



## **UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE PACHUCA**

### **Maestría en Mecatrónica (PNPC 002005)**

#### **Examen de Admisión, sección Matemáticas**

#### **Temario y Problemario**

El examen de admisión a la Maestría en Mecatrónica de la Universidad Politécnica de Pachuca, sección matemáticas, evaluará los siguientes temas:

##### **1) Álgebra**

- Factorización
- Simplificación de expresiones algebraicas
- Solución de ecuaciones algebraicas, lineales y no lineales, con una incógnita
- Solución de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales
- Números complejos: representación y operaciones.

##### **2) Cálculo Diferencial e Integral**

- Concepto y gráfica de funciones
- Concepto y evaluación de límites
- Concepto de continuidad
- Concepto y aplicaciones de derivada
- Propiedades de derivadas
- Regla de la cadena
- Derivadas parciales
- Concepto y aplicación de integral
- Propiedades de la integral
- Técnicas de Integración (exacta, por cambio de variable y por partes)

##### **3) Ecuaciones Diferenciales**

- Ecuaciones diferenciales de primer orden
- Ecuaciones diferenciales de orden superior
- Solución de ecuaciones diferenciales lineales por la Transformada de Laplace.

##### **4) Álgebra Lineal**

- Álgebra de matrices
- Determinantes
- Sistemas de ecuaciones lineales
- Valores y vectores propios

*Material recomendado para consulta :*

- Zill, D. G., y Dewar, J. M. (2012). Álgebra, trigonometría y geometría analítica. McGraw Hill Educación.
- Purcell, E. J., Rigdon, S. E., y Varberg, D. E. (2007). Cálculo. Pearson Educación.
- Zill, D. G., y Cullen, M. R. (2013). Ecuaciones diferenciales. McGraw-Hill Interamericana.
- Grossman, S. I. (2008). Álgebra lineal. McGraw Hill Educación.

A continuación, se presentan una serie de problemas a manera de guía de estudio para el examen de admisión sección matemáticas.

- 1) Encuentre dos números reales cuya suma de cuadrados dé 100 y cuya suma simple dé cero.
- 2) Separe en fracciones parciales la siguiente expresión  $F(x) = \frac{x+3}{(x+1)(x+2)}$ .
- 3) Determine las raíces del polinomio  $p(\lambda) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + 4\lambda$ .
- 4) ¿Puede un polinomio de segundo grado tener raíces  $\lambda = -j$  y  $\lambda = 5$ ?
- 5) Identifique las partes real e imaginaria de la siguiente operación  $\frac{4+5j}{1+j}$ .
- 6) Resuelva la siguiente ecuación

$$-x_2 - x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 = -1$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 3$$

- 7) Determine el dominio de la función  $f(x) = x/(1-x^2)$ .
- 8) Determine si la función  $f(x) = x^2 - 5$  es par, impar o ninguna de las anteriores.

- 9) Grafique la función  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 2 \\ x^2, & 1 < x < 2 \\ 0, & x < -1 \end{cases}$ .
- 10) Encuentre la ecuación de la recta que une los puntos  $(2, 3)$  y  $(5, -3)$ .
- 11) La expresión  $\log_2 x = 4$  tiene la siguiente ecuación exponencial equivalente.
- a)  $2^4 = x$                       b)  $4^2 = x$                       c)  $2^x = 4$                       d) Ninguna anterior
- 12) Determine  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^3 - 1}{x - 1} \right)$ .
- 13) ¿Es continua la función  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$ .
- 14) Calcule  $f'(x)$  para  $f(x) = \cos x e^{-3x^2}$ .
- 15) Resuelva la integral  $\int \sin^3 x \cos x dx$ .
- 16) Resuelva la integral  $\int 0.5x \sin(4x^2) dx$ .
- 17) Calcule  $\frac{\partial f}{\partial y}$  para la función  $f(x, y) = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{(x+y)^2}$ .
- 18) Determine el valor de  $m$  tal que la solución propuesta satisfaga a la ecuación diferencial asociada.
- a)  $2y'' + 7y' - 4y = 0; \quad y = e^{mx}$
- b)  $xy'' + 2y' = 0; \quad y = x^m$
- 19) Resuelva las siguientes ecuaciones por el método de separación de variables:
- a)  $\frac{dy}{dx} + 2xy = 0$
- b)  $\frac{dy}{dt} + 2y = 1, \quad y(0) = 5/2$
- 20) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales lineales utilizando el método del factor de integración:
- a)  $y + 3x^2y = x^2$
- b)  $x \frac{dy}{dx} - y = x^2 \sin x$
- 21) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales por el método de Laplace
- a)  $\frac{dy}{dt} - y = 1, \quad y(0) = 0$
- b)  $\dot{y} + 6y = e^{4t}$ .
- c)  $y'' - 6y' + 13y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3$
- 22) Determine el valor de  $k$  para el cual la EDO sea exacta  $(y^3 + kxy^4 - 2x)dx + (3xy^2 +$

$$20x^2y^3)dy = 0$$

23) Determine si las siguientes ecuaciones diferenciales lineales son exactas; de serlo resuélvalas por dicho método.

a)  $(2x - 1)dx + (3y + 7)dy = 0$

b)  $(5x + 4y)dx + (4x - 8y^3)dy = 0$

c)  $(x^2 - y^2)dx + (x^2 - 2xy)dy = 0$

24) Sean  $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  y  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ , verifique que  $A + B = B + A$ ,  $(A + B)^T = A^T + B^T$  y  $3(A + B) = 3A + 3B$ .

25) Determine todos los valores de  $\lambda$  tales que el determinante de  $\begin{bmatrix} 2-\lambda & 4 \\ 3 & 3-\lambda \end{bmatrix}$  sea cero.

26) Evalúe por inspección el determinante de  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ .

27) Calcule el determinante de  $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$  por medio de la expansión en cofactores.

28) Suponga que  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es una matriz descompuesta en dos factores  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$ ;  
calcule  $\det(A)$ .

29) ¿Cuáles de los siguientes conjuntos de vectores son linealmente independientes en  $\mathbb{R}^3$ ?

a)  $[1, 1, 1]^T$ ,  $[1, 1, 0]^T$ ,  $[1, 0, 0]^T$ ; b)  $[1, 0, 1]^T$ ,  $[0, 1, 0]^T$ ; c)  $[1, 2, 4]^T$ ,  $[2, 1, 3]^T$ ,  $[4, -1, 1]^T$ .

30) Determine el polinomio característico, los valores y vectores propios de  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ .