Índice general

1. Formalismos **1**
1.1. Introducción a la Teoría de Conjuntos 1
1.1.1. Definiciones 1
1.1.2. Operaciones 2
1.2. Relaciones 6
1.2.1. Definiciones 6
1.2.2. Producto Cartesiano 7
1.2.3. Representaciones 8
1.2.4. Tipos 8
1.3. Funciones 11
1.3.1. Propiedades 11
1.3.2. Tipos 12
1.3.3. Operaciones 13
1.4. Álgebra de Boole 15
1.4.1. Generalidades 15
1.4.2. Lógica Binaria 16
1.4.3. Funciones Booleanas 17
1.5. Nociones sobre Grafos 17
1.5.1. Definiciones 17
1.5.2. Clasificación 19
1.5.3. Tipos 21
1.5.4. Circuitos y Ciclos 21
1.5.5. Árboles 23
1.5.5.1. Generalidades 23
1.5.5.2. Árboles Generadores 23
1.5.5.2.1. Algoritmo de Prim 23
1.5.5.2.2. Algoritmo de Kruskal 24
1.5.5.3. Árboles *m-arios* 26
Notas del capítulo 29

Índice de figuras

1.1. Relación de Unión entre dos conjutos genéricos. 3
1.2. Relación de Intersección entre dos conjutos genéricos. 4
1.3. Relación de Resta entre dos conjuntos genéricos. 5
1.4. Relación de Disjunción entre dos conjutos genéricos. 5
1.5. Relación de Diferencia Simétrica entre dos conjutos genéricos. 6
1.6. Relación de Complemento. 7
1.7. Representaciones genéricas del Producto Cartesiano. 8
1.8. Representaciones el producto cartesiano $O \times P$. 9
1.9. Representación genérica de una Relación Binaria mediante una Matriz. 9
1.10. Representaciones para la función: $f(x+5)$. 11
1.11. Relaciones entre los principales elementos de una función. 12
1.12. Tipos de funciones basadas en la relación de Dominio y Recorrido. 13
1.13. Representaciones para la función: $\frac{8x^2+3x+3}{2}$. 13
1.14. Representaciones para la función: $\frac{-8x^2+3x+7}{2}$. 14
1.15. Representaciones para la función: $\frac{13x^3+20x^2-3x-5}{2}$. 14
1.16. Representaciones para la función: $\frac{3x+5}{8x^2-2}$. 15
1.17. Representaciones para la función: $6x^2+1$. 15
1.18. Representaciones comunes del Operador Booleano NOT. 16
1.19. Representaciones comunes del Operador Booleano OR. 17
1.20. Representaciones comunes del Operador Booleano AND. 17
1.21. Representaciones comunes del Operador Booleano XOR. 18
1.22. Ejemplos de Grafos. 19
1.23. Ejemplo de Multigrafo y Grafo no simple y Grafo dirigido. 20
1.24. Ejemplo de Grafos Isomorfos. 21
1.25. Ejemplo de Grafos: Completo, Regular y Bipartito. 22
1.26. Grafo origen para Algoritmo de Prim. 24
1.27. Grafo origen para Algoritmo de Kruskal. 25
1.28. Ejemplo de Árboles *m-arios*. 26
1.29. Ejemplo de Árbol con Raíz. 27
1.30. Grafo de Königsberg. 29

Índice de cuadros

1.1. Tabla de Pesos Crecientes para Figura 1.27 26

Capítulo 1

Formalismos

1.1. Introducción a la Teoría de Conjuntos

1.1.1. Definiciones

Definición 1.1.1. Se conoce por Conjunto [1] a una estructura finita de elementos que guardan una relación entre si.

Definición 1.1.2. Los elementos que componen un conjunto reciben también el nombre de **objetos**.

Corolario 1.1.3. *Existen dos métodos para describir un conjunto: conjuntos por extensión y conjuntos por compresión.*

i. Conjunto por Extensión: Se dice que un conjunto está descrito por extensión cuando todos los elementos que lo componen se puede enumerar. Normalmente se denotan los elementos entre corchetes:

   Ejemplo 1.1.4. El conjunto O, contiene los dígitos de 0 a 9:

$$O = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \tag{1.1}$$

ii. Conjunto por Compresión: Se dice que un conjunto está descrito por compresión cuando sus elementos se describen a través de una propiedad.

   Ejemplo 1.1.5. El conjunto P, contiene los número pares de 0 a 9:

$$P = \{x \;/\; (x\,\%2 = 0) \wedge (x >= 0 \;\&\; x < 10)\} \tag{1.2}$$

Definición 1.1.6. Dos conjuntos son iguales si y sólo si contienen los mismos elementos (incluyendo los repetidos).

Ejemplo 1.1.7. Son iguales los siguientes conjuntos:

$$A = B \Rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} = \{0, 0, 4, 4, 4, 5, 3, 3, 2, 1, 1, 1\} \tag{1.3}$$

Definición 1.1.8. Se dice que un conjunto O es un subconjunto de P, si todos los elementos de O forman parte de P.

Ejemplo 1.1.9. Para los conjuntos: $O = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ y $P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ decimos:

$$O \subseteq P \tag{1.4}$$

Definición 1.1.10. Se denomina **Conjunto Universal** al conjunto origen a partir del cual derivan otros conjuntos. Se denota como U.

Ejemplo 1.1.11. El conjunto universal U contiene a todos los números naturales:

$$U = \{1, 2, \ldots, n, \ldots\} \tag{1.5}$$

Luego P es subconjunto de U porque P se describe como el **conjunto de los números naturales primos**:

$$P = \{1, 2, 3, 5, \ldots, n, \ldots\} \subseteq U \tag{1.6}$$

Definición 1.1.12. Se denomina **Conjunto Vacío** al conjunto que no contiene ningún elemento. Se denota como: $\varnothing$.

Ejemplo 1.1.13. Se puede decir formalmente que el conjunto vacío:

$$\varnothing \equiv \{\ \} \equiv \{\varnothing\} \tag{1.7}$$

1.1.2. Operaciones

I. Unión:

Definición 1.1.14. Dados los conjuntos O y P se tiene por **Unión** de ambos (denotado mediante el signo $\cup$) $O \cup P$, a otro conjunto que contiene los elementos de: O y P y ambos.

Ejemplo 1.1.15. Sea $O = \{v, o, c, a, l, e, s\}$ y $P = \{a, e, i, o, u\}$. Se tiene:

$$O \cup P = \{a, e, i, o, u, v, c, l, s\} \tag{1.8}$$

Propiedades:

i. Propiedad Conmutativa:

$$O \cup P \equiv P \cup O = \{a, e, i, o, u, v, c, l, s\} \tag{1.9}$$

ii. Propiedad Asociativa: Para $Q = \{a, b, c, d\}$

$$(O \cup P) \cup Q \equiv O \cup (P \cup Q) = \{a, e, i, o, u, v, c, l, s, b, d\} \tag{1.10}$$

iii. Propiedad de Absorción:

$$O \cup U = U \tag{1.11}$$

iv. Propiedad de Idempotencia:

$$O \cup O \equiv O = \{v, o, c, a, l, e, s\} \tag{1.12}$$

v. Propiedad de Neutralidad:

$$O \cup \varnothing \equiv O = \{v, o, c, a, l, e, s\} \tag{1.13}$$

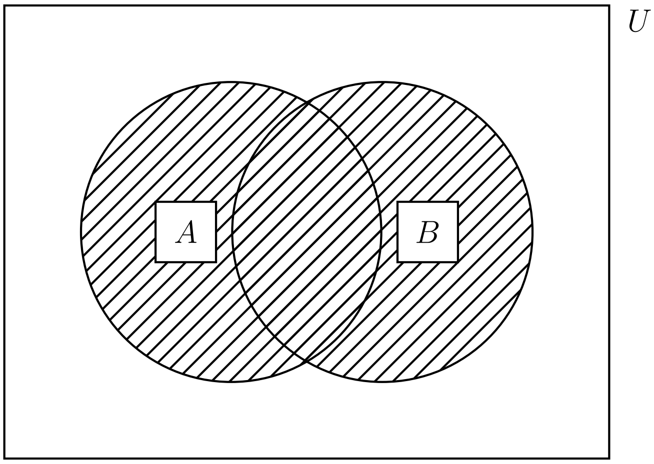


Figura 1.1: Relación de Unión entre dos conjutos genéricos.

II. Intersección:

Definición 1.1.16. Dados los conjuntos O y P se tiene por **Intersección** de ambos (denotado mediante el signo $\cap$) $O \cap P$, a otro conjunto que contiene los elementos comunes a O y P.

