课程回顾（1）

典型环节的幅相频率特性

(1) $G(j\omega)=K$

(2) $G(j\omega)=j\omega$

(3) $G(j\omega)=1/j\omega$

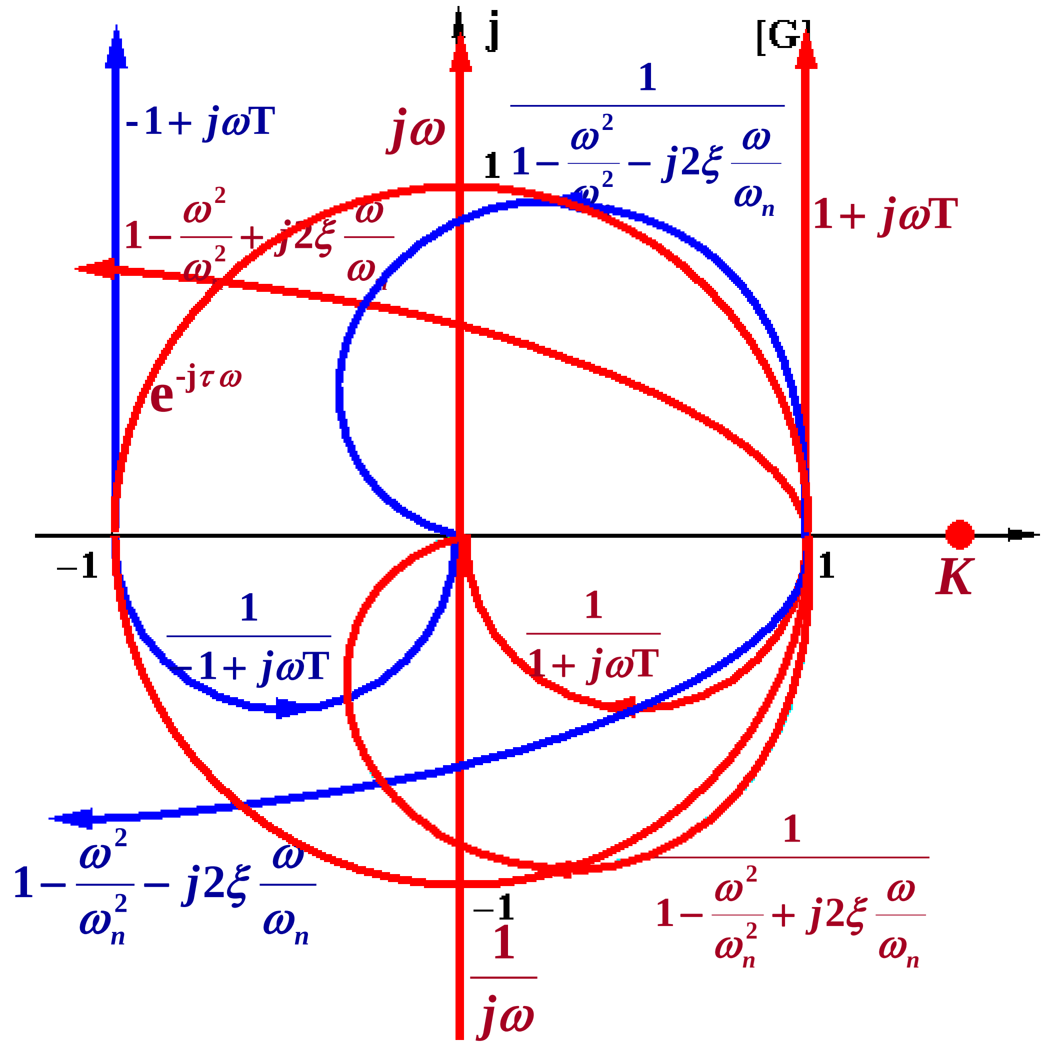
(4) $G(j\omega)=1/(\pm 1+j\omega T)$

(5) $G(j\omega)=\pm 1+j\omega T$

(6) $G(j\omega)=1\Big/\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\pm j2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)$

(7) $G(j\omega)=1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\pm j2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}$

(8) $G(j\omega)=e^{-j\tau\omega}$



课程回顾（2）

§5.2　幅相频率特性（Nyquist图）

§5.2.1　典型环节的幅相特性曲线

§5.2.2　系统的开环幅相特性曲线

(1) 确定幅相曲线的起点$G(j0)$ 和终点 $G(j\infty)$；

(2) 幅相曲线的中间段由s平面零、极点矢量随 $s=j\omega$的变化规律概略绘制；

(3) 必要时可以求出$G(j\omega)$ 与实/虚 轴的交点。

(第19讲)

