

VaR의 실용적 활용: 사후검증의 표본기간과 측정주기 선택 중심으로

빈기범* · 위정범**

〈요 약〉

이 연구에서는 VaR 모형의 실제 적용 과정에서 적절한 측정 방법(표본기간, 측정주기)은 무엇인지를 탐구하여 제시한다. 기존 연구와 차별화되는 특징은 실용적 가치와 용이성을 중시하여 자산에 대한 포지션으로부터 얻는 손익이 독립적 정규분포를 따른다는 가정 하에서 단순히동평균법에 의해 VaR를 추정하는 경우로 한정하였고, 2000년대 자료에 대해서 VaR 적용을 위한 가장 적합한 경험적 법칙을 추구했다는 점이다. 신뢰수준 95%의 VaR 추정을 위한 적절한 측정 방법은 측정주기로서 표준측정법을 사용하고, 표본기간으로는 일간 VaR의 경우 1년, 주간 및 2주간 VaR의 경우에는 2년, 월간 VaR의 경우에는 3년을 선택하는 것으로 나타났다. 여기에서, 표준측정법은 표본의 관찰기간 및 주기를 VaR 모형의 목표기간과 동일한 길이가 되도록 하는 방법을 의미한다. 신뢰수준 99%의 VaR 추정의 경우에는 측정주기로는 95% 신뢰수준과 같은 표준측정법, 표본기간으로는 모든 목표기간에서(2007~2008년의 글로벌 금융위기를 포함할 수 있는) 8~8.5년이 적절한 것으로 나타났다. 이 결론은 2000년 이전의 자료를 분석한 결과에 기초하여 VaR 추정의 적절한 표본기간은 1년을 넘지 않는다고 주장했던 선행연구인 이준행(2000)과 대비된다. 본 연구는 VaR 모형의 측정방법은 일반적으로 목표기간, 신뢰수준 등 관련 조건을 고려하여 선택되어야 한다는 원칙을 재확인해 주었다.

주제어 : VaR, 사후검증, 실패율, 표본기간, 측정주기

논문접수일 : 2017년 05월 30일 논문수정일 : 2017년 07월 19일 논문게재확정일 : 2017년 07월 26일

* 명지대학교 경제학과 부교수, E-mail: bink1@mju.ac.kr

** 교신저자, 경희대학교 경영학과 교수, E-mail: jbw@khu.ac.kr

www.kci.go.kr

I. 서 론

Value at Risk(VaR)는 특정 자산이나 자산 포트폴리오에 대하여 취한 포지션 노출(exposure)이 미리 정해진 목표기간 동안 선택된 신뢰수준 하에서 경험할 가능성이 있는 최대손실로 정의된다. 이 때 VaR 모형의 목표기간과 신뢰수준은 해당 자산이나 포트폴리오에 취한 포지션의 특성과 VaR의 용도에 따라 사전적으로(a priori) 선택되고, VaR의 실제 적용 단계에서는 적절한 측정방법을 필요로 한다.

본 연구는 VaR의 목표기간과 신뢰수준이 주어진 상태에서, 어떤 측정방법 특히 표본기간과 측정주기를 어떻게 선택해야 할 것인지를 고찰한다. 표본기간은 VaR가 과거 역사적 자료(historical data)에 기초하여 추정될 때 이용되는 과거의 시간적 기간을 의미하고, 측정주기는 VaR 추정치가 다시 산출되는 시간 간격을 뜻한다. 상세한 내용은 이후 [그림 1]에서 예와 함께 설명될 것이다.

VaR 측정방법(표본기간 및 측정주기)의 적절성은 VaR 모형의 사후검증(back-testing) 결과를 기준으로 판단된다. 사후검증은 VaR 추정에 사용된 모형이 실제로 해당 포지션의 손익의 분포를 잘 나타내는지 평가하는 작업이다. 따라서, 이 연구는 어떤 표본기간과 측정주기를 선택해야 측정된 VaR가 사후적으로 관찰된 손익의 분포에 대해 가장 적합성을 갖는지 분석하는 것이다. 사후검증은 기존에 널리 사용되고 있는 Christofferson(1998)의 비모수적 방법 및 상대적으로 낮은 제2종 오류 확률을 갖는다는 장점을 가진 모수적 방법을 활용할 것이다.

아울러, 이 연구는 분석 대상 위험의 종류를 시장리스크로 정하고, 분석 범위로는 높은 실용적 가치를 갖는 연구를 추구한다는 취지에 맞추어 실무적인 편리함과 효율성 때문에 널리 사용되는 정규분포를 가정한 단순이동평균법(simple moving average: SMA)에 의해 VaR를 측정하는 경우로 한정하였고, 최근의 환경이 반영될 수 있도록 2000년 이후의 자료를 사용했다.

개인, 소규모 회사 또는 금융기관은 비용 상의 제약으로 인하여 위험관리를 위한 고급 인력을 고용하여 위험관리 시스템을 구축하기 쉽지 않다. 이런 상황에서 기본적인 수준에서라도 VaR 기법을 적용할 수 있다면 누구라도 위험관리에 관한 최소한의 안전장치를 마련할 수 있을 것이다. 단순평균이동법은 통계학에 대한 약간의 지식과 Excel과 같은 스프레드시트 프로그램으로도 쉽게 이용할 수 있으므로 비용 제약에 직면한 많은 경제 주체에게 VaR의 기반이 되는 적절한 모형 또는 방법론이다. 이 논문은 위험관리를 위한 VaR 방법론을 실용적으로 쉽게 적용할 수 있는 방안을 연구하고 제시하였다. 단순이동평균법만 다룬

것은 적절한 집중이라 판단한다.

II. VaR 활용에 있어 현실적 문제점

본격적인 분석에 들어가기에 앞서, 이 장에서는 실무에서 VaR을 사용할 때 사용자들이 겪는 일부 불완전한 이해나 혼란 사례를 소개하면서 연구의 필요성 및 배경을 설명하고자 한다.

1. VaR 모형의 실제 적용과정에서 발생하는 어려움

VaR 모형의 개념에 관한 불완전한 이해나 적용은 때로 혼란이나 착오를 초래할 수 있다. 저자들이 경험한 몇몇 사례는 다음과 같다.

[사례 1] 추정된 VaR보다 큰 손실이 발생하면 리스크관리는 실패한 것인가?

VaR는 사실상 특정 자산이나 자산 포트폴리오에 대한 포지션이 갖는 미래 손익 확률 분포에서 정해진 신뢰수준에 상응하는 분위수(quantile)이다(VaR는 손실을 나타내나 일반적으로 절대값으로 표시될 때 더 편리하며, 이 연구에서도 VaR는 별도 언급이 없는 경우에는 절대값을 의미한다. 즉 기준이 손익이 아닌 손실이므로 -1억 원 손익은 1억 원 손실이다. 음의 손실은 이익이다.). 결국, VaR의 유의수준(= 1-신뢰수준)은 실제 손실이 사전에 추정된 VaR(이는 하나의 수치)보다 클 확률이다. 실제 손실이 VaR를 초과하는 상황은 언제든지 발생할 수 있으며, 유의수준이 0이 아니면(유의수준이 0인 VaR는 무의미) VaR를 초과하는 손실이 유의수준과 같은 빈도(또는 확률)로 발생할 것으로 기대할 수 있다. 예를 들어, 유의수준이 5%라면, VaR을 100회 적용하면 5회 정도의 예외(실제손실이 VaR를 초과하는 상황)가 발생할 것으로 기대되며, 만약 예외의 수가 5회와 현저히 다르다면 모형의 적합성이 재검토되어야 한다. 그러나, VaR 모형의 적합성을 검토하는 사후검증(back-testing)의 중요성은 실무에서 빈번히 간과되기도 한다.

비슷한 문제가 VaR와 비슷한 개념을 유동성리스크 관리에 적용한 CaR(cashflow at risk)에서도 관찰된다. CaR는 어떤 기관의 월간 실제 수지차(지출에서 수입을 차감한 금액)가 예상 수지차를 초과하는 금액을 확률변수로 간주하고, 그 분포 안에서 (VaR와 비슷하게) 특정 유의수준의 분위수를 나타내는 통계량이다. CaR는 그 기관이 보유해야 할 유동성 버퍼(buffer)의 하한으로 간주되곤 하나, 사실 모형 자체는 기관에 의해 보유되는 유동성

버퍼 금액이 CaR에 미달하는 사건이 유의수준과 같은 확률로 발생할 것으로 기대한다.¹⁾

더욱이 CaR는 필요한 유동성 버퍼를 과대평가하는 문제를 수반하기도 한다. 대다수의 기관 또는 가계는 정도의 차이는 있으나, 지출의 시기나 금액을 수입에 맞추어 통제할 수 있는 능력을 갖고 있다. 이 경우 실제 수지차와 예상 수지차의 차이는 순전히 우연에 의해 결정되는 확률변수가 아니며, 따라서 관찰되는 금액은 대부분 음수인 경향이 있다(즉, 유동성 부족은 드물게 발생). 이런 상황에서는 실제 수지차와 예상 수지차의 표준편차 대신, 관찰값 가운데 양(+)의 수치만을 사용하는 하방 표준편차(semi-standard deviation)를 사용하거나 또는 전통적인 유동비율(= 유동자산/유동부채) 등을 사용하여 유동성리스크를 관리하는 것이 더 적절할 수 있다.

[사례 2] VaR의 목표기간은 어떻게 선택되어야 하는가?

실무에서 VaR의 목표기간은 유사한 목적과 성격의 포지션들 사이에서도, 사용자의 판단에 따라 매우 다양하게 선택되곤 한다. 먼저, VaR의 목표기간은 포지션 성과의 보고주기보다 길어야 하고 재조정(rebalancing) 주기보다는 짧아야 한다. 만약 목표기간이 보고주기보다 짧으면 포지션관리의 성과를 제대로 확인할 수 없고, 만약 목표기간이 재조정주기보다 길면 목표기간 종료 전에 포지션이 변동되어 오염된 자료를 얻게 된다. 또한 VaR의 목표기간은 포지션 변경에 소요되는 기간을 반영해야 한다. 예를 들어, 어떤 포지션이 높은 유동성을 가진 자산으로 이루어지고 관리주체가 빈번하게 포지션을 변경하는 경우에는, VaR의 목표기간은 짧아야 한다. 대조적으로 은행의 대출자산 등은 일반적으로 낮은 유동성을 갖고 있으므로 그 VaR는 긴 목표기간을 가져야 할 것이다.

[사례 3] VaR의 신뢰수준이 높을수록 더 보수적인 위험관리가 보장되는가?

VaR의 신뢰수준은 실제 손실이 VaR보다 더욱 클 확률을 의미하므로, 더 높은 신뢰수준이 적용될수록 추정된 VaR 값은 증가한다. 만약 관리 주체가 측정된 VaR에 연동하여 더 많은 자기자본을 확보하는 등의 대응을 취한다면, 더 높은 신뢰수준을 선택함으로써 더 보수적인 리스크 관리를 달성할 수 있다. 그러나, 만약 VaR를 단순히 감내할 수 있는

1) 이러한 인식에 입각하여 빈기범, 서은숙(2010)은 VaR 방법론을 적용하여 공공기관인 한국증권금융이 관리하는 투자자예탁금(고객예탁금)의 위험관리 방안 및 관련 규제를 논의한 바 있다. 투자자예탁금은 현금 잔고이고 현금 가치는 변화가 없으므로 투자자예탁금의 유출과 유입에 의하여 그 규모가 결정된다.

