光 学 整 理

物理学 **062** 周吕文

June 28, 2008

第一章 光的干涉

相干光

相干：频率相同、振动方向相同并在观察期间内相位差保持不变的两个振动是相干的。反之是不相干的。

相位差

相位差：$\Delta\varphi=\omega\left(\frac{r_2}{v_2}-\frac{r_1}{v_1}\right)+\left(\varphi_{01}-\varphi_{02}\right)=\frac{2\pi}{\lambda}\left(n_2r_2-n_1r_1\right)+\left(\varphi_{01}-\varphi_{02}\right)$

当光处于真空中时简化为$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\left(r_2-r_1\right)+\left(\varphi_{01}-\varphi_{02}\right)$

光程差

折射率和路程的乘积叫做光程，用Δ表示：

$$\Delta=n\,r$$

所以$\delta=n_2r_2-n_1r_1$就是光程差。

干涉相长相消

如果两波在P点引起的振动方向沿着同一直线，则

$$\begin{cases}\Delta\varphi=j\cdot 2\pi, \quad r_2-r_1=2j\dfrac{\lambda}{2} \quad (i=0,\pm1,\pm2....) & \text{干涉相长}\\ \Delta\varphi=(2j+1)\pi, \quad ,r_2-r_1=(2j+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (i=0,\pm1,\pm2....) & \text{干涉相消}\end{cases}$$

杨氏双缝

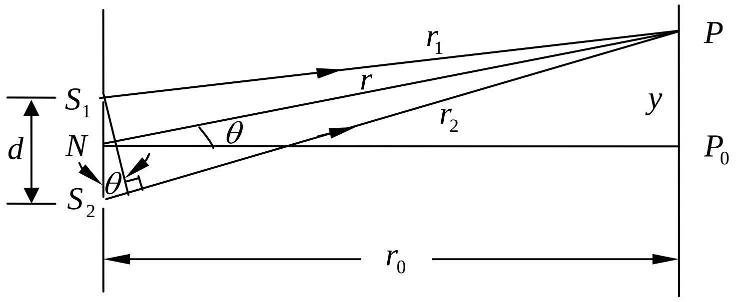

图 1 杨氏双缝干涉

S_1和S_2到达P点的光程差为：

$$\delta=n\left(r_2-r_1\right)=n\frac{d}{r_0}y$$

若在空气中（$n=1$）则

$$\delta=r_2-r_1=\frac{d}{r_0}y=\begin{cases}j\lambda & \text{干涉相长}\\(2j+1)\lambda/2 & \text{干涉相消}\end{cases}$$

若$A_1=A_2$，则

$$I=4I_1\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}，\ I_{\max}=4I_0$$

半波损

入射光在光疏介质（n_1小）中前进，遇到光密介质（n_2大）的界面时，在掠射（$i_1 \approx 90^\circ$）或正入射（$i_1 = 0$）两种情况下，反射光在振动方向对于入射光的振动方向都几乎相反，一般仅考虑电矢量的作用，这种现象叫做半波损。

第二章 光的衍射

衍射现象

光绕过障碍物偏离直线传播而进入几何阴影，并在屏幕上出现光强分布不均匀的现象，叫做光的衍射。

菲涅耳半波带

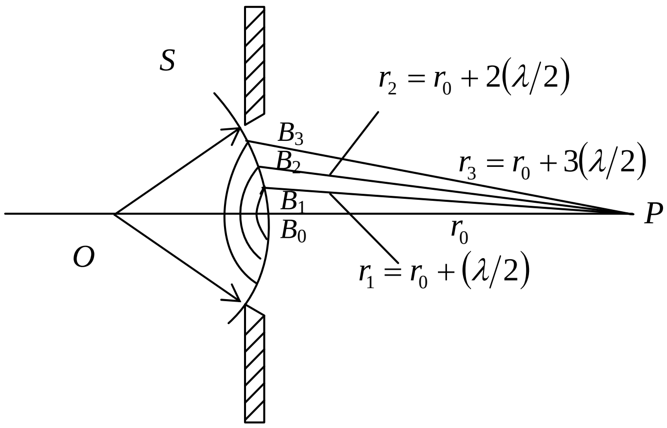

图 2 菲涅耳半波带了

- 相邻带到达P点的光程差$\delta = \dfrac{\lambda}{2}$，相位差为$\pi$。
- 以a_k表示各半波带发出的次波在P点产生的振幅，则有

$$a_1 > a_2 > a_3 \ldots a_k > a_{k+1}$$

在P点叠加的合振幅A_k为

$$A_k = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 + \cdots + (-1)^{k+1} a_k$$

