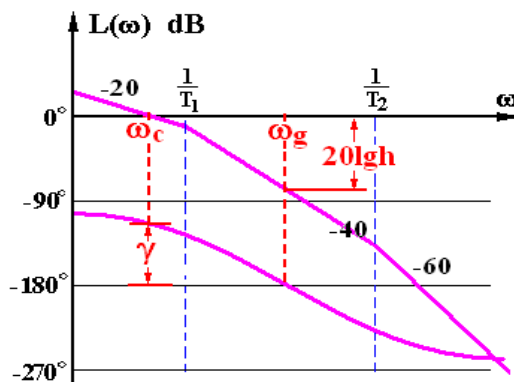
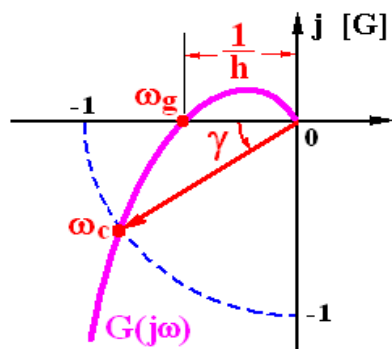




# 课程回顾

## 稳定裕度的概念 (开环频率指标)

稳



$$|G(j\omega_c)| = 1$$

$$\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c)$$

$$\angle G(j\omega_g) = -180^\circ$$

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_g)|}$$

## 稳定裕度的意义

$\left\{ \begin{array}{l} \gamma, h \text{ 的几何意义} \\ \gamma, h \text{ 的物理意义} \end{array} \right.$

## 稳定裕度计算方法

$$\left\{ \begin{array}{l} L(\omega) \Rightarrow \omega_c \Rightarrow \gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) \\ \varphi(\omega) = -180^\circ \Rightarrow \omega_g \Rightarrow h = \frac{1}{|G(j\omega_g)|} \end{array} \right.$$



# 自动控制原理

## (第 23 讲)

### § 5. 线性系统的频域分析与校正

- § 5. 1 频率特性的基本概念
- § 5. 2 幅相频率特性 (Nyquist图)
- § 5. 3 对数频率特性 (Bode图)
- § 5. 4 频域稳定判据
- § 5. 5 稳定裕度
- § 5. 6 利用开环频率特性分析系统的性能
- § 5. 7 闭环频率特性曲线的绘制
- § 5. 8 利用闭环频率特性分析系统的性能
- § 5. 9 频率法串联校正



# 自动控制原理

## (第 23 讲)

### § 5. 6 利用开环对数幅频特性 分析系统的性能

- § 5. 6. 1  $L(\omega)$  低频渐近线与系统稳态误差的关系
- § 5. 6. 2  $L(\omega)$  中频段特性与系统动态性能的关系
- § 5. 6. 3  $L(\omega)$  高频段特性与系统抗高频干扰能力的关系



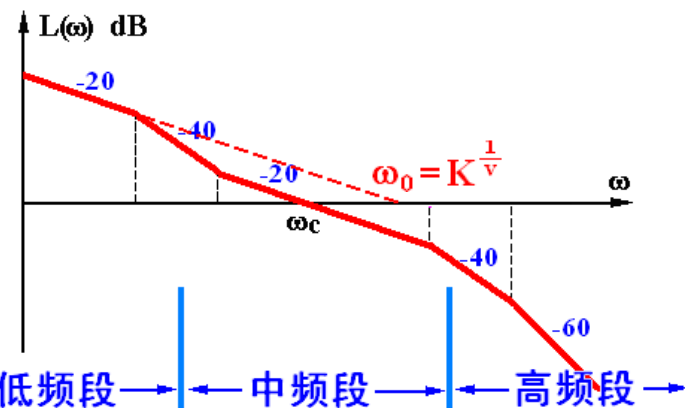
## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (1)

### 三频段理论

1.  $L(\omega)$  低频段  $\Leftrightarrow$  系统稳态误差  $e_{ss}$

$$G_0(s) = \frac{K}{s^v} \begin{cases} 20\lg|G_0| = 20\lg K - v \cdot 20\lg \omega \\ \angle G_0 = -v \cdot 90^\circ \end{cases}$$

2.  $L(\omega)$  中频段  $\Leftrightarrow$  系统动态性能 ( $\sigma\%$ ,  $t_s$ )



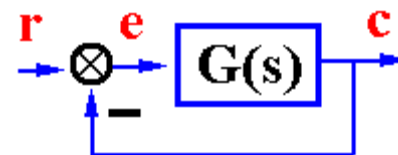
最小相角系统  $L(\omega)$  曲线斜率与  $\varphi(\omega)$  的对应关系

-20dB/dec	-90°	$\gamma = 90^\circ$
-40dB/dec	-180°	$\gamma = 0^\circ$
-60dB/dec	-270°	$\gamma = -90^\circ$