§5. 线性系统的频域分析与校正

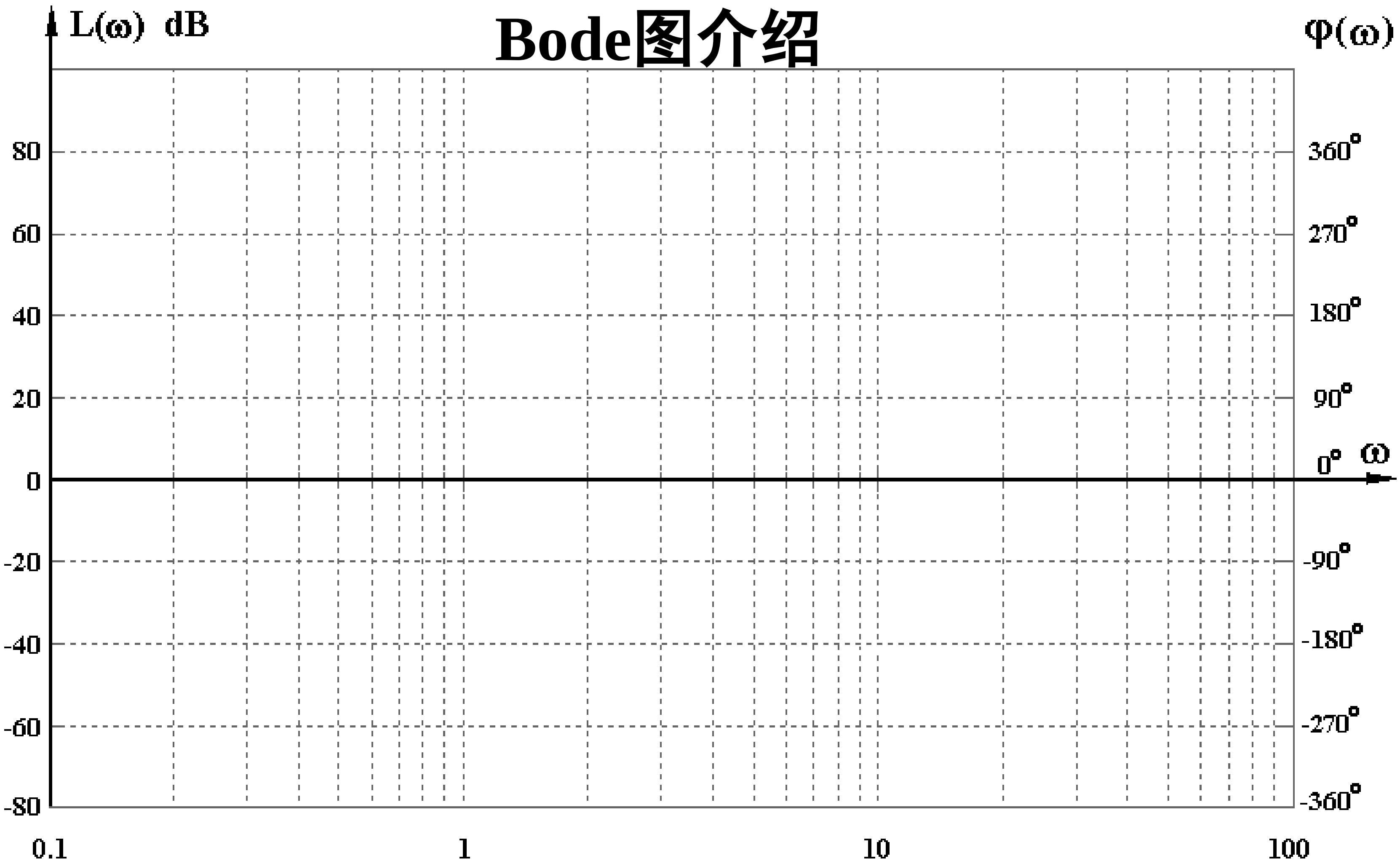
§5.1 频率特性的基本概念
§5.2 幅相频率特性（Nyquist图）
§5.3 对数频率特性（Bode图）
§5.4 频域稳定判据
§5.5 稳定裕度
§5.6 利用开环频率特性分析系统的性能
§5.7 闭环频率特性曲线的绘制
§5.8 利用闭环频率特性分析系统的性能
§5.9 频率法串联校正

(第 19 讲)

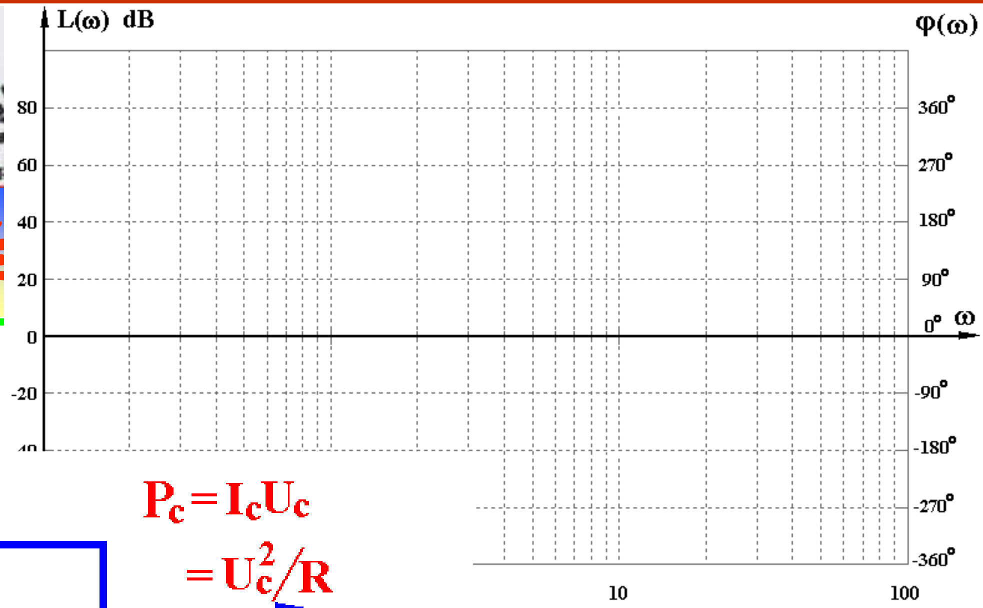
§5.3 对数频率特性(Bode图)

§ 5.3 对数频率特性 (Bode) (1)

Bode图介绍



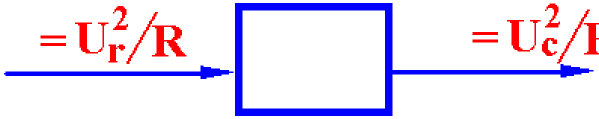
§ 5.3 对数频率特性



Bode图介绍

$P_r = I_r U_r = U_r^2/R$

$P_c = I_c U_c = U_c^2/R$



程” 或 “句

$$10\lg\frac{P_c}{P_r} = 10\lg\frac{U_c^2}{U_r^2} = 20\lg\frac{|U_c|}{|U_r|} = 20\lg|G|$$

坐标特点

纵轴

$L(\omega) = 20\lg|G(j\omega)|$ dB “分贝”

$\lg\frac{P_c}{P_r}$ (贝尔) $= 10\lg\frac{P_c}{P_r}$ (分贝)

特点

(1) 幅值相乘 = 对数相加，便于叠加作图；

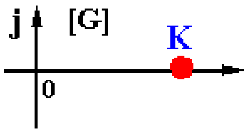
(2) 可在大范围内表示频率特性；

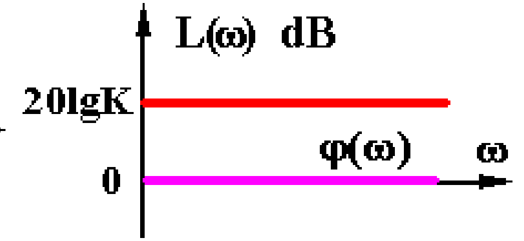
(3) 利用实验数据容易确定 L(ω), 进而确定G(s)。

§5.3 对数频率特性 (Bode) (3)

§5.3.1 典型环节的Bode图

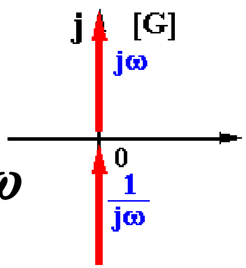
(1) 比例环节 $G(j\omega)=K$
$$\begin{cases} L(\omega)=20\lg K \\ \varphi(\omega)=0^\circ \end{cases}$$

