Аналоговые и цифровые вычислительные системы

Луцив Дмитрий Вадимович

Кафедра системного программирования СПбГУ





Содержание

- Аналоговые и цифровые устройства
- Аналоговые устройства
- Щифровые устройства
- Модуляция и передача аналоговых сигналов
- Передача цифровых сигналов

Аналоговые и цифровые устройства

Аналоговый и цифровой сигналы

FOCT 17657-79 □ :

Аналоговый сигнал — сигнал данных, у которого каждый из представляющих параметров описывается функцией *времени* и *непрерывным множеством* возможных значений

Цифровой сигнал — сигнал данных, у которого каждый из представляющих параметров описывается функцией *дискретного времени* и *конечным* множеством возможных значений

Аналоговый и цифровой сигналы

FOCT 17657-79 €7:

Аналоговый сигнал — сигнал данных, у которого каждый из представляющих параметров описывается функцией *времени* и *непрерывным множеством* возможных значений

Цифровой сигнал — сигнал данных, у которого каждый из представляющих параметров описывается функцией *дискретного времени* и *конечным* множеством возможных значений

Почему аналоговый?

• Для измерения требует сопоставления с эталоном

Аналоговые устройства

Аналоговые устройства 5 / 27

Аналоговые вычислительные системы

Аналоговое устройство — устройство, представляющее данные в виде аналоговых сигналов

Аналоговые устройства 6 /

Аналоговые вычислительные системы

Аналоговое устройство — устройство, представляющее данные в виде аналоговых сигналов

По материалам из Большой Советской Энциклопедии

- Др. Греция пантограф 🗗
- Около 1600 г. логарифмическая линейка
- Около 1800 г. сложные номограммы □ , например, для навигации позволяют вычислять функции от многих переменных (температура смесей, площади стандартных фигур)
- 🔸 В 1814 (Дж. Герман) планиметр, ранее курвиметры. Просты в изготовлении 🗗
- •
- 1940-е годы операционные усилители, сначала на лампах, потом на полупроводниках.
- 1970-е постепенный спад

Аналоговые устройства 6 л

Преимущества аналоговых устройств

Язык природы

- Логарифмические рецепторные кривые: $\ln_x' x = \frac{1}{x}$, чем больше абсолютное значение, тем ниже точность (подробнее на курсе по алгоритмам и структурам данных)
- Компактность решения конкретной задачи
- «Непрерывное» представление информации

Аналоговые устройства 7 /

Недостатки аналоговых устройств

- Неуниверсальность
- Субъективность
- Проблемы преобразования:
 - коэффициенты нелинейности трактов (ряд Тейлора)
 - промежутки монотонности

Аналоговые устройства 8 / 27

Нелинейность

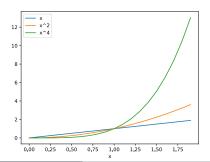
Пусть:

$$y = f(x) = c_{f0} + c_{f1}x + c_{f2}x^2 + R_f(x),$$

$$z = g(y) = c_{g0} + c_{g1}y + c_{g2}y^2 + R_g(y)$$

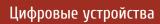
Тогда:

$$z = (g \cdot f)(x) = c_{g0} + \dots c_{f2}c_{g2}x^4 + \dots$$



Аналоговые устройства 9 / 27

Цифровые устройства



Цифровое устройство — устройство, представляющее данные в виде цифровых сигналов

Недостатки цифровых устройств

- По началу (иногда до сих пор) громоздкое оборудование
- Символы вместо естественных значений

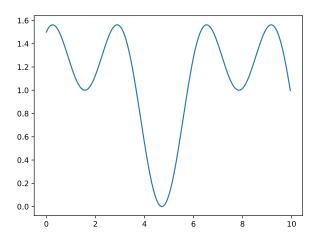
Преимущества цифровых устройств

- Универсальность
- С конца 50-х программируемость (Фортран, Кобол, Алгол, Лисп)
- Модульность, откуда:
 - легкая сопрягаемость
 - легко проектировать

Модуляция и передача аналоговых сигналов

Подопытная функция

$$\mathit{f}(\mathit{x}) := \frac{\mathit{sin}(\mathit{x}) + \mathit{cos}(2\mathit{x}) + 2}{2}$$