希望  $L(\omega)$  以 -20dB/dec 斜率穿越 0dB 线，并保持较宽的频段

3.  $L(\omega)$  高频段  $\Leftrightarrow$  系统抗高频噪声能力

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} \xrightarrow{|G(s)| \ll 1} |\Phi(s)| \approx |G(s)| \ll 1$$

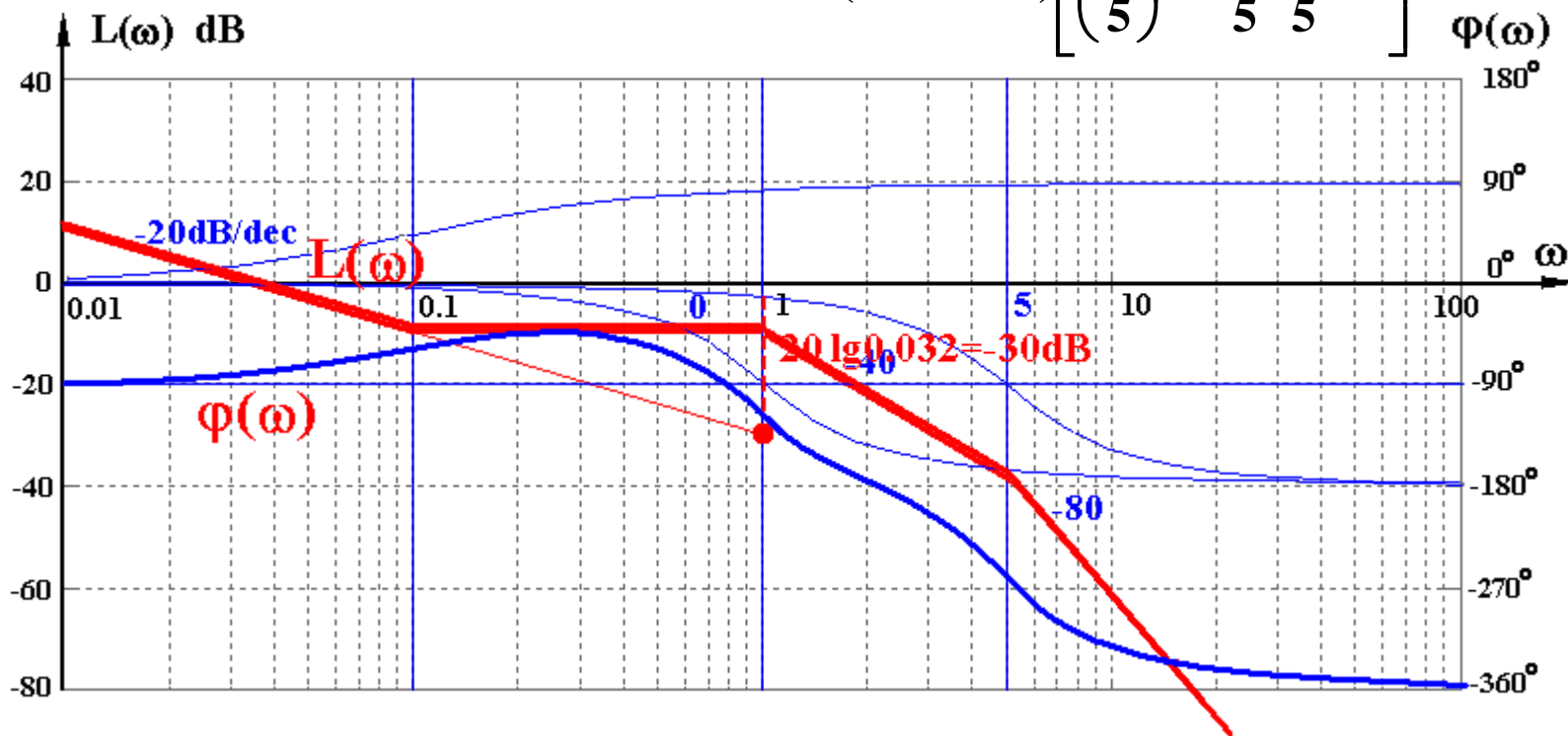




## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (2)

例1 对数频率特性和幅相特性曲线。

$$G(s) = \frac{8(s+0.1)}{s(s^2+s+1)(s^2+4s+25)} = \frac{0.032(\frac{s}{0.1}+1)}{s(s^2+s+1)\left[\left(\frac{s}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}\cdot\frac{s}{5}+1\right]}$$





## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (3)