进一步还可以得到（推导过程见 P100）

$$A_k = \frac{1}{2}\left[a_1 + (-1)^{k+1} a_k\right]$$

菲涅耳衍射

- 圆孔衍射

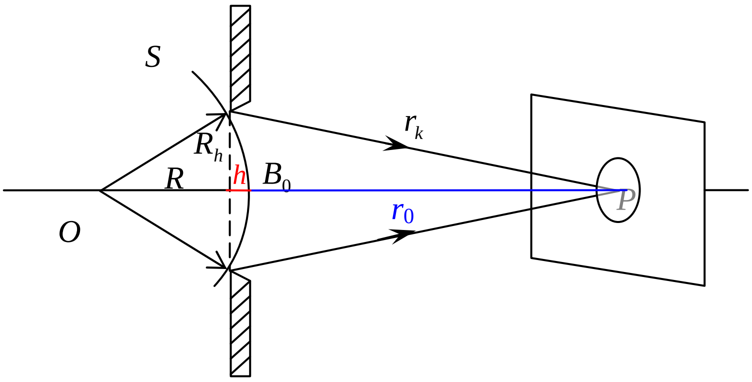

图 3 菲涅耳圆孔衍射

圆孔的波面含有的完整的菲涅耳半波带的数目：

$$k=\frac{R_h^2(R+r_0)}{\lambda r_0 R}=\frac{R_h^2}{\lambda}\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{R}\right)$$

另外，当$k\to\infty$时（$R\to\infty,\rho^2>>\lambda r_0$), $A_k=\frac{a_1}{2}+\frac{a_k}{2}=\frac{a_1}{2}\ \therefore I_K=(\frac{a_1}{2})^2$

- 圆屏衍射

$A_k=\frac{a_{k+1}}{2}\pm\frac{a_\infty}{2}=\frac{a_{k+1}}{2}$，$I_k=(\frac{a_{k+1}}{2})^2$　中心总是亮的

若不足一个半波带，屏后无形

夫琅禾费单缝衍射

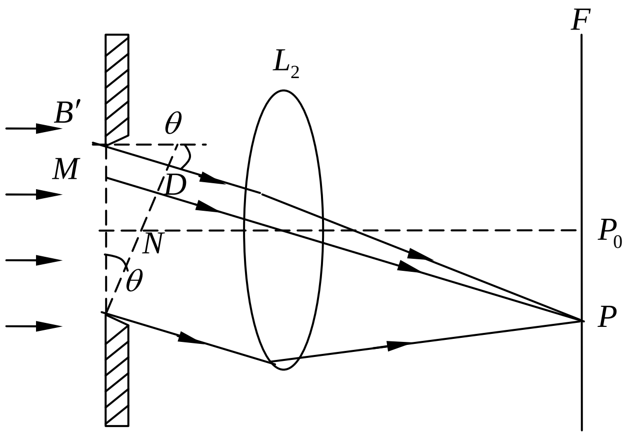

图 4 夫琅禾费单缝衍射

P 点光强为：$I_P=A_0\frac{\sin^2 u}{u^2}$ 其中 $u=\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$， b 为缝宽。

