自动控制原理

(第 20讲)

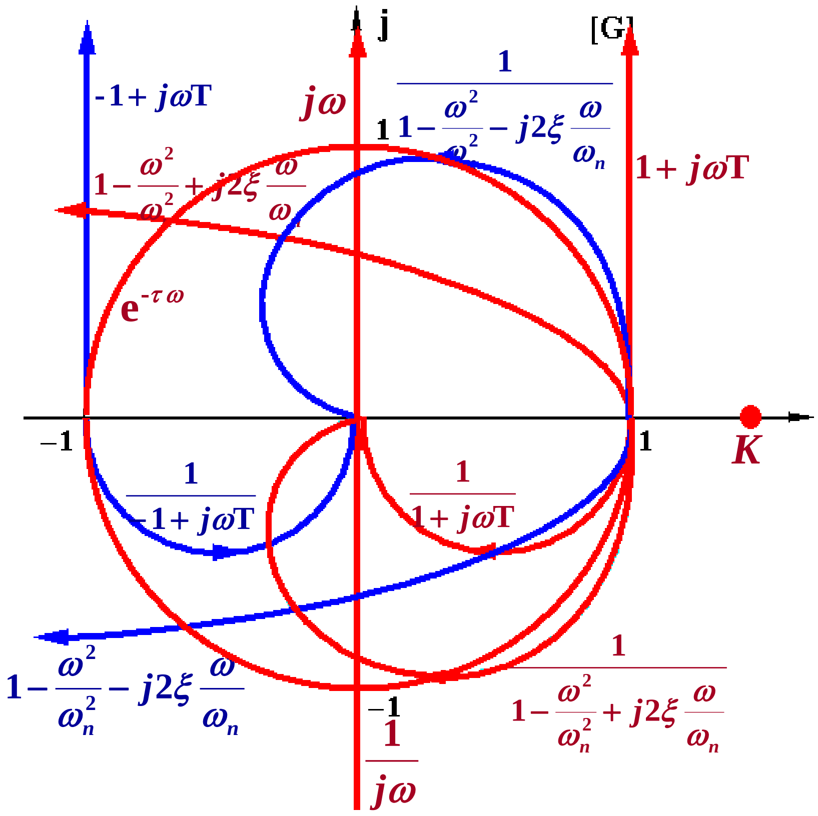
§5. 线性系统的频域分析与校正

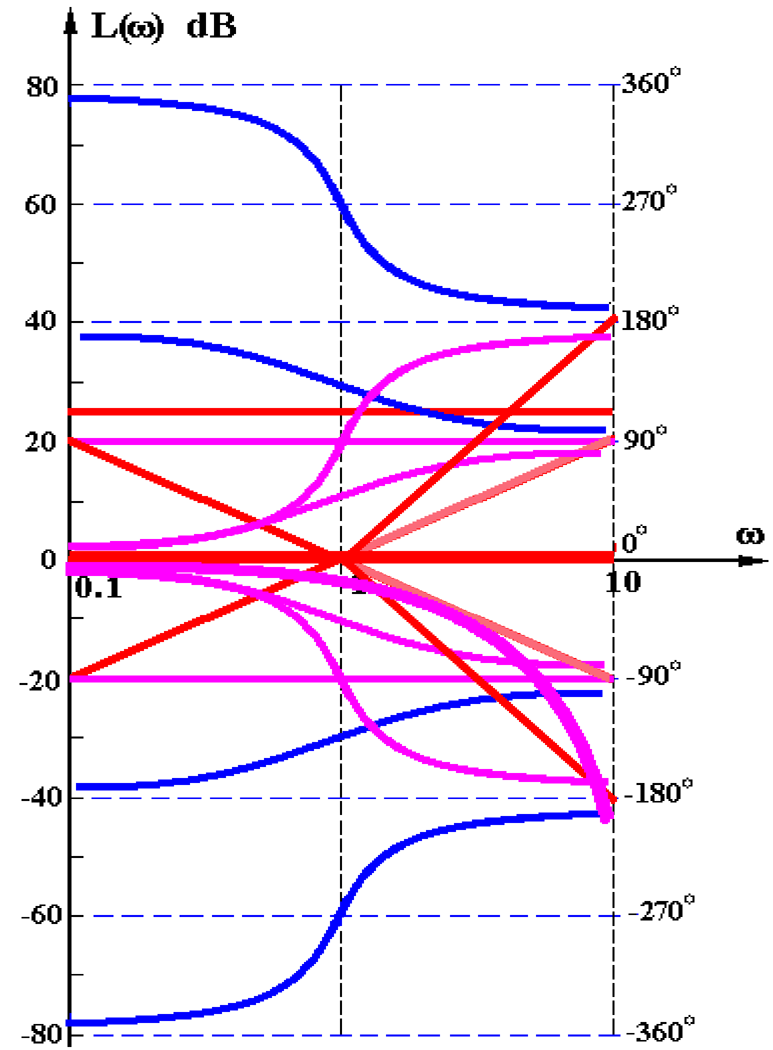
(第 20 讲)

§5.3 对数频率特性(Bode图)

§ 5.3 对数频率特性 (Bode) （12）

典型环节的频率特性





§5.3.2 开环系统Bode图的绘制

$$G(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^v(\mathrm{T}_1 s+1)\cdots(\mathrm{T}_{n-v} s+1)}$$

$$\begin{cases} L(\omega)=20\lg|G| \\ \qquad =20\lg K+20\lg|1+j\tau_1\omega|+\cdots+20\lg|1+j\tau_m\omega| \\ \qquad\quad -20v\lg|\omega|-20\lg|1+j\mathrm{T}_1\omega|-\cdots-20\lg|1+j\mathrm{T}_{n\text{-}v}\omega| \\ \varphi(\omega)=\angle G \\ \qquad =0+\arctan\tau_1\omega+\cdots+\arctan\tau_m\omega \\ \qquad\quad -90^\circ v-\arctan\mathrm{T}_1\omega-\cdots-\arctan\mathrm{T}_{n\text{-}v}\omega \end{cases}$$

