(第21讲)

§5. 线性系统的频域分析与校正

(第21讲)

§5.4 频域稳定判据

§5.4 频域稳定判据

系统稳定的充要条件 — 全部闭环极点均具有负的实部

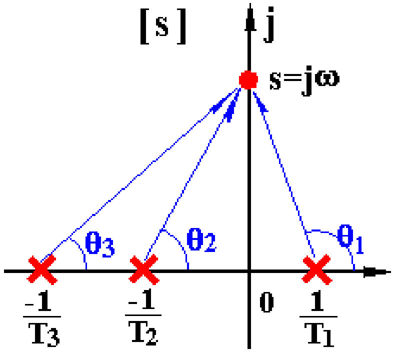
代数稳定判据 — Ruoth判据

- 由闭环特征多项式系数（不解根）判定系统稳定性
- 不能用于研究如何调整系统结构来改善系统稳定性的问题

频域稳定判据 —
- Nyquist 判据
- 对数稳定判据

- 由开环频率特性直接判定闭环系统的稳定性
- 可以研究包含延迟环节的系统的稳定性问题
- 可研究如何调整系统结构参数改善系统稳定性及性能问题

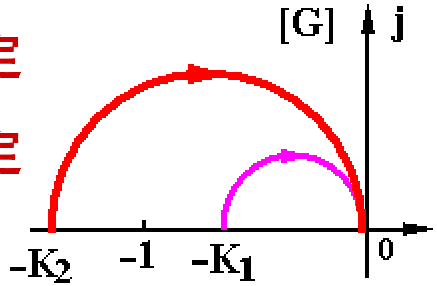
§5. 4. 1 奈奎斯特(Nyquist) 稳定判据



解释 $Z = P - 2N$

设 $$G(s)=\frac{K}{(T_1 s-1)(T_2 s+1)(T_3 s+1)}$$

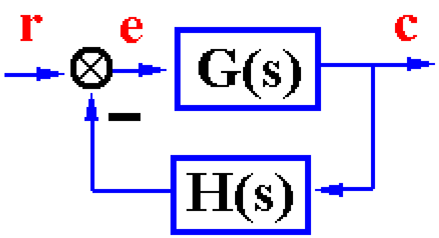
$$K=\begin{cases} K_1 & Z=P-2N=1-2\times 0=1 \quad \text{不稳定} \\ K_2 & Z=P-2N=1-2\times(\frac{-1}{2})=2 \quad \text{不稳定} \end{cases}$$



说明 系统结构图如图所示

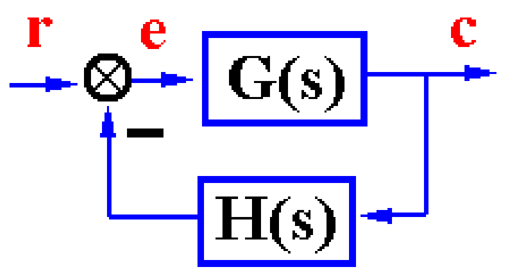
设 $$GH(s)=\frac{K^*M(s)}{N(s)}=\frac{K^*}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)}$$

$$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+GH(s)}$$



§ 5.4.1 奈奎斯特稳定判据 (2)

构造辅助函数 F(s)



$$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+GH(s)}$$

$$GH(s)=\frac{K^*}{(s-P_1)(s-P_2)(s-P_3)}$$

$$F(s)=1+GH(s)$$

$$=1+\frac{K^*M(s)}{N(s)}=\frac{N(s)+K^*M(s)}{N(s)}$$

$$=\frac{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)+K^*M(s)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)}$$

$$=\frac{D(s)}{N(s)}=\frac{(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)(s-\lambda_3)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)}$$