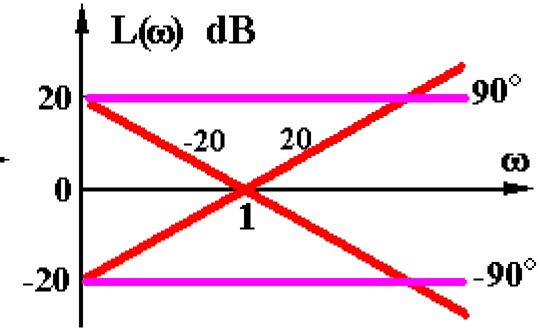




(2) 微分环节 $G(j\omega)=j\omega$
$$\begin{cases} L(\omega)=20\lg\omega \\ \varphi(\omega)=90^\circ \end{cases}$$

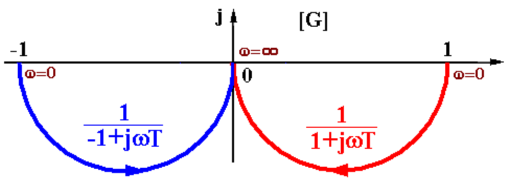
(3) 积分环节 $G(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega}$
$$\begin{cases} L(\omega)=-20\lg\omega \\ \varphi(\omega)=-90^\circ \end{cases}$$

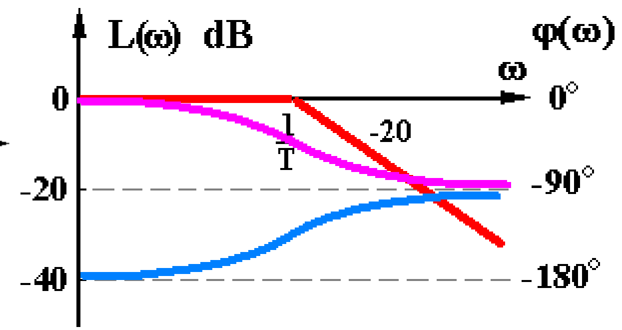




(4) 惯性环节 $G(j\omega)=\dfrac{1}{\underline{+}1+j\omega T}$

$$\begin{cases} L(\omega)=-20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2} \\ \varphi(\omega)=\begin{cases} -\arctan\omega T \\ -180^\circ+\arctan\omega T \end{cases} \end{cases}$$



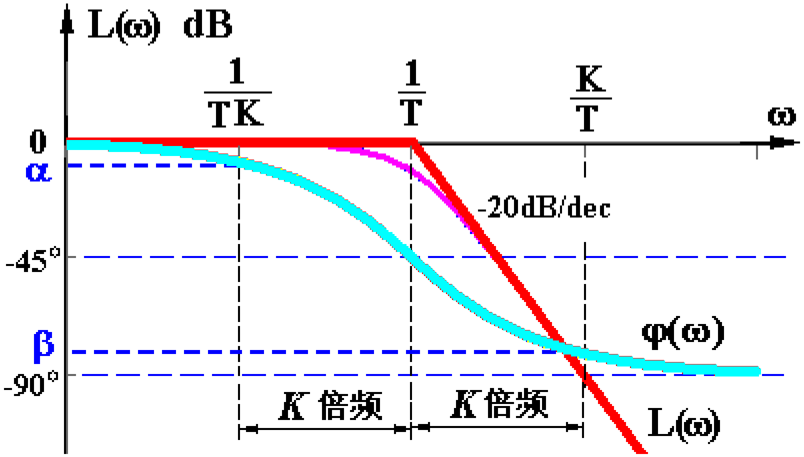


§ 5.3 对数频率特性 (Bode) (4)

惯性环节对数相频特性φ(ω) 关于(ω=1/T, φ=−45°) 点对称

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T},\qquad \varphi(\omega)=-\arctan\omega \mathrm{T}$$

证明： $\varphi(\frac{1}{\mathrm{T}K})+\varphi(\frac{K}{\mathrm{T}})=-90°$



设

$$\alpha=\varphi(\frac{1}{\mathrm{T}K})=-\arctan(\mathrm{T}\cdot\frac{1}{\mathrm{T}K})=-\arctan\frac{1}{K}$$

$$\beta=\varphi(\frac{K}{\mathrm{T}})=-\arctan(\mathrm{T}\cdot\frac{K}{\mathrm{T}})=-\arctan K$$

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}=\frac{-\frac{1}{K}-K}{1-\frac{1}{K}K}=-\infty\qquad \alpha+\beta=-90°$$

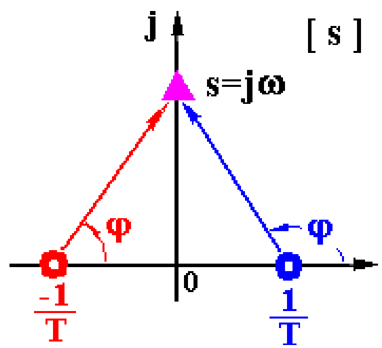
§ 5.3 对数频率特性 (Bode) (5)

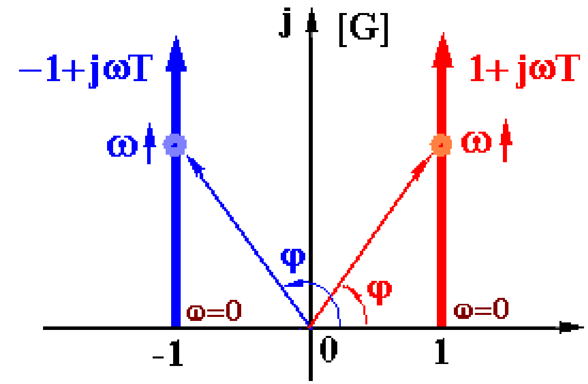
(5) 一阶复合微分

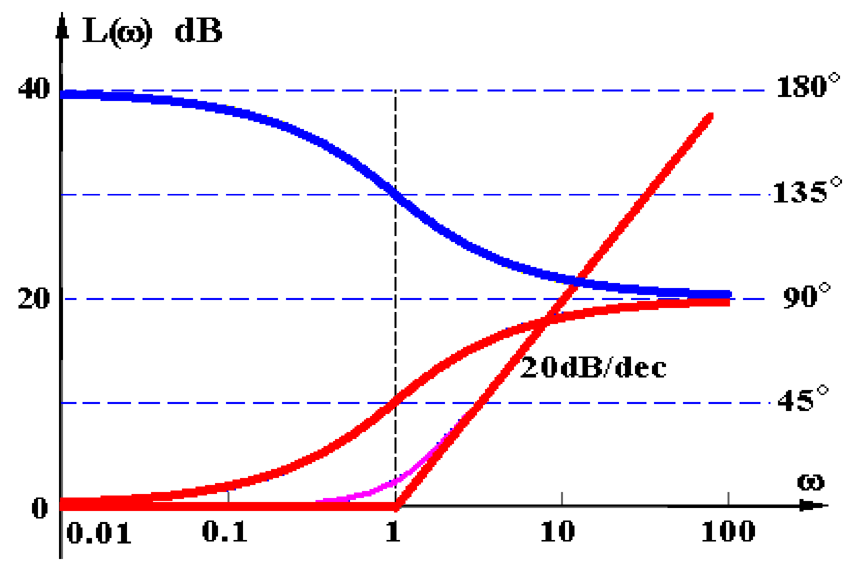
$$G(s) = \mathrm{T}s + 1$$

$$G(j\omega) = \underline{\pm} 1 + j\omega \mathrm{T}$$

$$\begin{cases} L(\omega) = 20\lg\sqrt{1+\omega^2 \mathrm{T}^2} \\ \varphi(\omega) = \begin{cases} \arctan \omega \mathrm{T} \\ 180° - \arctan \omega \mathrm{T} \end{cases} \end{cases}$$