单缝衍射最值小位置：$b\sin\theta=k\lambda(k=\pm1,\pm2,\pm3,\cdots)$

中央主最大半角宽度：$\Delta\theta=\theta_1=\frac{\lambda}{b}$

光栅

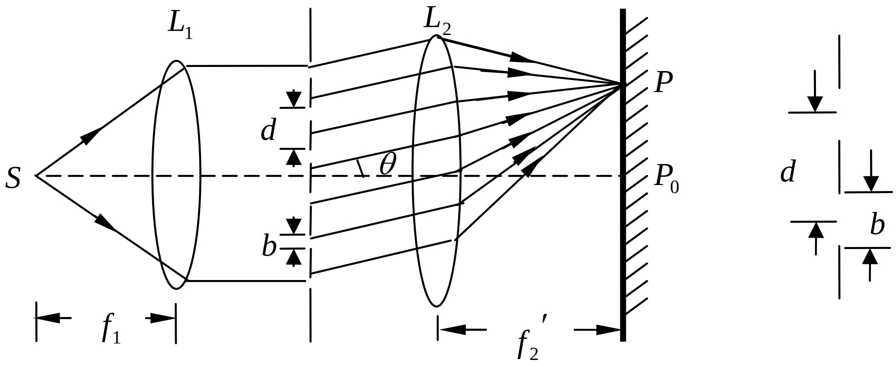

图 5 平面衍射光栅

- P 点光强：

$$I_P = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2} \cdot \frac{\sin^2 N\frac{\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

其中 $\frac{\sin^2 u}{u^2}$ 为衍射因子，$\frac{\sin^2 N\frac{\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}$ 为干涉因子；$u = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$，$\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$

（相邻缝相位差之半）

- 花样特征：单缝衍射和多缝干涉的叠加
- 光栅方程：

  若垂直光入射　　$d\sin\theta = j\lambda$, $j = 0, \pm 1, \pm 2\cdots$

  非垂直入射　　$d(\sin\theta_0 \pm \sin\theta) = j\lambda$，“+”同侧，“−”是异侧。

- 谱线缺级：$j = k\frac{d}{b}$，级数为 j 的谱线消失

  类似于图 6 要求会画

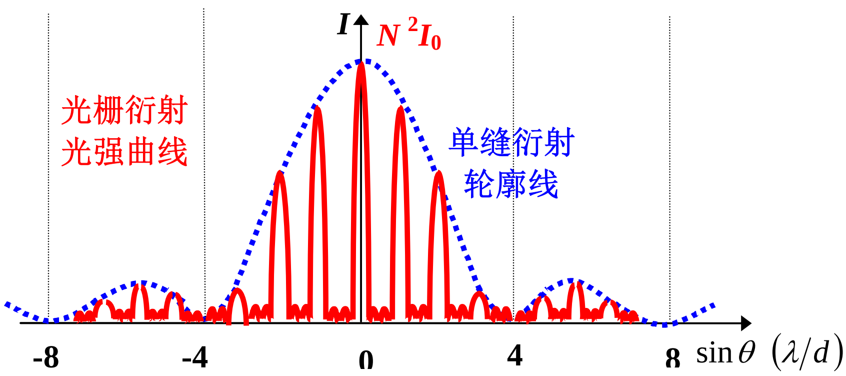

图 6 谱线缺级

- 谱线宽度 $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_j}$

[例 1] 利用光栅测波长的方法如下，用钠光灯（$\lambda = 5890 A^{\circ}$）垂直在衍射在栅上，测得第 2 级亮线的偏角是$2^{\circ}11'$，而以另一束未知光波的单色光照射时，它的第一级亮线的偏解为$5^{\circ}2'$，求这种光波波长？

解：根据光栅方程$d\sin\theta = j\lambda$（$\because$ 垂直照射，$\theta_0 = 0$）

(1) 当用钠光灯照射时 $d\sin\theta_1 = j_1\lambda_1\left(j_1 = 2, \theta_0 = 10^{\circ}11'\right)$

$$\therefore d = \frac{j_1\lambda_1}{\sin\theta_1}$$

(2) 当用波长未知的光照射时，

$$d\sin\theta_2 = j_2\lambda_2\left(j_2 = 1\ , \theta_2 = 5^{\circ}2'\right)$$

$$\therefore \lambda_2 = \frac{d_2\sin\theta_2}{j_2} = \frac{j_1\lambda_1\sin\theta_2}{j_2\sin\theta_1} = \frac{2\times 5890\times 10^{-8}\times 0.0898}{0.179\times 1} = 5843 A^{\circ}$$