Ejemplo 1.1.17. Sea $O = \{v, o, c, a, l, e, s\}$ y $P = \{a, e, i, o, u\}$. Se tiene:

$$O \cap P = \{o, a, e\} \tag{1.14}$$

Propiedades:

i Propiedad Conmutativa:

$$O \cap P \equiv P \cap O = \{o, a, e\} \tag{1.15}$$

ii Propiedad Asociativa: $Q = \{a, b, c, d\}$

$$(O \cap P) \cap Q \equiv O \cap (P \cap Q) = \{a\} \tag{1.16}$$

iii Propiedad de Absorción:

$$\varnothing \cap O \equiv \varnothing = \varnothing \tag{1.17}$$

iv Propiedad de Idempotencia:

$$O \cap O \equiv O = \{v, o, c, a, l, e, s\} \tag{1.18}$$

v Propiedad de Neutralidad:

$$O \cap U \equiv O = \{v, o, c, a, l, e, s\} \tag{1.19}$$

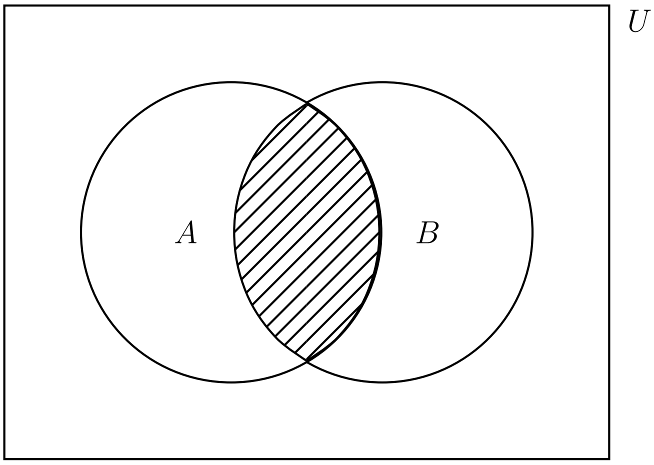


Figura 1.2: Relación de Intersección entre dos conjutos genéricos.

III. Leyes de De Morgan: Nos permiten establecer equivalencias entre los operadores antes vistos (Unión e Intersección)

Definición 1.1.18. Primera Ley:

$$\overline{O \cup P} = \bar{O} \cap \bar{P} \tag{1.20}$$

$$\overline{O \cup P} = \{v, c, l, s\} \equiv \bar{O} \cap \bar{P} = \{v, c, l, s\} \tag{1.21}$$

Definición 1.1.19. Segunda Ley:

$$\overline{O \cap P} = \bar{O} \cup \bar{P} \tag{1.22}$$

IV. Resta de Conjuntos:

Definición 1.1.20. Dados los conjuntos O y P se tiene por **Resta** de ambos (denotado mediante el signo $-$) $O - P$, a aquellos elementos de O que no estén en P

$$O \cap P = \{v, c, l, s\} \tag{1.23}$$

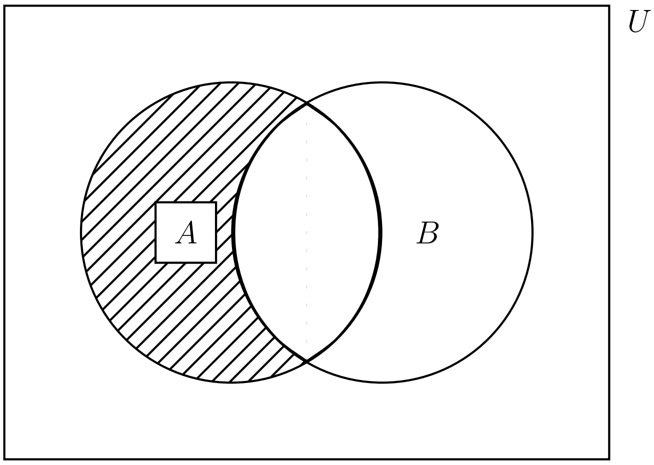


Figura 1.3: Relación de Resta entre dos conjuntos genéricos.

V. Disjunción:

Definición 1.1.21. Dos conjuntos son **Disjuntos** cuando su intersección es vacía.

Ejemplo 1.1.22. Dados los conjuntos: $P = \{a, e, i, o, u\}$ y $Q = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$P \cap Q = \varnothing \tag{1.24}$$

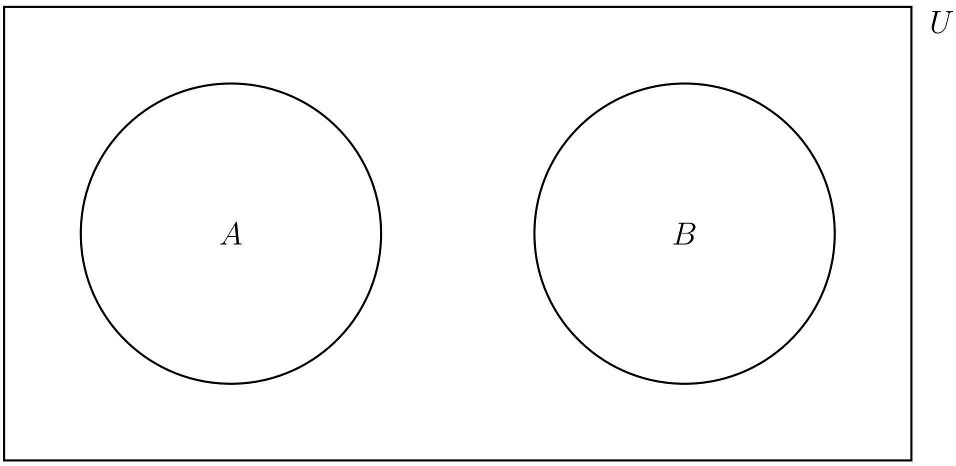


Figura 1.4: Relación de Disjunción entre dos conjutos genéricos.

VI. Diferencia Simétrica:

Definición 1.1.23. Dados los conjuntos O y P se entiende por **Diferencia Simétrica**, denotado como $\oplus$, a todos los elementos que están en O y no en P u todos los elementos que están en P y no están en el conjunto O.

Formalidad 1.1.24. $O \oplus P = (O - P) \cup (P - O)$

Ejemplo 1.1.25. Sea $O = \{a, b, c, d, e, f, g, i\}$ y $P = \{a, e, i, o, u\}$ se tiene:

$$O - P = \{b, c, d, f, g\} \wedge P - O = \{o, u\} \Rightarrow O \oplus P = \{b, c, d, f, g, o, u\} \tag{1.25}$$

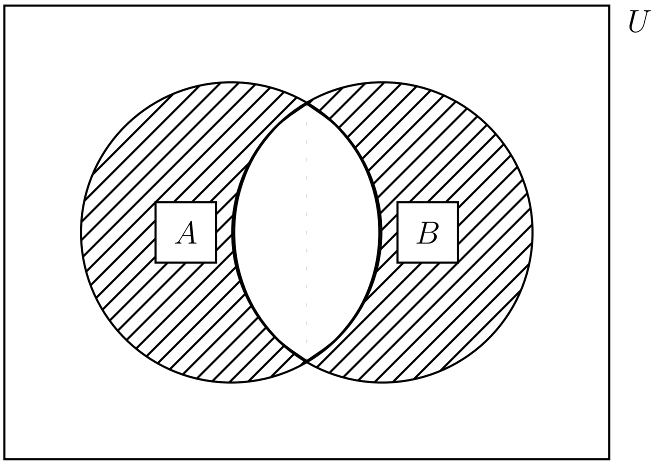


Figura 1.5: Relación de Diferencia Simétrica entre dos conjutos genéricos.

VII. Complemento:

Definición 1.1.26. Dado el conjunto P se tiene por **Complementario** (denotado mediante el signo $\bar{P}$), a aquellos elementos de U que no están en P.

Formalidad 1.1.27. $\bar{P} = U - P$

Ejemplo 1.1.28. En nuestro caso siendo U el alfabeto castellano y $P = \{a, e, i, o, u\}$ se tiene:

$$\bar{P} = \{b, c, d, \ldots, x, y, z\} \tag{1.26}$$

1.2. Relaciones

1.2.1. Definiciones

Definición 1.2.1. Denominamos **Par** a **todo conjunto finito de dos elementos**:

$$P = (a, b) \tag{1.27}$$

de modo que:

i. a es la **primera coordenada** o primer elemento.

ii. b de manera análoga, es la **segunda coordenada** o segundo elemento.

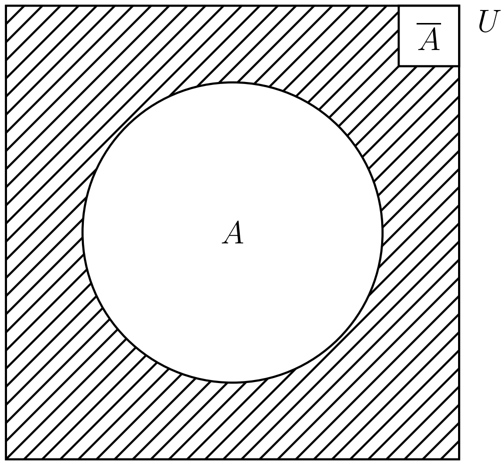


Figura 1.6: Relación de Complemento.