§ 5.3 对数频率特性 (Bode) （6）

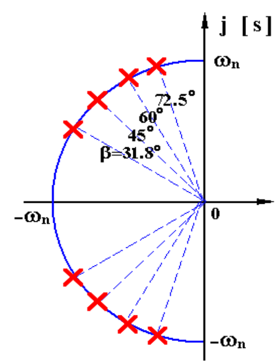
（6）振荡环节 $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2\pm 2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

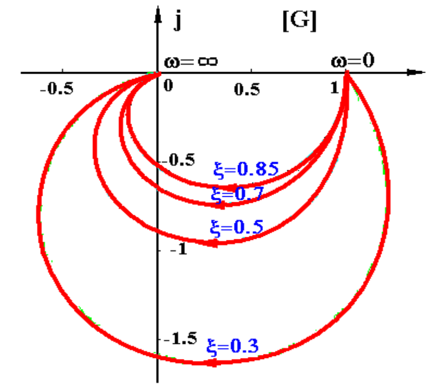
$$G(j\omega)=\frac{1}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\pm j2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}}$$

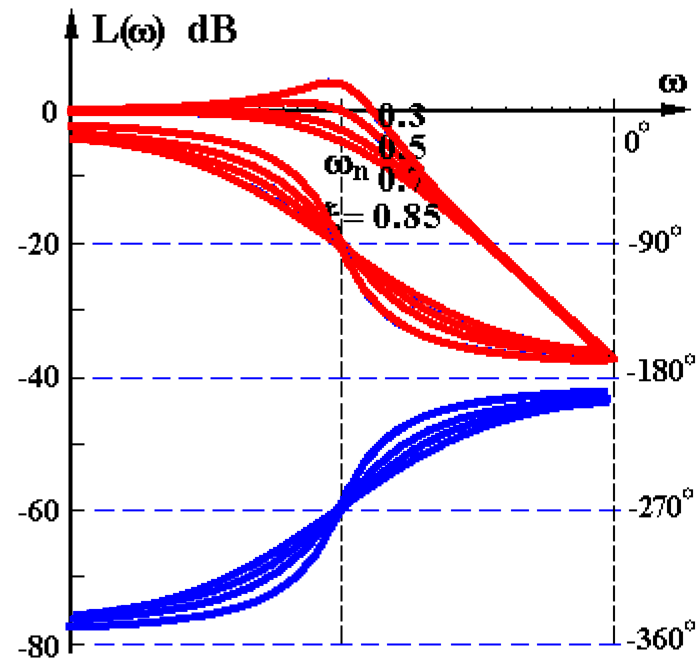
$$\begin{cases} L(\omega)=-20\lg\sqrt{[1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}]^2+[2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}]^2} \\ \varphi(\omega)=\begin{cases} -\arctan\left[\left(2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)\Big/\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)\right] \\ -360^\circ+\arctan\left[\left(2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}\right)\Big/\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)\right] \end{cases} \end{cases}$$

$$\frac{\omega}{\omega_n}<<1 \quad \begin{cases} L(\omega)\approx 0 \\ \varphi(\omega)\approx 0^\circ/-360^\circ \end{cases}$$

$$\frac{\omega}{\omega_n}>>1 \quad \begin{cases} L(\omega)\approx -40\lg(\omega/\omega_n) \\ \varphi(\omega)\approx -180^\circ \end{cases}$$





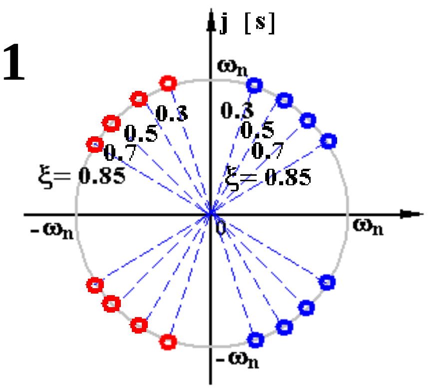


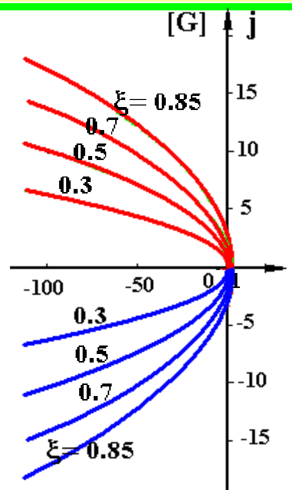
§5.3 对数频率特性 (Bode)（7）

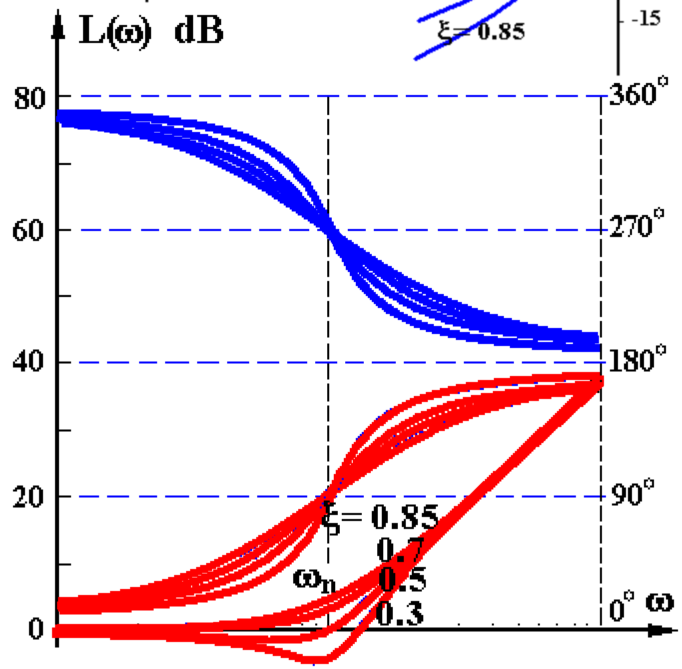
（7）二阶复合微分 $G(s)=(\frac{s}{\omega_n})^2 \pm 2\xi\frac{s}{\omega_n}+1$

$$G(j\omega)=1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2} \pm j2\xi\frac{\omega}{\omega_n}$$

$$\begin{cases} L(\omega)=20\lg\sqrt{[1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}]^2+[2\xi\frac{\omega}{\omega_n}]^2} \\ \varphi(\omega)=\begin{cases} \arctan\dfrac{2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \\ 360-\arctan\dfrac{2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \end{cases} \end{cases}$$