[例 2] 由 1 mm 内有 500 条刻痕透射光栅，观察纳光谱（$\lambda = 5890 A^{\circ}$）问：

1．光线垂直入射时，最多能看到几级光谱

2. 光线的入射解为30°时最多能看到几级光谱？

解：（1）根据光栅方程$d\left(\sin\theta \pm \sin\theta_0\right) = j\lambda$

垂直入射，$\theta_0 = 0$，得光栅方程为$d\sin\theta = j\lambda$

$\therefore j = \dfrac{d\sin\theta}{\lambda} = \dfrac{1\times 10^{-1}/500\times 1}{5890\times 10^{-8}} = 3.4$（$\sin\theta$ 取 1 最大，即$\theta = \dfrac{\pi}{2}$）

j 只能取 3，最多能 3 级光谱。

（2）$d\left(\sin\theta \pm \sin\theta_0\right) = j\lambda$（最多应取“+”）$\theta = \dfrac{\pi}{2}$

$$\therefore j = \frac{d\left(\sin\theta + \sin\theta_0\right)}{\lambda} = \frac{1\times 10^{-1}\Big/ 500\times\left(\dfrac{1}{2}+1\right)}{5890\times 10^{-8}} = 5.1$$

当入射角$\theta = 30^{\circ}$最多可看到 5 级光谱。

薄膜干涉

- 等倾干涉

无论$n_2 > n_1$还是$n_1 > n_2$（即不论薄膜两边相同的介质是光疏还是光密），光在薄膜上、下表面反射时物理性质必然相反，因此两束反射光必然有额外光程差$\pm\lambda/2$（半波损引起的），我们在此取负号，于是总的光程差为

$$\delta = n_2\left(AB + BC\right) - n_1 AC' - \lambda/2$$

从图 7 不难看出$AB = BC = d_0/\cos i_2$，d_0为膜的厚度。又

$$\begin{aligned} n_1 AC' &= n_1 AC\sin i_1 \\ &= \left(2d_0\tan i_2\right)n_2\sin i_2 \\ &= 2n_2 d_0\sin^2 i_2/\cos i_2 \\ &= 2n_2 d_0\left(1-\cos^2 i_2\right)/\cos i_2 \end{aligned}$$

而$n_2\cos i_2 = \sqrt{n_2^2 - n_2^2\sin^2 i_2} = \sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i_1}$

因而最后得到$\delta = 2d_0\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i_1} - \dfrac{\lambda}{2}$

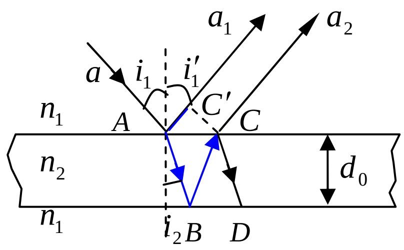

图 7 等倾干涉

- 等厚干涉

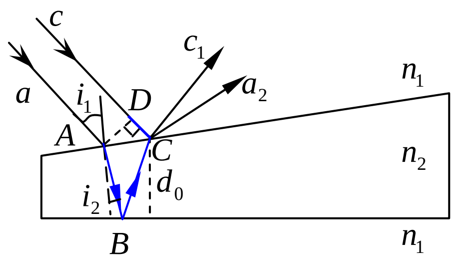

图 8 等厚干涉

光程差为$\delta = n_2(AB+BC) - n_1 CD - \dfrac{\lambda}{2}$

当$i_1 = 0$时，$\delta = 2n_2 d_0 - \dfrac{\lambda}{2}$

（注：以上等倾干涉和等厚干涉只涉及两种介质，也可能涉及三种介质，即薄膜上下两侧介质的折射率不同，考试的时侯注意。）

[例 3]在照相机及光学仪器镜头表面常盖有一层介质薄膜（MgF_2，$n=1.38$）若使透镜对眼和照相底片最敏感的黄绿光（$\lambda = 5500A^{\circ}$）反射最小，问此介质薄膜多厚？