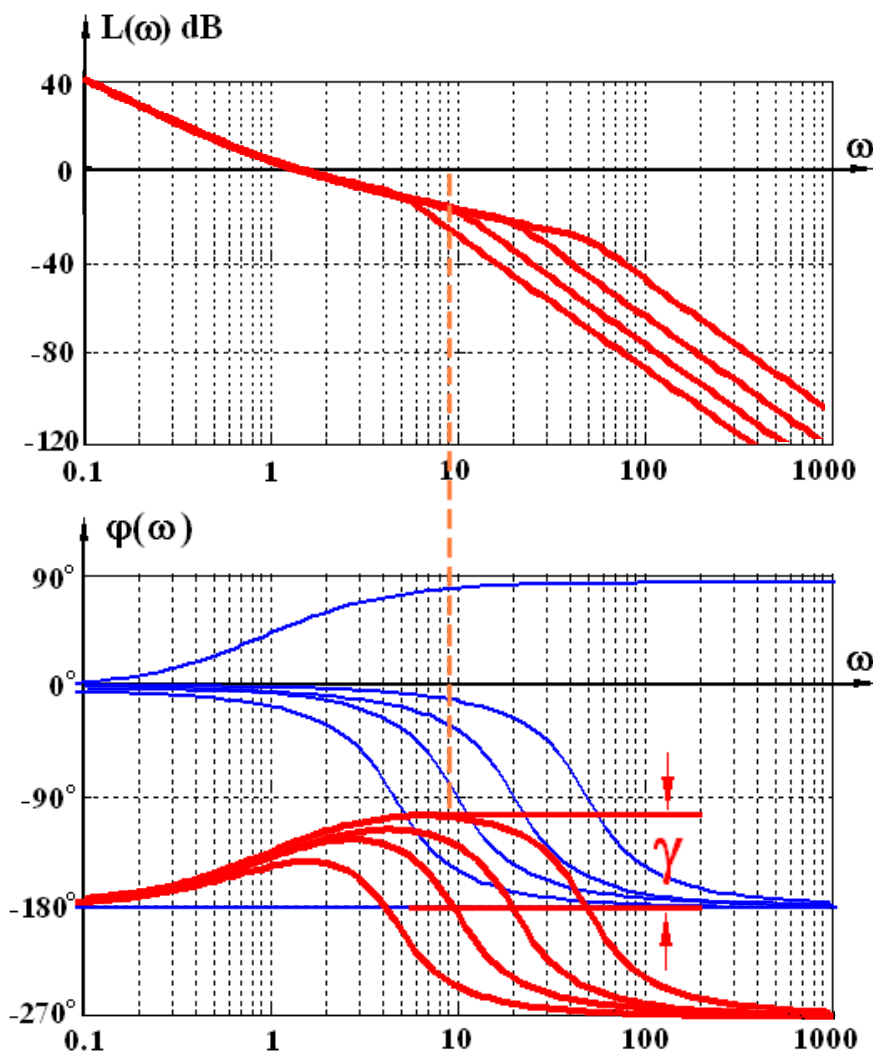
例3 最小相角系统  $\varphi(\omega) \sim L(\omega)$   
之间的对应关系 ( $K=1$ )

$$G_1(s) = \frac{K(s+1)}{s^2 \left[ \left(\frac{s}{5}\right)^2 + \left(\frac{s}{5}\right) + 1 \right]}$$

$$G_2(s) = \frac{K(s+1)}{s^2 \left[ \left(\frac{s}{10}\right)^2 + \left(\frac{s}{10}\right) + 1 \right]}$$

$$G_3(s) = \frac{K(s+1)}{s^2 \left[ \left(\frac{s}{20}\right)^2 + \left(\frac{s}{20}\right) + 1 \right]}$$

$$G_4(s) = \frac{K(s+1)}{s^2 \left[ \left(\frac{s}{50}\right)^2 + \left(\frac{s}{50}\right) + 1 \right]}$$







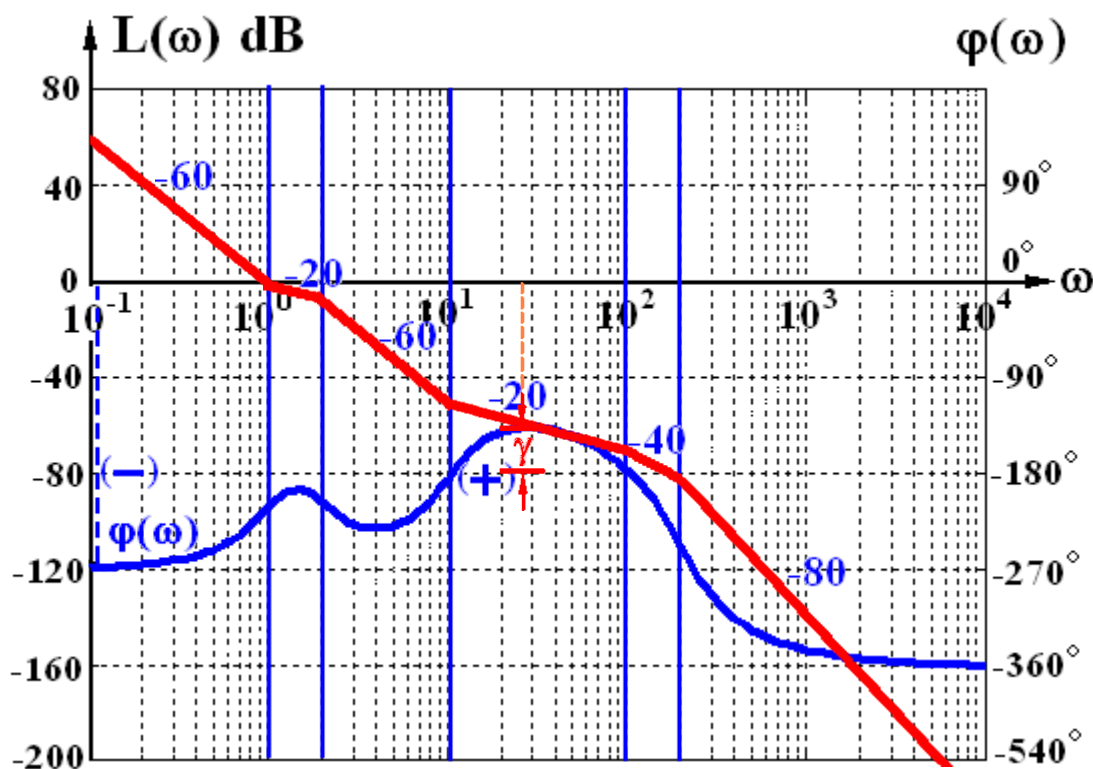
## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (4)

