Clase 5 (Videos)

Función de transformación → mapea la variable compleja del filtro pasabajos en la variable compleja del filtro que queremos diseñar

$P = \Sigma + j\Omega$ Var compleja del filtro pasabajos

$s = \sigma + j\omega$ → " " del nuevo filtro

$\Rightarrow P = K(s)$
↳ func. de transformación

→ filtro pasa bajo que cumpla la plantilla

$H(s) = H_{LP}(K(s))$
↳ Transformación
↳ filtro deseado

Pasa bajo → Pasa alto

- El filtro atenúa α_{max} desde $\omega_p = 1 \longrightarrow \omega \to \infty$
- " " α_{min} desde $\omega = 0 \to \omega = \omega_s$
- El intervalo en ω_p y ω_s es la banda de transición

plantilla normaliza de F_{HP}

Hay que mapear $\Omega = 0$ en $\omega = \infty$ para que el comportamiento en baja frecuencia del F_{LP} sea igual al comportamiento del F_{HP} en alta frec.

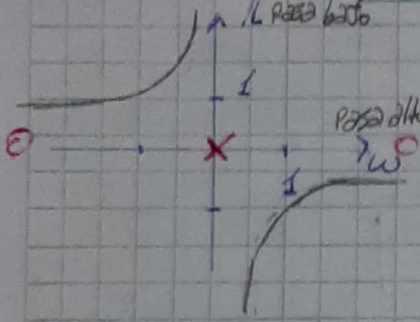
Hay que mapear $\Omega = 1$ en $\omega = 1$ para que la at. en el fin de la banda de paso coincida

NOTA $\boxed{09:33}$ → $\boxed{13:00}$

3h tot

$\Rightarrow \boxed{P = K(s) = 1/s}$ y en el eje de frec $\boxed{\Omega = -\frac{1}{\omega}}$

$\Omega_S = 1/\omega_S$



Pasa altos normalizado	Pasa bajos prototipo
$\omega_p = 1$	$\Omega_p = \frac{1}{\omega_p} = 1$
ω_S	$\Omega_S = \frac{1}{\omega_S}$
α_{MAX}	α_{MAX}
α_{MIN}	α_{MIN}

Transformación pasabanda

El filtro atenúa a lo sumo α_{MAX} desde $\omega = \omega_{p1}$ hasta $\omega = \omega_{p2}$
" " al menos α_{MIN} desde $\omega = 0$ hasta $\omega = \omega_{S1}$
y desde $\omega = \omega_{S2}$ hasta $\omega \to \infty$

Los intervalos $(\omega_{p1}; \omega_{S1}]$ y $[\omega_{S2}; \omega_{p2}]$ son las bandas de transición.

$H(\omega) = H\left(\frac{\omega_0^2}{\omega}\right)$ ~~[illegible]~~
→ Diseñaremos filtros pasabanda que posean simetría geométrica con respecto a una frec. central ω_0.

$\omega_0 = \sqrt{\omega_{p1} \cdot \omega_{p2}}$ → para que en ω_{p1} y ω_{p2} haya la misma At

ω_{S1} y ω_{S2} no tienen que cumplir con la simetría

La transformación debe ser tal que ω_0 del H_{pb} se mapee en el $\Omega = 0$ del FLP ∴ la transformación tendrá un cero en ω_0.

$$\Rightarrow K(s) = (s^2 + \omega_0^2) \cdot K_2(s)$$

y también queremos que el comportamiento en continua y alta frecuencia del pasabanda sea de eliminación, y que se mapee el comportamiento del pasabajos en $\omega \to \infty$ $\Rightarrow$ se logra agregando un polo en el origen

$$\begin{cases} P = K(s) = A \cdot \frac{s^2 + \omega_0^2}{s} \\ \Omega = \frac{K(j\omega)}{j} = A \cdot \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} \end{cases}$$