§5.3.2 开环系统对数频率特性 (Bode) (2)

绘制开环系统Bode图的步骤

例1 $$G(s)=\frac{40(s+0.5)}{s(s+0.2)(s^2+s+1)}$$

(1) 化G(s)为尾1标准型

$$G(s)=\frac{100(\frac{s}{0.5}+1)}{s(\frac{s}{0.2}+1)(s^2+s+1)}$$

(2) 顺序列出转折频率

- 0.2 惯性环节
- 0.5 一阶复合微分
- 1 振荡环节

(3) 确定基准线 (最小转折频率之左的特性及其延长线)

- 基准点 $(\omega=1,\quad L(1)=20\lg K)$
- 斜率 $-20\cdot v\quad \text{dB/dec}$

(4) 叠加作图

- 一阶
  - 惯性环节 -20dB/dec
  - 复合微分 +20dB/dec
- 二阶
  - 振荡环节 -40dB/dec
  - 复合微分 +40dB/dec

- ω=0.2 惯性环节 −20
- ω=0.5 一阶复合微分 +20
- ω=1 振荡环节 −40

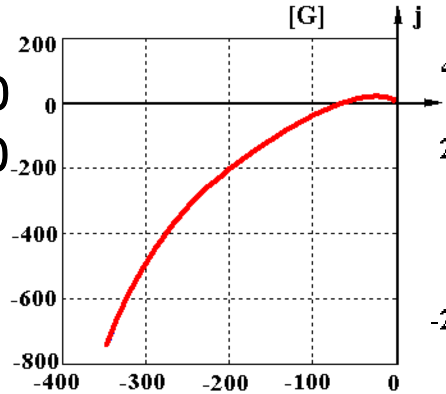
§ 5.3.2 系统开环对数频率特性

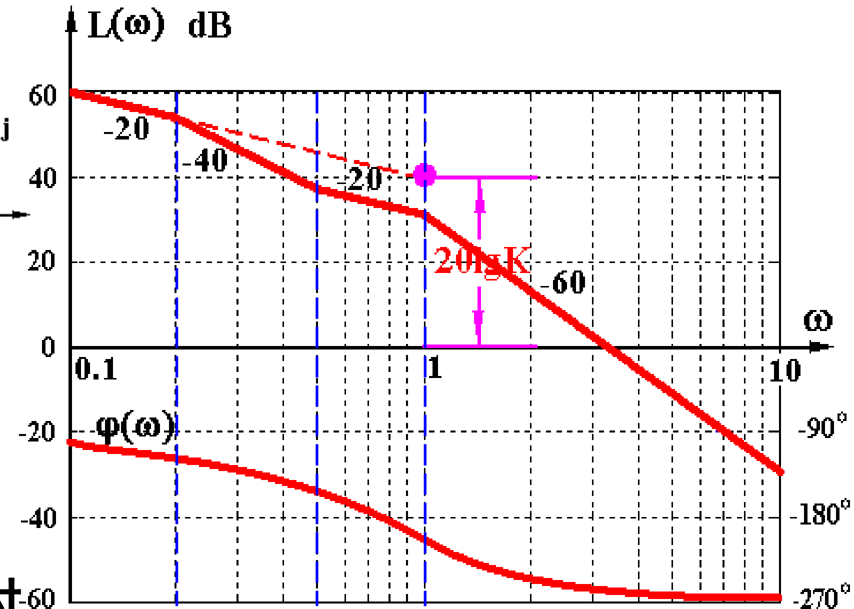
$$G(s)=\frac{100(\frac{s}{0.5}+1)}{s(\frac{s}{0.2}+1)(s^2+s+1)}$$

基准点 $(\omega=1,\quad L(1)=20\lg K)$

斜率 $-20\cdot v\quad \text{dB/dec}$

ω=0.2 惯性环节 −20
ω=0.5 一阶复合微分 +20
ω=1 振荡环节 −40



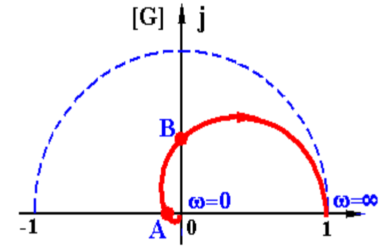


(5) 修正
① 两惯性环节转折频率很接近时
② 振荡环节 $\xi\notin(0.38, 0.8)$ 时

(6) 检查
① L(ω) 最右端曲线斜率=-20(n-m) dB/dec
② 转折点数=(惯性)+(一阶复合微分)+(振荡)+(二阶复合微分)
③ $\varphi(\omega)\Rightarrow$ -90°(n-m)

§5.3.2 开环系统对数频率特性 (Bode)（4）

例2 $G(s)=\dfrac{s^3}{(s+0.2)(s+1)(s+5)}$，绘制Bode图。

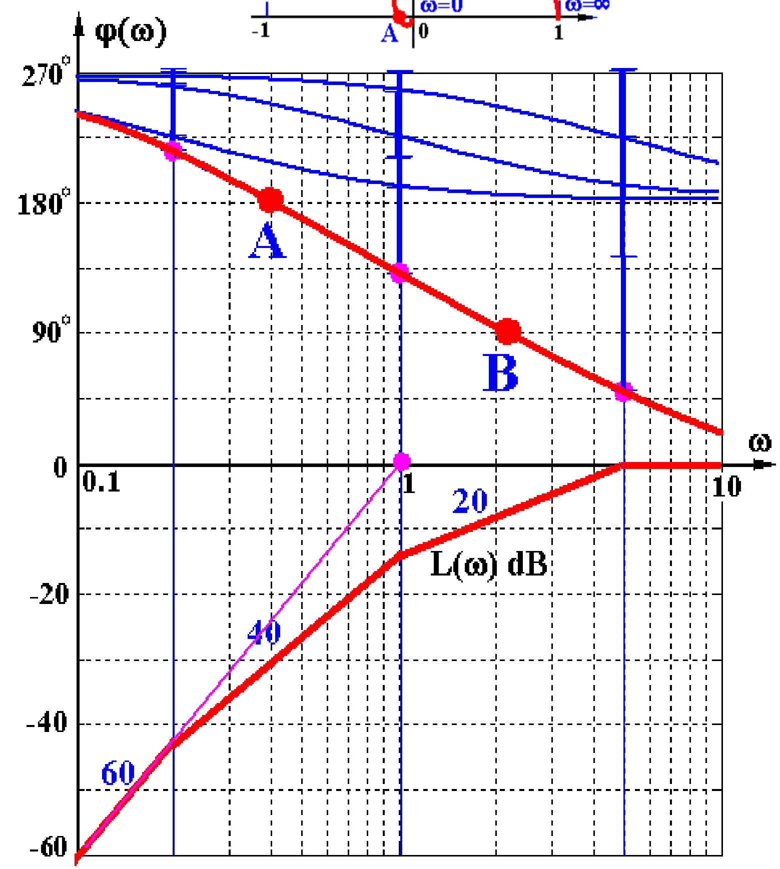


解 ① 标准型 $G(s)=\dfrac{s^3}{(\frac{s}{0.2}+1)(s+1)(\frac{s}{5}+1)}$

② 转折频率 $\begin{cases}\omega_1=0.2 & \Rightarrow -20\\ \omega_2=1 & \Rightarrow -20\\ \omega_3=5 & \Rightarrow -20\end{cases}$

③ 基准线 $\begin{cases}\text{基点 } (\omega=1,\ \ 20\lg 1=0\ \text{dB})\\ \text{斜率 } -20\times(-3)=60\ \text{dB/dec}\end{cases}$

④ 作图

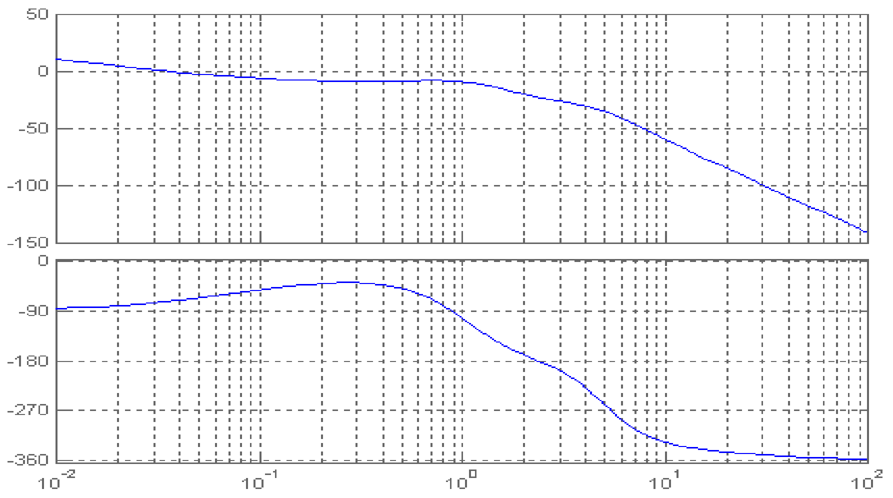


⑤ 检查 $\begin{cases}\text{L(ω) 最右端斜率=-20(n-m)=0}\\ \text{转折点数 = 3}\\ \text{φ(ω) 最终趋于−90°(n-m)=0°}\end{cases}$

§5.3.2 开环系统对数频率特性(Bode)(5)

例3 绘制对数频率特性和幅相特性曲线。

$$G(s)=\frac{8(s+0.1)}{s(s^2+s+1)(s^2+4s+25)}$$

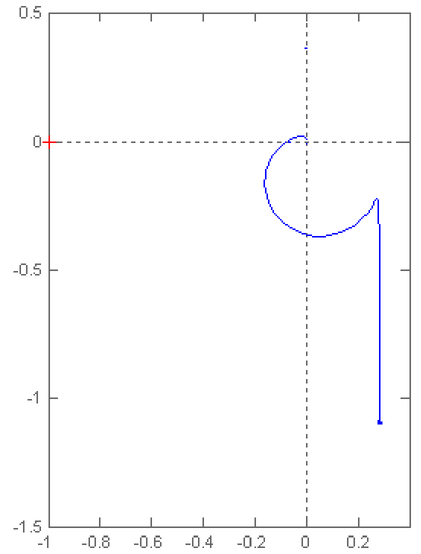


解 ①$G(s)=\dfrac{0.032\left(\dfrac{s}{0.1}+1\right)}{s(s^2+s+1)\left[\left(\dfrac{s}{5}\right)^2+\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{s}{5}+1\right]}$