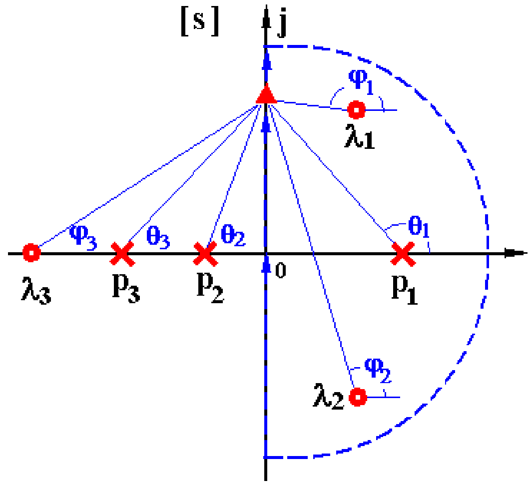
F(s)的特点

① F(s)的 { 零点 λ_i： 闭环极点；极点 p_i： 开环极点 } 个数相同

② $F(j\omega)=1+GH(j\omega)$

§ 5.4.1 奈奎斯特稳定判据 (3)

设F(s)在右半s平面有 $\begin{cases} \text{Z个零点（闭环极点）} & Z=2 \\ \text{P个极点（开环极点）} & P=1 \end{cases}$



$$F(s)=\frac{\overset{-2\pi}{(s-\lambda_1)}\overset{-2\pi}{(s-\lambda_2)}\overset{0}{(s-\lambda_3)}}{\underset{-2\pi}{(s-p_1)}\underset{0}{(s-p_2)}\underset{0}{(s-p_3)}}$$

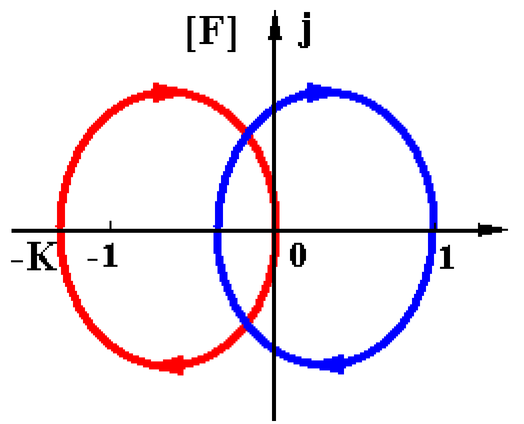
s 绕奈氏路径转过一周，

F(jω)绕[F]平面原点转过的角度$\varphi_F(\omega)$为

$$\angle F(j\omega)=-2\pi(Z-P)=2\pi(P-Z)=2\pi R$$

$$Z=P-R=P-2N$$

$$GH(s)=\frac{K^*}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} \quad \begin{cases} K\angle-180^\circ \\ 0\angle-270^\circ \end{cases}$$



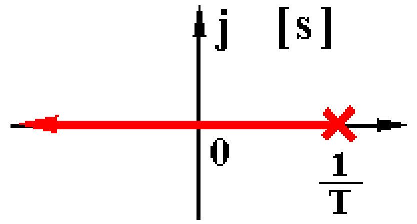
$\begin{cases} \text{R: s 绕奈氏路径一周时，F(jω)包围[F]平面(0, j0)点的圈数} \\ \text{N: 开环幅相曲线GH(jω)包围[G]平面(-1, j0)点的圈数} \end{cases}$

§ 5.4.2 奈氏判据的应用 (1)

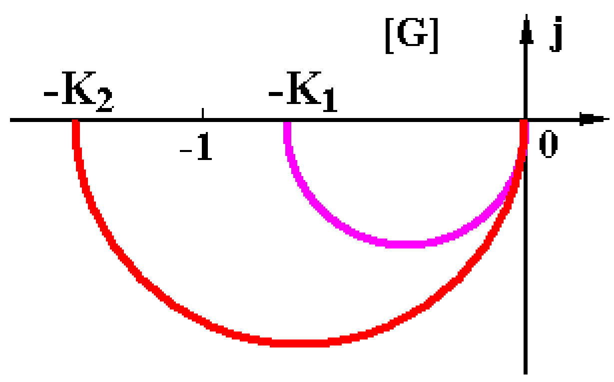
例1 已知单位反馈系统开环传递函数，分析系统稳定性。

$$G(s) = \frac{K}{Ts - 1} \qquad D(s) = Ts - 1 + K = 0, \qquad \lambda = \frac{1-K}{T}$$