Definición 1.2.2. Dos pares: (a, b) y (c, d) **son iguales** si:

$$a \div c \wedge b \div d \tag{1.28}$$

Definición 1.2.3. Un Par es **idéntico** si:

$$a \div b \tag{1.29}$$

Definición 1.2.4. El Par **recíproco** a (a, b) es:

$$(b, a) \tag{1.30}$$

1.2.2. Producto Cartesiano

Definición 1.2.5. Formalmente diremos que el **Producto Cartesiano** para A, B es:

$$A \times B = \{(a, b) \;/\; (a \in A) \;\wedge\; (b \in B)\} \tag{1.31}$$

Ejemplo 1.2.6. Para los conjuntos: $O = \{1, 3, 6\}$ y $P = \{2, 4\}$ tenemos:

$$O \times P = \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4), (6, 2), (6, 4)\} \tag{1.32}$$

Propiedades:

i. **No Conmutativo**: Dados los conjuntos: $R = (a)$ y $S = (b)$ tenemos:

$$R \times S = \{(a, b) / (a \in R) \wedge (b \in S)\} \tag{1.33}$$

Por contra:

$$S \times R = \{(b, a) / (b \in S) \wedge (a \in R)\} \tag{1.34}$$

ii. **Asociativo**: Dados los conjuntos: $R = (a)$, $S = (b)$ y $T = (c)$ tenemos:

$$R \times S \times T = (R \times S) \times T = R \times (S \times T) \tag{1.35}$$

iii. **Distributivo**:

$$R \times (S \cap T) = (R \times S) \cap (R \times T) \tag{1.36}$$

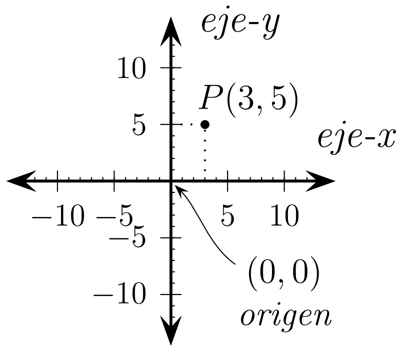
1.2.3. Representaciones

I. **Representación Mediante Tabla**: Para los conjuntos $O = (o_1, o_2, \ldots, o_m)$ y $P = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, cada elemento de O sería el índice de cada columna y, de manera análoga cada elemento de P constituiría el índice de una fila. **La intersección representa el Par resultado**.

II. **Representación Cartesiana**: Se representa mediante dos ejes. El eje horizontal corresponde al conjunto O y, el eje vertical corresponde al conjunto P. **La intersección de ambos (un Punto) es un Par producto**.

$\varnothing$	O_1	$\ldots$	O_m
P_1	$O \times P_{11}$	$\ldots$	$O \times P_{1m}$
P_2	$O \times P_{21}$	$\ldots$	$O \times P_{2m}$
$\vdots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
P_n	$O \times P_{n1}$	$\ldots$	$O \times P_{nm}$

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación mediante Sistema Cartesiano.

Figura 1.7: Representaciones genéricas del Producto Cartesiano.

Nota: Para el Ejemplo (1.2.6):

1.2.4. Tipos

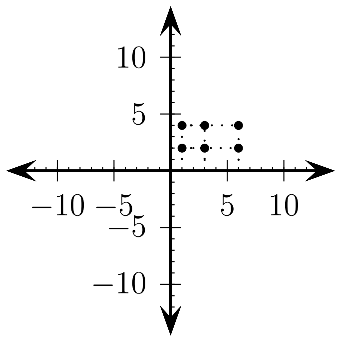
I. **Relaciones Binarias:**

Definición 1.2.7. Para dos conjuntos dados A y B y la relación $\Re$ decimos que: *"La Relación Binaria de A hacia B es de la forma"*:

$$\Re = \{(a, b) \diagup (((a, b) \in A \times B) \wedge (a \Re b)) \tag{1.37}$$

∅	1	3	6
2	$(1,2)$	$(3,2)$	$(6,2)$
4	$(1,4)$	$(3,4)$	$(6,4)$

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación mediante Sistema Cartesiano.

Figura 1.8: Representaciones el producto cartesiano $O \times P$.

Ejemplo 1.2.8. Para el conjunto: $O = \{1, 2, 3\}$; $o_i \Re o_j \Leftrightarrow o_i \cdot o_j$ *es número par*. Por ello tenemos:

$$o_i \Re o_j = \{(1,2),(2,1),(2,2),(3,2)\} \tag{1.38}$$

Representaciones de las Relaciones Binarias:

Nota: Para el Ejemplo (1.2.8):

i. Representación Cartesiana: Partiendo de la definición (1.2.3), **la intersección de los conjuntos es un Par de la Relación**.
ii. Representación Sagital: Partiendo de la definición (1.2.3), **el punto de intersección es un Par de la Relación**.
iii. Representación Matricial: Se trata de las transcripción directa de la **Representación Cartesiana** a Matriz donde, **cada a_{ij} representa un Par de la Relación**.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Figura 1.9: Representación genérica de una Relación Binaria mediante una Matriz.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

II. **Relación Inversa:**

Definición 1.2.9. Definimos **Relación Inversa** (denotada como $\Re^{-1}$) a aquella relación entre pares que establece:

$$\Re^{-1} = \{(a, b)|(b, a) \in \Re\} \tag{1.39}$$

Ejemplo 1.2.10. Para el Ejemplo (1.2.8):

$$o_i \; \Re^{-1} o_j = \{(2, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3)\} \tag{1.40}$$

III. **Relación Complementaria:**

Definición 1.2.11. Definimos **Relación Complementaria** (denotada como $\overline{\Re}$) a aquella relación entre pares que establece:

$$\forall \; a \in A, b \in B; \;\; a \; \overline{\Re} \; b \Leftrightarrow a \; \Re \; b \notin (A \times B) \tag{1.41}$$

Ejemplo 1.2.12. Para el Ejemplo (1.2.8):

$$o_i \; \overline{\Re} \; o_j = \{(1, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\} \tag{1.42}$$

IV. **Relaciones Transitivas:**

Definición 1.2.13. Definimos **Relación Transitiva** a aquella que cumple:

$$\forall \; a \in A, b \in B, c \in C; a \; \Re \; b \wedge b \; \Re \; c \Rightarrow a \; \Re \; b \tag{1.43}$$

Ejemplo 1.2.14. Para el Ejemplo (1.2.8) y el conjunto $P = \{4, 5, 6\} \Rightarrow p_i \; \Re \; p_j$ *es número par* $=$

$$o_i \; \Re \; p_j = \tag{1.44}$$

V. **Relación Compuesta:**

Definición 1.2.15. Definimos **Relación Compuesta** a aquella relación (en nuestro caso, con tres conjuntos origen) que se establece $\forall a \in A, b \in B, c \in C; A \subseteq B \wedge \;\; a \; \Re \; b$ y $B \; \subseteq \; C \; \wedge b \; \Im \; c$:

$$\Re \circ \Im = \{(a, c) \diagup \exists \; b \in B \Leftrightarrow \;\; a \; \Re \; b \wedge \;\; b \; \Im \; c\} \tag{1.45}$$

Ejemplo 1.2.16. Para el Ejemplo (1.2.8) y la relación en el conjunto P $p_i \; \Im \; p_j \Leftrightarrow o_i + o_j \,\%\, 3 = 0$

$$\Re \circ \Im = \{(1, 2), (2, 1)\} \tag{1.46}$$

1.3. Funciones

Definición 1.3.1. De manera somera podemos decir que una **Función** [2] es una regla que transforma un conjunto (**Conjunto Inicial** o *Dominio*) **en otro nuevo conjunto** (**Conjunto Imagen** o *Recorrido*). Si establecemos el Conjunto Origen como D_1 y el Conjunto Imagen como R_1 tenemos la relación:

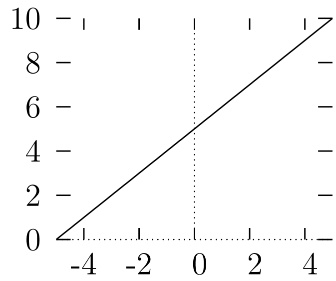
$$f : D_1 \longrightarrow R_1 \tag{1.47}$$

Ejemplo 1.3.2. Tenemos la función $f(x+5)$ y el Conjunto Origen $U = \{0,1,2,3,4,5\}$ por lo que:

$$f(O+5) = \{5,6,7,8,9,10\} \tag{1.48}$$

Dominio	*Recorrido*
0	5
1	6
2	7
3	8
4	9
5	10

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación gráfica.

Figura 1.10: Representaciones para la función: $f(x+5)$.