② $\begin{cases}\omega_1=0.1 & +20\ \text{dB/dec}\\ \omega_2=1 & -40\ \text{dB/dec}\\ \omega_3=5 & -40\ \text{dB/dec}\end{cases}$

③ 基准线:
- 点　$\omega=1,\ 20\lg 0.032=-30\,\text{dB}$
- 斜率　$-20v=-20\,\text{dB/dec}$

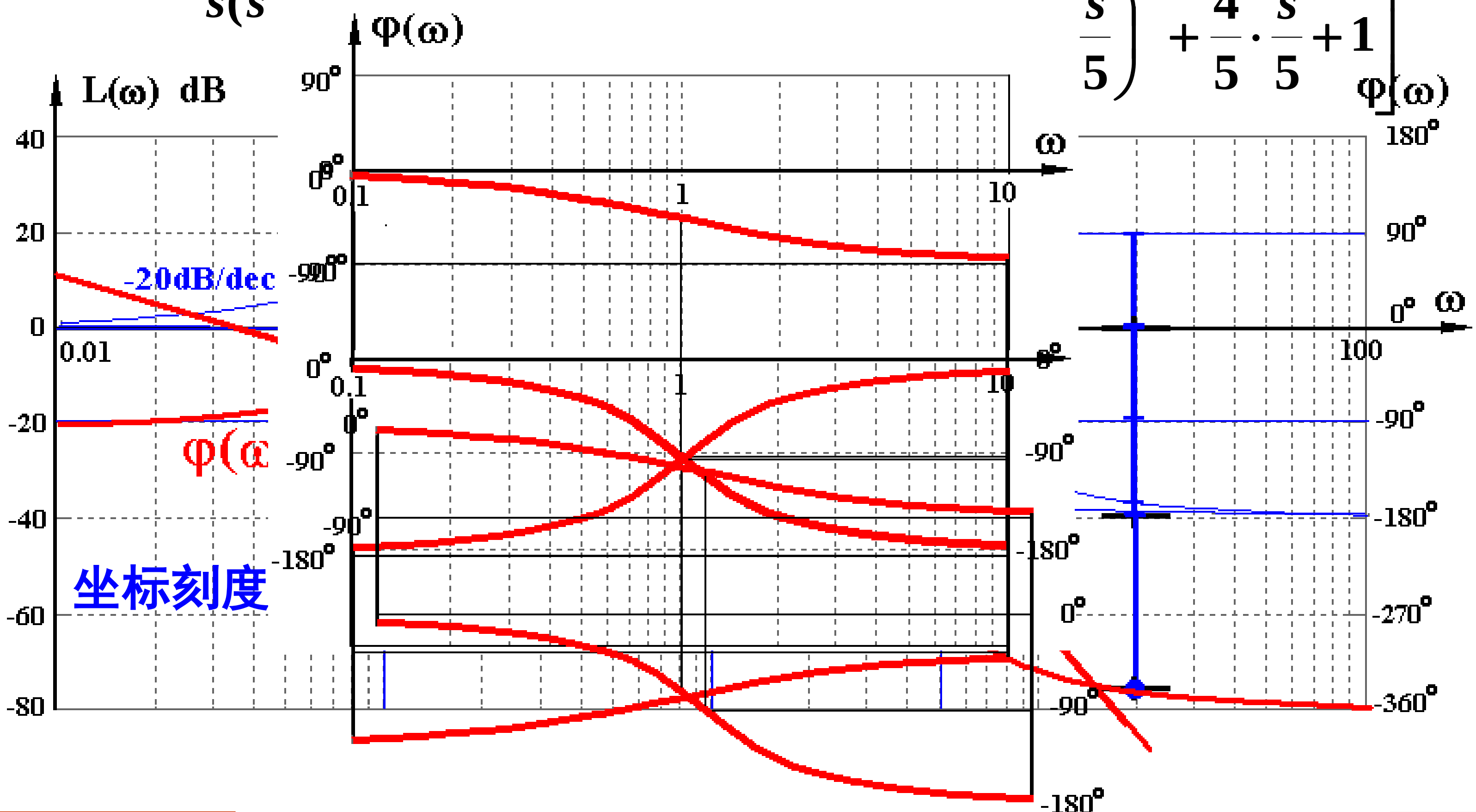
④ 检查:
- L(ω)最右端斜率 = 20(n-m)=-80dB/dec
- L(ω)转折点数 = 3 个
- $\varphi(\omega)\to -90^{\circ}(n-m)=-360^{\circ}$



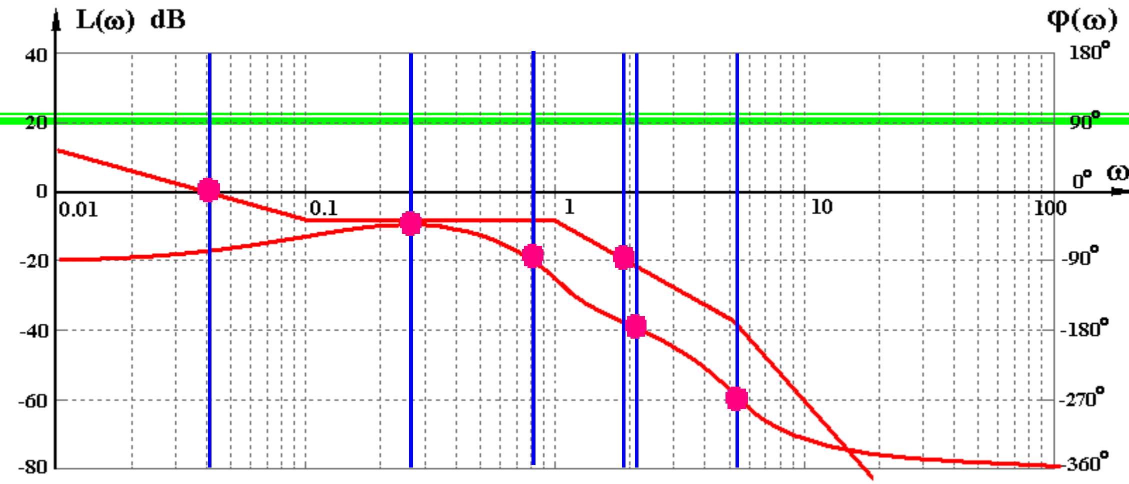
§5.3.2 开环系统对数频率特性 (Bode) (6)