解 依题有 $\begin{cases} G(j0) = K\angle -180^\circ \\ G(j\infty) = 0\angle -90^\circ \end{cases}$



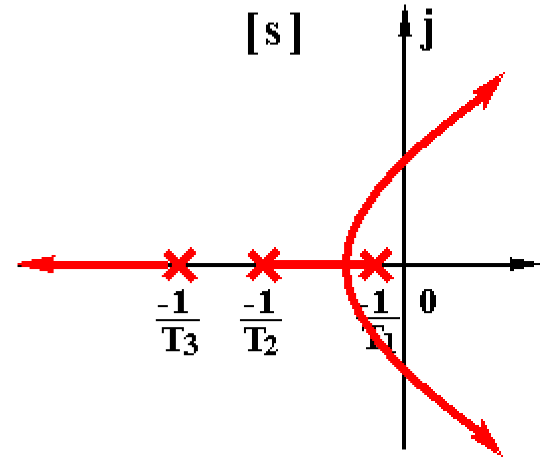
$$K = \begin{cases} K_1 < 1 \qquad N = 0 \qquad \text{（不稳定）} \\ Z = P - 2N = 1 - 2\times 0 = 1 \\ K_2 > 1 \qquad N = \frac{1}{2} \qquad \text{（稳定）} \\ Z = P - 2N = 1 - 2\times\frac{1}{2} = 0 \end{cases}$$



§ 5.4.2 奈氏判据的应用 (2)

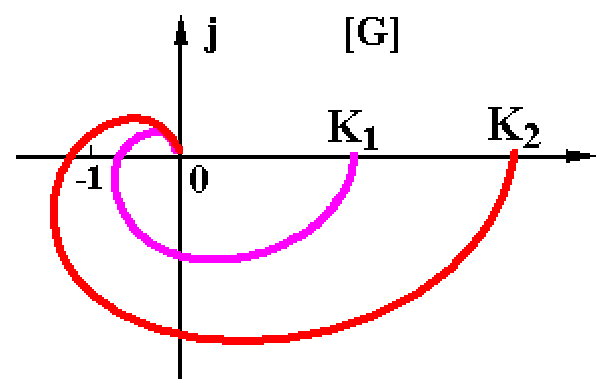
例2 已知单位反馈系统开环传递函数, 分析系统稳定性。

$$G(s)=\frac{K}{(\mathrm{T}_1 s+1)(\mathrm{T}_2 s+1)(\mathrm{T}_3 s+1)}$$



解 依题有 $\begin{cases} G(j0)=K\angle 0^\circ \\ G(j\infty)=0\angle -270^\circ \end{cases}$

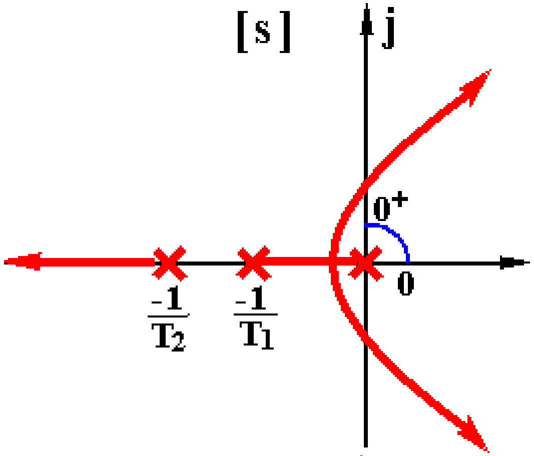
$$K=\begin{cases} K_1\ (\text{小}) \qquad N=0 \qquad \text{（稳定）} \\ Z=P-2N=0-2\times 0=0 \\ K_2\ (\text{大}) \qquad N=-1 \qquad \text{（不稳定）} \\ Z=P-2N=0-2(-1)=2 \end{cases}$$