Definición 1.3.3. Formalmente **una función para una variable** (tomaremos x por convención) que pertenece al conjunto $Dominio(x)$ le corresponden uno o varios valores en y que a su vez pertenece al conjunto $Recorrido(x)$

$$y = f(x) \tag{1.49}$$

1.3.1. Propiedades

Para la relación: $f : D_1 \longrightarrow R_1$ tenemos la siguientes propiedades:

I. **Representación Gráfica**: el conjunto D_1 es un subconjunto del Producto Cartesiano $D_1 \times R_1$

II. **Imagen**: Establecemos que la Imagen de X como X' por lo que:

$$X' \subset X : f(X') = \{f(x') \;/\; x' \in X'\} \tag{1.50}$$

III. **Imagen Recíproca**: Es la función inversa del Conjunto Imagen es decir:

$$f^{-1} : y \in Y = \{x \in X \;/\; f(x) = y\} \tag{1.51}$$

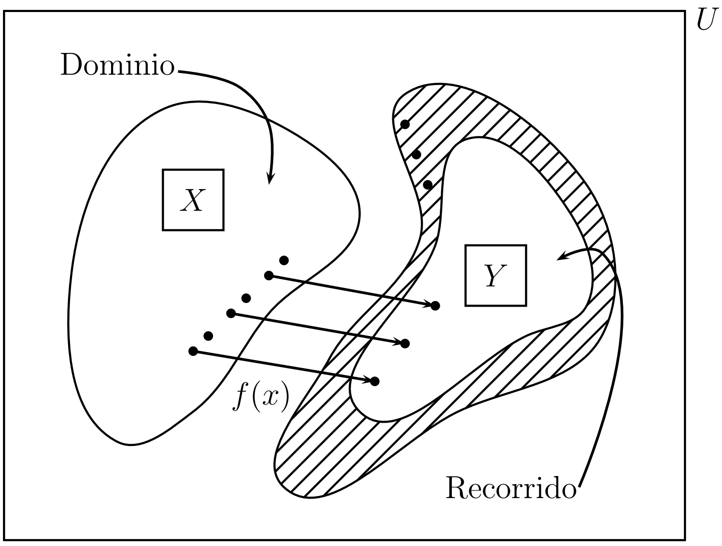


Figura 1.11: Relaciones entre los principales elementos de una función.

IV. **Restricción** de f sobre $U \subset X$:

$$f : U \longrightarrow Y \;/\; \{u_i \in U, u_i \in X, y \in Y\} \tag{1.52}$$

1.3.2. Tipos

Se conocen tres tipos de funciones dada por la relación entre los valores del Conjunto Inicial y los valores del Conjunto Imagen: $f : X \longrightarrow Y$

I. **Funciones Exhaustivas o Suprayectiva**: Una **Función es Exhaustiva** si para cada elemento de X existe al menos un elemento en Y

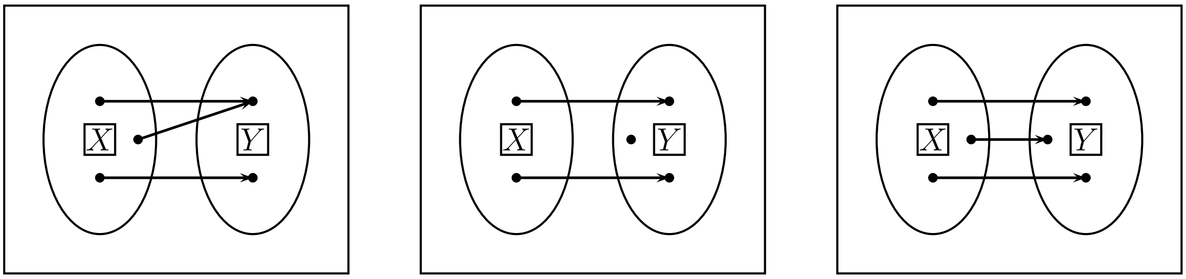
$$\forall\, y \;\in\; Y \;\exists\, x \;\in\; X \;/\; f(x) = y \tag{1.53}$$

II. **Funciones Inyectivas**: Una **Función es Inyectiva** si para cada elemento de Y existe como máximo un elemento en X

$$\forall\, x \;\in\; X \;\exists\, y \;\in\; Y \;/\; f(x) = y \tag{1.54}$$

III. **Funciones Biyectivas**: Una **Función es Biyectiva** si para cada elemento de X existe un único elemento de Y

$$\exists\, x \;\in\; X,\; \exists\, y \;\in\; Y \;/\; f(x) = y \tag{1.55}$$



(a) Función Suprayectiva α (b) Función Inyectiva β (c) Función Biyectiva γ

Figura 1.12: Tipos de funciones basadas en la relación de Dominio y Recorrido.

1.3.3. Operaciones

Nota: Usaremos las funciones genéricas: $F(x) = (f_1, f_2x, \ldots, f_nx^{n-1})$ y $G(x) = (g_1, g_2x, \ldots, g_nx^{n-1})$ con $\{n \in \mathbb{N}\}$. A modo de ejemplos tendremos las funciones: $U(x) = \frac{3x+5}{2}$ y $V(x) = 4x^2 - 1$.

I. **Suma**:

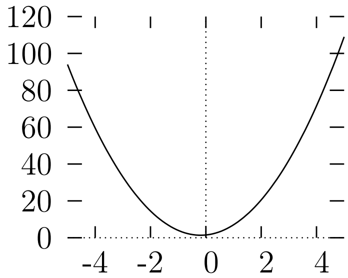
$$F(x) + G(x) = (f_1 + g_1, f_2x + g_2x. \ldots, f_nx^{n-1} + g_nx^{n-1}) \;/\; \{n \in \mathbb{N}\} \tag{1.56}$$

Ejemplo 1.3.4.

$$U(x) + V(x) = \frac{8x^2 + 3x + 3}{2} \tag{1.57}$$

Dominio	*Recorrido*
0	$\frac{3}{2}$
1	7
$\vdots$	$\vdots$
n	$\frac{8n^2+3n+3}{2}$

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación gráfica.

Figura 1.13: Representaciones para la función: $\frac{8x^2+3x+3}{2}$.

II. **Resta**:

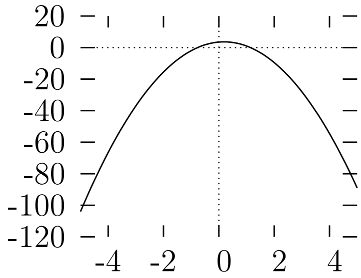
$$F(x) - G(x) = (f_1 - g_1, f_2x - g_2x. \ldots, f_nx^{n-1} - g_nx^{n-1}) \;/\; \{n \in \mathbb{N}\} \tag{1.58}$$

Ejemplo 1.3.5.

$$U(x) - V(x) = \frac{-8x^2 + 3x + 7}{2} \tag{1.59}$$

Dominio	*Recorrido*
0	$\frac{3}{2}$
1	1
$\vdots$	$\vdots$
n	$\frac{-8n^2+3n+7}{2}$

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación gráfica.

Figura 1.14: Representaciones para la función: $\frac{-8x^2+3x+7}{2}$.

III. **Producto**:

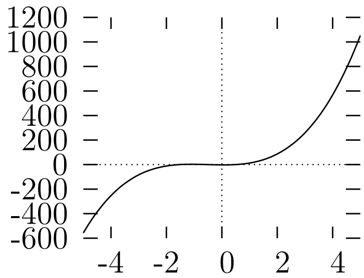
$$F(x) \cdot G(x) = \sum_{i=1}^{i=n} \prod_{j=1}^{j=n} f_i \cdot g_j \;/\; \{i, j \leqslant n\} \; e \; \{i, j \in \mathbb{N}\} \tag{1.60}$$

Ejemplo 1.3.6.

$$U(x) \cdot V(x) = \frac{13x^3 + 20x^2 - 3x - 5}{2} \tag{1.61}$$

Dominio	*Recorrido*
0	$\frac{-5}{2}$
1	$\frac{25}{2}$
$\vdots$	$\vdots$
n	$\frac{13n^3+20n^2-3n-5}{2}$

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación gráfica.

Figura 1.15: Representaciones para la función: $\frac{13x^3+20x^2-3x-5}{2}$.

IV. **División**:

$$\frac{F(x)}{G(x)} = \frac{(f_1, f_2x, \ldots, f_nx^{n-1})}{(g_1, g_2x, \ldots, g_nx^{n-1})} = \frac{f_1}{g_1} + \frac{f_2x}{g_2x} + \ldots, \frac{f_nx^{n-1}}{g_nx^{n-1}} \;/\; \{n \in \mathbb{N}\} \tag{1.62}$$

Ejemplo 1.3.7.