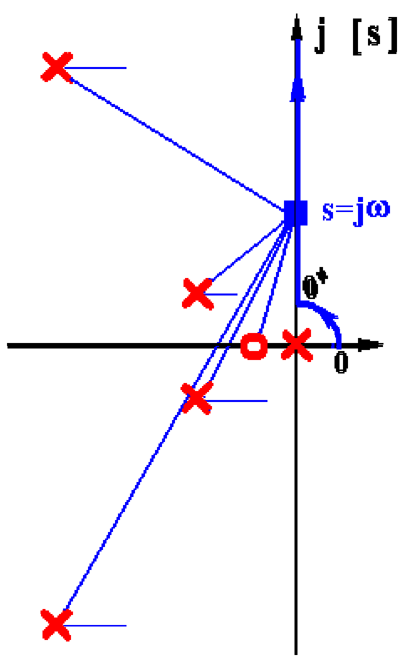
例3 绘制对数频率特性和幅相特性曲线。

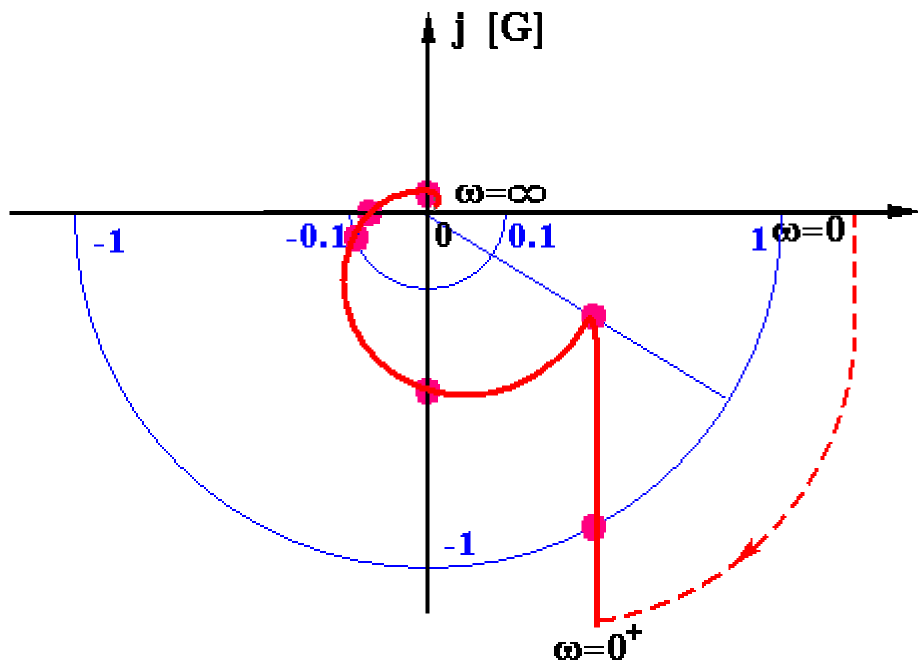
$$G(s)=\frac{8(s+0.1)}{s(s^2+s+1)(s^2+4s+25)}=\frac{0.032\left(\dfrac{s}{0.1}+1\right)}{\cdots\left[\left(\dfrac{s}{5}\right)^2+\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{s}{5}+1\right]}$$



$$\frac{0.032\left(\dfrac{s}{0.1}+1\right)}{s(s^2+s+1)\left[\left(\dfrac{s}{5}\right)^2+\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{s}{5}+1\right]}$$

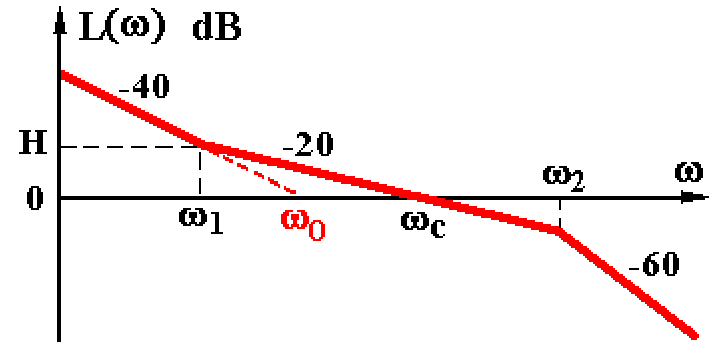






§5.3.3 由对数频率特性曲线确定开环传递函数 (1)

例4 已知 Bode 图，确定 G(s)。



解
$$G(s)=\frac{K(\frac{s}{\omega_1}+1)}{s^2(\frac{s^2}{\omega_2^2}+2\xi\frac{s}{\omega_2}+1)}$$

解法I
$$20\lg\frac{K}{\omega_0^2}=0 \qquad K=\omega_0^2$$
$$H=40[\lg\omega_0-\lg\omega_1]$$
$$=20(\lg\omega_c-\lg\omega_1)$$
$$40\lg\frac{\omega_0}{\omega_1}=20\lg\frac{\omega_c}{\omega_1}$$
$$(\frac{\omega_0}{\omega_1})^2=\frac{\omega_c}{\omega_1} \qquad K=\omega_0^2=\omega_1\omega_c$$

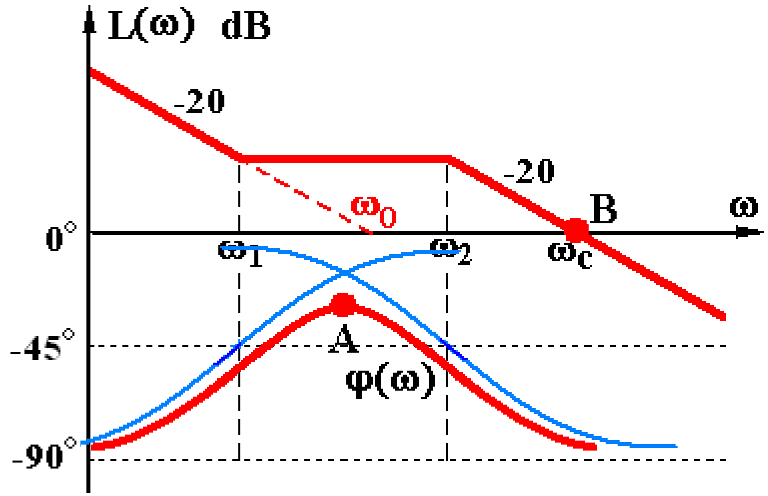
解法II
$$|G(j\omega_c)|=1=\frac{K\frac{\omega_c}{\omega_1}}{\omega_c^2\cdot 1}=\frac{K}{\omega_1\omega_c}$$

解法III
$$\frac{\omega_c}{\omega_0}=\frac{\omega_0}{\omega_1} \qquad \omega_0^2=\omega_1\omega_c=K$$

证明：
$$20\lg\left|\frac{K}{s^v}\right|_{s=j\omega}=20\lg\left|\frac{K}{\omega^v}\right|_1=0$$
$$K=\omega_0^v \qquad \omega_0=K^{\frac{1}{v}}$$

§5.3.3 由对数频率特性曲线确定开环传递函数（2）

例5 已知 L(ω)，写出G(s)，绘制 φ(ω), G(jω)。



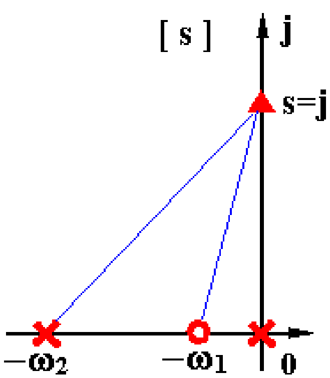
解（1）$G(s)=\dfrac{K(\dfrac{s}{\omega_1}+1)}{s(\dfrac{s}{\omega_2}+1)}$

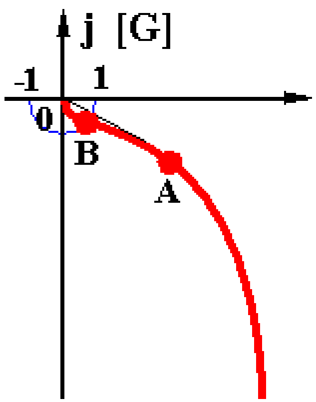
I $\quad \dfrac{\omega_c}{\omega_2}=\dfrac{\omega_0}{\omega_1} \qquad K=\omega_0=\dfrac{\omega_1\omega_c}{\omega_2}$

II $\quad \left|G(j\omega_c)\right|=1=\dfrac{K\dfrac{\omega_c}{\omega_1}}{\omega_c\cdot\dfrac{\omega_c}{\omega_2}}=\dfrac{K}{\dfrac{\omega_1\omega_c}{\omega_2}}$

（2）叠加作图如右

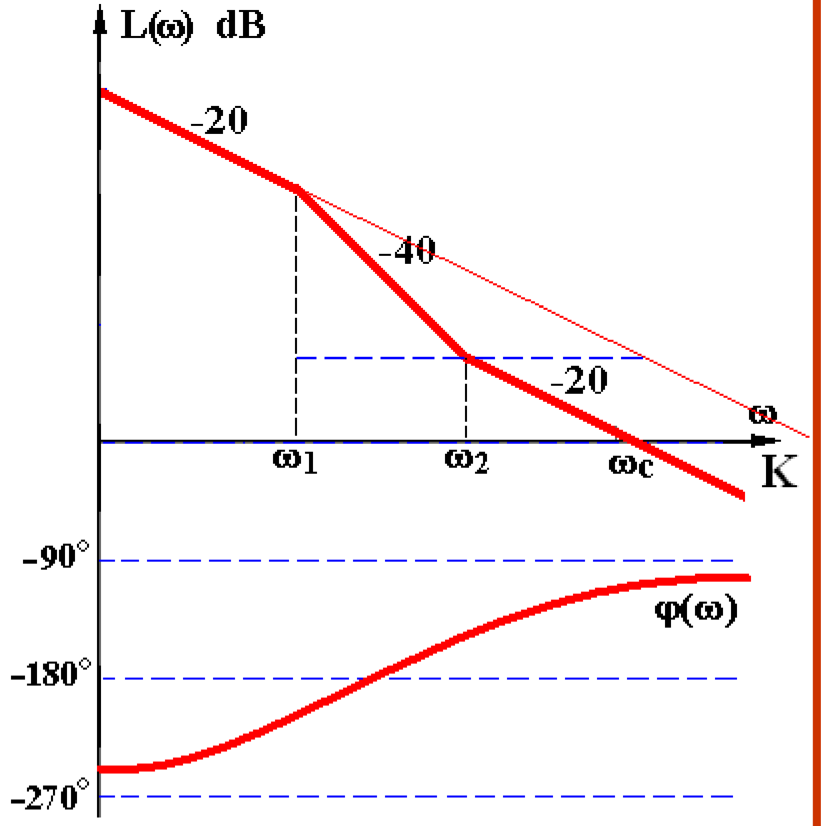
（3）$G(j\omega_c)\quad \begin{cases} G(j0)=\infty\angle-90^\circ \\ G(j\infty)=0\angle-90^\circ \end{cases}$





§5.3.4 最小相角系统和非最小相角系统 (1)

例6 开环系统Bode图如图所示，求 G(s)。



解 依题有 $$G(s)=\frac{K\left(\frac{s}{\omega_2}\pm 1\right)}{s\left(\frac{s}{\omega_1}\pm 1\right)}$$

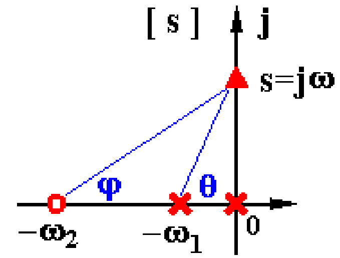
求K: $$\left|G(j\omega)\right|=\frac{K\frac{\omega_c}{\omega_2}}{\omega_c\frac{\omega_c}{\omega_1}}=\frac{K}{\frac{\omega_c\omega_2}{\omega_1}}=1$$

$$K=\frac{\omega_c\omega_2}{\omega_1}$$

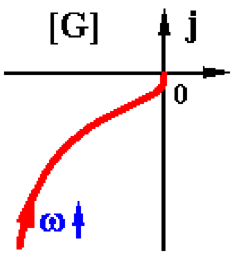
§ 5.3.4 最小相角系统和非最小相角

$$G(s)=\frac{K\left(\dfrac{s}{\omega_2}\pm 1\right)}{s\left(\dfrac{s}{\omega_1}\pm 1\right)}$$

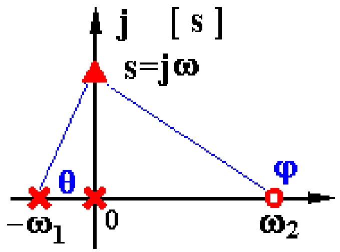
(1) $\begin{cases}+\\+\end{cases}$



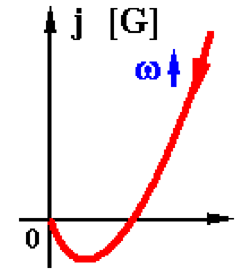
$$\begin{cases}G(j0)=\infty\angle-90^\circ\\G(j\infty)=0\angle-90^\circ\end{cases}$$



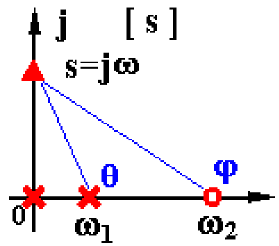
(2) $\begin{cases}-\\+\end{cases}$



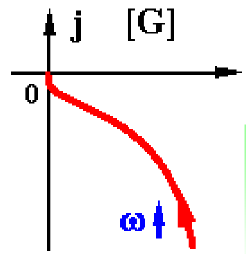
$$\begin{cases}G(j0)=\infty\angle 90^\circ\\G(j\infty)=0\angle-90^\circ\end{cases}$$



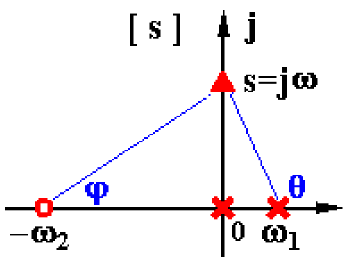
(3) $\begin{cases}-\\-\end{cases}$



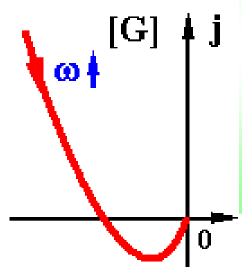
$$\begin{cases}G(j0)=\infty\angle-90^\circ\\G(j\infty)=0\angle-90^\circ\end{cases}$$

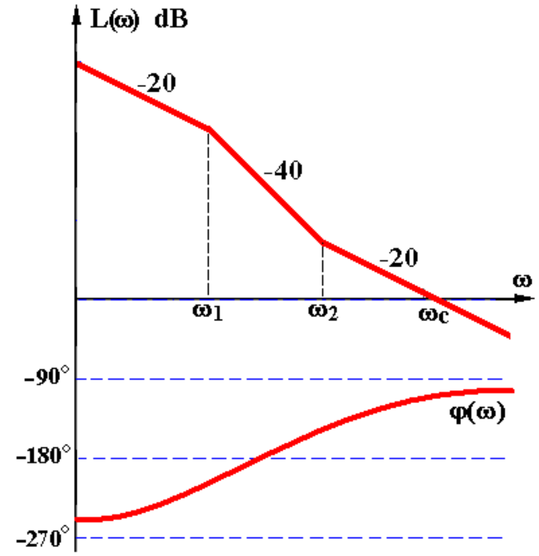


(4) $\begin{cases}+\\-\end{cases}$



$$\begin{cases}G(j0)=\infty\angle-270^\circ\\G(j\infty)=0\angle-90^\circ\end{cases}$$





$$G(s)=\frac{\dfrac{\omega_c\omega_2}{\omega_1}\left(\dfrac{s}{\omega_2}+1\right)}{s\left(\dfrac{s}{\omega_1}-1\right)}$$