최대손실로 인식한다면, 더 높은 신뢰수준이 반드시 더 안정적인 리스크 관리를 담보하는 것은 아니다.

[사례 4] VaR는 “정상적” 상황에서 발생할 수 있는 최대손실이므로, VaR 측정에 사용되는 표본에서, 예를 들어, 금융위기 기간은 제외되어야 하는가?

VaR는 ‘극단적인(비정상적인) 상황을 제외한 정상적 상황에서’ 입을 수 있는 최대 손실로 이해될 수 있다. 따라서 VaR 사용자가 금융위기를 비정상적 상황으로 간주하더라도, 일반적으로 표본에 금융위기 기간의 자료를 포함시켜야 한다. 이렇게 해서 측정된 VaR는 (유의수준과 비슷한 확률로 발생할 수 있는) 금융위기 같은 극단적 상황을 제외하고, 해당 포지션이 입을 수 있는 최대 손실을 알려줄 것이다. 따라서, 특정 자료를 비정상적 상황이었다는 이유로 표본으로부터 제외하는 것은 신중히 결정되어야 한다.

[사례 5] VaR 소진율로써 리스크관리를 완벽히 수행할 수 있는가?

VaR 모형을 이용한 리스크 관리는 통상적으로 연초에 당해 연도에 준수되어야 할 VaR 한도를 정해놓고 연중에는 실제 VaR가 이 한도를 넘지 않도록 통제하는 형태를 갖춘 한다. 이 때 VaR 소진율(= 연중 실제 VaR/연초 자산배분 시 설정된 VaR 한도)은 편리한 관리지표이다. VaR 소진율이 낮을수록 포트폴리오의 안정성은 높고, 100% 이내로 유지된다면 연초의 위험관리 목표를 달성하고 있다고 간주될 수 있기 때문이다.

그러나 때로 VaR 소진율은 리스크 관리 성과와는 무관한 수치일 수 있다. 예를 들어 단순히 시장의 상황이 변해서(연중 동일한 포지션이 유지된 경우에도) VaR 소진율이 100%로부터 벗어날 수 있다. 즉, 단순히 시장의 변동성이 변화한 데 기인하여, 연초의 자산배분 시 사용된 자료(예를 들어 과거 1년의 기간)에 기초하여 측정된 VaR 한도에 비해 연중 어떤 시점을 기준으로(직전 1년 동안의 자료에 기초하여) 측정된 VaR가 크거나 작을 수 있다.

더욱이, 연초에 VaR 한도 계산에 사용된 표본과 연중 VaR 계산에 사용된 표본의 성격이 다른 경우도 목격된다. 예를 들어 연초 자산배분 시 VaR 한도는 과거 10년 동안의 자료에 기초하여 계산되고 연중의 VaR값은 최근 6개월 동안의 자료에 기초하여 계산된다면, VaR 소진율 척도의 유용성은 (VaR의 추정치가 표본기간의 길이에 따라 현저하게 다를 수 있다는 이 연구의 결과에 비추어 볼 때) 현저히 감소할 것이다.

[사례 6] 포지션의 관리가 short-fall 리스크에 기초하여 이루어지는 경우, VaR 한도는 적절히 계산되고 있는가?

Short-fall 리스크는 어떤 포지션의 목표기간 말의 가치가 목표기간 초의 가치를 하회할 확률로 정의된다. 예를 들어, 연초의 자산배분 시 short-fall 리스크가 1%보다 낮아야 한다는 조건이 주어졌고, 실제로 선택된 포지션의 short-fall 리스크가 0.5%라고 가정하자. 이 경우에 VaR 한도는 실제로 선택된 포지션을 기준으로 측정되어야 하며, 1%의 short-fall 리스크를 전제로 측정되면 안 된다. 즉, VaR 소진율은 자산배분 시 실제로 선택된 포트폴리오에 기초하여 측정된 VaR 한도에 대한 실제 VaR의 비율이어야 한다.

이 외에도 VaR 모형의 실제 적용과정에서는 다양한 혼란이나 착오가 존재할 것으로 보인다. 실무자들이 본 연구를 참고하여 이런 문제들을 인식하고 개선할 수 있는 방안을 찾을 수 있기를 기대한다.

2. VaR의 목표기간과 신뢰수준 및 표본기간과 측정주기

VaR는 목표기간 동안 주어진 신뢰수준에서 발생할 수 있는 최대 손실이므로, 서론의 [사례 2]와 [사례 3]과 같이 목표기간과 신뢰수준의 선택은 대단히 중요한 사안이다. 원칙적으로 이들은 자산에 대해서 취하고 있는 포지션의 성격과 VaR의 용도에 따라 결정되어야 한다.

예를 들어, VaR가 포지션에서 발생할 수 있는 실제 손실을 가급적 정확히 예측하기 위한 수단이라면, 목표기간은 포지션 재조정(rebalancing) 필요성이 인식된 후 완료될 때까지 소요되는 시간보다 짧은 것이 바람직하다(예: 투자 포트폴리오). 이 때 신뢰수준도 모형의 사후검증에 유리하도록 상대적으로 낮게, 예를 들어 99%보다는 95%로 설정될 수 있다. 만약 신뢰수준이 95%이면 최소 1회의 예외 발생을 기대할 수 있는 표본의 최소 크기는 20개 관찰치이지만, 만약 신뢰수준이 99%이면 적어도 100개의 관찰치가 필요하기 때문에, 신뢰수준이 높을수록 사후검증에 수반되는 어려움도 늘어난다. 또한 VaR의 유의수준(= 1-신뢰수준)은 VaR 모형이 적합함에도 불구하고 기각하는 제1종 오류의 확률을 의미하므로, 신뢰수준이 높을수록 제1종 오류의 확률은 감소하나 VaR 모형이 적합하지 않음에도 불구하고 모형을 받아들이는 제2종 오류의 확률은 증가한다는 점도 고려되어야 한다.

반면, 만약 VaR가 금융기관의 지급능력을 유지하기 위해 요구되는 자본을 추정하기 위한 수단이면, 목표기간은 포지션의 정상적 청산에 소요되는 기간을 감안하여 상대적으로 길게 설정되어야 한다(예: 은행의 BIS 자기자본규제). 신뢰수준도 보수적 견지에서 상대적

으로 높은 수준인 99% 등이 선호될 수 있다.

일단 목표기간과 신뢰수준이 정해지면, 다음에는 측정방법의 선택 문제가 대두된다. 측정방법의 주요 요소인 표본기간(sample period)과 측정주기(measurement window)의 선택은 다음 요소들을 고려하여 결정되어야 한다. 먼저, VaR 모형은 표본기간이 길수록 경기변동이나 시스템적 신용경색 등 위험 요인의 장기적 양상을 잘 반영할 수 있으나 최근의 경제 상황을 신속하게 그리고 비중 있게 반영하지 못한다(역으로, 표본기간이 짧으면 반대 양상을 보인다). 자료의 측정주기는 이론적으로는 목표기간과 동일해야 하나, 실제로는 관찰치의 수, 측정의 편의성 등을 고려하여 결정되어야 한다. 예를 들어, 주어진 표본에서 측정주기가 길면 관찰치가 적을 수밖에 없으며 지나치게 작은 표본은 추정치의 불확실성을 높이면서 신뢰성을 저해할 수 있기 때문이다.

이 논문에서 측정주기가 무엇을 의미하는지 다음의 예로써 구체적으로 설명해보자. 예를 들어, 어떤 기관이 주식 포지션의 VaR 목표기간을 1주(5영업일)로 정하고, 표본으로서 251 영업일을 포함하는 지난 1년의 자료를 선택한다고 가정하자. 이 때, 자료의 측정주기는 아래 [그림 1]의 세 방법 가운데 하나가 될 수 있다.

[그림 1]에서 (A)의 “표준측정법”은 표본의 제6일부터 지난 5일(제1일~제6일) 동안의 수익률을 측정하기 시작하여, 이후 5일 간격으로(즉, 제11일, 제16일, ..., 제251일에) 각각 5일 구간의 수익률을 측정한다. (B)의 “중복구간측정법”은 제6일에 지난 5일 구간의 수익률을 측정하기 시작하여, 이후 일별로(즉, 제7일, 제8일, ..., 제251일에) 각각 5일 구간의 수익률을 측정한다. 이 경우 수익률 측정 윈도우가 중첩되며 수익률간 강한 상관관계가 나타날 것이다. (C)의 “기간확장측정법”은 제2일부터 일별로(즉, 제2일, 제3일, ..., 제251일에) 일간수익률을 측정하고, 주간 VaR를 일간 VaR의 $\sqrt{5}$ 배로 계산한다.

첫째, 목표기간과 동일한 주기로 자료를 측정해야 한다는 이론적 원칙에 충실한 패널(A)의 측정주기가 고려될 수 있다. 이는 표본의 제6일부터 지난 5일(제1일~제6일) 동안의 수익률을 측정하기 시작하여, 이후 5일 간격으로(즉, 제11일, 제16일, ..., 제251일에) 각각 지난 5일 구간의 수익률을 측정하는 것을 의미한다. 이 때 표본은 50개의 관찰값을 포함한다. 표본의 관찰값을 VaR의 목표기간과 동일한 길이의 구간에 대해 측정하고, 관찰주기도 VaR의 목표기간과 같도록 유지하는 이 방법은 이론을 충실히 따른다는 장점을 갖고 있으나, 다른 방법들에 비해 표본의 관찰값의 수가 작다는 단점도 있다. 이 방법은 본고에서 지금부터 ‘표준측정법’으로 지칭될 것이다.

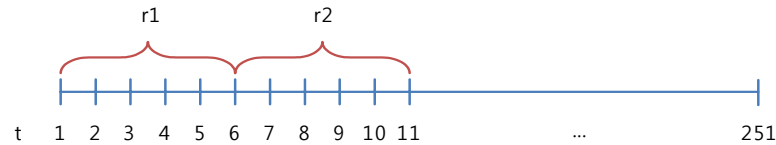
둘째, (B)와 같이 표본의 관찰값을 VaR의 목표기간과 동일한 길이의 구간에 대해 측정하나 관찰주기는 1일로 하는 방법이 존재한다. 즉, 수익률 측정 윈도우가 5일 간 수익률을

측정하지만 1일씩 이동하면서 5일간 수익률이 얻는 방식이다. 이 방법은 제6일에 지난 5일 구간의 수익률을 측정하기 시작하여, 이후 일별로(즉, 제7일, 제8일, ..., 제251일에) 각각 지난 5일 구간의 수익률을 측정하며, 246개의 관찰값을 제공한다. 이는 표준측정법보다 많은 관찰값을 제공하기 때문에 사용가능한 표본기간이 짧을 때 유용할 수 있으나, 인접한 수익률 자료들이 중복된 구간에 대해 측정되기 때문에 자료의 자기상관(autocorrelation) 문제를 수반한다. 이 측정주기는 본고에서 ‘중복구간측정법’으로 지칭될 것이다.