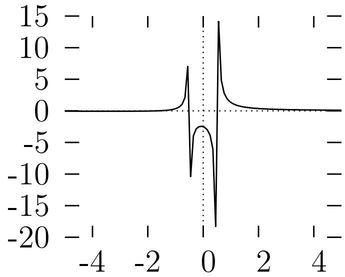
$$\frac{U(x)}{V(x)} = \frac{3x + 5}{8x^2 - 2} \tag{1.63}$$

V. **Composición**:

$$F(x) \circ G(x) = F(G(x)) = (f_1, f_2(g(x)), \ldots f_n(g(x)))/ \; \{n \in \mathbb{N}\} \tag{1.64}$$

Dominio	*Recorrido*
0	$\varnothing$
1	$\varnothing$
$\vdots$	$\vdots$
n	$\frac{3n+5}{8n^2-2}$

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación gráfica.

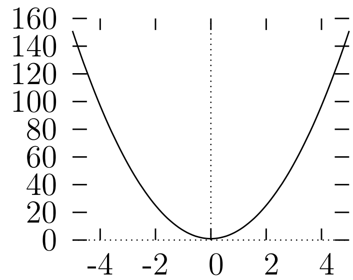
Figura 1.16: Representaciones para la función: $\frac{3x+5}{8x^2-2}$.

Ejemplo 1.3.8.

$$U(x) \circ V(x) = U(V(x)) = \frac{3(4x^2-1)+}{2} = \frac{12x^2+2}{2} = 6x^2+1 \tag{1.65}$$

Dominio	*Recorrido*
0	1
1	7
$\vdots$	$\vdots$
n	$6n^2+1$

(a) Representación mediante tabla.



(b) Representación gráfica.

Figura 1.17: Representaciones para la función: $6x^2+1$.

1.4. Álgebra de Boole

1.4.1. Generalidades

Definición 1.4.1. Un **Álgebra de Boole** se define como una tupla de cuatro elementos (también denomina retícula booleana):

$$(\mathfrak{B}, \sim, \oplus, \odot) \tag{1.66}$$

Dónde:

i. $\mathfrak{B}$: Se trata del **Conjunto de Variables Booleanas**.

ii. $\sim$: Se trata de una **operación interna unitaria** ($\mathfrak{B} \to \mathfrak{B}$) que cumple:

$$a \to b = \sim a \ / \ \{a, b \in \mathfrak{B}\} \tag{1.67}$$

iii. $\oplus$: Se trata de una **operación binaria interna** ($\mathfrak{B} \times \mathfrak{B} \rightarrow \mathfrak{B}$:) que cumple:

$$(a, b) \rightarrow c = a \oplus b \;/\; \{a, b, c \in \mathfrak{B}\} \tag{1.68}$$

iv. $\odot$: Se trata de una **operación binaria interna** ($\mathfrak{B} \times \mathfrak{B} \rightarrow \mathfrak{B}$:) que cumple:

$$(a, b) \rightarrow c = a \odot b \;/\; \{a, b, c \in \mathfrak{B}\} \tag{1.69}$$

Siendo las condiciones necesarias:

i. $a \oplus b = b$

ii. $a \odot b = a$

iii. $\sim a \oplus b = U$

iv. $a \odot \sim b = \varnothing$

Definición 1.4.2. Se establece una **relación directa entre el Álgebra de Boole y la Lógica Binaria** de manera que:

$$(\mathfrak{B}, \sim, \oplus, \odot) \equiv (\{0, 1\}, \bar{}, +, \cdot) \tag{1.70}$$

1.4.2. Lógica Binaria

Definición 1.4.3. Decimos que x, y son **Variables Booleanas Binarias** si:

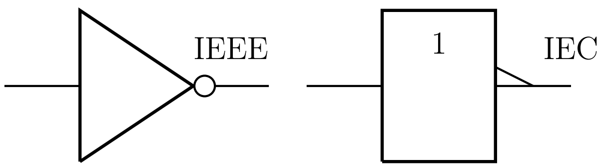
$$x, y \in (\{0, 1\}, \bar{}, +, \cdot) \tag{1.71}$$

por lo que cumplen:

I. **Operación Complemento** también denominada Operación NOT (ver Figura 1.18):

x	$\bar{x}$	$x + \bar{x}$	$x \cdot \bar{x}$
0	1	1	0
1	0	1	0

(a) Tabla de la Verdad.



(b) Puertas Lógicas para IEEE e IEC.

Figura 1.18: Representaciones comunes del Operador Booleano NOT.

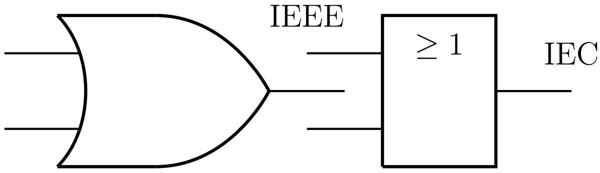
II. **Operación de Suma** también denominada Operación OR (ver Figura 1.19):

III. **Operación de Producto** también denominada Operación AND (ver Figura 1.20):

IV. **Operación de Suma Exclusiva** también denominada Operación XOR (ver Figura 1.21):

x	y	$x+y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(a) Tabla de la Verdad.

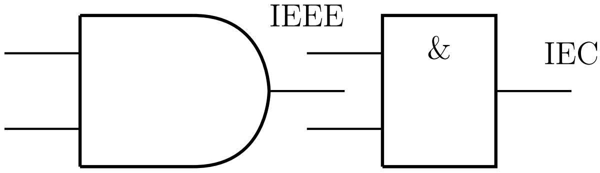


(b) Puertas Lógicas para IEEE e IEC.

Figura 1.19: Representaciones comunes del Operador Booleano OR.

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(a) Tabla de la Verdad.



(b) Puertas Lógicas para IEEE e IEC.

Figura 1.20: Representaciones comunes del Operador Booleano AND.

1.4.3. Funciones Booleanas

Definición 1.4.4. Decimos que O es una **Función Booleana**:

$$O = (u_1, u_2, \ldots, u_n) \Rightarrow u_i \in (\mathfrak{B}, \sim, \oplus, \odot) \tag{1.72}$$

de igual manera decimos que O en una **Función Booleana Binaria** si:

$$O = (u_1, u_2, \ldots, u_n) \Rightarrow u_i \in (\{0,1\}, \bar{\ }, +, \cdot) \tag{1.73}$$

Para el Álgebra de Boole tenemos dos operaciones fundamentales:

I. **Operación de Suma** de Funciones Booleanas Binarias para O y P:

$$O + P = (u_1, u_2, \ldots, u_n) + (v_1, v_2, \ldots, v_n) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, \ldots, u_n + v_n) \tag{1.74}$$

II. **Operación de Producto** de Funciones Booleanas Binarias sobre O y P:

$$U \cdot V = (u_1, u_2, \ldots, u_n) \cdot (v_1, v_2, \ldots, v_n) = (u_1 \cdot v_1, u_2 \cdot v_2, \ldots, u_n \cdot v_n) \tag{1.75}$$

1.5. Nociones sobre Grafos

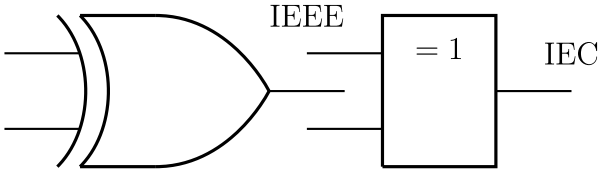
1.5.1. Definiciones

Definición 1.5.1. Un Grafo G **esta compuesto por tres conjuntos finitos** y necesariamente uno de ellos no vacío:

i. Conjunto V: El Conjunto de sus **Vértices** (**no puede ser vacío**).

x	y	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(a) Tabla de la Verdad.



(b) Puertas Lógicas para IEEE e IEC.

Figura 1.21: Representaciones comunes del Operador Booleano XOR.

ii. Conjunto E: El Conjunto de sus **Aristas**.

$$V \ x \ V \rightarrow E \tag{1.76}$$

iii. Conjunto p: El Conjunto de los **Pesos** o **Etiquetas** por aristas.

$$p : E \tag{1.77}$$

Por ello establecemos la siguiente notación para describir un Grafo:

$$G = (V, E, p) \tag{1.78}$$

Definición 1.5.2. Para una arista dada: $a_\lambda = (v_1, v_2)$ decimos que:

i. v_1 es el **origen**.

ii. v_2 es el **destino** o **final**.

Ejemplo 1.5.3. Dado el siguiente grafo G_3 (ver Figura 1.22):

i. $V = \{a, b, c\}$

ii. $E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}\}$

Definición 1.5.4. Decimos que una arista a_λ es **incidente** para dos vértices v_1, v_2 si une dichos vértices:

$$a_\lambda = (v_1, v_2) \ / \ v_1, v_2 \in V, \ a_\lambda \in E \tag{1.79}$$

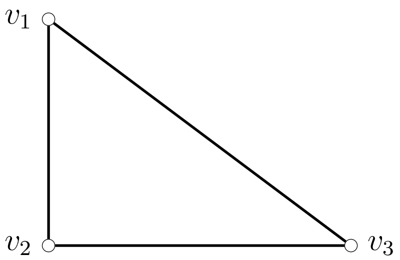
Definición 1.5.5. Un vértice v_1 es **adyacente** sobre otros vértices v_λ si dicho vértice forma parte de la relación:

$$a_\lambda = (v_1, v_\lambda) \ / \ v_\lambda \in V, \ a_\lambda \in E \tag{1.80}$$

Definición 1.5.6. Una arista del tipo $a_1 = (v_1, v_1)$ se denomina **bucle** puesto que el vértice origen y destino son el mismo.