§ 5.4.2 奈氏判据的应用 (3)

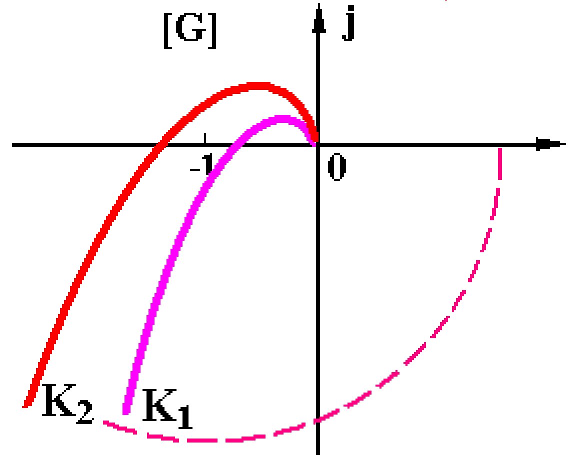
例3 已知单位反馈系统开环传递函数，分析系统稳定性。

$$G(s)=\frac{K}{s(\mathrm{T}_1 s+1)(\mathrm{T}_2 s+1)}$$



解 依题有
$$\begin{cases} G(j0)=\infty\angle 0^\circ \\ G(j0^+)=\infty\angle -90^\circ \\ G(j\infty)=0\angle -270^\circ \end{cases}$$

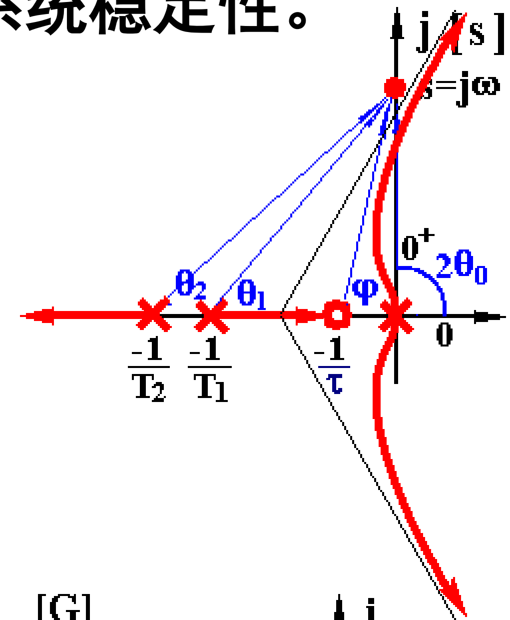
$$K=\begin{cases} K_1\,(小) \quad N=0 \quad (稳定) \\ Z=P-2N=0-2\times 0=0 \\ K_2\,(大) \quad N=-1 \quad (不稳定) \\ Z=P-2N=0-2\times(-1)=2 \end{cases}$$



§5.4.2 奈氏判据的应用 (4)