셋째, 패널 (C)와 같이 표본의 관찰값을 통상적인 기본 시간단위인 1일 동안의 수익률로 1일 간격으로 측정한 후, 목표기간의 수치로 변환하는 방법이 있다. 이 방법은 일간수익률을 제2일부터 일별로(즉, 제2일, 제3일, ..., 제251일에) 측정하며, 250개의 관찰값을 제공한다. 이 때, 예를 들어 목표기간 5일의 VaR는, 만약 시계열이 안정성(stationarity) 가정 및 등분산성(homoskedasticity)을 충족하면, 추정된 일간 VaR의 $\sqrt{5}$ 배로 측정될 수 있다. 이 방법은 자기상관이 없는 비교적 많은 관찰값들을 사용한다는 장점을 갖고 있으나, 일간수익률들이 모두 독립적이고 동일한 분포(i.i.d.)를 따른다고 가정하는 한계점을 갖고 있다.²⁾ 이 방법은 ‘기간확장측정법’으로 불릴 것이다.

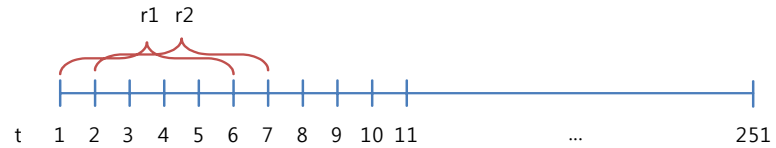
[그림 1] VaR 모형의 측정주기 예시-주간 VaR 사례

(A) 표준측정법



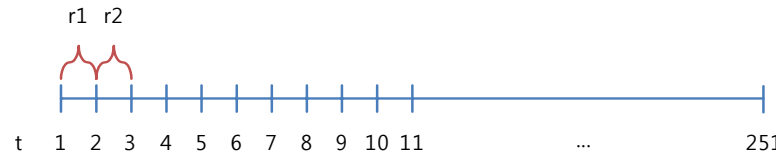
관찰값수:
50개

(B) 중복구간측정법



관찰값수:
246개

(C) 기간확장측정법



관찰값수:
250개

2) 하지만, 효율적인 금융시장 특성상 겹치지 않는 시간 구간의 수익률간 상관관계가 나타나기는 어렵다.

이 연구에서는 VaR 모형의 사후검증을 통해, 여러 가지 목표기간 및 신뢰수준별로 가장 적절한 표본기간과 측정주기가 무엇인지 2000년대의 일별 자료를 사용하여 경험적으로 탐색한다. 이 논문의 이후 구성은 다음과 같다: 제Ⅲ장은 VaR의 측정방법 선택을 분석하는 연구의 방향을 도출하고 선행연구를 정리한다. 제Ⅳ장은 이 연구에서 사용된 VaR의 사후검증 방법론을 설명한다. 제Ⅴ장은 95% 및 99% 신뢰수준의 VaR의 추정에서 목표기간과 신뢰수준 별로 적절한 표본기간 및 측정주기의 선택을 탐색한다. 제Ⅵ장은 결론이다.

Ⅲ. 연구의 필요성 및 문헌연구

이 절은 먼저 측정방법(표본기간, 측정주기)에 따라 VaR 추정치가 상당한 정도로 달라질 수 있음을 예시함으로써, 본 연구의 의의와 필요성을 보여준다. 우리는 2001년 7월 1일~2015년 6월 30일의 15년 동안의 한국종합주가지수(KOSPI)의 일별 자료를 사용하여, 다양한 기준 시점, 표본기간(1년, 2년, 3년, 5년, 10년, 15년), 목표기간(1일, 1주, 2주, 1개월), 측정주기(표준측정법, 중복구간측정법, 기간확장측정법)를 적용하여 KOSPI 수익률의 변동성(표준편차)을 추정해 보았다.

<표 1>은 이 가운데 가장 최근인 2015년 7월 1일을 기준일로 하는 추정 결과를 이용하여, 측정방법의 선택이 어떻게 변동성 추정치에 영향을 주는지 예시한다(<부록>에는 목표기간, 표본기간, 측정주기별로 추정결과가 더 상세하게 수록되어 있다). <부록>에서 변동성은 주어진 목표기간 하에서 측정주기보다 표본기간의 선택에 더 민감한 것으로 나타나기 때문에, <표 1>은 변동성이 표본기간에 따라 달라지는 양상을 요약적으로 보여준다(수치는 연율화되지 않았음). 여기에서, 추정된 변동성은 10년 이하의 표본기간에서는 표본기간이 길수록 증가하나 표본기간이 10년 이상으로 더 길어지면 오히려 감소한다. 결국, VaR의 추정에서 적절한 표본기간의 선택은 매우 중요하며, 하나의 VaR 체계 하에서는 표본기간의 일관성을 유지해야 할 필요가 있다.

따라서, 만약 서론의 [사례 5]와 같이 연초에 결정되는 VaR 한도는 10년 동안의 자료에 기초하여 측정되고 연중의 VaR는 6개월의 자료에 기초하여 측정된다면, VaR 소진율의 유용성은 제한적일 것이다. 또한, 표본기간의 선택에서는 [사례 4]에 제시된 것처럼 금융위기 기간의 포함 여부도 중요한 문제이다. 이 연구에 사용된 2000년대 자료에는 글로벌 금융위기와 유럽 재정위기 등이 관련되어 있으며, 이 문제는 이후로 상세히 논의한다.

<표 1> 표본기간 선택의 효과

2001년 7월 1일~2015년 6월 30일 기간의 일별 KOSPI 수익률 자료를 이용하여 표준편차를 계산하였다. 각 변동성 추정치는 해당 목표기간 수익률의 표준편차이며, 연율화되지 않았다.

(2015년 7월 1일 기준)

목표기간	표본기간					
	1년	2년	3년	5년	10년	15년
1일	0.27%	0.29%	0.32%	0.44%	0.59%	0.27%
1주	0.65%	0.65%	0.73%	0.99%	1.31%	0.65%
2주	0.93%	0.88%	0.99%	1.37%	1.84%	0.88%
1월	1.27%	1.23%	1.33%	1.89%	2.64%	1.27%

아울러, 우리는 <부록>에 설명된 사전조사에서 몇 가지 정형화된 사실을 발견하고, 이 연구의 분석에 반영했다. 첫째, 추정된 평균수익률은 표본기간이나 측정주기에 따라 크게 다르지 않으므로, 이 연구는 상대 VaR만 분석하고 별도로 절대 VaR는 다루지 않았다. (상대 VaR는 포지션의 평균수익으로부터의 상대적 손실로 측정되고, 절대 VaR는 0의 수익을 기준으로 측정된 손실이다.) 둘째, 기간확장측정법 및 중복구간측정법의 추정치는 모든 목표기간에서 (가장 이론적 원칙에 충실한) 표준측정법의 추정치로부터 상당한 편차를 보였기 때문에, 위 두 대안적 방법들 가운데 어느 하나가 특별히 우수하지 않은 것으로 판단된다. 따라서 후술되는 분석에서는 표준측정법, 그리고 태생적 자기상관문제로부터 자유로운 기간확장측정법만 적용되었다.

VaR 모형의 적절한 측정방법을 경험적으로 탐색하려고 시도했던 선행연구들은 국내·외에 다수 존재한다. 예를 들어, Sarma, Thomas, and Shah(2003)는 미국 S&P500 지수와 인도 NSE50 지수 자료를 사용하여, 단순이동평균모형, 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average: EWMA) 모형, GARCH 모형, 그리고 HS(historical simulation)모형을 비교하여, EWMA 모형이 VaR를 가장 정확하게 측정한다고 보고했다. 또한 Drakos, Kouretas, and Zarangas(2015)는 1995~2013년의 미국, 유럽, 일본의 주가지수 자료를 이용하여, 조건부 자기회귀 VaR(conditional autoregressive value at risk)모형의 예측력을 분석하였다. 그들의 VaR 모형의 예측력은 2007~2009년의 글로벌 금융위기 이전, 기간 중, 이후 별로 그리고 모형별로 차이를 보인다고 보고했다.

국내 연구로서, 이준행(2000)은 1985~1999년의 한국 주식시장 자료를 사용하여 단순이동평균법, 지수가중이동평균법, 역사적 시뮬레이션법으로 VaR를 추정하여, 적절한 표본기간은 1년을 넘지 않는다고 주장했다. 조담(2004)은 1990~2004년의 KOSPI200 자료를 사용하여 단순이동평균법, 지수가중이동평균법 및 GARCH(1, 1) 모형에 의해 추정된 VaR에 대해서

사후검증하였다. 그는 적절한 모형은 VaR의 신뢰수준에 따라 다르며, 일반적으로 예외 발생의 시간적 독립성은 지지되지 않는다고 보고했다. 이근영(2006)은 1990~2006년의 KOSPI와 회사채 자료를 분석하여, 사후적인 예외의 발생빈도인 실패율(failure rate)이 사전적인 유의수준에 근접하는 정도는 표본 내 분석의 경우에는 우수하나 표본 외 예측의 경우에는 외환·금융위기의 영향으로 전반적으로 낮다고 보고했다. 그리고 이상진, 빈기범(2008)은 1990~2007년의 유가증권시장 자료를 사용하여 VaR 모형들을 분석하여, 다변수 모형인 DCC(dynamic conditional correlation) 방법에 의한 추정치가 유의수준에 가장 근접한 실패율을 보인다고 보고했다.

본 연구는 선행연구들에 비해 VaR의 실무적 유용성에 초점을 맞추고, 가장 적절한 표본기간과 측정주기의 선택을 탐색했다. 이를 위해, VaR 추정모형으로는 단순성과 편리함 때문에 실무에서 널리 사용되는 단순이동평균법만을 고려하였고, 최근의 금융시장 환경이 반영된 결론을 얻을 수 있도록 2000년 이후의 자료를 사용했다. 또한 VaR의 사후검증은 선행연구에서 널리 사용된 Christofferson(1998)의 실패율의 일치성과 예외 발생의 시간적 독립성을 검증하는 비모수적 방법, 그리고 일반적으로 더 낮은 제2종 오류 확률을 갖는 모수적 방법에 의한 변동성 추정의 일치성 검증에 의해 수행되었으며, 이 방법들은 다음 절에서 설명된다.

IV. VaR 모형의 사후검증 방법론

이 연구는 두 가지 방법으로 VaR 모형의 사후검증을 수행했다. 첫째, Christofferson (1998)의 우도비 검정(likelihood-ratio test)은 VaR의 사후적 실패율이 사전적으로 선택된 유의수준과 일치하는지(unconditional coverage) 그리고 실제 손실이 추정된 VaR 값을 초과하는 예외 사건이 독립적으로 발생하는지(independence)를 검증하는 분석이다.³⁾

이 방법은 세 개의 검정통계량을 필요로 한다. 먼저, 실패율의 일치성(unconditional coverage) 검증을 위한 우도비율 통계량인 LR_{uc} 은 아래 식과 같이 정의되며, 이 통계량은 실패율(실패 시 1, 그렇지 않으면 0인 확률변수의 기대치)이 유의수준과 일치한다는 귀무가설 하에 점근적으로 $\chi^2(1)$ 분포를 따른다. 단, p 는 VaR 유의수준, T 는 검증표본의 크기, N 은 검증표본 중에서 예외의 빈도이다.

$$LR_{uc} = -2\ln(1-p)^{T-N} p^N + 2\ln\left[\left(1-\frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N\right] \sim_{asymptotic} \chi^2(1)$$

3) 이는 실패율의 일치성만을 검증한 Kupiec(1995)의 방법론을 개선한 것이다.