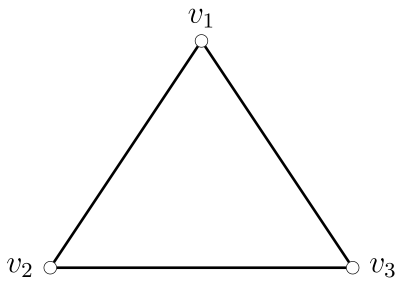
Definición 1.5.7. Si (a_1, a_2) inciden sobre el mismo vértice, se dice que son **aristas paralelas**.

Definición 1.5.8. Un vértice v_μ es un **vértice aislado** si para el conjunto E no existe ningún par o relación.



(a) Grafo G_1.

(b) Grafo G_2.



(c) Grafo G_3.

Figura 1.22: Ejemplos de Grafos.

1.5.2. Clasificación

Definición 1.5.9. Un grafo $G = (V, E, p = \emptyset)$ que contiene más de un par de aristas para uno de sus vértices en un **Grafo Multigrafo**.

Definición 1.5.10. Un grafo $G = (V, E, p = \emptyset)$ que contiene al menos un bucle y ningún conjunto de aristas paralelas es lo que convencionalmente denominamos **Grafo**.

Definición 1.5.11. Para un grafo $G = (V, E, p)$, si $p = \emptyset$ y no existen bucles, se dice que es un **Grafo Simple**.

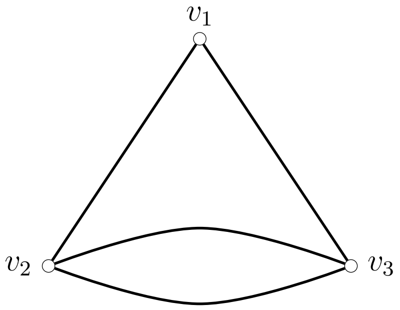
Corolario 1.5.12. *Si $p = \emptyset$ y existen bucles, el grafo se denomina **Grafo no Simple** .*

Definición 1.5.13. Para un grafo G de tipo simple, si $p \neq \emptyset$ entonces se denomina **Grafo Dirigido**.

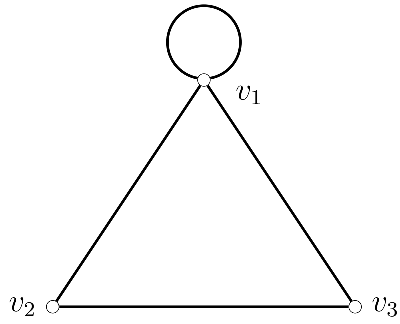
Definición 1.5.14. Dos grafos G_1 y G_2 son **Isomorfos** si existe una **Biyección** entre ellos α.

$$V_{G_1} = \{a, b, c\} \equiv \alpha V_{G_1} = V_{G_2} = \{\alpha(a) = d, \alpha(b) = e, \alpha(c) = f\} \tag{1.81}$$

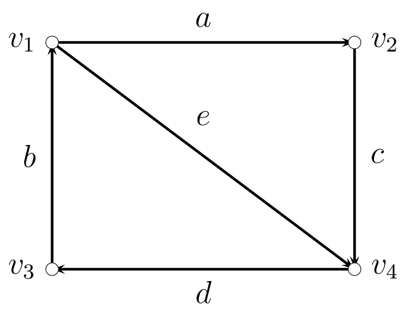
Ejemplo 1.5.15. Para $G_9 \Rightarrow V(G_9) = \alpha\ \{v_1, v_2, v_3, v_4\} \in V(G_8) = \{\alpha(v_1) = v_1',\ \alpha(v_2) = v_2',\ \alpha(v_3) = v_3',\ \alpha(v_4) = v_4'\}$



(a) Multigrafo G_4.



(b) Grafo no simple G_5.



(c) Grafo dirigido G_6.

Figura 1.23: Ejemplo de Multigrafo y Grafo no simple y Grafo dirigido.

Definición 1.5.16. Denominamos grado de un vértice v_λ para un grafo $G = (V, E, p)$ al numero de artistas del grafo G en dicho vértice.

$$\delta(v) \;/\; v \in V = \sum e_i \;/\; \{e \in E, v \in e\} \tag{1.82}$$

Ejemplo 1.5.17. Para $G_4 \Rightarrow \delta(v_1) = 2;\ \delta(v_2) = 2;\ \delta(v_3) = 2;$

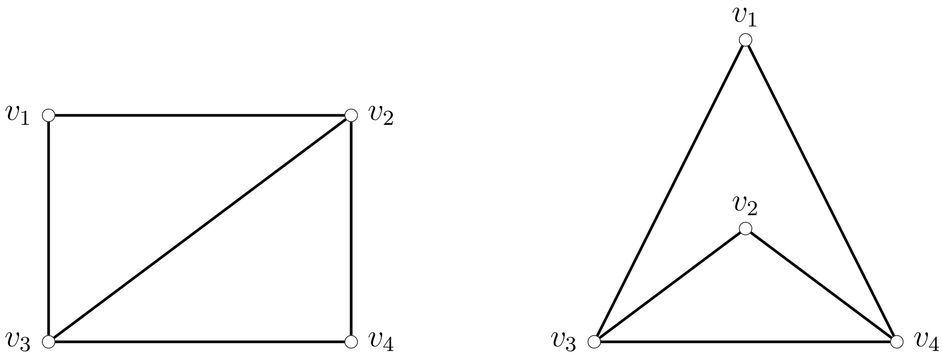
Teorema 1.5.18. *La suma de los grados de los vértices de un* ***grafo no dirigido*** *es igual al doble del número de aristas.*

$$\sum_{i=0}^{i=n} \delta(v_i) = 2 \cdot |E| \tag{1.83}$$

Ejemplo 1.5.19. Para $G_5 \Rightarrow \delta(v_1) = 3;\ \delta(v_2) = 2;\ \delta(v_3) = 2;\ \delta(v_4) = 3; \equiv 2 \cdot |E| = 2 \cdot 4 = 8$

Teorema 1.5.20. *Para un* ***grafo dirigido*** $G = (V, E, p)$ *se cumple:*

$$\sum_{i=0}^{i=n} \delta(v_i)^+ = \sum_{j=0}^{j=n} \delta(v_j)^- = |E| \tag{1.84}$$



(a) Grafo G_8.

(b) Grafo $G_9 \equiv \alpha G_8$.

Figura 1.24: Ejemplo de Grafos Isomorfos.

Dónde:

i. $\delta(v)^+$: Es el número de aristas que se dirigen a v.

ii. $\delta(v)^-$: Es el número de aristas que parten de v.

Ejemplo 1.5.21. Para G_6:

i. $\delta^+ \Rightarrow \delta(v_1)^+ = 2;\ \delta(v_2)^+ = 1;\ \delta(v_3)^+ = 1;\ \delta(v_4)^+ = 1$

ii. $\delta^+ \Rightarrow \delta(v_1)^- = 1;\ \delta(v_2)^- = 1;\ \delta(v_3)^- = 1;\ \delta(v_4)^- = 2$

iii. $E = 5$

1.5.3. Tipos

Definición 1.5.22. Se denomina **Grafo Completo** a aquel grafo simple de n vértices que tiene una sola arista entre cada par de vértices. Se denotan como K_n.

Definición 1.5.23. Se denomina **Grafo Regular** a aquel que tiene en mismo grado en todos sus vértices.

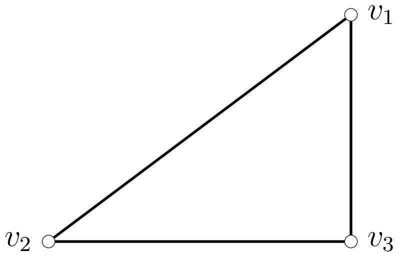
Definición 1.5.24. Se dice que un grafo es **Bipartito** si su número de vértices se pueden dividir en dos conjuntos $G = G_1 \cup G_2$ disjuntos $G_1 \cap G_2 = \emptyset$.

1.5.4. Circuitos y Ciclos

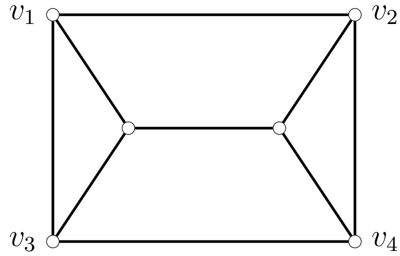
I. Recorrido y Circuito Eureliano:

Definición 1.5.25. Un grafo $G = (V, E, p)$ (o multigrafo sin vértices asilados) contiene un camino simple (**Camino Simple de Euler o Recorrido Eureliano**) que parte de v_0 hasta v_n y que pasa una sola vez por cada uno de los vértices.

