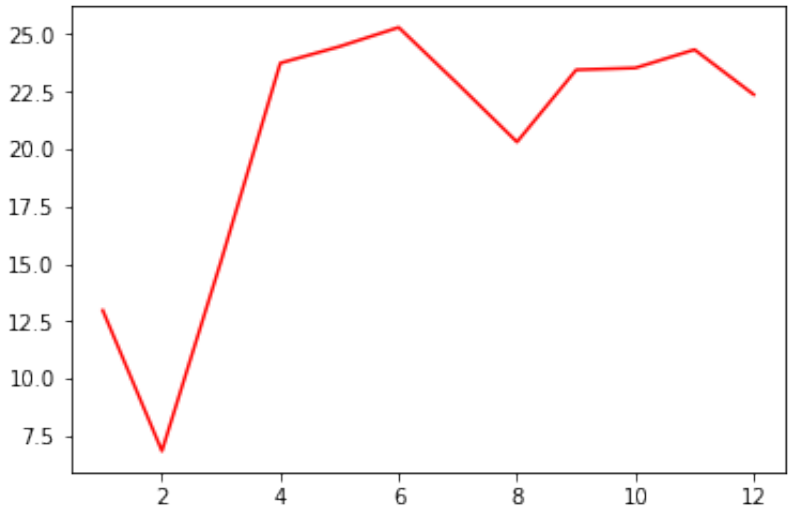




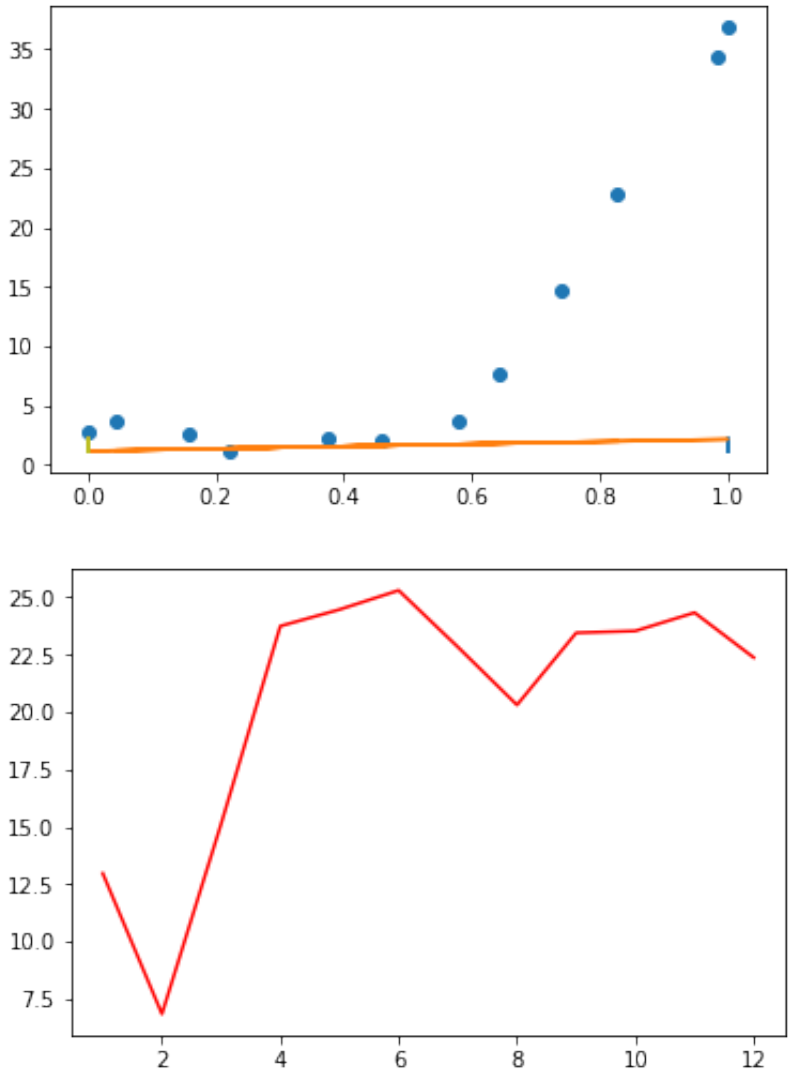
Постройте графики из пункта 10 для моделей с коэффициентами регуляризации 1 и 100. Какие выводы можно сделать?

In [13]:
```
1 newX, theta = model(x, lmbda=1)
2 plotModelAndLearningCurves(theta, newX, y)
```



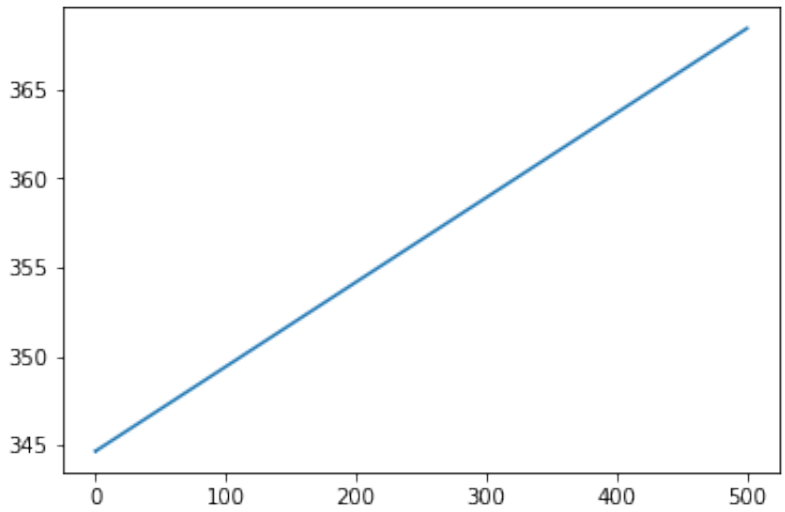


In [14]:
```
1 newX, theta = model(x, lmbda=100)
2 plotModelAndLearningCurves(theta, newX, y)
```



С помощью валидационной выборки подберите коэффиент регуляризации, который позволяет достичь наименьшей ошибки. Процесс подбора отразите с помощью графика (графиков).

In [15]:
```
lmbdaValues = [500, 250, 100, 1, 0.5, 0, 0.01, 0.0001, 0.0000001]

costs = []

for lmbda in lmbdaValues:
    x, theta = getExtendedData(xValidation, yValidation)
    cost = costWithL2(theta, x, yValidation, lmbda)
    costs.append(cost)

pyplot.plot(lmbdaValues, costs)
pyplot.show()
```



Вычислите ошибку (потерю) на контрольной выборке.

In [16]:
```
xResult, thetaResult = getExtendedData(xTest, yTest)
thetaResult = optimize.minimize(costWithL2, thetaResult, (xResult,
cost = costWithL2(thetaResult, xResult, yTest, lmbda)
print(cost)
```

```
30.1205372978
```

Вывод

Переобучение — негативное явление, возникающее, когда алгоритм обучения вырабатывает предсказания, которые слишком близко или точно соответствуют конкретному набору данных и поэтому не подходят для применения алгоритма к дополнительным данным или будущим наблюдениям

Возможные решения при переобучении:

- Увеличение количества данных в наборе;
- Уменьшение количества параметров модели;
- Добавление регуляризации / увеличение коэффициента регуляризации.