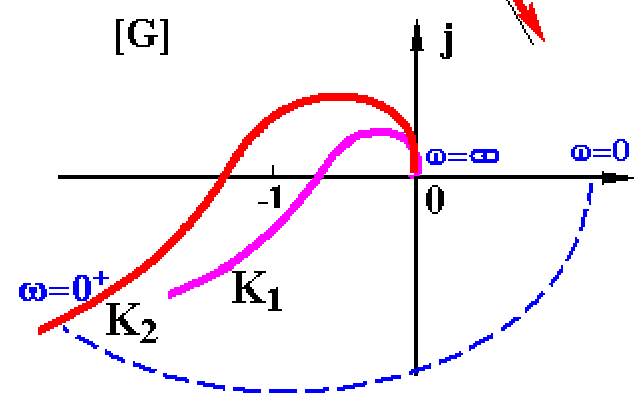
例4 已知单位反馈系统开环传递函数，分析系统稳定性。

$$G(s)=\frac{K(\tau s+1)}{s^2(T_1 s+1)(T_2 s+1)} \qquad \tau > T_1 > T_2$$



解 依题有 $\begin{cases} G(j0)=\infty\angle 0^\circ \\ G(j0^+)=\infty\angle -180^\circ \\ G(j\infty)=0\angle -270^\circ \end{cases}$

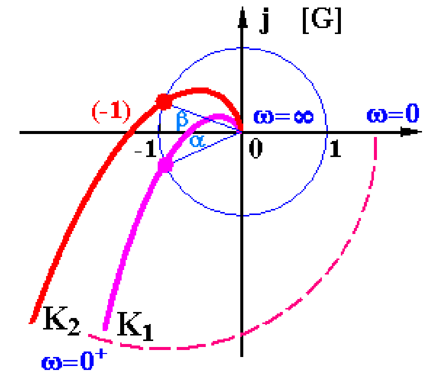
$$K=\begin{cases} K_1\ (\text{小}) \quad N=0 \quad \text{（稳定）} \\ Z=P-2N=0-2\times 0=0 \\ K_2\ (\text{大}) \quad N=-1 \quad \text{（不稳定）} \\ Z=P-2N=0-2\times(-1)=2 \end{cases}$$



§ 5.4.3 对数稳定判据 (1)

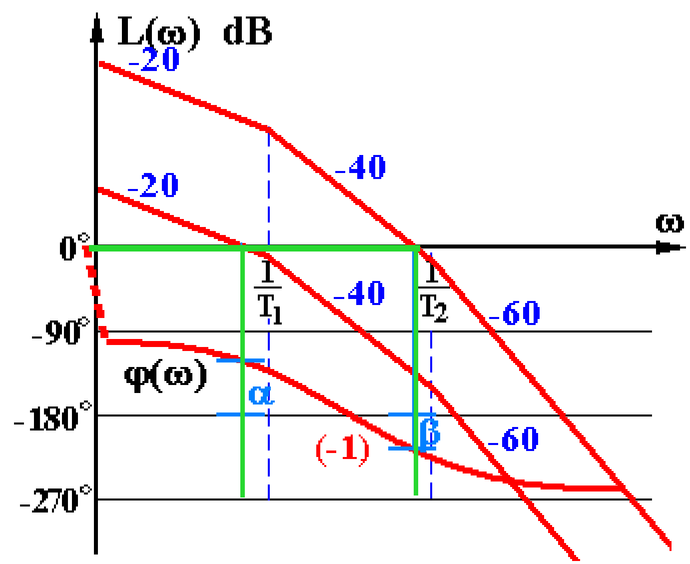
例5 已知单位反馈系统开环传递函数，分析系统稳定性。

$$G(s)=\frac{K}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$



对数稳定判据 $\begin{cases} Z=P-2N \\ N=N_{+}-N_{-} \end{cases}$

$$K=\begin{cases} K_1\begin{cases} N=N_{+}-N_{-}=0-0=0 \\ Z=P-2N=0-2\times 0=0 \\ \text{(稳定)} \end{cases} \\ K_2\begin{cases} N=N_{+}-N_{-}=0-1=-1 \\ Z=P-2N=0-2\times(-1)=2 \\ \text{(不稳定)} \end{cases} \end{cases}$$