$\Omega = 1 = A \dfrac{\omega_p^2 - \omega_0^2}{\omega_p}$ $\Rightarrow \omega_p = \dfrac{1}{2A} \pm \sqrt{\dfrac{1}{4A^2} + \omega_0^2}$

↳ ω_p del FLP

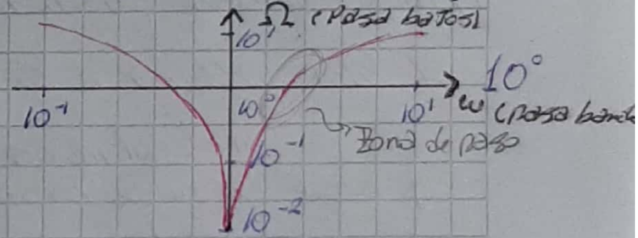
~~Posibles ω_p [illegible]~~
siempre usan el $+$ para $\omega_p > 0$

$$\begin{cases} \omega_{p1} = -\dfrac{1}{2A} + \sqrt{\dfrac{1}{4A^2} + \omega_0^2} \rightarrow (\text{usando } \Omega = -1) \\ \omega_{p2} = \dfrac{1}{2A} + \sqrt{\dfrac{1}{4A^2} + \omega_0^2} \end{cases}$$

$\Rightarrow BW = \omega_{p2} - \omega_{p1} = 1/A$

$$\Rightarrow \boxed{P = K(s) = Q\,\frac{s^2 + \omega_0^2}{s\,\omega_0} = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s \cdot BW}}$$

$\boxed{Q = \dfrac{\omega_0}{BW}}$ } factor de selectividad del pasabanda
(No es lo mismo que el Q del par de polos)



Para la plantilla normalizada

$$\boxed{P = K(s) = Q\,\frac{s^2 + 1}{s}}$$

Pasa banda normalizado	Pasa bajos prototipo
ω_{p1} ; ω_{p2}	$\Omega_p = \dfrac{1}{\omega_p} = 1$
ω_{s1} ; ω_{s2}	Elegir Ω_s como la menor ~~[illegible]~~ de Ω_{s1}, Ω_{s2}
α_{MAX}	α_{MAX}
α_{MIN}	α_{MIN}

Elimina banda

Es lo inverso al pasa banda $\Rightarrow$ uso el núcleo de transformación del pasa alto para transformar el núcleo de transformación del pasabanda

$$\boxed{P = K_{BS}(s) = K_{HP}(K_{BP}(s)) = \frac{s\,BW}{s^2 + \omega_0^2} = \frac{1}{Q}\,\frac{s\,\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}}$$

La tabla es la misma que la anterior.

NOTA

HOJA Nº 22

FECHA

Ejemplo Pasaaltos

Se pide diseñar un cheby que cumpla con la siguiente plantilla (circuito pasivo)

α	f
$\alpha_{MAX} = 3dB$	$4 KHz = f_p$
$\alpha_{MIN} = 30dB$	$1 KHz = f_S$

$\longrightarrow \omega_{p_{HP}} = 1$ y $\omega_{S_{HP}} = 0{,}25$

Filtro pasabajos prototipo

$$\omega_{p_{LP}} = \frac{1}{\omega_{p_{HP}}} = 1 \quad y \quad \omega_{S_{LP}} = \frac{1}{\omega_{S_{HP}}} = 4$$

$$\xi^2 = 10^{\frac{\alpha_{MAX}}{10}} - 1 \cong 1$$

$$\alpha_{MIN} = 10 \log\left[1 + \xi^2 \cosh^2(n \cosh^{-1} \omega_S)\right]$$

iterando $\alpha_{MIN_2} \cong 30dB$

$$|T_2(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2 C_2(\omega)^2}$$

$$C_n(\omega) = 2\omega C_{n-1} - C_{n-2}$$

$$C_0(\omega) = 1 \quad y \quad C_1(\omega) = \omega$$

$$C_2(\omega) = 2\omega^2 - 1$$

$$\Rightarrow |T_2(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (2\omega^2 - 1)^2} = \frac{1}{4\omega^4 - 4\omega^2 + 2}$$

$$|T_2(j\omega)^2|_{\omega = s/j} = \frac{1}{4s^4 + 4s^2 + 2} = \frac{1}{as^2 + bs + c} \cdot \frac{1}{as^2 - bs + c}$$

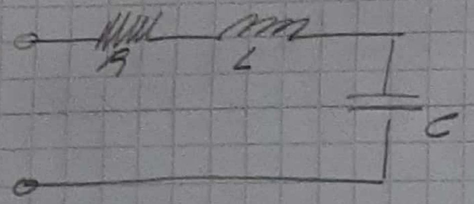
$$\begin{cases} 2 = c^2 \\ 4 = a^2 \\ 4 = 2ac - b^2 \end{cases} \qquad c = \sqrt{2} \quad a = 2 \quad \Rightarrow b = \sqrt{2ac - 4}$$

$$b \cong 1{,}287$$

$$\Rightarrow |T_{C_2}(s)| = \frac{1}{2s^2 + 1{,}287 s + \sqrt{2}} = \frac{1/2}{s^2 + 0{,}6435 s + \sqrt{2}/2}$$

NOTA

Propongo el siguiente circuito RLC de 2do orden



$$H(s) = \frac{1/LC}{s^2 + s\,R/L + 1/LC}$$

$$\begin{cases} \frac{R}{L} = 0{,}644 \\ \frac{1}{LC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Propongo $R_Z = R \Rightarrow R' = 1$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{0{,}644} = 1{,}553$$

$$C = \frac{1}{L\,\sqrt{2}/2} = 0{,}911$$

Ahora se transforma el circuito pasabajos a pasaaltos usando $p = R(s) = 1/s$ a las impedancias de los componentes

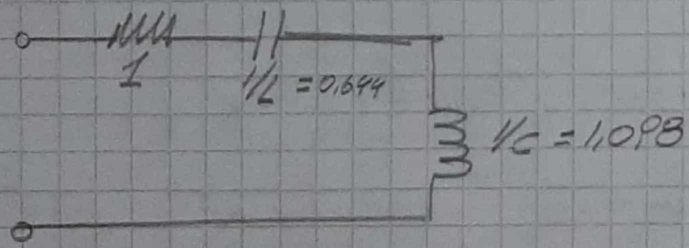
$$\Rightarrow R_{Lp} \rightarrow R(s) \longrightarrow R_{Hp} = R$$

$$Z_{Lp}L = P.L = \frac{L}{s} = \frac{1}{C_{eq}\,s} \Rightarrow Z_{Hp\text{-}C} = \frac{L}{s}$$

$$Z_{Lp}C = \frac{1}{P.C} = \frac{s}{C} = L_{eq}\,s \Rightarrow Z_{Hp\text{-}L} = \frac{s}{C}$$

$C_{eq} = 1/L = 0{,}644$ y $L_{eq} = 1/C = 1{,}098$

↳ circ final



$$H_{HP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + s\,R/L + 1/LC}$$

$$H_{HP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + s\,0{,}644 + \sqrt{2}/2}$$

NOTA

Escaneado con CamScanner

Ejemplo pasabanda

Se requiere diseñar un filtro activo y utilizar un filtro de Max. Planicidad, que cumpla con la siguiente plantilla:

α	f
$\alpha_{MAX} = 3dB$	0,9 MHZ a 1,1 MHZ
$\alpha_{MIN} = 15dB$	$f \leq 0,6 MHZ$, $f \geq 1,5 MHZ$