### 例3 最小相角系统

$\varphi(\omega) \sim L(\omega)$   
间的对应关系  
( $K=1$ )

$$G(s) = \frac{K \cdot [s^2 + s + 1] \cdot \left[ \left( \frac{s}{10} \right)^2 + \left( \frac{s}{10} \right) + 1 \right]}{s^3 \cdot \left[ \left( \frac{s}{2} \right)^2 + \left( \frac{s}{2} \right) + 1 \right] \cdot \left( \frac{s}{100} + 1 \right) \cdot \left[ \left( \frac{s}{200} \right)^2 + \left( \frac{s}{200} \right) + 1 \right]}$$

试判断  $\varphi(\omega)$  的形状?





## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (5)

### (1) 二阶系统

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\xi\omega_n)} \quad \begin{cases} K = \omega_n/2\xi \\ \nu = 1 \end{cases}$$

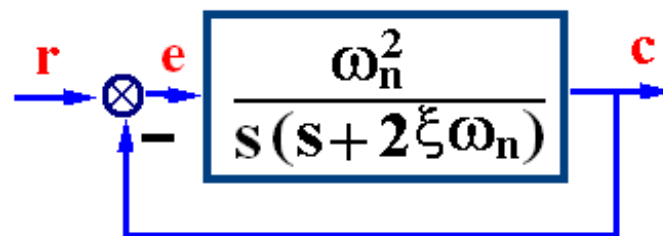
$$\begin{cases} |G(j\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\omega\sqrt{\omega^2 + (2\xi\omega_n)^2}} \\ \angle G(j\omega) = -90^\circ - \arctan \frac{\omega}{2\xi\omega_n} \end{cases}$$

$$|G(j\omega_c)| = \frac{\omega_n^2}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2 + (2\xi\omega_n)^2}} = 1$$

$$\omega_c^2[\omega_c^2 + 4\xi^2\omega_n^2] - \omega_n^4 = \omega_c^4 + 4\xi^2\omega_n^2\omega_c^2 - \omega_n^4 = 0$$

$$\omega_c = \sqrt{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2} \cdot \omega_n$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 90^\circ - \arctan \frac{\omega_c}{2\xi\omega_n} = \arctan \frac{2\xi\omega_n}{\omega_c}$$



$$\Phi(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$





## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (6)

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 90^\circ - \arctan \frac{\omega_c}{2\xi\omega_n} = \arctan \frac{2\xi\omega_n}{\omega_c}$$

$$\omega_c = \sqrt{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2} \cdot \omega_n$$

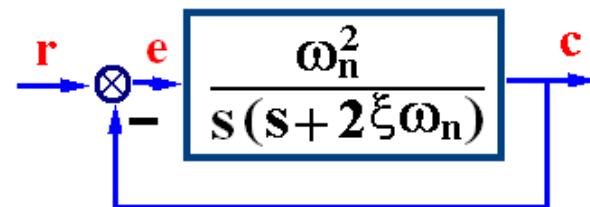
$$\gamma = \arctan \frac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2}} \left\} \gamma \Leftrightarrow \xi \Leftrightarrow \sigma\%$$