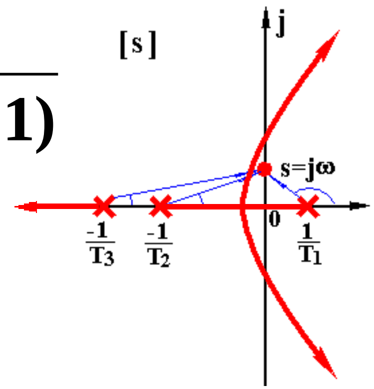


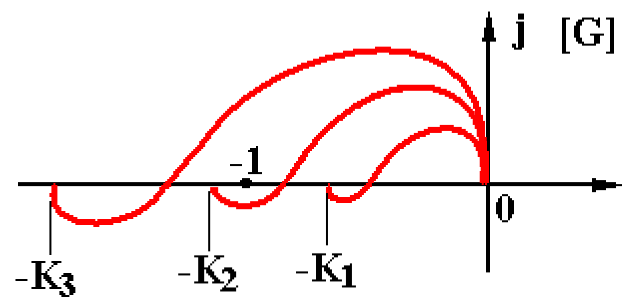
§ 5.4.3 对数稳定判据 (2)

例6 已知单位反馈系统开环传递函数，分析系统稳定性。

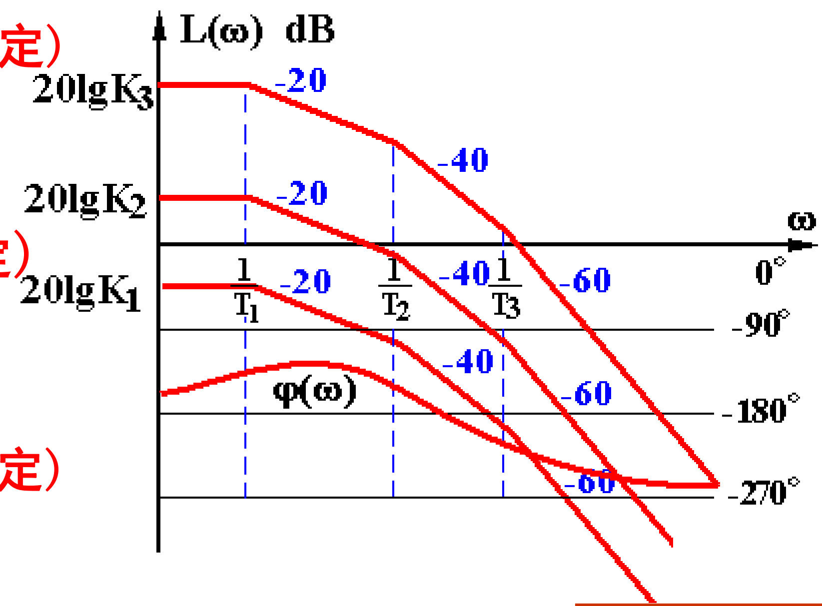
$$G(s)=\frac{K}{(T_1 s-1)(T_2 s+1)(T_3 s+1)}$$

$$\begin{cases} G(j0)=K\angle-180^\circ \\ G(j\infty)=0\angle-270^\circ \end{cases}$$





$$K=\begin{cases} K_1\begin{cases} N=N_+-N_-=0-0=0 \\ Z=P-2N=1-2\times 0=1 \end{cases} & \text{(不稳定)} \\ K_2\begin{cases} N=N_+-N_-=\dfrac{1}{2}-0=\dfrac{1}{2} \\ Z=P-2N=1-2\times\dfrac{1}{2}=0 \end{cases} & \text{(稳定)} \\ K_3\begin{cases} N=N_+-N_-=\dfrac{1}{2}-1=-\dfrac{1}{2} \\ Z=P-2N=1-2\times(-\dfrac{1}{2})=2 \end{cases} & \text{(不稳定)} \end{cases}$$