다음으로, 예외의 시간적 독립성(independence)을 검증하는 통계량 LR_{ind} 은 아래와 같이 정의된다. 검증표본에서 예외에 해당하는 관찰값을 1, 예외가 아닌 관찰값을 0으로 표시한다. 검증표본 안에서 직전 관찰값이 i 일 때 현재 관찰값이 j 으로 실현된 수를 T_{ij} 로 표시한다.⁴⁾ 이 때 통계량 LR_{ind} 은 예외 독립성의 귀무가설 하에서 역시 점근적으로 $\chi^2(1)$ 분포를 따른다.

$$LR_{ind} = -2\ln \left\{ \left(1 - \frac{T_{01} + T_{11}}{T_{00} + T_{10} + T_{01} + T_{11}} \right)^{T_{00} + T_{10}} \cdot \left(\frac{T_{01} + T_{11}}{T_{00} + T_{10} + T_{01} + T_{11}} \right)^{T_{01} + T_{11}} \right\} \\ + 2\ln \left\{ \left(1 - \frac{T_{00}}{T_{00} + T_{01}} \right)^{T_{00}} \left(\frac{T_{00}}{T_{00} + T_{01}} \right)^{T_{01}} \left(1 - \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \right)^{T_{10}} \left(\frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \right)^{T_{11}} \right\} \\ \sim_{asymptotic} \chi^2(1)$$

마지막으로, 이 두 통계량의 합인 $LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$ 는 실패율 일치성과 예외 독립성의 결합가설(conditional coverage)을 검증하기 위한 통계량으로 귀무가설 하에서 점근적으로 $\chi^2(2)$ 분포를 따르게 된다. 즉, 이 통계량은 실패율이 실제로 유의수준과 일치하는지 그리고 예외가 시간적으로 독립적으로 발생하는지를 결합적으로 검증한다. 예를 들어, 만약 신뢰수준 95%의 VaR가 100회 추정되었으면, 사용된 VaR 모형이 적합하다고 사후적으로 판단되려면 실제 손실이 VaR를 초과하는 사건의 빈도는 5회 정도이고 이런 예외는 시간의 흐름에 따라 무작위로 발생해야 한다. 한편, 무작위로 발생하지 않은 상황은 예외가 한 번 발생하면 연이어 군집하여 발생하는 경향성이 있는 것이다.

둘째, 이 연구는 포지션의 손익이 정규분포를 따른다고 가정하는 모수적(parametric) 접근법에 기반을 두어, 단순한 분위수가 아닌 표준편차를 이용하여 가정된 확률분포의 적합성을 검증할 수 있다. 이 방법은 앞의 방법에 비해 상당히 낮은 제2종 오류 확률을 갖는 것으로 알려져 있다.⁵⁾ 구체적으로, 이 연구의 표본에서 KOSPI 수익률의 각 관찰값 r_t 의 표준편차 추정치 s_t 에 대한 비율 $\epsilon_t = r_t/s_t$ 를 정의한다. ϵ_t 의 분산 $V(\epsilon) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{r_t}{s_t} \right)^2$ 과 표본크기 T 의 곱인 아래 검정통계량은 점근적으로 T 의 자유도를 갖는 χ^2 -분포를 따른다.

$$V(\epsilon)T \sim_{asymptotic} \chi^2(T)$$

4) T_{00} , T_{01} , T_{10} , T_{11} 의 4가지가 나온다.

5) Jorion(2001), pp. 143-145 참고.

이 연구에서 검증표본의 크기는 VaR 모형의 조건에 따라 다르나 각각 최소 2,000여 개의 관찰값으로 구성되어 있으므로, 이 통계량은 정규분포를 따르는 아래와 같은 검증 통계량으로 단순화될 수 있다.

$$BT_{\text{norm}} = \frac{V(\epsilon) - 1}{\sqrt{2/T}} \sim_{\text{asymptotic}} N(0,1)$$

통계량 BT_{norm} 은 표준정규분포에 기초한 양측검증에 의해 VaR 모형의 적합성을 검증하는데 사용될 것이다.

VaR 모형의 사후검증은 목표기간 및 신뢰수준 별로 표본기간과 측정주기를 달리하면서 수행된다. 목표기간은 1일, 1주(5일), 2주(10일), 1개월(20일), 신뢰수준은 95%와 99%로 구분되고, 표본기간은 1년, 2년, 3년, 4년, 5년, 10년, 15년(전체 표본), 측정주기는 표준측정법과 기간확장측정법을 포함한다.

연구의 표본은 2001년 7월 1일~2015년 6월 30일의 15년 동안 한국종합주가지수(KOSPI)의 일별 자료이다. 이 기간은 1997년의 외환·금융위기에 기인한 경제의 구조적 변화 이후, 2000년대 초반의 강세시장, 2003년 즈음의 국내 카드채 위기, 2008년 미국 서브프라임 및 글로벌 금융위기 및 2010년의 유럽 재정위기를 포함한다. 따라서, 이 표본은 가장 최근의 변화하는 글로벌 경제와 금융시장의 위험 양상을 잘 반영할 것으로 기대된다.

구체적으로, VaR 모형의 사후검증은 다음과 같은 방법으로 이루어졌다. 예를 들어 1년의 표본기간에 기초한 주간 VaR를 사후검증한다고 가정하자. 첫 번째로 측정되는 주간(weekly) VaR는 2001년 7월의 첫 영업일 기준으로 2000년 7월 1일~2001년 6월 30일의 자료에 기초하여 추정된다. 이 때 표준측정법은 1년의 표본기간에 포함된 약 50개의 KOSPI 주간수익률 자료를 사용하고, 기간확장측정법은 약 250개의 KOSPI 일간수익률 자료를 사용한다. 2001년 7월의 첫 영업일의 실제 주간수익률은 이 날의 초기 포지션에 기반을 두어 측정되어야 하므로, 2001년 6월의 마지막 영업일의 KOSPI 증가 대비 2001년 7월의 5번째 영업일의 KOSPI 증가에 의해 측정된다. 만약 실제 수익률이 (음수로 표시된) VaR보다 작으면(손실율이 VaR보다 크면), 예외 사건으로 기록된다. 두 번째 주간 VaR 추정치는 이동구간(moving window) 방법에 의해 2001년 7월의 둘째 영업일을 기준으로, 2000년 7월 둘째 영업일~2001년 7월의 첫째 영업일의 자료에 기초하여 추정된다. 실제 수익률은 2001년 7월 첫 번째 영업일의 KOSPI 증가 대비 2001년 7월의 여섯 번째 영업일의 KOSPI 증가로 측정된다. 역시, 실제 수익률과 VaR 추정치의 관계에 따라 예외 발생 여부가 판정된다. 이 작업은 2015년 6월 말까지 반복적으로 시행되므로, 사후검증은 14년 동안의 표본에 기초하게 된다.

V. VaR 모형의 사후검증

이 절은 신뢰수준 95%의 VaR 모형의 사후검증을 수행한다. 다만, 후술되는 바와 같이 신뢰수준 95%의 VaR 추정치는 비교적 단기의 표본을 사용할 때 목표 실패율인 5%에 근접하므로, 여기에는 5년 이하의 표본기간을 사용한 결과만 보고한다.

1. 신뢰수준 95% VaR 모형에 대한 사후검증

1) 일간 VaR의 사후검증

일간 VaR에서는 표준측정법과 기간확장측정법이 동일하며, 신뢰수준 95%의 일간 VaR의 사후검증 결과는 <표 2>에 요약되어 있다. 실패율은 1년의 표본기간이 사용될 때 5%에 가장 근접했고, 표본기간이 길수록 하락했다. 즉, 한국 주식시장의 2000년대 자료에 기초한 경험적 결론은 신뢰수준 95%의 일간 VaR는 1년 정도의 표본기간을 사용할 때 그 사후적 실패율이 유의수준에 가장 근접한다는 것이다. 또한 표본기간이 길수록 실패율이 하락하는 것은 VaR는 표본기간이 길수록 상대적으로 크게 측정되는 경향이 있었음을 의미한다(이런 현상은 후술되는 모든 목표기간에서 비슷하다). 이 연구는 하나의 경기변동주기를 온전히 포함할 수 있는 15년 동안의 자료에 기초하기 때문에, 추정에 이용된 표본기간이 길수록 경기변동주기의 더 많은 부분을 포함하며, 따라서 표본이 경기변동주기 전체를 포함할 때 VaR가 상대적으로 크게 측정되어 보수적 리스크 관리가 가능하다는 일반적인 원칙이 한국 주식시장의 2000년대 자료에도 적용된다고 할 수 있다.

더 엄밀하게, VaR 모형의 적합성은 앞 절의 두 가지 검증 방법에 의해 판단되었다. 첫째, 비모수적인 Christofferson(1998) 검증 결과는 다음과 같다. 실패율이 VaR의 유의수준과 일치한다는 귀무가설을 검증하는 LRuc 통계량은 1~2년의 표본기간을 사용할 때 일반적인 검증의 유의수준(10%, 5%, 1% 등)에서 가설을 기각하지 않았고, 3년의 표본기간을 사용할 때 10%의 유의수준에서 기각하였으며, 표본기간이 더 증가하면 더 낮은 유의수준에서 기각하였다. 또한 예외의 독립성을 검증하는 LRind 통계량은 귀무가설을 4년 이하의 표본기간을 사용할 때 일반적인 유의수준(10%, 5%, 1% 등)에서 기각하였고, 표본기간이 5년이면 10%의 유의수준에서 기각하지 않았다. 즉, 예외의 독립성은 표본기간이 길수록 개선되는 것으로 나타났다. 실패율 일치성과 예외 독립성의 결합가설을 검증하는 LRcc는 이 결합가설을 모든 표본기간에서 기각하였다.

둘째, 모수적 방법으로 손익의 정규분포를 가정하고 추정된 표준편차의 기댓값이 실제

분포의 표준편차와 일치한다는 귀무가설을 검증하는 BT_{norm} 통계량을 살펴본 결과는 다음과 같다. 1년의 표본기간을 사용하는 경우에 귀무가설은 검증의 일반적 유의수준(10%, 5%, 1% 등)에서 기각되지 않았으나, 표본기간이 2년 이상일 때에는 일반적인 유의수준에서 기각되었다.

이상에서, 두 검증방법이 상이한 결론을 제시하기 때문에 특정 길이의 표본기간이 가장 우수한 선택이라고 결론 내리기는 어렵다. 그러나, 1년의 표본기간은 비록 예외의 독립성을 인정받지 못했으나, 실패율 및 표준편차의 일치성을 인정받았기 때문에 가장 높은 적합성을 갖는 선택으로 판단된다.