$$\sigma\% = e^{-\pi\xi / \sqrt{1-\xi^2}}$$

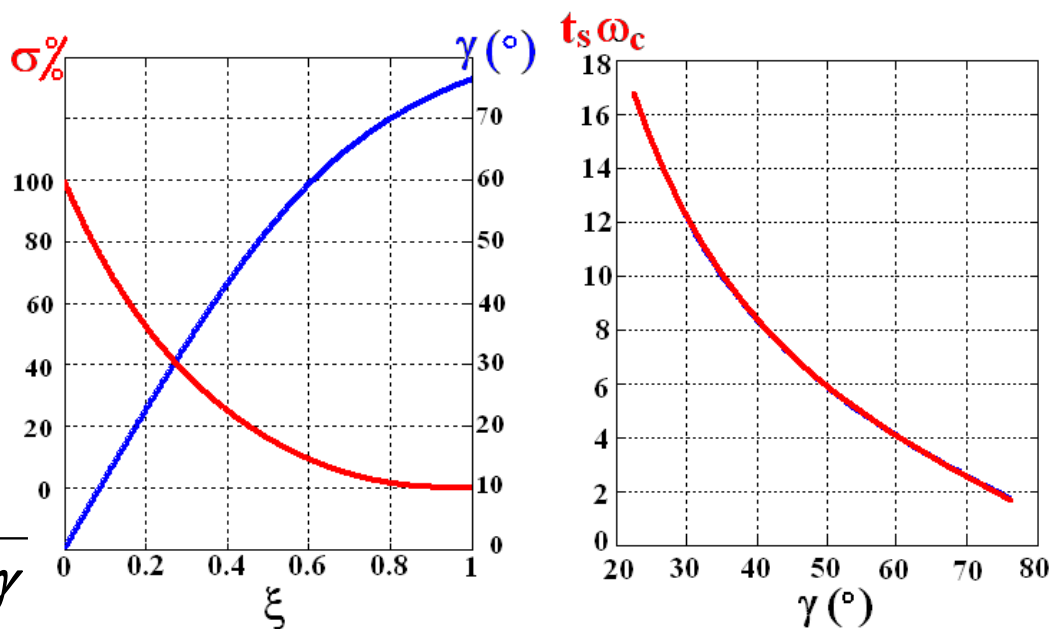
$$t_s = \frac{3.5}{\xi\omega_n}$$

$$t_s \omega_c = \frac{3.5}{\xi} \sqrt{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2}$$

$$= 7 \cdot \frac{\sqrt{\sqrt{4\xi^4 + 1} - 2\xi^2}}{2\xi} = \frac{7}{\tan \gamma}$$



$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\xi\omega_n)}$$





## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (7)

例 1 已知系统结构图, 求 $\omega_c$ , 并确定 $\sigma\%$ ,  $t_s$ 。

解. 绘制 $L(\omega)$ 曲线

$$\omega_c = \sqrt{20 \times 48} = 31$$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \frac{31}{20} = 90^\circ - 57.2^\circ = 32.8^\circ$$

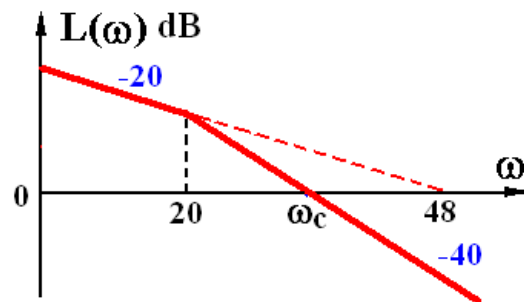
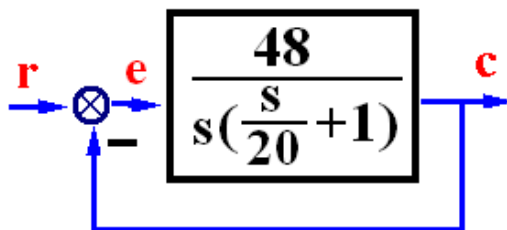
查 P171 图5-52