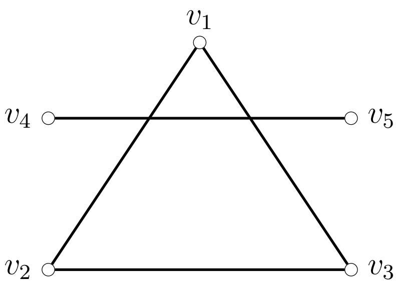
Definición 1.5.26. Recibe el nombre de Circuito de Eurler a todo camino que pase una sola vez por todos los lados de un grafo G.



(a) Grafo Completo G_{10}.



(b) Grafo Regular G_{11}.



(c) Grafo Bipartito G_{12}.

Figura 1.25: Ejemplo de Grafos: Completo, Regular y Bipartito.

Corolario 1.5.27. *Si un grafo $G = (V, E)$ tiene un Circuito de Euler*[3]*, es un grafo Eureliano.*

Teorema 1.5.28. *El Teorema de Euler dice que para un grafo $G = (V, E, p)$ o multigrafo (no digrafo) sin vértices aislados, G posee un Circuito de Euler si y sólo si G es conexo y cada vértice tiene grado par.*

II. Recorrido y Ciclo Hamiltoniano:

Definición 1.5.29. Para un grafo $G = (V, E, p)$ con $|V| \geq 3$ sin vértices aislados. G tiene un **Camino Hamiltoniano** natural que recorre todos sus vértices.

Definición 1.5.30. Un grafo $G = (V, E, p)$ tiene un **Ciclo Hamiltoniano**[4] si existe un ciclo para todos los vértices de V.

Corolario 1.5.31. *Si un grafo tiene un Ciclo Hamiltoniano se dice que es un grafo hamiltoniano.*

Teorema 1.5.32. *Si un grafo $G = (V, E, p)$ tiene $|V| \geq 3$ y $\delta(v_i) \geq 2$, entonces G es hamiltoniano.*

1.5.5. Árboles

1.5.5.1. Generalidades

Definición 1.5.33. Un Árbol se define como un grafo conectado sin ciclos.

Teorema 1.5.34. *Dado un grafo T = (V,E) decimos que se trata de un árbol sí:*

i. T es un grafo acíclico.

ii. T está tiene un número de vértices n y de arista que las interconectan $(n-1)$.

iii. Cada par de vértices está conectado únicamente por una arista.

Corolario 1.5.35. *Si para un árbol T eliminamos una arista de un par de vértices (u,v) el grafo resultante T' no tiene estructura de árbol.*

1.5.5.2. Árboles Generadores

Definición 1.5.36. Para una grafo simple $G = (V, E, p)$, existe un Árbol Generador T si y sólo si: $T(E) = G(E)$

Corolario 1.5.37. *Un Árbol Generador Mínimo de un Grafo Ponderado es un árbol en el que la suma de sus aristas el la mínima posible.*

1.5.5.2.1. Algoritmo de Prim

Programa 1.5.38. Pseudocódigo del Algoritmo de Prim:

```
FUNCTION Prim(L[1..n],]1..n]):
  T = φ;
  FOR i ← 2 TO n DO
  maxProx[i] ← 1
  absoluteMin[i] ← L[i,1]
  WHILE n − 1 DO
     min ← ∞
     FOR j ← 2 TO n DO
        IF 0 ≤ absoluteMin[j] THEN min ← absoluteMin[j]
           k ← j
     T ← T ∪ maxProx[k]
     absoluteMin[k] ← -1
     FOR j ← 2 TO n DO
        IF L[j,k] < absoluteMin[j] THEN absoluteMin[k] ← L[j,k]
           maxProx[j] ← k
   RETURN T
```

Algoritmo 1.5.39. Para un grafo $G = (V, E, p)$

i. Seleccionar un vértice v_0 aleatorio de: $G(E)$

ii. Establecer para v_0 las aristas que lo conectan. Si existen dos aristas con idéntico peso, seleccionar cualquiera de ellas.

iii. Seleccionar la nueva arista con peso mínimo.

iv. Añadir el vértice y el lado que lo interconecta al conjunto T como resultado.

v. Iterar pasos $ii \dots iv$.

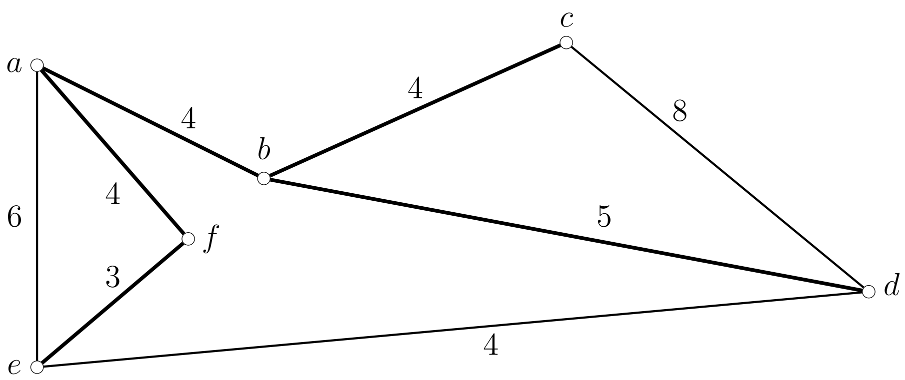


Figura 1.26: Grafo origen para Algoritmo de Prim.

Dónde:

i. $V = \{a, b, c, d, e, f\}$

ii. $E = \{ab, bc, cd, de, db, ef, af\}$

Ejemplo 1.5.40. Aplicar el Algoritmo de Prim al siguiente Grafo y encontrar su Árbol Recubridor Mínimo (Figura 1.26)

i. Seleccionamos el vértice $\{d\}$ como origen.

ii. Calculamos sobre los pesos de las arístas conexas: $\{dc = 8, de = 7, db = 5\}$

iii. Tomamos como vértice de resultado b; $T(E) = \{d, b\}$

iv. Continuamos iterando para obtener el Árbol Recubrido Mínimo: $T(E) = \{d, b, c, a, f, e\}$

1.5.5.2.2. Algoritmo de Kruskal

Programa 1.5.41. Pseudocódigo del Algoritmo de Kruskal:

```
FUNCTION Krukal(G(V,E)):
  n ← numNodes;
  T = ϕ;
  DO
      e ← {u,v}
```

```
      nodeU ← find(u)
      nodeV ← find(v)
      IF (nodeU ≠ nodeV) THEN
         union(nodeU,nodeV)
         T ← T ∪ {e}
   WHILE T = n − 1
   RETURN T
```

Algoritmo 1.5.42. Para un grafo $G = (V, E, p)$

i. Clasificar las arístas de: $G(E)$ en orden creciente.

ii. Añadir a $T(E)$ cualquiera de los los lados de G con menor peso y que no formen ciclo con otros lados.

iii. Iterar el paso ii desde: $i = 1$ hasta $G(E) - 1$.

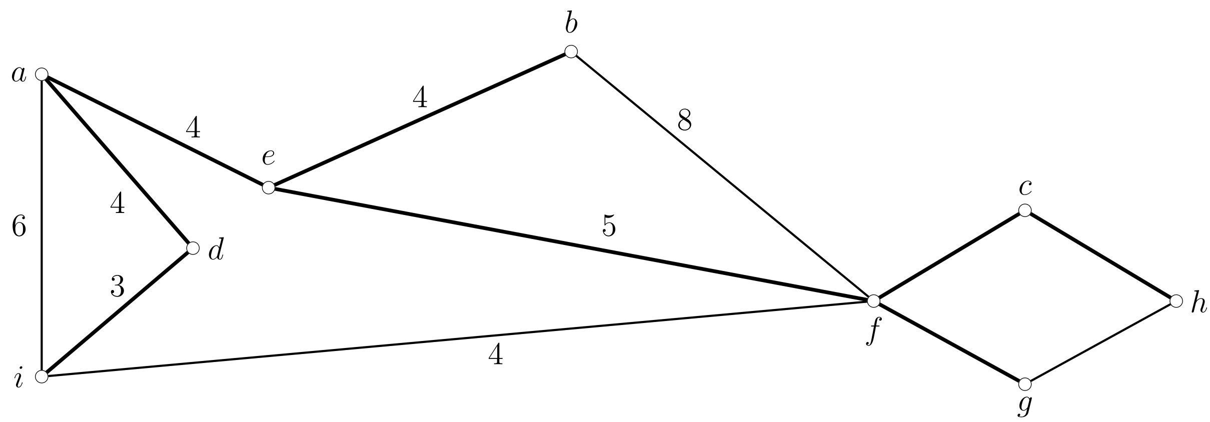


Figura 1.27: Grafo origen para Algoritmo de Kruskal.