解：实际接近于正入射$i_1 = i_2 = 0$，设介质膜厚为h，上下均有半波损失

$\therefore \delta = 2n_2 h \cos i_2 = 2n_2 h$

$\because$相干相消才能反射最小

$\therefore 2h_2 h = (2j+1)\dfrac{\lambda}{2}$

$\therefore h = \dfrac{(2j+1)\lambda}{4n_2}$

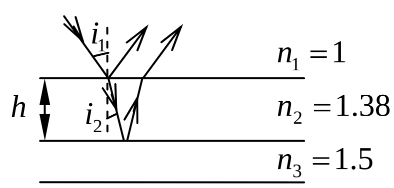

图 9 相机薄膜

取（$j=0$最小值），$h = \dfrac{\lambda}{4n_2} = \dfrac{5500A}{4\times 1.38} \approx 1000A^{\circ} = 10^{-5}cm$

[例 4]一平面单色光波，垂直照射在厚度均匀的油膜上，油膜覆盖在玻璃板上，所有光波波长可连续变化，观察到 5000A 和 7000A 两个小长的光在反射中消失，求膜的厚度。（油 $n_2=1.3$，玻璃 $n_3=1.5$）

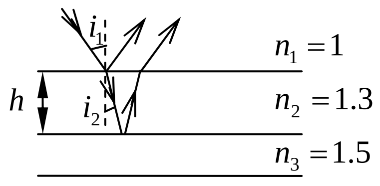

图 10 相机薄膜

解：$(2j+1)\dfrac{\lambda}{2}=(2j'+1)\dfrac{\lambda'}{2}$

$$\frac{2j+1}{2j'+1}=\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{7}{5}$$

$$\therefore 10j+5=14j'+7 \quad \therefore j'=\frac{5j-1}{7}$$

j 和 j' 必取整数，取最小 $j=3$ 对应的 $j'=2$

$$2\times1.3h=(2\times2+1)\frac{7000}{2}\times10^{-8}$$

$$\therefore h=6.93\times10^{-4}\,mm$$

第三章　几何光学的基本原理

物和像

- 实像：出射会聚光束的心（顶点）。
- 虚像：出射发散光束的心（顶点）。
- 实物：入射发散光束的心（顶点）。
- 虚物：入射会聚光束的心（顶点）。

薄透镜物像公式

如图 11，薄透镜由两个曲率半径分别为 r_1，r_2 的折射球面组成，透镜的厚度为 d，

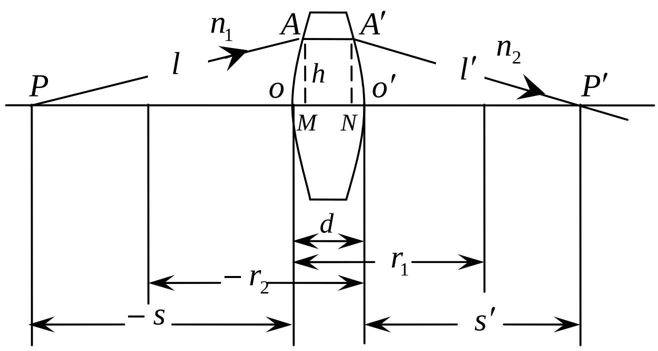

图 11 薄透镜物像公式

折射率为 n，透镜两侧的折射率分别记作 n_1 和 n_2. 若在主轴上有一点光源 P，发出的一条光线 PA 经透镜折射后, 交于主轴 P' 点, 令

$$OP=-s,\ O'P'=s',\ PA=l\ A'P'=l',\ AM=A'N=h$$

则
$$l=\left[(-s+OM)^2+h^2\right]^{\frac{1}{2}},l'=\left[(s'+O'N)^2+h^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

在近轴条件下, OM 远小于 r_1, $O'N$ 远小于 $-r_2$, 利用几何关系, 近似地可得

$$OM\approx\frac{h^2}{2r_1}\ ,\ O'N\approx\frac{h^2}{2(-r_2)}$$

这样, 任一光线 $PAA'P'$ 的光程就可以表示为

$$\Delta_{PAA'P'} = n_1 l + n\left(d - OM - O'N\right) + n_2 l'$$

$$= n_1\left[\left(-s + \frac{h^2}{2r_1}\right)^2 + h^2\right]^{\frac{1}{2}} + n\left[d - \frac{h^2}{2r_1} - \frac{h^2}{2(-r_2)}\right] + n_2\left[\left(s' + \frac{h^2}{2(-r_2)}\right)^2 + h^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