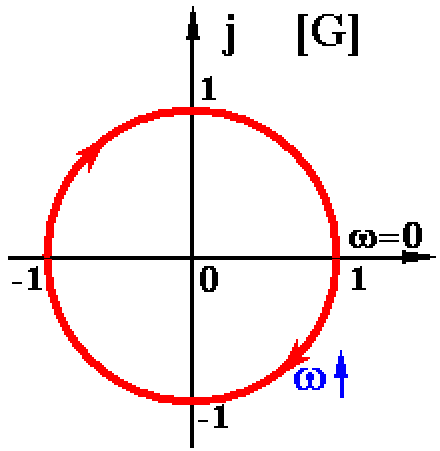
§ 5.3 对数频率特性 (Bode) （8）

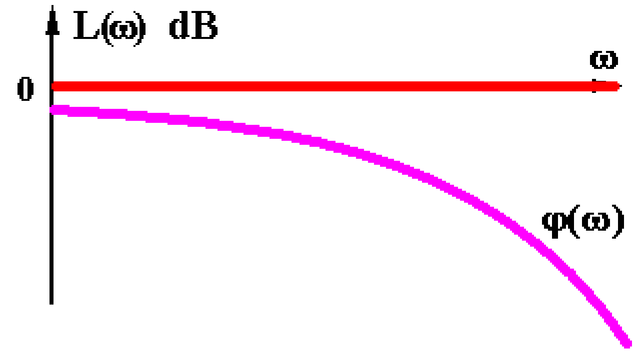
(8) 延迟环节

$$G(s) = e^{-\tau s}$$

$$G(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$$

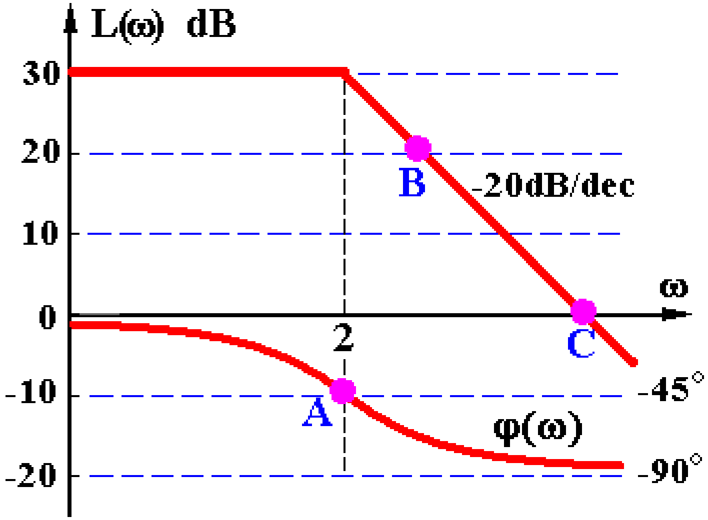
$$\begin{cases} L(\omega) = 20\lg 1 = 0 \\ \varphi(\omega) = -57.3^\circ \times \tau\omega \end{cases}$$





§5.3 对数频率特性(Bode)(9)

例1 根据Bode图确定系统传递函数。



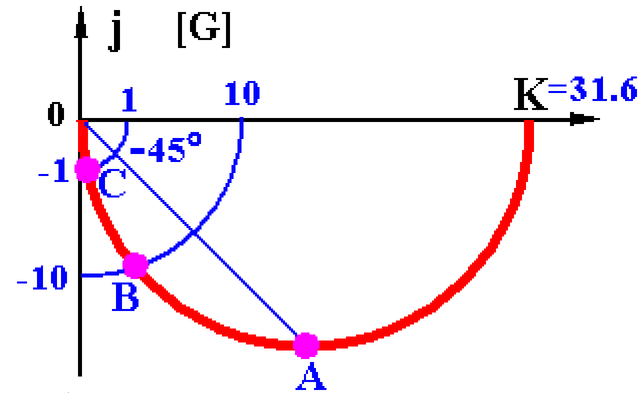
解. 依图有 $G(s)=\dfrac{K}{Ts+1}$

$$20\lg K=30 \quad \Rightarrow \quad K=10^{\frac{30}{20}}=31.6$$

转折频率 $\omega=2=1/T$

$$T=0.5$$

$$G(s)=\frac{31.6}{\frac{s}{2}+1}$$



• Bode图与Nyquist图之间的对应关系：

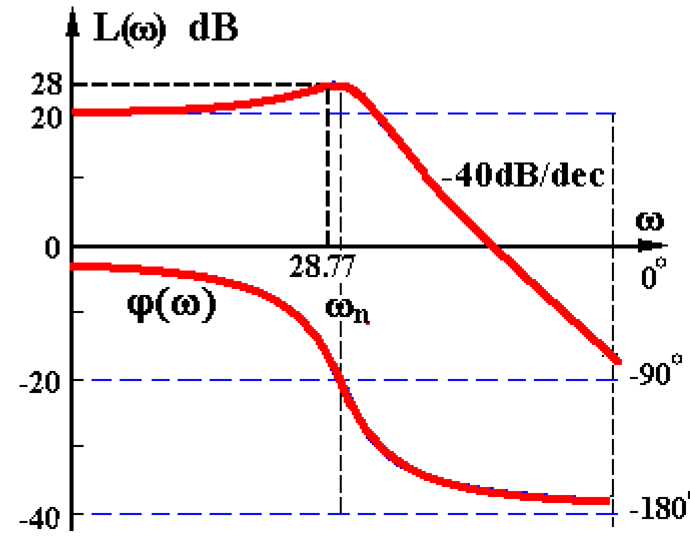
• 截止频率ωc： $|G(j\omega_c)|=1$

$$30\text{dB}=20(\lg\omega_c-\lg 2)=20\lg\frac{\omega_c}{2}$$

$$\lg\frac{\omega_c}{2}=\frac{30}{20}=1.5 \qquad \omega_c=2\times10^{1.5}=63.2\ \text{rad/s}$$