$$\sigma\% = \begin{matrix} \gamma=32.8^\circ \\ \xi=0.29 \end{matrix} = 37\%$$

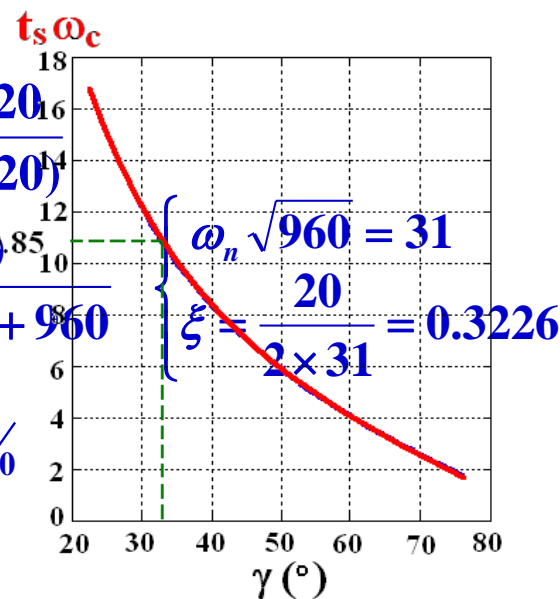
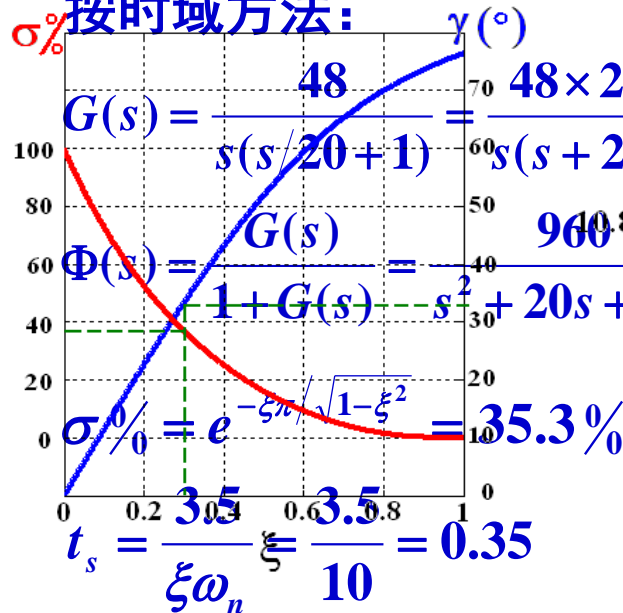
查 P172 图5-53

$$t_s \omega_c = \frac{7}{\tan \gamma} = 10.85$$

$$t_s = \frac{10.85}{\omega_c} = 0.35$$



按时域方法:



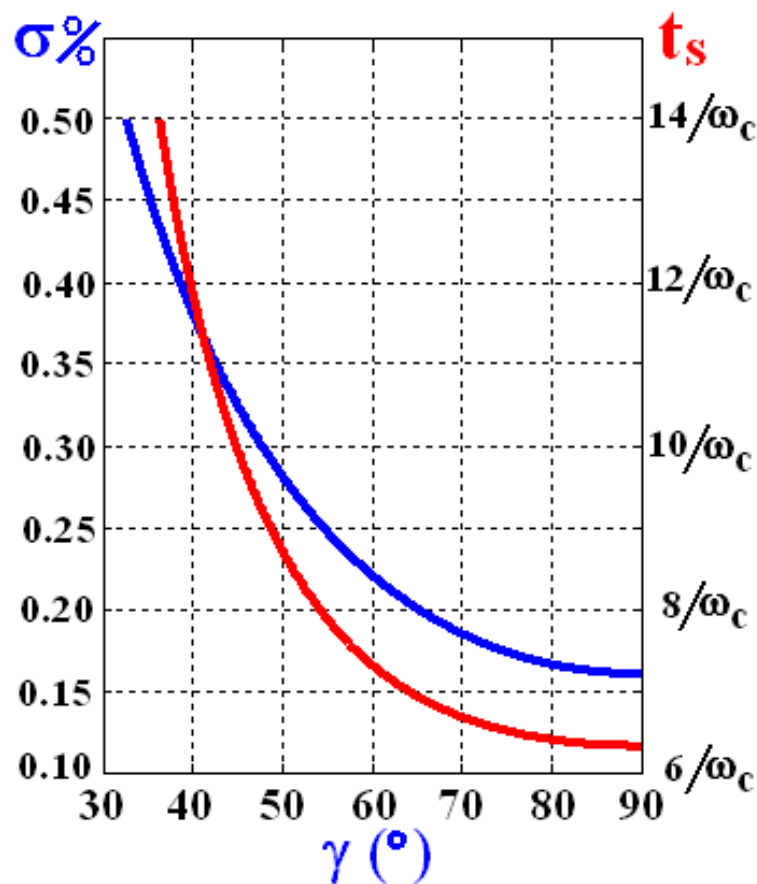


## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (8)

### (2) 高阶系统

$$\begin{cases} \sigma\% = \left[ 0.16 + 0.4 \left( \frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \right] \times 100\% \\ t_s = \frac{\pi}{\omega_c} \left[ 2 + 1.5 \left( \frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left( \frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \right] \end{cases}$$

$$(35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ)$$





## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (9)