§5.3.4 最小相角系统和非最小相角系统 (3)

非最小相角系统

—— 在右半s平面存在开环零、极点或带纯延时环节的系统

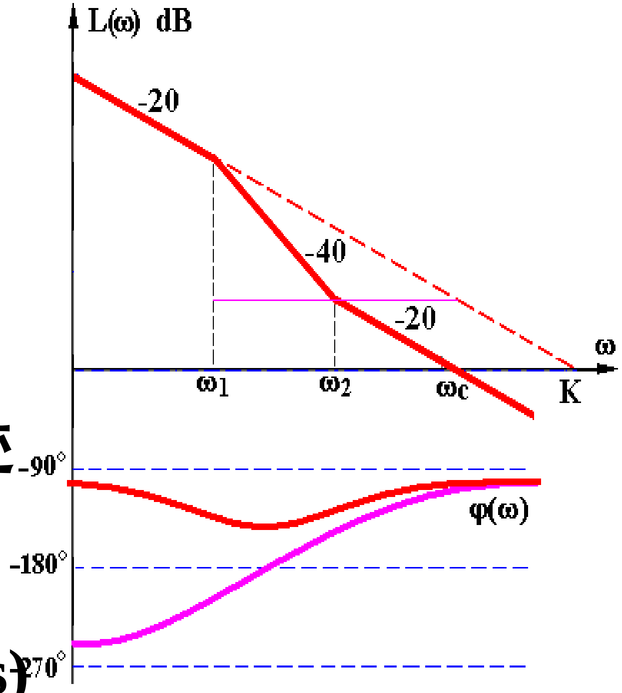
★ 非最小相角系统相角变化的绝对值一般比最小相角系统的大

★ 非最小相角系统未必不稳定

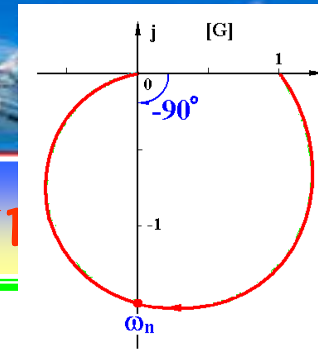
★ 非最小相角系统未必一定要画0°根轨迹

★ 最小相角系统由L(ω)可以唯一确定G(s)

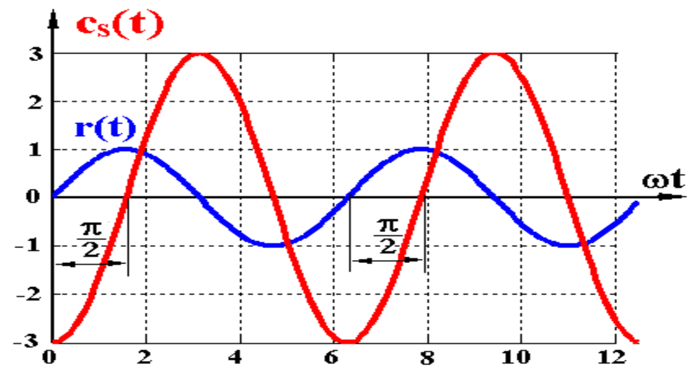
非最小相角系统由L(ω)不能唯一确定G(s)



§5.3.2 开环系统对数频率特性 (Bode) (1



例7 已知某振荡环节，增益K=1.5，当输入信号频率调到 f=5/π Hz 时，其稳态输出$c_s(t)$ 如图所示，相角恰好延迟90°，试写出 G(s)表达式。



解 依题有 $$G(s)=\frac{1.5\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$\omega=2\pi f=2\pi\frac{5}{\pi}=10\ \ \text{rad/s}$$

$$\begin{cases} |G|=\dfrac{1.5}{\sqrt{[1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}]^2+[2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}]^2}} \overset{\omega=\omega_n=10}{=} \dfrac{1.5}{2\xi}=\dfrac{3}{1} \\ \varphi(\omega)=-\arctan\dfrac{2\xi\dfrac{\omega}{\omega_n}}{1-\dfrac{\omega^2}{\omega_n^2}} \overset{\omega=\omega_n=10}{=} -90^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xi=\dfrac{1.5}{6}=0.25 \\ \omega_n=10 \end{cases}$$

$$G(s)=\frac{150}{s^2+5s+100}$$

课程小结

绘制开环系统Bode图的步骤

(1) 化G(s)为尾1标准型

(2) 顺序列出转折频率

(3) 确定基准线
- 基准点 $(\omega = 1, \quad L(1) = 20\lg K)$
- 斜率 $-20 \cdot v \quad \mathrm{dB/dec}$

（第一转折频率之左的特性及其延长线）

(4) 叠加作图
- 一阶
  - 惯性环节 -20dB/dec
  - 复合微分 +20dB/dec
- 二阶
  - 振荡环节 -40dB/dec
  - 复合微分 -40dB/dec

(5) 修正
- ① 两惯性环节转折频率很接近时
- ② 振荡环节 $\xi \notin (0.38, 0.8)$ 时

(6) 检查
- ① L(ω) 最右端曲线斜率=-20(n-m) dB/dec
- ② 转折点数=(惯性)+(一阶复合微分)+(振荡)+(二阶复合微分)
- ③ $\varphi(\omega) \Rightarrow -90^\circ (n-m)$