§5.3 对数频率特性 (Bode) (10)

例2 根据Bode图确定系统传递函数。



解. 依图有 $G(s)=\dfrac{K}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2}+2\xi\dfrac{s}{\omega_n}+1}$

$$20\lg K=20 \quad\Rightarrow\quad K=10$$

$$\begin{cases} 20\lg M_r=20\lg\dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}=8\text{ dB} \\ \omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}=28.77 \end{cases}$$

$$\omega_n=\frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\xi^2}}=30$$

$$\begin{cases} 2\xi\sqrt{1-\xi^2}=10^{\frac{-8}{20}}=0.398 \\ \xi^4-\xi^2+0.0396=0 \quad \begin{cases}\xi_1=0.979\\ \xi_2=0.203\end{cases} \end{cases}$$

$$G(s)=\frac{10\times30^2}{s^2+2\times0.203\times30\,s+30^2}$$

$$=\frac{9000}{s^2+12.18\,s+900}$$

§5.3 对数频率特性 (Bode) (11)

- Bode图与Nyquist图之间的对应关系：

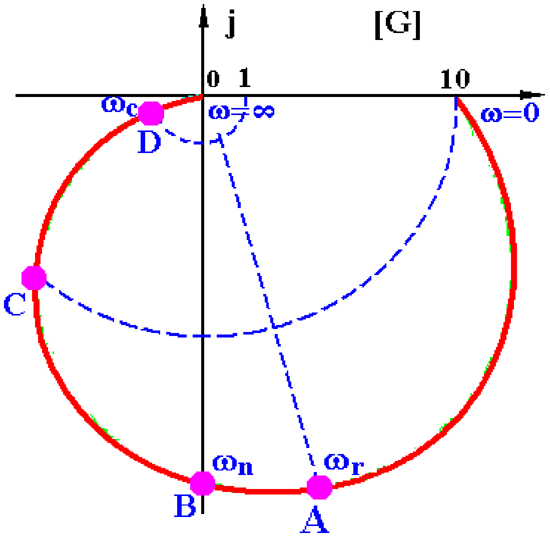
- 截止频率 ω_c：

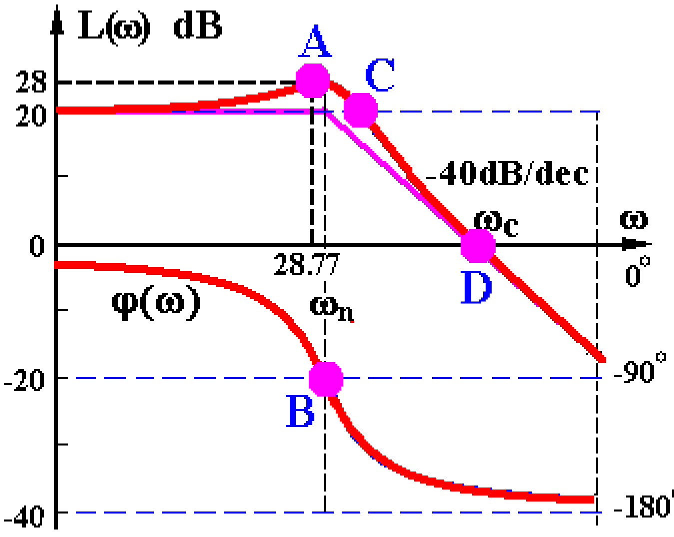
$$40\times\lg\left(\frac{\omega_c}{\omega_n}\right)=20$$

$$\lg\left(\frac{\omega_c}{30}\right)=\frac{20}{40}$$

$$\frac{\omega_c}{30}=10^{\frac{1}{2}}$$

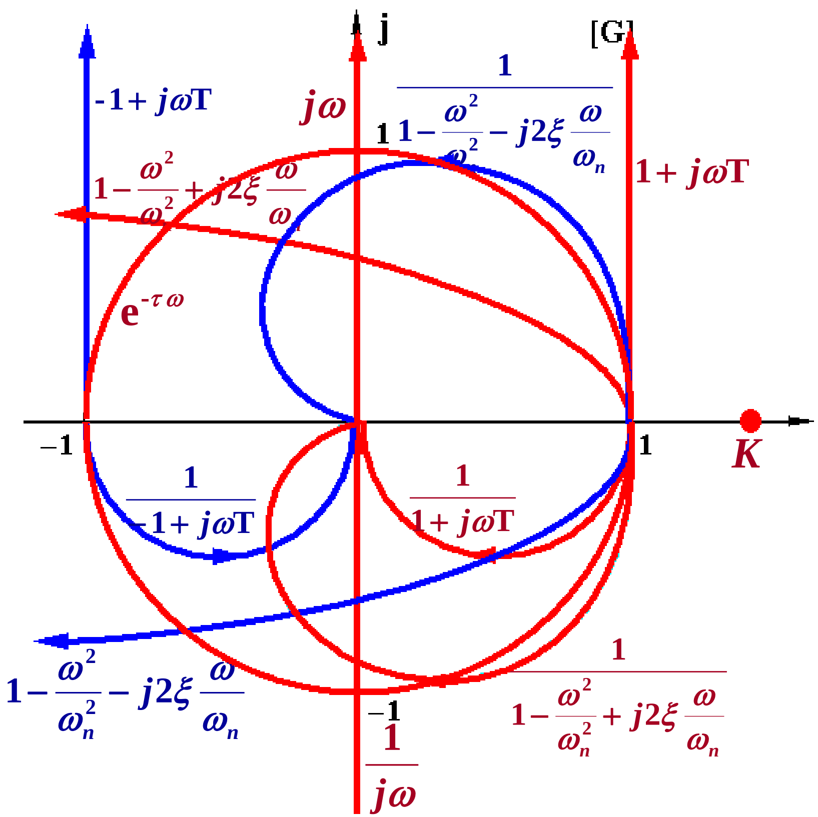
$$\omega_c=30\times\sqrt{10}=94.87\ \mathrm{rad/s}$$