<표 2> 신뢰수준 95%의 일간 VaR의 사후검증 결과

추정에 사용된 표본기간		1년	2년	3년	4년	5년
표본의 수		3,468	3,224	2,977	2,732	2,482
예외 빈도		185	145	111	89	89
실패율		5.33%	4.50%	3.73%	3.26%	3.59%
(A) 비모수적 검증	LR_{UC}	0.8002	1.771	11.0675	19.8088	11.5436
	[p-값, %]	[37.1048]	[18.3255]	[0.0879]	[0.0009]	[0.068]
	LR_{ind}	21.2515	18.0422	11.0287	11.7796	7.859
	[p-값, %]	[0.0004]	[0.0022]	[0.0897]	[0.0599]	[0.5057]
	LR_{CC}	22.0517	19.8132	22.0962	31.5885	19.4026
	[p-값, %]	[0.0003]	[0.0009]	[0.0003]	[0.0000]	[0.0011]
(B) 모수적 검증	BT_{norm}	0.7583	-2.5555	-5.8878	-6.8793	-6.4741
	[p-값, %]	[44.8283]	[1.0605]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]

참고로, 위의 비모수적 분석에서 예외의 시간적 독립성이 기각되었던 이유는 한국 주식시장이 2000년대에 들어 부침을 크게 반복했고 이에 실패율이 시기별로 상당한 차이를 보였기 때문이다. <표 3>은 하나의 예로 1년의 표본기간이 사용되었을 때, 95% 신뢰수준의 일간 VaR의 연도별 예외 빈도를 나타낸다. 연도별 기대 예외 빈도가 약 125회임을 감안하면, 실제 예외 빈도는 기댓값을 중심으로 상당한 폭으로 등락했음을 알 수 있다. 이는 2006~2008년의 글로벌 금융위기와 유럽 재정위기와 관련된 2011년에 예외 빈도가 높았고, 이런 침체기들 직후에는 (직전 기간 자료에 기초하여 추정된 VaR값이 크므로 자연히) 예외 빈도가 낮았기 때문이다.

<표 3> 신뢰수준 95%의 일간 VaR의 연도별 예외 빈도(표본기간: 1년)

연도	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
빈도	13	7	13	13	21	16	21	4	8	30	3	12	12

2) 주간 VaR의 사후검증

표본기간 및 측정주기 별 주간 VaR의 사후검증 결과는 <표 4>에 정리되어 있다. 주간 VaR의 실패율은 표준측정법과 기간확장측정법 모두에서, 일간 VaR와 비슷하게, 표본기간 1년일 때 5%에 가장 근접하고 표본기간이 길수록 하락했다.⁶⁾

<표 4> 신뢰수준 95%의 주간 VaR의 사후검증 결과

추정표본의 기간		1년	2년	3년	4년	5년
표본의 수		3,464	3,220	2,973	2,728	2,478
(A) 표준측정법						
예외 빈도		174	137	107	82	76
실패율		5.02%	4.25%	3.60%	3.01%	3.07%
(A-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	0.0039 [95.0307]	3.9578 [4.6655]	13.5553 [0.0232]	26.4789 [0.0000]	22.4794 [0.0002]
	LR _{ind} [p-값, %]	459.5015 [0.0000]	337.2604 [0.0000]	261.3779 [0.0000]	233.8862 [0.0000]	235.8494 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	459.5054 [0.0000]	341.2182 [0.0000]	274.9333 [0.0000]	260.3651 [0.0000]	258.3288 [0.0000]
(A-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	5.5231 [0.0000]	-0.7678 [44.2616]	-5.5713 [0.0000]	-6.2376 [0.0000]	-6.0627 [0.0000]
(B) 기간확장측정법						
예외 빈도		173	130	109	81	79
실패율		4.99%	4.04%	3.67%	2.97%	3.19%
(B-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	0.0002 [98.7558]	6.7069 [0.9604]	12.2203 [0.0473]	27.5508 [0.0000]	19.5467 [0.0010]
	LR _{ind} [p-값, %]	463.0171 [0.0000]	351.2490 [0.0000]	297.3513 [0.0000]	255.3864 [0.0000]	225.9501 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	463.0173 [0.0000]	357.9559 [0.0000]	309.5715 [0.0000]	282.9373 [0.0000]	245.4968 [0.0000]
(B-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	177.7078 [0.0000]	151.4143 [0.0000]	122.5771 [0.0000]	116.5564 [0.0000]	110.8286 [0.0000]

실패율 일치성과 예외 독립성의 비모수적 검증 결과는 다음과 같다: 주간 VaR의 실패율의 일치성 가설은 표본기간이 1년일 때 두 측정법 모두에서 5%의 유의수준에서 기각되지 않았다. 표본기간이 1년을 넘는 경우, 실패율 일치성은 표준측정법 하에서 2년의 표본기간이 사용될 때 1%의 유의수준에서 기각되지 않았으나, 나머지 경우에는 모두 일반적 유의

6) 참고로, 일간 VaR와 비슷하게 글로벌 금융위기 및 유럽 재정위기 기간에 예외 빈도가 높았고, 이 경기침체기를 직후에는 예외 빈도가 낮았다.

수준에서 기각되었다. 주간 VaR의 예외의 독립성은 각 측정법 하에 모든 표본기간에서 기각되었다. 당연한 결과로 예외 일치성과 독립성의 결합가설도 비슷하게 기각되었다. 표준편차의 일치성 가설에 대한 모수적 검증에서는, 귀무가설이 표준측정법 하에서 2년의 표본기간이 사용될 때에만 일반적 유의수준에서 기각되지 않았고 다른 모든 경우에는 기각되었다.

이상 검증 결과를 종합하면, 주간 VaR의 추정을 위해서는 표준측정법 하에서 1년 내지 2년의 표본기간을 사용하는 것이 가장 좋은 선택인 것으로 보인다.

3) 2주간 VaR의 사후검증

2주간 VaR의 사후검증 결과는 <표 5>에 제시되어 있다. 실패율은 표준측정법에서 표본기간이 1년일 때 5%를 약간 상회했고, 표본기간이 2년 이상일 때에는 5%를 하회했다.

<표 5> 신뢰수준 95%의 2주간 VaR의 사후검증 결과

추정표본의 기간		1년	2년	3년	4년	5년
표본의 수		3,459	3,215	2,968	2,723	2,473
(A) 표준측정법						
예외 빈도		184	138	117	96	86
실패율		5.32%	4.29%	3.94%	3.53%	3.48%
(A-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	0.7286 [39.3329]	3.5524 [5.9461]	7.5178 [0.6109]	13.8334 [0.0200]	13.4456 [0.0246]
	LR _{ind} [p-값, %]	578.5229 [0.0000]	485.2019 [0.0000]	497.6295 [0.0000]	415.7974 [0.0000]	387.4396 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	579.2515 [0.0000]	488.7543 [0.0000]	505.1474 [0.0000]	429.6308 [0.0000]	400.8853 [0.0000]
(A-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	6.4547 [0.0000]	-2.6126 [0.8987]	-8.4288 [0.0000]	-9.5718 [0.0000]	-8.8906 [0.0000]
(B) 기간확장측정법						
예외 빈도		164	145	117	103	96
실패율		4.76%	4.52%	3.96%	3.80%	3.90%
(B-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	0.2978 [58.5269]	3.5524 [5.9461]	4.8473 [2.7690]	13.1146 [0.0293]	15.0102 [0.0107]
	LR _{ind} [p-값, %]	515.3066 [0.0000]	514.9867 [0.0000]	532.0418 [0.0000]	432.8969 [0.0000]	398.1810 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	515.6044 [0.0000]	518.5391 [0.0000]	536.8891 [0.0000]	446.0114 [0.0000]	413.1912 [0.0000]
(B-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	380.4302 [0.0000]	327.5235 [0.0000]	279.5964 [0.0000]	256.4657 [0.0000]	244.0292 [0.0000]

기간확장측정법에서는 실패율이 모든 표본기간에서 5%를 하회했다. 또한 각 모형의 실패율은 표본기간이 길수록 낮았다.

실패율 일치성과 예외 독립성의 비모수적 검증 결과는 다음과 같다. 실패율의 일치성은 표준측정법과 기간확장측정법 모두에서, 표본기간이 1년일 때 일반적 유의수준에서 기각되지 않았고, 표본기간이 2년이면 5%의 유의수준에서 기각되지 않았으며, 나머지 표본기간들에서는 일반적 유의수준에서 기각되었다. 예외의 독립성 가설, 실패율의 일치성과 예외의 독립성의 결합가설은 각 측정법에서 모든 표본기간에서 기각되었다. 또한 표준편차 일치성의 모수적 검증은 각 측정법에서 모든 표본기간의 경우 귀무가설을 기각했다. 따라서 2주간 VaR의 추정을 위해서는 표준측정법 또는 기간확장측정법 하에서 1~2년의 표본기간을 이용하는 것이 적절한 것으로 보인다.

4) 월간 VaR의 사후검증

월간 VaR의 사후검증 결과는 <표 6>에 수록되어 있다. 표준측정법에서는 1~2년의 표본기간에서 실패율이 5%에 근접했고, 기간확장측정법에서는 모든 표본기간에서 실패율이 5%를 하회했다. 두 측정법 모두에서, 표본기간이 길수록 대체로 실패율이 낮았다.

비모수적 검증에 의한 실패율 일치성과 예외 독립성의 검증 결과는 다음과 같다: 표준측정법에서 실패율의 일치성은 표본기간이 1년일 때 일반적 유의수준에서 기각되었고, 표본기간이 2년 이상일 때에는 일반적 유의수준에서 기각되지 않았다. 기간확장측정법에서는 표본기간이 1~2년일 때 실패율의 일치성이 일반적 유의수준에서 기각되지 않았고, 표본기간이 3년 이상일 때에는 기각되었다. 예외 독립성 및 실패율 일치성·예외 독립성의 결합가설은 각 측정법 하에서 모든 표본에서 기각되었다. 표준편차 일치성의 모수적 검증의 경우, 귀무가설이 표준측정법 하에서 표본기간이 2년 이하일 때 일반적 유의수준에서 기각되었고 표본기간이 3년 이상일 때에는 기각되지 않았으며, 기간확장측정법 하에서는 모든 경우에 기각되었다.

이상의 결과로부터, 월간 VaR의 추정에서는 표준측정법이 기간확장측정법보다 우수하고, 표본기간은 3년 정도가 적당한 것으로 보인다.

신뢰수준 95%의 VaR 추정의 사후검증 결과를 종합하면, 2000년 이후 경험적으로 가장 우수한 측정방법(표본기간, 측정주기)은 다음과 같다. 첫째, 일간 VaR에서는 표준측정법과 기간확장측정법이 동일하기 때문에, 1년의 표본기간을 사용하여 '표준측정법'을 이용하는 것이 적절한 것으로 판단된다. 둘째, 주간 VaR의 추정에서는 표준측정법 하에서 1년 내지 2년의 표본기간을 사용하는 것이 적절한 것으로 나타난다. 셋째, 2주간 VaR의 추정에서는 표준측정법 또는 기간확장측정법 하에서 1~2년의 표본기간을 이용하는 것이 타당한 것으로

보인다. 마지막으로, 월간 VaR의 추정에서는 표준측정법 하에서 3년의 표본기간을 사용하는 것이 적절하다. 이 결과들로부터 도출된 실무에서 쉽게 적용될 수 있도록 단순화된 95% 신뢰수준 VaR의 적절한 추정방법은 다음과 같다. 측정주기로는 표준측정법이 우수하고, 적절한 표본기간은 VaR의 목표기간이 1일이면 1년, 목표기간이 1~2주이면 2년, 목표기간이 1월이면 3년이다.

<표 6> 신뢰수준 95%의 월간 VaR의 사후검증 결과

추정표본의 기간		1년	2년	3년	4년	5년
표본의 수		3,449	3,205	2,958	2,713	2,463
(A) 표준측정법						
예외 빈도		215	150	143	126	116
실패율		6.23%	4.68%	4.83%	4.64%	4.71%
(A-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	10.2832 [0.1342]	0.7045 [40.1267]	0.1727 [67.7722]	0.7395 [38.9834]	0.4452 [50.4611]
	LR _{ind} [p-값, %]	870.9126 [0.0000]	712.1914 [0.0000]	678.0177 [0.0000]	624.3718 [0.0000]	549.2522 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	881.1957 [0.0000]	712.8959 [0.0000]	678.1904 [0.0000]	625.1113 [0.0000]	549.6974 [0.0000]
(A-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	21.4503 [0.0000]	5.0433 [0.0000]	-0.5718 [56.7466]	-1.1796 [23.8157]	-1.0923 [27.4692]
(B) 기간확장측정법						
예외 빈도		164	145	117	103	96
실패율		4.76%	4.52%	3.96%	3.80%	3.90%
(B-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	0.4428 [50.5796]	1.5759 [20.9358]	7.2977 [0.6904]	8.9900 [0.2715]	6.7953 [0.9140]
	LR _{ind} [p-값, %]	749.8724 [0.0000]	672.4419 [0.0000]	519.1589 [0.0000]	491.1350 [0.0000]	458.1579 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	750.3152 [0.0000]	674.0177 [0.0000]	526.4566 [0.0000]	500.1250 [0.0000]	464.9532 [0.0000]
(B-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	800.7899 [0.0000]	683.8330 [0.0000]	584.0955 [0.0000]	543.8778 [0.0000]	510.4668 [0.0000]

2. 신뢰수준 99% VaR 모형에 대한 사후검증

신뢰수준 99%의 VaR 모형의 사후검증에서는 5년을 상회하는 장기자료를 사용할 때 비로소 실패율이 1%에 근접했으므로, 여기에는 1~8.5년의 표본기간을 중심으로 결과를 보고한다.

1) 일간 VaR의 사후검증

일간 VaR에서는 표준측정법과 기간확장측정법이 동일하며, 실패율은 <표 7>과 같이 8년 내지 8.5년의 표본기간에서 VaR 추정의 신뢰수준인 1%에 근접했다. VaR의 실패율은 표본기간이 짧을수록 높았으며, 이는 신뢰수준 95%의 경우와 마찬가지로, VaR 추정의 표본기간이 길수록 경기변동주기의 많은 부분을 포함하기 때문에 더 보수적으로 VaR를 측정하기 때문이다.

특히 8~8.5년의 표본기간에서 VaR의 실패율이 신뢰수준에 근접하는 현상은 다음과 같이 2000년 이후의 역사적 상황에 기인하는 것으로 보인다. 이 연구의 표본기간이 2000년 7월 1일에 시작하므로, 8.5년의 표본기간을 사용한 첫 번째 VaR 추정치는 2009.1월의 제1영업일 현재의 2000년 7월 1일~2008년 12월 31일의 자료에 기초한 수치이다. 이 추정의 표본은 2007~2008년의 글로벌 금융위기 기간을 포함한다. 한편, 마지막 VaR 추정치는 2015년 7월 1일 현재의 2007년 1월 1일~2015년 6월 30일의 자료에 기초한 값이며, 첫 번째 추정치와 마찬가지로 글로벌 금융위기를 포함하는 표본에 기초한다. 이는 VaR의 추정은 위기상황을 자료로부터 제외하지 않고 포함해야 한다는 [사례 4]와 부합하는 결과이며, 특히 높은 신뢰수준의 VaR는 경기침체를 포함하는 표본에 기초해야 한다는 원칙을 다시 확인해준다.⁷⁾

<표 7> 신뢰수준 99%의 일간 VaR의 사후검증 결과

추정표본의 기간		1년	3년	5년	8년	8.5년
표본의 수		3,468	2,977	2,482	1,741	1,614
예외 빈도		71	41	34	25	12
실패율		2.05%	1.38%	1.37%	1.44%	0.74%
(A) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	29.4910 [0.0000]	3.8287 [5.0383]	3.0747 [7.9521]	2.9450 [8.6142]	1.1773 [27.7914]
	LR _{ind} [p-값, %]	15.4758 [0.0084]	9.3946 [0.2176]	6.5014 [1.0779]	13.1409 [0.0289]	9.2663 [0.2334]
	LR _{CC} [p-값, %]	44.9667 [0.0000]	13.2233 [0.0276]	9.5761 [0.1971]	16.0859 [0.0061]	10.4436 [0.1231]
(B) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	0.7583 [44.8283]	-5.8878 [0.0000]	-6.4741 [0.0000]	-7.8879 [0.0000]	-13.9884 [0.0000]

7) 이는 금융 시계열자료에서 빈번히 발견되는 두터운 꼬리(fat-tail) 문제에도 관련되어 있다. 두터운 꼬리 문제가 존재하면, 정규분포 가정 하에서 측정된 VaR는 진정한 VaR를 과소평가하며, 이 문제는 특히 VaR의 신뢰수준이 높을수록 심각하다. 그런데 어떤 기관이 높은 신뢰수준을 선택하는 이유는 보수적 위험관리를 추구하기 때문이므로, 위험의 과소평가 문제는 보수적인 위험관리 하에서 더 큰 문제를 초래한다. 따라서 신뢰수준 99%의 VaR 모형이 과소평가 문제를 완화하기 위해 신뢰수준 95%보다 더 긴 표본기간, 특히 경기침체를 포함하는 표본기간을 요구하는 것은 자연스럽다.

실패율의 일치성과 예외의 독립성에 대한 비모수적 검증 결과는 다음과 같다. 실패율의 일치성은 표본기간이 85년일 때 일반적 유의수준에서 기각되지 않았고, 표본기간이 3~8년일 때 5%의 유의수준에서 기각되지 않았으며, 표본기간 1년일 때에는 일반적 유의수준에서 기각되었다. 예외의 독립성, 그리고 실패율 일치성과 예외 독립성의 결합가설은 모든 표본기간에서 기각되었다. 표준편차의 일치성에 대한 모수적 검증에서는, 귀무가설이 표본기간이 1년일 때 일반적 유의수준에서 기각되지 않았고 표본기간이 3년 이상이면 기각되었다.

이상의 결과를 종합하면, 일간 VaR의 추정에서는 상대적으로 단기인 1년 또는 경기 침체기를 포함할 수 있는 장기인 85년의 표본기간을 사용하는 것이 적절한 것으로 판단된다.

2) 주간 VaR의 사후검증

주간 VaR의 표본기간 및 추정주기 별 사후검증 결과는 <표 8>에 기술되어 있다. 주간

<표 8> 신뢰수준 99%의 주간 VaR의 사후검증 결과

추정표본의 기간		1년	3년	5년	8년	85년
표본의 수		3,464	2,973	2,478	1,737	1,610
(A) 표준추정법						
예외 빈도		75	38	32	22	8
실패율		2.17%	1.28%	1.29%	1.27%	0.50%
(A-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	35.6287 [0.0000]	2.1359 [14.3886]	1.9460 [16.3018]	1.1496 [28.3636]	5.0510 [2.4611]
	LR _{ind} [p-값, %]	176.4219 [0.0000]	95.9688 [0.0000]	114.9685 [0.0000]	117.4226 [0.0000]	46.5650 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	212.0506 [0.0000]	98.1047 [0.0000]	116.9145 [0.0000]	118.5722 [0.0000]	51.6160 [0.0000]
(A-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	5.5231 [0.0000]	-5.5713 [0.0000]	-6.0627 [0.0000]	-7.9472 [0.0000]	-15.1390 [0.0000]
(B) 기간확장추정법						
예외 빈도		62	40	33	22	9
실패율		1.79%	1.35%	1.33%	1.27%	0.56%
(B-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	17.6824 [0.0026]	3.2337 [7.2137]	2.4946 [11.4235]	1.1496 [28.3636]	3.7629 [5.2402]
	LR _{ind} [p-값, %]	164.4034 [0.0000]	100.7351 [0.0000]	133.1137 [0.0000]	117.4226 [0.0000]	56.1736 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	182.0858 [0.0000]	103.9688 [0.0000]	135.6083 [0.0000]	118.5722 [0.0000]	59.9365 [0.0000]
	BT _{norm} [p-값, %]	177.7078 [0.0000]	127.5771 [0.0000]	110.8262 [0.0000]	79.0932 [0.0000]	39.9065 [0.0000]

VaR의 실패율은 표준측정법과 기간확장측정법 모두에서, 표본기간이 8~8.5년일 때 1%에 근접하고 표본기간이 짧을수록 높았다.

실패율의 일치성과 예외의 독립성에 대한 비모수적 검증 결과는 다음과 같다. 실패율의 일치성은 표준측정법 하에서 3~8년의 표본기간이 사용될 때, 그리고 기간확장측정법 하에서는 5~8년의 표본기간이 사용될 때 일반적 유의수준에서 기각되지 않았고, 나머지 경우에는 기각되었다. 예외의 독립성, 그리고 실패율 일치성과 예외 독립성의 결합가설은 각 측정법에서 모든 표본기간에서 기각되었다. 표준편차의 일치성에 대한 모수적 검증에서, 귀무가설은 각 측정법의 모든 표본기간에서 기각되었다.

이상의 검증결과를 종합하면, 주간 VaR의 추정을 위해서는 표준측정법 또는 기간확장측정법 하에서 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것이 적절한 것으로 보인다.

3) 2주간 VaR의 사후검증

2주간 VaR의 사후검증 결과를 기술하는 <표 9>에서 VaR의 실패율은 표준측정법과

<표 9> 신뢰수준 99%의 2주간 VaR의 사후검증 결과

추정표본의 기간		1년	3년	5년	8년	8.5년
표본의 수		3,459	2,968	2,473	1,732	1,605
(A) 표준측정법						
예외 빈도		72	42	39	27	9
실패율		2.08%	1.42%	1.58%	1.56%	0.56%
(A-1) 비모수적 검증	LR _{UC}	31.1568	4.5762	7.0758	4.6694	3.7185
	[p-값, %]	[0.0000]	[3.2419]	[0.7813]	[3.0705]	[5.3812]
	LR _{ind}	357.7523	210.0683	177.7620	156.4481	56.1363
	[p-값, %]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]
(A-2) 모수적 검증	LR _{CC}	388.9091	214.6445	184.8378	161.1175	59.8548
	[p-값, %]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]
(B) 기간확장측정법						
예외 빈도		62	40	33	22	9
실패율		1.79%	1.35%	1.33%	1.27%	0.56%
(B-1) 비모수적 검증	LR _{UC}	18.9622	9.6243	9.0239	5.6058	1.8041
	[p-값, %]	[0.0013]	[0.1920]	[0.2665]	[1.7901]	[17.9213]
	LR _{ind}	305.5169	219.8771	181.0536	151.2659	75.0024
	[p-값, %]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]
(B-2) 모수적 검증	LR _{CC}	324.4791	229.5014	190.0775	156.8717	76.8066
	[p-값, %]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]
(B-2) 모수적 검증	BT _{norm}	380.4302	279.5964	244.0292	170.7406	102.2183
	[p-값, %]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]

기간확장측정법 모두에서 표본기간이 8~8.5년일 때 1%에 근접하고 표본기간이 짧을수록 높았다.