当 A 点在透镜上移动时，r_1 和 r_2 是常量，h 则是位置的变量，根据费马原理，$\frac{d\Delta_{PAA'P'}}{dh} = 0$，即得

$$\frac{n_1\left[\left(-s + \frac{h^2}{2r_1}\right)\frac{h}{r_1} + h\right]}{l} - n\frac{h}{r_1} - n\frac{h}{(-r_2)} + \frac{n_2\left[\left(s' + \frac{h^2}{2(-r_2)}\right)\frac{h}{-r_2} + h\right]}{l'} = 0$$

在近轴条个下，h 远小于曲率半径，略去 h^2 项，并考虑 $l = - = s\ l' = s'$，上式又可写成

$$h\left[\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} - \left(\frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}\right)\right] = 0$$

或者

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}$$

这便是薄透镜的物像公式.

作图

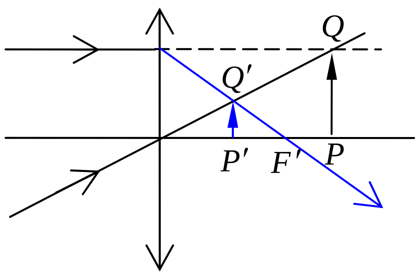

图 12 虚物作图

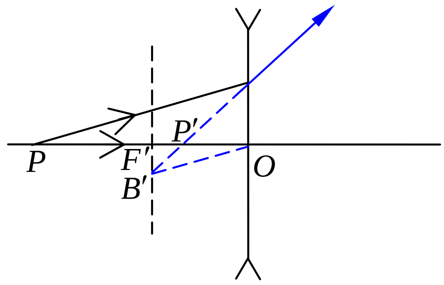

图 13 复焦点法作图

第四章 光学仪器的基本原理

照度

照度是表征受照面被照明程度的物理量，它可用落在爱照物体单位面积上的光通量数值来度量.

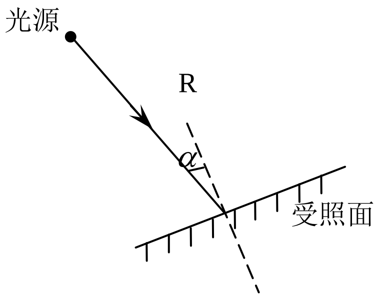

图 14 照度

如查照射在物体面元 dS 上的光通量为 $d\Phi$，则照度 E 可表示为

$$E = \frac{d\Phi}{dS}$$

对于光源来说 $d\Phi = Id\Omega$，因面照度为

$$E = \frac{Id\Omega}{dS} = \frac{I\cos\alpha}{R^2}$$

[例 5 P301，12 题]

一灯（可认为是点光源）悬在圆桌中央的上空，桌的半径为 R，为了使桌的边缘能得到最大的照度，灯应悬在离桌面中心多高处？

解：由照度定律有：

$$E = \frac{Id\Omega}{dS} = \frac{I\cos\theta}{R^2+H^2} = \frac{I}{R^2+H^2}\frac{H}{\sqrt{R^2+H^2}}$$

$$= \frac{IH}{\left(R^2+H^2\right)^{3/2}}$$

问题转化为求 $\frac{H}{\left(R^2+H^2\right)^{3/2}}$ 的最大值。

通过求导很容易求得当 $H = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ 时，E 最大。

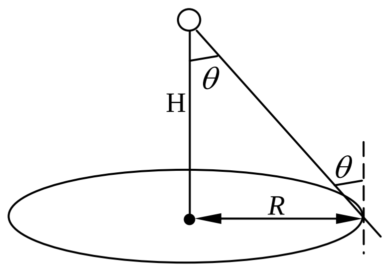

图 15 照度例题

第五章 光的偏振

线偏光、圆偏光、自然光的检验

- 线偏光和自然光的检验：经过偏振片，偏振片旋转：I 不变，为自然光；I 变且有消光，为线偏振光。
- 圆偏光和自然光的检验：首先用偏振片进行观察，若光强随偏振片转动没有变化，那么这束光是自然光或是圆偏振光。这时我们可在偏振片之前放一块 1/4 波片，然后再转动偏振片一圈。如果强度仍然没有变化，那么入射光束就是自然光。如果转动偏振片一圈出现两次消光，那么入射光束就是圆偏振光，因为 1/4 波片能把圆偏振光转变成线偏振光。