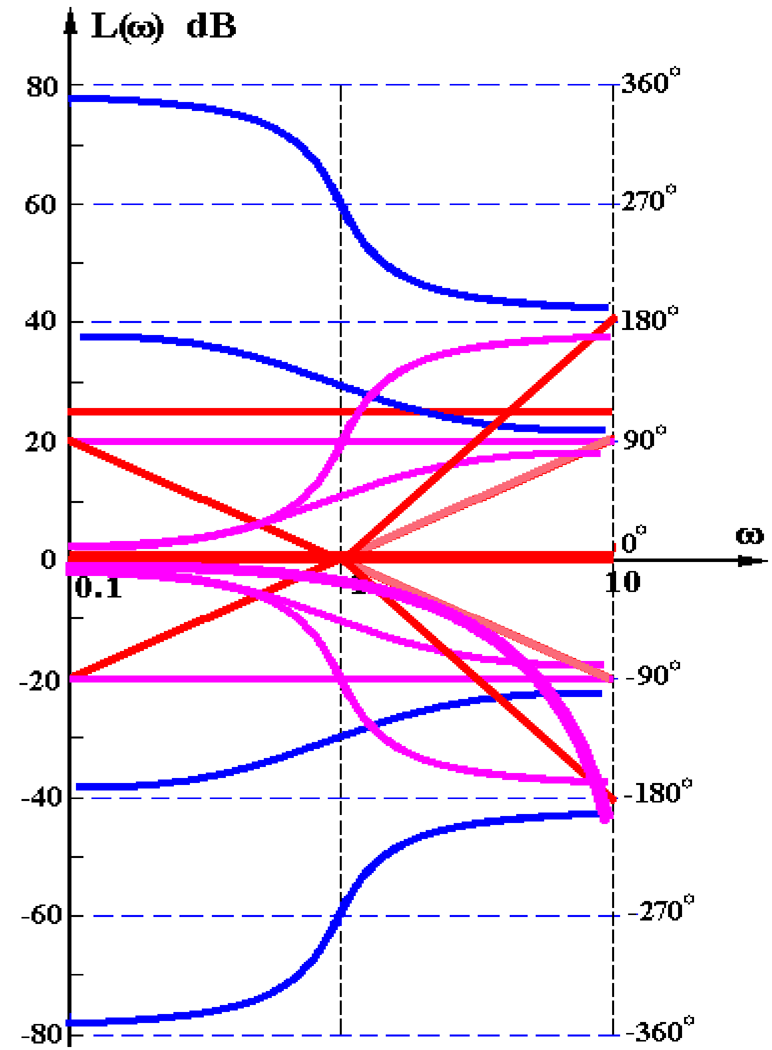




§5.3 对数频率特性 (Bode) (12)

典型环节的频率特性





§5.3.2 系统开环对数频率特性 (Bode) (1)

§5. 3. 2 系统的开环Bode图

$$G(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^v(T_1 s+1)\cdots(T_{n-v}s+1)}$$

$$\begin{cases} L(\omega)=20\lg|G|=20\lg\dfrac{K|1+j\tau_1\omega|\cdots|1+j\tau_m\omega|}{|\omega|^v|1+jT_1\omega|\cdots|1+jT_{n-v}\omega|} \\ \quad =20\lg K+20\lg|1+j\tau_1\omega|+\cdots+20\lg|1+j\tau_m\omega| \\ \quad\quad -20v\lg|\omega|-20\lg|1+jT_1\omega|-\cdots-20\lg|1+jT_{n-v}\omega| \\ \varphi(\omega)=\angle G \\ \quad =\arctan\tau_1\omega+\cdots+\arctan\tau_m\omega \\ \quad\quad -90^\circ v-\arctan T_1\omega-\cdots-\arctan T_{n-v}\omega \end{cases}$$

§5.3.2 系统开环对数频率特性 (Bode)（2）

绘制系统开环Bode图的步骤

例1 $$G(s)=\frac{40(s+0.5)}{s(s+0.2)(s^2+s+1)}$$

（1）化G(s)为尾1标准型

$$G(s)=\frac{100(\frac{s}{0.5}+1)}{s(\frac{s}{0.2}+1)(s^2+s+1)}$$

（2）顺序列出转折频率

- 0.2 惯性环节
- 0.5 一阶复合微分
- 1 振荡环节

（3）确定基准线 {最小转折频率之左的特性及其延长线}

- 基准点 $(\omega=1,\quad L(1)=20\lg K)$
- 斜率 $-20\cdot v\quad dB/dec$

（4）叠加作图

- 一阶
  - 惯性环节 -20dB/dec
  - 复合微分 +20dB/dec
- 二阶
  - 振荡环节 -40dB/dec
  - 复合微分 +40dB/dec

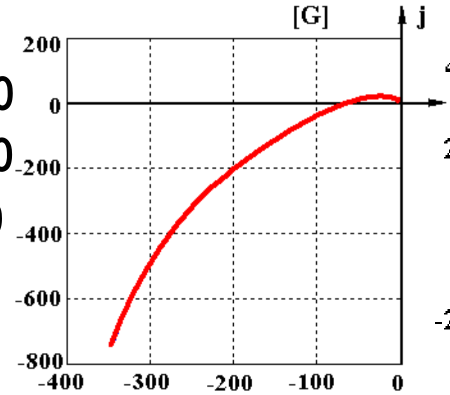
ω=0.2	惯性环节	−20
ω=0.5	一阶复合微分	+20
ω=1	振荡环节	−40

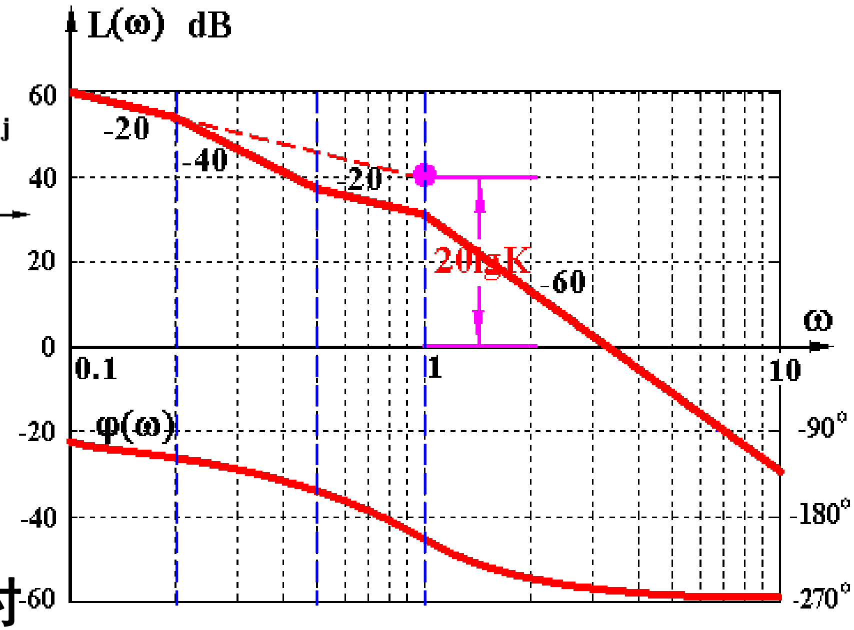
§5.3.2 系统开环对数频率特性

$$G(s)=\frac{100(\frac{s}{0.5}+1)}{s(\frac{s}{0.2}+1)(s^2+s+1)}$$

- 基准点 $(\omega=1,\quad L(1)=20\lg K)$
- 斜率 $-20\cdot v$ dB/dec

- ω=0.2 惯性环节 −20
- ω=0.5 一阶复合微分 +20
- ω=1 振荡环节 −40



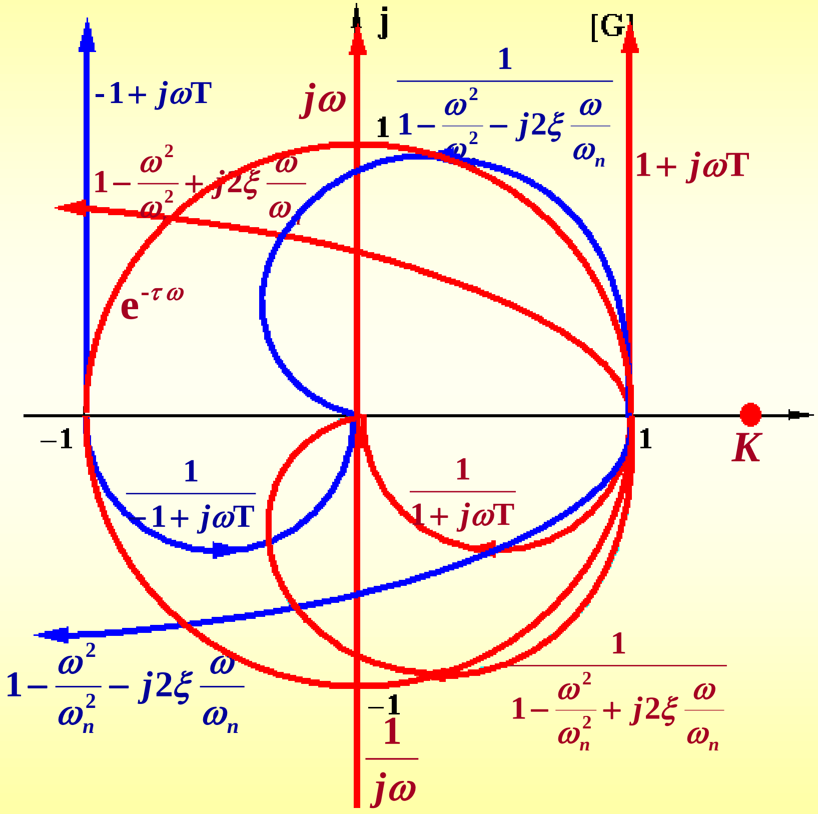


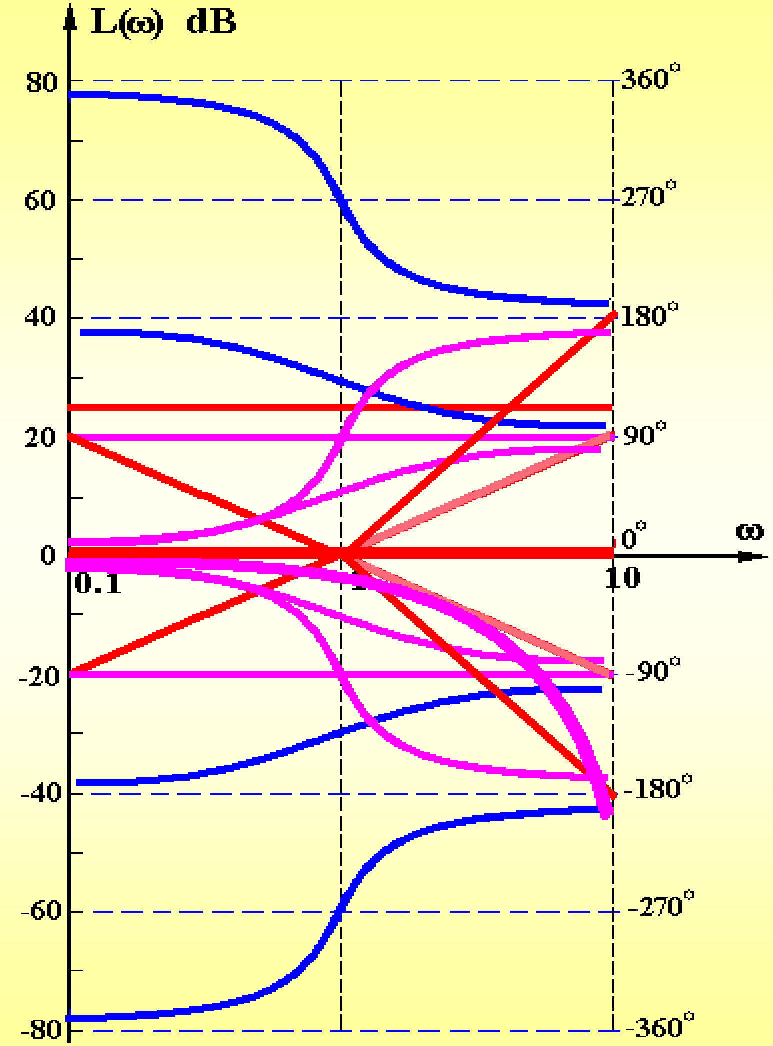
(5) 修正
- ① 两惯性环节转折频率很接近时
- ② 振荡环节 $\xi\notin(0.38, 0.8)$ 时

(6) 检查
- ① L(ω) 最右端曲线斜率=-20(n-m) dB/dec
- ② 转折点数=(惯性)+(一阶复合微分)+(振荡)+(二阶复合微分)
- ③ $\varphi(\omega)\Rightarrow -90^\circ\ (n-m)$

课程小结 (1)

典型环节的频率特性





课程小结（2）

绘制系统开环Bode图的步骤

（1）化G(s)为尾1标准型

（2）顺序列出转折频率

（3）确定基准线
- 基准点 $(\omega=1,\quad L(1)=20\lg K)$
- 斜率 $-20\cdot v\quad \mathrm{dB/dec}$

第一转折频率之左的特性及其延长线

（4）叠加作图
- 一阶
  - 惯性环节 -20dB/dec
  - 复合微分 +20dB/dec
- 二阶
  - 振荡环节 -40dB/dec
  - 复合微分 +40dB/dec

（5）修正
- ① 两惯性环节转折频率很接近时
- ② 振荡环节 $\xi\notin(0.38, 0.8)$ 时

（6）检查
- ① L(ω) 最右端曲线斜率=-20(n-m) dB/dec
- ② 转折点数=(惯性)+(一阶复合微分)+(振荡)+(二阶复合微分)
- ③ $\varphi(\omega)\Rightarrow -90^\circ\ (n-m)$