Dónde:

i. $V = \{a, b, c, d, e, f, ...\}$

ii. $E = \{ab, bc, cd, de, db, ef, af, ...\}$

Ejemplo 1.5.43. Aplicar el Algoritmo de Kruskal al siguiente Grafo y encontrar su Árbol Recubridor Mínimo (Figura 1.27)

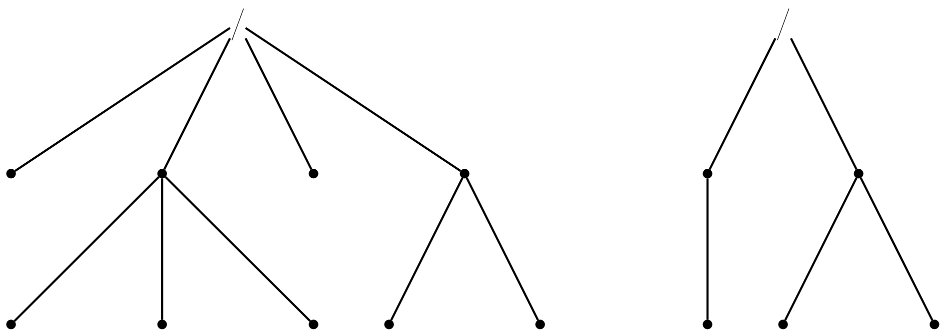
i. Clasificamos las arístas de en orden creciente (Tabla 1.1)

ii. Añadir a $T(E)$; $T(E) = \{a\}$; $T(E) = \{a, e\}$ ...

iii. Obtenemos el Árbol Recubrido Mínimo: $T(E) = \{a, e, b, c, h, d, f, i\}$

Lados	*ai*	*ad*	*fg*	*ae*	*eb*	*fc*	*ch*	*ef*	*ai*	*gh*	*bf*	*if*
Pesos	1	1	1	2	2	4	4	4	6	6	7	7
¿Añadir?	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	No	No	No	No

Cuadro 1.1: Tabla de Pesos Crecientes para Figura 1.27



(a) Ejemplo de Árbol Raíz *m-ario*. (b) Ejemplo de Árbol Raíz Binario.

Figura 1.28: Ejemplo de Árboles *m-arios*.

1.5.5.3. Árboles *m-arios*

Definición 1.5.44. Definimos un **Árbol con Raíz** si uno de sus vértices se nombra de esta manera (vértice Raíz R).

Definición 1.5.45. Un **Árbol con Raíz es *m-ario*** (con $m \geq 2$) si de designamos al ńumero máximo de hijos por cada nodo con m.

Definición 1.5.46. Un Árbol es *m-ario* completo si por cada vértice tiene m hijos o ninguno.

Recorridos: Existen tres tipos de algoritmos para recorrer Árboles *m-arios*:

Nota: Siendo R_1, R_2, ..., R_n subárboles de R de Izquierda a Derecha.

I. **Preordén** (Raíz, Izquierda, Derecha): Parte de la raíz r para recorrer los vértices de: R_1, R_2, ..., R_n en Preordén.

   Ejemplo 1.5.47. En el caso de la Figura 1.29: $\{a, b, c, f, g, h, d, e\}$

II. **Postordén** (Izquierda, Derecha, Raíz): Recorre los vértices: R_1, R_2, ..., R_n en Postordén para terminar finalmente en r.

   Ejemplo 1.5.48. En el caso de la Figura 1.29: $\{b, f, g, h, c, d, e, a\}$

III. **Inordén** (Izquierda, Raíz, Derecha): Si r contiene: R_1, R_2, ..., R_n entonces recorre los nodos de izquierda a derecha R_i para volver a r y recorrer en Inordén R_{i+1} hasta finalizar en R_n.

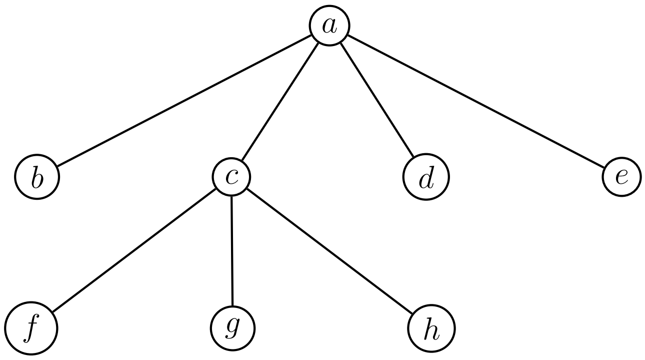


Figura 1.29: Ejemplo de Árbol con Raíz.

Ejemplo 1.5.49. En el caso de la Figura 1.29: $\{b, a, f, c, g, h, d, e\}$

Definición 1.5.50. Los Árboles Binarios son de tipo *2-ario*, es decir: $m = 2$.

Notas del capítulo

[1]La Teoría de Conjuntos se trata de la síntesis de siglos de trabajo con el objetivo de llegar a una descripción formal de un grupo o elementos relacionados. La figura que finalmente dio forma a estos grupos de elementos es Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor, nacido el 3 de Marzo de 1845 en San Petersburgo (Rusia) y fallecido el 6 de Enero de 1918 en Halle, Alemania.

[2]**El concepto de Función como unidad estructural del Cálculo se debe** al intenso trabajo de: **René Descartes, Isaac Newton y Gottfried Leibniz** siendo este último, el estableció términos como: función, variable, constante y parámetro. **Gottfried Leibniz** nacido el 1 de Julio de 1646 en el Electorado de Sajonia y fallecido el 14 de Noviembre de 1716 en Hannover, Electorado de Brunswick-Lüneburg, **fue un importante filósofo y matemático del siglo XVII padre del Cálculo Infinitesimal** (desde una perspectiva matemática junto a Isaac Newton (desde un principio físico). **Igualmente inventó el Sistema Binario** que actualmente es la lógica base de cualquier computadora digital.

[3]El origen de la **Teoría de Grafos parte de la famosa publicación "Los siete puentes de Königsberg"** dónde su autor **Leonhard Euler**, nacido el 15 de Abril de 1707 en Basilea (Suiza) y fallecido el 18 de Septiembre de 1783 en San Petersburgo (Rusia), se preguntaba como en la propia cuidad de Königsberg (actual Kalingrad) era posible cruzar los siete puentes una sola vez del río Pregel iniciando y finalizado el trayecto en el mismo punto. Para ello determinó un modelo:

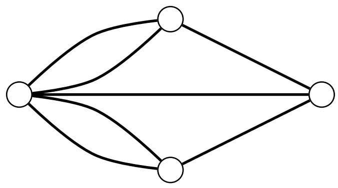


Figura 1.30: Grafo de Königsberg.

y postuló su famoso Teorema. *El Teorema de Euler dice que para un grafo $G = (V, E, p))$ o multigrafo (no digrafo) sin vértices aislados, G posee un Circuito de Euler si y sólo si G es conexo y cada vértice tiene grado par.*

[4]La figura de **Sir William Rowan Hamilton** nacido el 4 de Agosto de 1805 en Dublin (Irlanda) y fallecido en 1865 en Dublin, reformó el trabajo previo sobre la Teoría de Grafos llegando a la conclusión de que **en ciertas condiciones es posible recorrer un grafo con el mismo punto de origen y destino pasando por todas sus aristas una sola vez**. Tras este trabajo postuló su Teorema: *Si un grafo $G = (V, E, p)$ tiene $|V| \geq 3$ y $\delta(v_i) \geq 2$, entonces G es hamiltoniano*

Bibliografía

Índice alfabético

Symbols
Álgebra de Boole, 15
Árbol, 23
Árbol Generador, 23
Árbol con Raíz, 26
Árboles Binarios, 27

A
Algoritmo de Kruskal, 24
Algoritmo de Prim, 23

B
Bipartito, 21

C
Ciclo Hamiltoniano, 22
Circuito Eureliano, 21
Complementario, 6
Conjunto, 1
Conjunto de Variables Booleanas, 15
Conjunto por Compresión, 1
Conjunto por Extensión, 1
Conjunto Universal, 2
Conjunto Vacío, 2

D
Diferencia Simétrica, 5
Disjuntos, 5

F
Función, 11
Funciones Biyectivas, 12
Funciones Exhaustivas o Suprayectiva, 12
Funciones Inyectivas, 12

G
Grafo, 17
Grafo Completo, 21
Grafo Dirigido, 19
Grafo Multigrafo, 19
Grafo no Simple, 19
Grafo Regular, 21
Grafo Simple, 19

I
Intersección, 3
Isomorfos, 19

P
Par, 6
Producto Cartesiano, 7

R
Relación Binaria, 8
Relación Complementaria, 10
Relación Compuesta, 10
Relación Inversa, 10
Relación Transitiva, 10
Resta, 4

U
Unión, 2

V
Variables Booleanas Binarias, 16