例2 已知单位反馈系统 $G(s)$ , 求 $\omega_c$ ,  $\gamma$ ; 确定 $\sigma\%$ ,  $t_s$ 。

$$G(s) = \frac{48(\frac{s}{10} + 1)}{s(\frac{s}{20} + 1)(\frac{s}{100} + 1)}$$

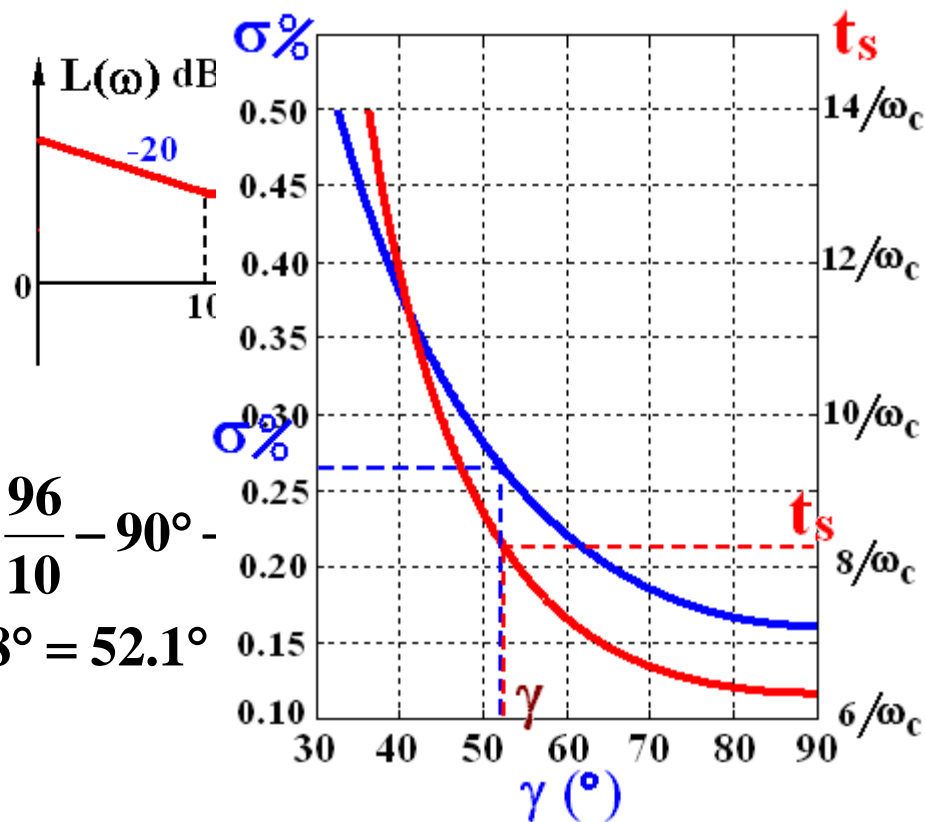
解. 绘制 $L(\omega)$ 曲线

$$\frac{\omega_c}{48} = \frac{20}{10} \quad \omega_c = 48 \times 2 = 96$$

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ + \arctan \frac{96}{10} - 90^\circ - \\ &= 180^\circ + 84^\circ - 90^\circ - 78.2^\circ - 43.8^\circ = 52.1^\circ \end{aligned}$$

查 P173 图5-56

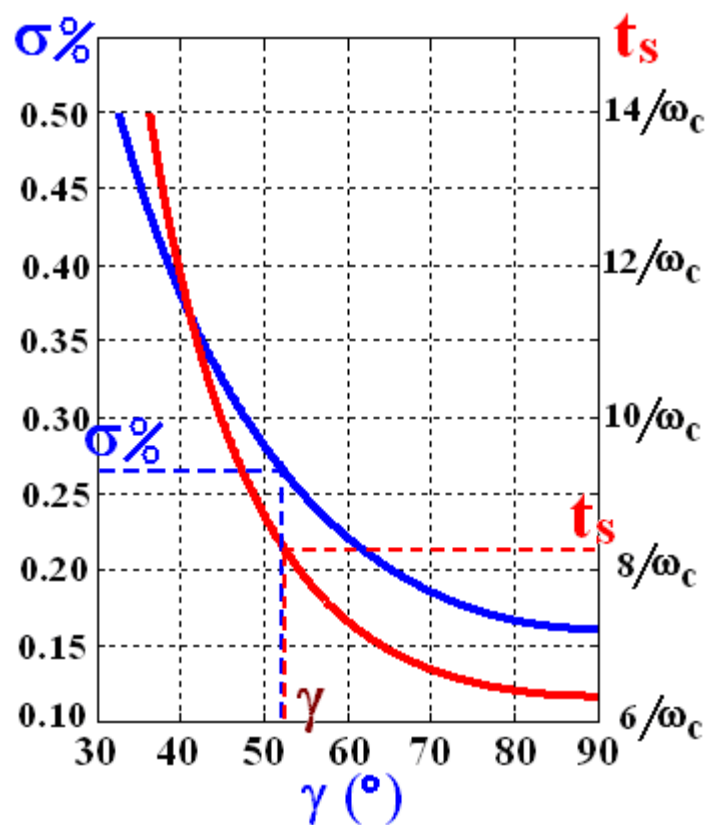
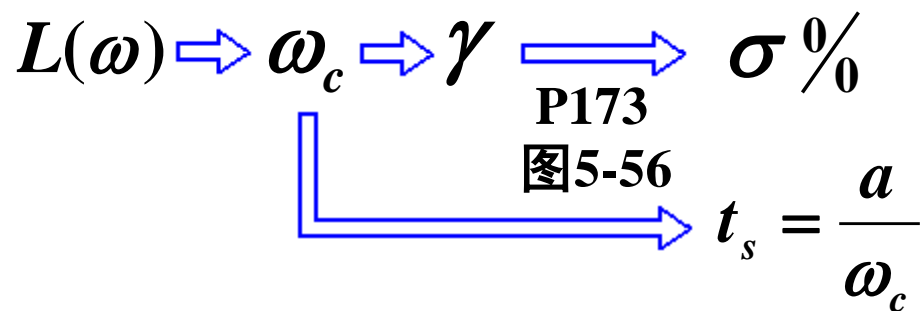
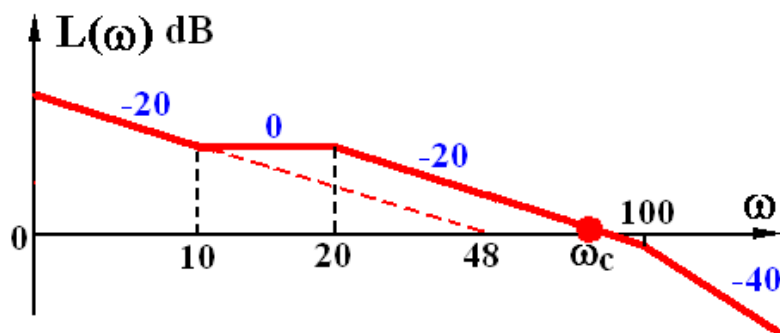
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma\% \stackrel{\gamma=52.1^\circ}{=} 27\% \\ t_s = \frac{8.3}{\omega_c} = \frac{8.3}{96} = 0.086 \end{array} \right.$$





## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (10)

### 用频域法估算高阶系统动态性能

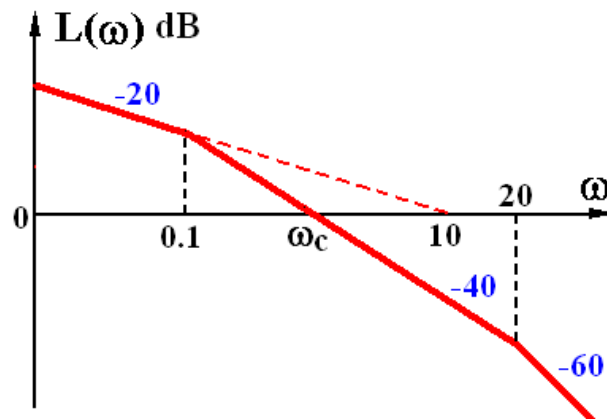




## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (11)

例3 已知最小相角系统  $L(\omega)$  如图所示，试确定

- (1) 开环传递函数  $G(s)$ ;
- (2) 由  $\gamma$  确定系统的稳定性;
- (3) 将  $L(\omega)$  右移10倍频，讨论对系统的影响。



解. (1) 
$$G(s) = \frac{10}{s(\frac{s}{0.1} + 1)(\frac{s}{20} + 1)}$$

(2) 
$$\omega_c = \sqrt{0.1 \times 10} = 1$$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \frac{1}{0.1} - \arctan \frac{1}{20}$$

$$= 90^\circ - 84.3^\circ - 2.86^\circ = 2.8^\circ > 0 \text{ 稳定}$$

$L(\omega)$  右移后  $\begin{cases} \gamma \text{ 不变} \rightarrow \sigma\% \text{ 不变} \\ \omega_c \text{ 增大} \rightarrow t_s \text{ 减小} \end{cases}$

(3) 将  $L(\omega)$  右移10倍频后有

$$G(s) = \frac{100}{s(\frac{s}{1} + 1)(\frac{s}{200} + 1)}$$

$$\omega_c = \sqrt{1 \times 100} = 10$$

$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \frac{10}{1} - \arctan \frac{10}{200}$$

$$= 90^\circ - 84.3^\circ - 2.86^\circ = 2.8^\circ$$





## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (12)

### 三频段理论

	频段	对应性能	希望形状
$L(\omega)$	低频段	$\left\{ \begin{array}{l} \text{开环增益 } K \\ \text{系统型别 } \nu \end{array} \right.$ 稳态误差 $e_{ss}$	陡, 高
	中频段	$\left\{ \begin{array}{l} \text{截止频率 } \omega_c \\ \text{相角裕度 } \gamma \end{array} \right.$ 动态性能 $\left\{ \begin{array}{l} \sigma \% \\ t_s \end{array} \right.$	缓, 宽
	高频段	系统抗高频干扰的能力	低, 陡

三频段理论并没有为我们提供设计系统的具体步骤, 但它给出了调整系统结构、改善系统性能的原则和方向

举例



## § 5.6 利用开环频率特性分析系统的性能 (13)

### 关于三频段理论的说明：

- ① 各频段分界线没有明确的划分标准
- ② 与无线电学科中的“低”、“中”、“高”频率概念不同
- ③ 不能用是否以-20dB/dec过0dB线作为判定闭环系统是否稳定的标准