실패율의 일치성과 예외의 독립성에 대한 비모수적 검증에서, 실패율의 일치성은 표준측정법 하에서 8.5년의 표본기간이 사용될 때 5%의 유의수준에서 기각되지 않았고, 나머지 경우에는 기각되었다. 기간확장측정법 하에서는 8.5년의 표본기간이 사용될 때 일반적인 유의수준에서 기각되지 않았고, 나머지 경우에는 기각되었다. 예외의 독립성, 그리고 실패율 일치성과 예외 독립성의 결합가설은 각 측정법에서 모든 표본기간에서 기각되었다. 표준편차의 일치성에 대한 모수적 검증은 각 측정법의 모든 표본기간에서 귀무가설을 기각하였다.

이상의 검증 결과를 종합하면, 2주간 VaR의 추정은 표준측정법 또는 기간확장측정법 하에서 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것이 가장 적절한 것으로 보인다.

4) 월간 VaR의 사후검증

월간 VaR의 사후검증 결과는 <표 10>에 기술되어 있다. VaR의 실패율은 표준측정법과

<표 10> 신뢰수준 99%의 월간 VaR의 사후검증 결과

추정표본의 기간		1년	3년	5년	8년	8.5년
표본의 수		3,459	2,968	2,473	1,732	1,605
(A) 표준측정법						
예외 빈도		99	70	62	29	14
실패율		2.87%	2.37%	2.52%	1.68%	0.88%
(A-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	80.9877 [0.0000]	40.3160 [0.0000]	40.3087 [0.0000]	6.7526 [0.9361]	0.2512 [61.6256]
	LR _{ind} [p-값, %]	566.8670 [0.0000]	388.9909 [0.0000]	315.9029 [0.0000]	199.4540 [0.0000]	118.2863 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	647.8547 [0.0000]	429.3070 [0.0000]	356.2116 [0.0000]	206.2066 [0.0000]	118.5374 [0.0000]
(A-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	21.4503 [0.0000]	-0.5718 [56.7466]	-1.0923 [27.4692]	-6.5025 [0.0000]	-12.7044 [0.0000]
(B) 기간확장측정법						
예외 빈도		62	53	37	24	11
실패율		1.80%	1.79%	1.50%	1.39%	0.69%
(B-1) 비모수적 검증	LR _{UC} [p-값, %]	17.9239 [0.0023]	15.1663 [0.0098]	5.4374 [1.9710]	2.4022 [12.1168]	1.7411 [18.6999]
	LR _{ind} [p-값, %]	373.3104 [0.0000]	268.0660 [0.0000]	174.2318 [0.0000]	159.9283 [0.0000]	74.9022 [0.0000]
	LR _{CC} [p-값, %]	391.2343 [0.0000]	283.2323 [0.0000]	179.6691 [0.0000]	162.3305 [0.0000]	76.6433 [0.0000]
(B-2) 모수적 검증	BT _{norm} [p-값, %]	800.7899 [0.0000]	584.0955 [0.0000]	510.4668 [0.0000]	345.2369 [0.0000]	219.4455 [0.0000]

기간확장측정법 모두에서, 다른 목표기간의 경우와 비슷하게 표본기간이 8~8.5년일 때 1%에 근접했고 표본기간이 짧을수록 상승했다.

실패율의 일치성과 예외의 독립성에 대한 비모수적 검증에서, 실패율의 일치성은 표준측정법 하에서 8.5년의 표본기간이 사용될 때 그리고 기간확장측정법 하에서 8~8.5년의 표본기간이 사용될 때 일반적 유의수준에서 기각되지 않았으며, 나머지 경우에는 기각되었다. 예외의 독립성, 그리고 실패율 일치성과 예외 독립성의 결합가설은 각 측정법에서 모든 표본기간에서 기각되었다. 표준편차의 일치성에 대한 모수적 검증은 귀무가설을 표준측정법 하에서 3~5년의 표본기간이 사용될 때 일반적 유의수준에서 기각하지 않았고, 나머지 경우에는 기각하였다. 기간확장측정법 하에서는 모든 경우에 귀무가설을 기각하였다.

이상의 검증결과를 종합하면, 월간 VaR의 추정에는 표준측정법 하에서 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것이 적절한 것으로 보인다.

참고로, <표 11>은 신뢰수준 99%에서 예외의 독립성이 모든 경우에 기각된 이유를 시사한다. 여기에는 8.5년의 표본기간에 기초한 월간 VaR의 연간 예외 빈도가 기술되어 있다. 연도별로 실제 예외 빈도는 기대 예외 빈도인 약 2.5회보다 상당히 높거나 낮았으며, 예외는 특히 유럽 재정위기의 영향을 받은 2011년에 집중되어 있다.

<표 11> 신뢰수준 99%의 월간 VaR의 연도별 예외 빈도(표본기간: 8.5년)

연도	2009	2010	2011	2012	2013	2014
빈도	0	0	14	0	0	0

신뢰수준 99% VaR 추정의 사후검증 결과를 종합하면, 2000년대 자료를 사용할 때 경험적으로 가장 우수한 VaR 측정방법(표본기간, 측정주기)은 다음과 같다. 첫째, 일간 VaR에서는 상대적으로 단기인 1년 또는 경기침체기를 포함할 수 있는 장기인 8.5년의 표본기간이 적절하다. 둘째, 주간 VaR의 추정은 표준측정법 또는 기간확장측정법 하에서 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것이 적절한 것으로 보인다. 셋째, 2주간 VaR의 추정은 표준측정법 또는 기간확장측정법 하에서 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것이 적절한 것으로 나타난다. 마지막으로, 월간 VaR의 추정은 표준측정법 하에서 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것이 적절하다. 이 결과들을 고려할 때, 실무적으로 편리하고 단순하게 적용할 수 있는 99%의 신뢰수준의 VaR를 추정하는 최적 방법은 표준측정법 하에서(글로벌 금융위기 기간을 포함할 수 있는) 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것으로 단순화될 수 있을 것이다.

VI. 결 론

이 연구는 VaR 모형의 사후검증을 통해, 목표기간과 신뢰수준 별로 적절한 측정방법(표본기간 및 측정주기)을 탐색하여 제시했다. 표본은 1997년의 외환·금융위기 이후, 2000년대 초반의 강세시장 및 2008년 글로벌 금융위기 전후의 약세시장을 포함하는 2001년 7월 1일~2015년 6월 30일의 15년 동안의 한국종합주가지수(KOSPI)의 일별 자료이다. 사후검증은 다양한 목표기간, 신뢰수준, 표본기간 및 측정주기의 조합에 대해 시행되었다. 목표기간은 1일, 1주(5영업일), 2주(10영업일) 및 1개월(20영업일), 신뢰수준은 95%와 99%, 표본기간은 1년, 2년, 3년, 5년 등, 측정주기는 표준측정법, 중복구간측정법 및 기간확장 측정법으로 구분되었다.

2000년대 자료에 대한 사후검증을 통해 도출된 신뢰수준 95%의 VaR 모형의 적절한 측정방법(표본기간, 측정주기)은 다음과 같다: 표준측정법을 사용하면서, 일간 VaR의 표본기간은 1년, 주간 및 2주간 VaR의 표본기간은 2년, 월간 VaR의 표본기간은 3년이다.

한편, 신뢰수준이 99% VaR에서는 추정을 위한 표본이 글로벌 금융위기 기간의 자료를 포함할 수 있도록 8~8.5년의 표본기간을 사용하는 것이 적절하다. 어떤 기관이 높은 신뢰수준을 채택하는 것은 보수적 위험관리를 추구하기 때문이고, 이런 경우에 위험의 과소평가는 더 심각한 문제일 수 있다. 따라서, 신뢰수준 99% VaR 모형이 신뢰수준 95%의 경우보다 더 긴 표본기간, 특히 경기침체를 포함하는 표본기간을 요구하는 것은 그 용도에도 부합한다. 하지만, 예외가 시간적으로 독립적으로 발생한다는 가설은 대부분의 경우에 기각되었다. 이는 글로벌 금융위기 또는 유럽 재정위기 기간에 연이어서 예외가 발생했고 그 빈도가 상당히 높았기 때문이다.

이 연구의 특징은 실무적 유용성이나 용이성을 중시하여 정규분포를 가정 하에 자료의 단순평균에 기초하여 VaR를 측정했다는 것이다. 따라서, 포트폴리오 관리에 많은 인력이나 비용을 감당하기 어려운 기관이나 개인이 용이하게 참고할 수 있다는 장점을 갖고 있으나, 수익률의 시간 가변 이분산성(time-varying heteroskedasticity)이나 비선형성(non-linearity) 등 잠재적 복잡성을 고려하지 않았다는 한계도 갖고 있다.

참 고 문 헌

- 이근영, “VaR 모형의 예측성과 비교”, 금융학회지, 제11권 제4호, 2006, 127-168.
- 이상진, 빈기범, “단일변량모형과 다변량모형의 포트폴리오 VaR 측정 성과”, 증권학회지, 제37권 5호, 2008, 877-912.
- 이준행, “VaR 측정치의 백테스트와 VaR 모형의 적정성 평가”, 선물연구, 제8권, 2000, 81-106.
- 빈기범, 서은숙, “투자자예탁금의 변화 예측 모형에 관한 연구: 은행 감독 유동성 비율 규제와의 비교, 한국경제연구, 제28권 제4호, 2010, 39-90.
- 조 담, “주식의 변동성 추정방법이 VaR에 미치는 영향”, 선물연구, 제12권 제2호, 2004, 1-24.
- Christofferson, P., “Evaluating Interval Forecasts,” *International Economic Review*, 39, (1998), 841-862.
- Drakos, A. A., G. P. Kouretas, and L. Zarangas, “Predicting Conditional Autoregressive Value-at-Risk for Stock Markets during Tranquil and Turbulent Periods,” *Journal of Financial Risk Management*, 4, (2015), 168-186.
- Jorion, P., *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 2nd ed., McGraw Hill, New York, 2001.
- Kupiec, P. H., “Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models,” *Journal of Derivatives*, 3, (1995), 73-84.
- Sarma, M., S. Thomas, and A. Shah, “Selection of Value-at-Risk Models,” *Journal of Forecasting*, 22, (2003), 337-358.