1° se desnormaliza la plantilla

$\omega_{p1} = 0,9 MHZ$ $\omega_{s1} = 0,6 MHZ$

$\omega_{p2} = 1,11 MHZ$ $\omega_{s2} = 1,5 MHZ$

$\omega_0 = \sqrt{\omega_{p1} \cdot \omega_{p2}} = 1 MHZ$

$\omega_{0_N} = 1$ $\omega_{p1_N} = \frac{\omega_{p1}}{\omega_0} = 0,9$ $\omega_{p2_N} = 1,11$

$\omega_{s1_N} = \frac{\omega_{s1}}{\omega_0} = 0,6$ $\omega_{s2_N} = 1,5$

Usamos el núcleo de transformación

$K(s) = Q \cdot \frac{s^2 - 1}{s}$ siendo $Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{\omega_0}{\omega_{p2_N} - \omega_{p1_N}}$

$Q \cong 4,74$

- Transformo las frec

$\Omega_{p1} = Q \frac{\omega_{p1}^2 - 1}{\omega_{p1}} = -1$ $\Omega_{p2} = Q \frac{\omega_{p2}^2 - 1}{\omega_{p2}} = 1$

$\Omega_{s1} = Q \frac{\omega_{s1}^2 - 1}{\omega_{s1}} = -5,06$ $\Omega_{s2} = Q \frac{\omega_{s2}^2 - 1}{\omega_{s2}} = 3,95$

Entre Ω_{s1} y Ω_{s2} se elige la que imponga un requisito más exigente (elijo la más chica)

$\Omega_s = 3,95$

$\Omega_p = 1$

Ahora ya puedo diseñar el FLP en MP.

$|T_B(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2 \omega^{2n}}$ $\xi^2 = 10^{\frac{\alpha_{MAX}}{10}} - 1 = 1$

$\alpha_{MIN} = 10 \log (1 + \xi^2 \omega_s^{2n})$

NOTA

iterando 2 → $\alpha_{MIN_2} = 23,88\ dB$ → cumple

$$|T_2(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^4} \Rightarrow |T(j\omega)|^2\Big|_{\omega=s/j} = \frac{1}{1+s^4}$$

$$|T(s)|.|T(-s)| = \frac{1}{1+s^4}$$

Para $s^4 = -1$

$$s = 1.e^{\frac{j(\pi+2k\pi)}{4}}$$

$$\theta_k = \frac{\pi+2k\pi}{4} \quad \begin{cases} \theta_0 = \pi/4 \\ \theta_1 = 3\pi/4 \\ \theta_2 = 5\pi/4 \\ \theta_3 = 7\pi/4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{1}{s^2+s\,2\cos\varphi+1}$$

siendo $\varphi = \pi/4$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{1}{s^2+s\sqrt{2}+1}$$

En este caso pide un circ. activo ⇒ No sirve la transformación de componentes

→ reemplazo s de LP por el núcleo de transformación

$$H_{HP}(s) = H_{LP}\left(Q.\frac{s^2+1}{s}\right) = \frac{1}{\frac{Q^2}{s^2}(s^4+2s^2+1)+\sqrt{2}Q(s^2+1)+1}$$

$$H_{HP}(s) = \frac{1}{Q^2}\frac{s^2}{s^4+s^3\sqrt{2}/Q+(2+1/Q^2)s^2+\sqrt{2}/Q\,s+1}$$

↳ sacan los polos

$p_{1,2} = -0,07 \pm j0,93$ y $p_{3,4} = -0,08 \pm j1,07$

Para sintetizar cada una de estas etapas con un circuito activo se utiliza un circuito ackerberg - Mossberg

La salida del op. U1 se comportará como un pasabanda de segundo orden ⇒ se necesitarán cascadear 2 etapas

$$H_1(s) = \frac{1}{Q}\frac{s}{s^2+s.0,138+0,861} \rightarrow p_{1,2}$$

?

$$H_2(s) = \frac{1}{Q}\frac{s}{s^2+s.0,160+1,161} \rightarrow p_{3,4}$$

Xq 2 pasabanda? No era de orden 2?

NOTA