双折射

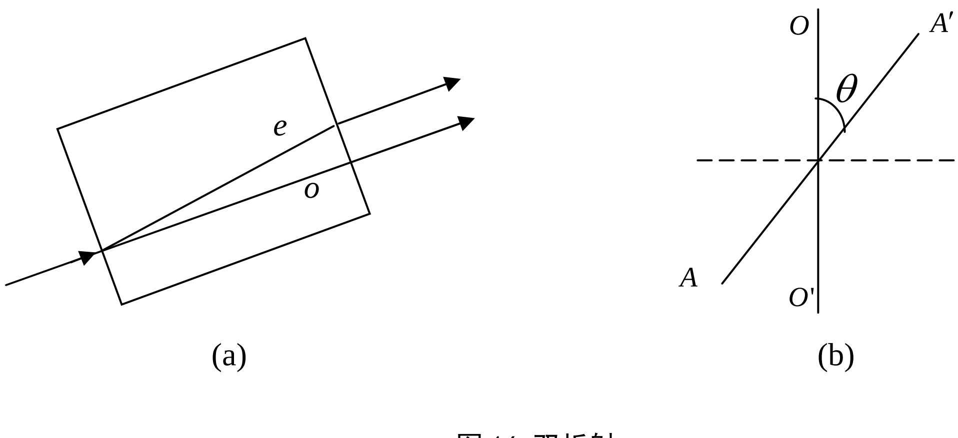

图 16 双折射

当入射光为线偏光时，如图 16 中的（b），此时 o 光和 e 光的振幅与 θ 有关，OO' 表示晶体的主截面与纸面的交线，AA' 表示垂直入射的线偏振光的振动面与主截面的夹角，则有

$$A_o = A\sin\theta$$
$$A_e = A\cos\theta$$

布鲁斯特定律

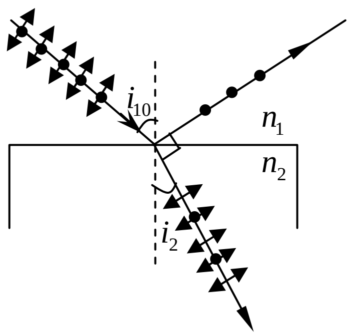

图 17 布鲁斯特定律

如图 17，当 $i_{10} + i_2 = 90^\circ$ 时，反射光成为线偏振光，此时有

$$\tan i_{10} = \frac{\sin i_{10}}{\cos i_{10}} = \frac{\sin i_{10}}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

该关系称为布鲁斯特定律，这个特殊的入射角 i_{10} 称为布鲁斯特角。

马吕斯定律

线偏光通过检偏器后的透射光强度随 θ 角变化：

$$I_\theta = A^2\cos^2\theta$$

当 $\theta = 0$ 时，上式有最大值，令 $I_\theta = I\cos^2\theta$，可得

$$I_\theta = I\cos^2\theta$$

这种规律叫做马吕斯定律。

$\frac{1}{4}/\frac{1}{2}$ 波片

厚度满足 $(n_o - n_e)d = \pm\frac{\lambda}{4}$ 的波片称为 $\frac{1}{4}$ 波片，光通过 $\frac{1}{4}$ 波片后，o 光和 e 光的相位差 $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$。

同理可得到 $\frac{1}{2}$ 波片的定义及性质。

注：以上是根据段老师最后一课所画重点整理出来的，其间参考了王恒及肖挺阳两位同学的笔记，第二章整理部分参看了张春阳整理的《第二章小结》。时间有限，难免有误。以课本为准，该整理仅参考。