<부 록>

우리는 2001년 7월 1일~2015년 6월 30일의 15년 동안의 한국종합주가지수(KOSPI) 자료를 사용하여, 다양한 기준 시점, 표본기간(1년, 2년, 3년, 5년, 10년, 15년), 목표기간(1일, 1주, 2주, 1개월), 측정주기(표준측정법, 중복구간측정법, 기간확장측정법)을 선택하여 기술적 통계량을 분석했다. 최근인 2015년 7월 1일을 추정기준일로 하는 결과가 <부표 1>에 보고되어 있다. 패널 A는 1년, 패널 B는 2년, 패널 C는 3년, 패널 D는 5년, 패널 E는 10년, 패널 F는 15년의 표본기간을 사용한 추정결과이다. 포함된 내용은 관찰값 수, KOSPI 수익률의 평균 및 표준편차이다. 여기에서 수익률은 연율화되지 않은 수치이다. 정규분포의 가정 하에서 VaR는 변동성(표준편차)에 의존하므로, 결과 중에서 특히 변동성 추정치에 관심을 두고 살펴보아야 한다.

이 부록은 두 가지 분석을 담고 있다. 첫째, 표본기간은 동일하나 다른 목표기간 또는 측정주기를 사용한 추정치들의 비교분석이다. 이 작업은 주로 각 패널 안에서의 비교를 통해 이루어진다. 둘째, 상이한 길이의 표본기간을 사용한 추정치들의 비교분석이다. 이 작업은 주로 여러 패널들에 걸친 비교에 의해 수행된다.

구체적으로, 패널 A는 2014년 7월 1일~2015년 6월 30일의 1년 동안의 표본을 사용하여 추정된 2015년 7월 1일 현재의 VaR 추정결과를 목표기간 및 측정주기 별로 나타낸다. 목표기간이 1일(일간 VaR)일 때 표준측정법, 중복구간측정법 및 기간확장측정법은 구분되지 않으므로, 표준측정법의 결과만 수록한다.

다음으로, 목표기간 5일(주간 VaR)의 경우에는 측정주기에 따라 추정치들이 서로 다르다. 당연히, 표준측정법의 관찰값 수는 다른 모형들에 비해 현저히 작고, 기간확장측정법의 관찰값 수가 가장 크다. 기간확장측정법의 평균수익률은 표본기간의 평균 일간수익률을 주간수익률로 변환한 값인 ‘평균 일간수익률×5일’로 계산되고, 표준편차는 일간 표준편차를 기간확장한 값인 ‘일간 표준편차× $\sqrt{5}$ 일’로 계산된다. 표준측정법, 중복구간측정법 및 기간확장측정법은 서로 비슷한 평균수익률 추정치를 제공한다. 그러나 표준편차에 있어서, 표준측정법에 비해 중복구간측정법은 표준편차를 약간 과소평가하고 기간확장측정법은 더욱 과소평가하는 것으로 나타난다. 두 가지 (표준측정법이 아닌) 대안적 모형의 표준편차 추정치의 표준측정법의 표준편차 추정치에 대비한 편차는 각각 -3bp(연 수익률로 환산시 약 -1.5%)과 -7bp(연 수익률로 약 -3.5%)이다.

목표기간 10일(2주간 VaR)의 경우에도, 각 모형의 추정치들은 서로 다른 값을 갖는다. 목표기간 1주의 경우와 비슷하게, 두 대안적 모형은 표준측정법에 대비해서 평균수익률에서

약간의 편차, 표준편차에서 상당한 크기의 편차를 수반한다. 마지막으로, 목표기간 20일(월간 VaR)의 경우에도, 모형별 추정치의 양상은 주간 또는 2주간의 경우와 비슷하다.

패널 B는 2013년 7월 1일~2015년 6월 30일의 2년 동안의 표본에 기초한 2015년 7월 1일 현재의 VaR 추정치를 목표기간 및 측정주기 별로 나타낸다. 참고로, 표본기간이 길면 (이론에 가장 충실한) 표준측정법이 충분한 수의 관찰값을 포함할 수 있고 따라서 신뢰성을 인정받을 수 있다. 이 때 나머지 대안적 모형들의 신뢰성은 표준측정법에 근접한 정도에 의해 판단될 수 있을 것이다. 여기에서도 표본기간 1년의 경우와 비슷하게, 두 대안적 모형은 표준측정법에 비해 평균수익률에서 약간의 편차, 표준편차에서 상당한 크기의 편차를 수반한다. 또한, 중복구간측정법과 기간확장측정법의 추정치는 경우에 따라 표준측정법을 과소평가하기도 하고 과대평가하기도 한다.

한편으로 패널 A와 패널 B 사이의 비교는, 주어진 목표기간에서, 추정치들의 수치 및 편차는 측정주기보다 표본기간에 더 민감하게 의존한다는 것을 보여준다. 그리고, 패널 C, 패널 D, 패널 E 및 패널 F의 결과들도 앞과 비슷한 양상을 보인다.

따라서 VaR 모형의 사후검증을 다음과 같이 계획할 수 있을 것이다. 첫째, 평균수익률 추정치는 표본기간 또는 측정주기 별로 크게 다르지 않으므로, 다음 절의 사후검증은 절대 VaR를 별도로 고려하지 않는다. 참고로, 이 논문에서 VaR는 평균수익으로부터의 상대적 손실로 측정되는 상대 VaR를 의미하고, 절대 VaR는 포지션의 초기 가치(즉, 0의 수익)를 기준으로 측정된 손실을 의미한다.

둘째, 두 대안적 모형들의 표준편차 추정치의 수치 및 표준측정법 대비 편차는 표본기간 별로 상대적으로 큰 차이를 보이고 측정주기 별로는 작은 차이를 수반한다. 따라서, 사후 검증에서는 표본기간을 달리 하면서 VaR 추정결과들을 살펴볼 필요가 있다. 측정주기에 있어서는, 기간확장측정법이 모든 목표기간에서 표준측정법으로부터 상당한 편차를 보이고, 중복구간측정법도 부호나 크기는 다르나 비슷하게 상당한 편차를 수반한다. 중복구간측정법이 기간확장측정법보다 특별히 유리한 점을 갖지 않기 때문에, 사후검증은 실무적으로 편리하고 태생적 자기상관 문제를 수반하지 않는 기간확장측정법만을 대안적 모형으로 간주할 것이다.

마지막으로, 더 짧은 표본기간을 사용하는 추정은 상대적으로 비용 및 시간적으로 효율적이고 최근의 경제 환경을 잘 반영할 수 있기 때문에, 만약 장기자료에 기초한 추정보다 적합성에서 열등하지 않으면 선호될 것이다.

<부록 A.1> VaR 모형 추정 결과의 예

(2015년 7월 1일 현재)

패널 A: 표본기간: 1년				패널 B: 표본기간: 2년		
(a) 목표기간: 1일						
	기본 추정법			기본 추정법		
관찰값 수	245			490		
평균수익률	0.01%			0.01%		
표준편차	0.27%			0.29%		
(b) 목표기간: 1주						
	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법
관찰값 수	49	241	245	98	486	490
평균수익률	0.03%	0.03%	0.03%	0.05%	0.05%	0.05%
표준편차	0.68%	0.65%	0.61%	0.65%	0.65%	0.65%
(c) 목표기간: 2주						
	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법
관찰값 수	24	236	245	48	481	490
평균수익률	0.07%	0.06%	0.07%	0.09%	0.10%	0.10%
표준편차	1.02%	0.92%	0.86%	0.85%	0.89%	0.91%
(d) 목표기간: 1월						
	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법
관찰값 수	12	226	245	24	471	490
평균수익률	0.15%	0.09%	0.13%	0.16%	0.18%	0.20%
표준편차	1.33%	1.27%	1.22%	1.26%	1.15%	1.29%
패널 C: 표본기간: 3년				패널 D: 표본기간: 5년		
(a) 목표기간: 1일						
	기본 추정법			기본 추정법		
관찰값 수	738			1,237		
평균수익률	0.01%			0.01%		
표준편차	0.32%			0.44%		
(b) 목표기간: 1주						
	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법	기본 추정법	중복구간 추정법	기간확장 추정법
관찰값 수	147	734	738	247	1,233	1,237
평균수익률	0.04%	0.03%	0.03%	0.04%	0.04%	0.04%
표준편차	0.75%	0.73%	0.71%	1.02%	0.97%	0.99%

(c) 목표기간: 2주

	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법
관찰값 수	73	729	738	123	1,228	1,237
평균수익률	0.06%	0.07%	0.07%	0.07%	0.07%	0.07%
표준편차	0.97%	1.00%	1.01%	1.38%	1.33%	1.40%

(d) 목표기간: 1월

	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법
관찰값 수	36	719	738	61	1,218	1,237
평균수익률	0.14%	0.15%	0.13%	0.15%	0.13%	0.15%
표준편차	1.22%	1.33%	1.43%	1.84%	1.84%	1.99%

패널 E: 표본기간: 10년

패널 F: 표본기간: 15년

(a) 목표기간: 1일

	기본 측정법	기본 측정법
관찰값 수	2,481	3,709
평균수익률	0.01%	0.01%
표준편차	0.59%	0.27%

(b) 목표기간: 1주

	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법
관찰값 수	496	2,477	2,481	741	3,705	3,709
평균수익률	0.06%	0.06%	0.06%	0.05%	0.04%	0.03%
표준편차	1.28%	1.32%	1.32%	0.69%	0.64%	0.61%

(c) 목표기간: 2주

	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법
관찰값 수	248	2,472	2,481	370	3,700	3,709
평균수익률	0.12%	0.12%	0.12%	0.05%	0.07%	0.06%
표준편차	1.84%	1.82%	1.86%	0.87%	0.90%	0.86%

(d) 목표기간: 1월

	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법	기본 측정법	중복구간 측정법	기간확장 측정법
관찰값 수	124	2,462	2,481	185	3,690	3,709
평균수익률	0.24%	0.24%	0.25%	0.10%	0.11%	0.12%
표준편차	2.73%	2.54%	2.64%	1.35%	1.23%	1.22%

THE KOREAN JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT
Volume 34, Number 3, September 2017

The Selection of Sample Period and Measurement Window for VaR

Ki Beom Binh* · Jung Bum Wee**

〈Abstract〉

This study searches for adequate estimation methods (both sample period and measurement window) for value at risk models, considering the time horizons and confidence levels. This paper is differentiated from previous works in that it emphasizes practical usefulness by limiting the research scope to simple moving average estimation under the assumption of normal distribution and that it empirically pursues a rule of thumb which fits for Korean stock market data in the 2000s.

The paper concludes that, for VaR estimation with 95% confidence level, the recommended sample period is one year for daily VaR, two years for both weekly and biweekly VaR's, and three years for monthly VaR, with the standard measurement approach. Here, the standard measurement approach means the measurement method that sets the length of observation window identical to the time horizon for VaR model.

For VaR estimation with 99% confidence level, the recommended sample period is 8~8.5 years for daily, weekly, biweekly and monthly VaR, with the standard measurement approach. This fairly long sample period allows the sample to contain the data from 2007~2008 Global Financial Crisis. This conclusion contrasts with Lee (2000) that, based on the Korean stock market data before 2000, argued the adequate sample period was no longer than one year.

In sum, this work indicates that VaR estimation method, in general, need be chosen, considering the relevant specifications such as time horizon and confidence level.

Keywords : VaR, Back-Testing, Failure Rate, Sample-Period, Measurement Window

* Associate Professor, Department of Economics, Myongji University,
E-mail: bink1@mju.ac.kr

** Corresponding Author, Professor, Department of Management, Kyung Hee University,
E-mail: jbw@khu.ac.kr