Несущая и модуляция

Не любой сигнал можно передать в исходном виде. Например, радиопередача на частотах, типичных для голоса, технически сложна. Низкочастотный сигнал передают при помощи высокочастотной радиопередачи

Несущая и модуляция

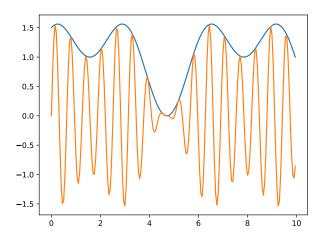
Не любой сигнал можно передать в исходном виде. Например, радиопередача на частотах, типичных для голоса, технически сложна. Низкочастотный сигнал передают при помощи высокочастотной радиопередачи

Несущая — периодическая функция, искажение которой используется для передачи сигнала

Модуляция — способ искажения несущей для передачи сигнала

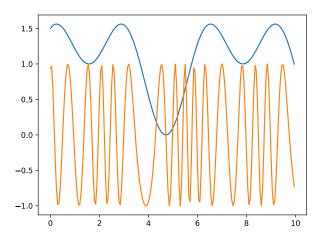
Амплитудная модуляция

$$s(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})\sin(10\mathbf{x})$$



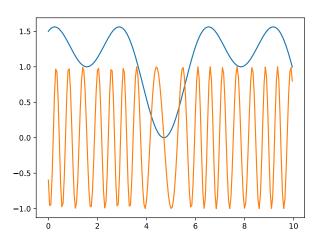
Фазовая модуляция

$$\mathsf{s}(\mathsf{x}) = \sin(10\mathsf{x} + 5\mathit{f}(\mathsf{x}))$$



Частотная модуляция

$$s(x) = \sin\left(5x + 5\left(\int_{x} f(x) \, dx\right)\right)$$



Теорема Котельникова

Если мы передаём при помощи несущего сигнала периодическую функцию, максимальная частота в спектре которой — P, то несущая должна иметь частоту F, такую, что

$$F \ge 2P$$

Без доказательства

Передача цифровых сигналов

Символьное пространство, шум

Число \emph{N} в системе счисления с основанием \emph{b} записывается приблизительно

log_b N

цифрами.

Символьное пространство, шум

Число N в системе счисления с основанием b записывается приблизительно

 $log_b N$

цифрами.

M — емкость символьного пространства. Передаём x битов. В символах это будет $log_M(2^x)$.

Передаём 1 символ.

$$1 = \log_{M}(2^{x}) = \frac{\log_{2}(2^{x})}{\log_{2}M} = \frac{x}{\log_{2}M}$$
$$x = \log_{2}M$$

Скорость передачи

 $\it P$ бод — скорость передачи данных. За раз передаём 1 из $\it M$ уровней. Тогда:

$$\mathit{V} = \mathit{P} \log_2 \mathit{M}$$

Теорема Шеннона

Мощность алфавита

$$M \leq 1 + 5/N$$
,

где S- мощность сигнала, N- мощность шума Без доказательства

Теорема Шеннона

Мощность алфавита

$$M \leq 1 + 5/N$$
,

где S — мощность сигнала, **N** — мощность шума

Без доказательства

Таким образом,

$$\mathit{V} \leq \mathit{P}\log_2(1+\mathit{S}/\mathit{N}).$$

Теорема Котельникова для цифровых сигналов

Так как $F \geq 2$ P, т.е. $P \leq \frac{1}{2}F$ Получаем, что скорость передачи данных (бит в секунду)

$$\mathit{V} \leq \frac{1}{2}\mathit{F}\log_2(1+\mathit{S}/\mathit{N}).$$

Упражнения и вопросы

Упражнения

- Строго обоснуйте работу планиметра (докажите, что он вычисляет площадь)
- Попробуйте привести примеры «из жизни», иллюстрирующие ту же закономерность, которая формулируется в теореме Котельникова

Вопросы

- Что такое аналоговые сигнал и устройство?
- Что такое цифровые сигнал и устройство?
- Что такое несущая? Что такое модуляция?
- Опишите известные вам виды модуляции
- Сформулируйте теорему Котельникова, объясните её смысл
- Сформулируйте теорему Шеннона
- Сформулируйте теорему Котельникова применительно к цифровым данным

Вопросы