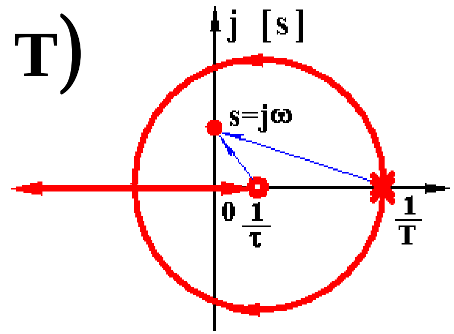


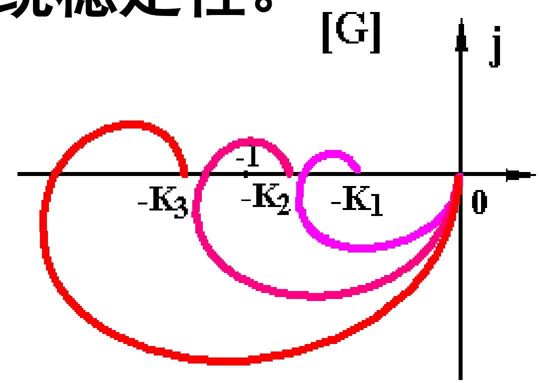
§ 5.4.3 对数稳定判据 (3)

例7 已知单位反馈系统开环传递函数，分析系统稳定性。

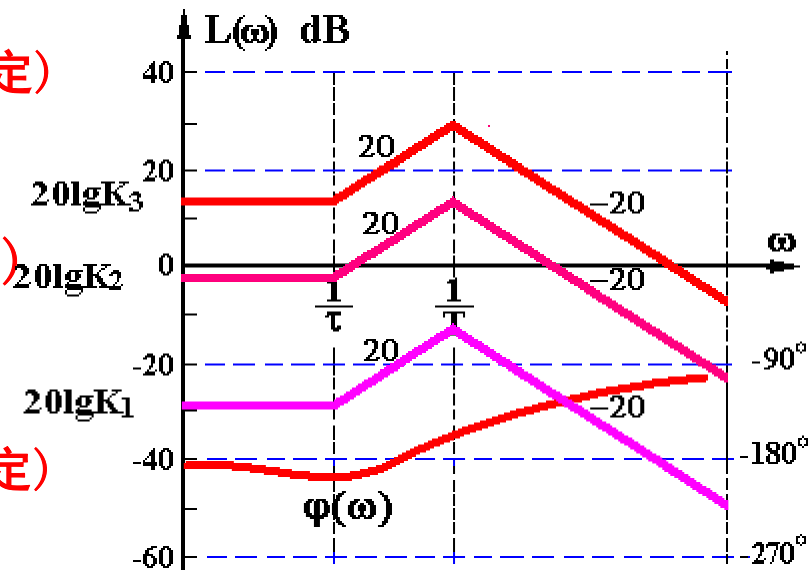
$$G(s)=\frac{K(\tau s-1)}{(Ts-1)^2}\qquad (\tau > T)$$

$$\begin{cases} G(j0)=K\angle -180^\circ \\ G(j\infty)=0\angle -90^\circ \end{cases}$$





$$K=\begin{cases} K_1\begin{cases} N=N_+-N_-=0-0=0 \\ Z=P-2N=2-2\times 0=2 \end{cases} & \text{（不稳定）} \\ K_2\begin{cases} N=N_+-N_-=1-0=1 \\ Z=P-2N=2-2\times 1=0 \end{cases} & \text{（稳定）} \\ K_3\begin{cases} N=N_+-N_-=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2} \\ Z=P-2N=2-2\times(\dfrac{1}{2})=1 \end{cases} & \text{（不稳定）} \end{cases}$$



§5.4.3 对数稳定判据 (4)

注意问题

1. 当[s]平面虚轴上有开环极点时，奈氏路径要从其右边绕出半径为无穷小的圆弧；[G]平面对应要补充大圆弧

2. N 的最小单位为二分之一

3. $$Z \begin{cases} >0 & \text{闭环系统不稳定} \\ =0 & \text{闭环系统稳定} \\ <0 & \text{有误} \end{cases}$$

   闭环系统超稳定？

4. 临界稳定的特征？ —— G(jω)穿过(-1, j0)点