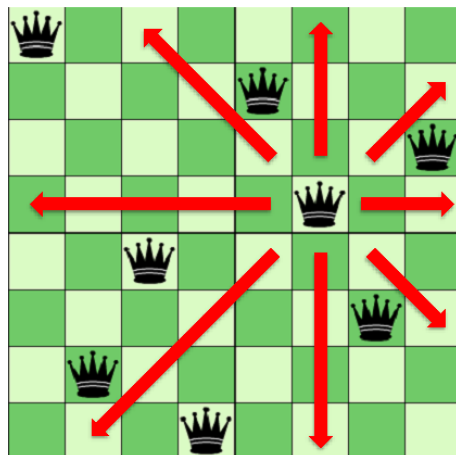


# 人工智能基础

## 第三章 经典人工智能





# 经典人工智能

- 知识表示方法
- 搜索技术
- 知识推理
- 不确定性推理



# 知识推理-概念

## ● 推理的基本概念

**推理**是指从已知事实出发，运用已掌握的知识，推导出其中蕴含的事实性结论或归纳出某些新的结论的过程

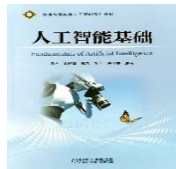
## ● 推理所用的事实

- ✓ 与求解问题有关的初始证据
- ✓ 推理过程中所得到的中间结论，这些中间结论可以作为进一步推理的已知事实或证据



# 知识推理-分类

- 按推理时所用知识的确定性来划分
  - ✓ 确定性推理
  - ✓ 不确定性推理
- 按推理过程的单调来划分
  - ✓ 单调推理:
  - ✓ 非单调推理
- 按照推理的逻辑基础来划分
  - ✓ 演绎推理
  - ✓ 归纳推理



# 知识推理-演绎推理和归纳推理

## ● 演绎推理

- ✓ 一般原理到特殊事实的推理方法
- ✓ 从已知的一般性知识出发，推理出适合于特殊条件的结论
- ✓ **三段论推理**是演绎推理中的一种最常用形式，包括大前提（已知的一般原理）、小前提（所研究的特殊情况）和结论（符合一般原理的特殊情况判断）三部分

## ● 归纳推理

- ✓ 从特殊事例中概括出一般性结论的推理
- ✓ 关于个别事物的观点推广到范围较大的观点
- ✓ 归纳结论不具备逻辑必然性
- ✓ 按特殊事例考察范围分为完全归纳推理、不完全归纳推理
- ✓ 按使用的方法可分为枚举归纳推理、类比归纳推理等方法



# 知识推理-演绎推理和归纳推理

- 演绎推理所得出的结论蕴含在一般性知识的前提中，演绎推理只不过是已将已有事实揭示出来，因此它不能增殖新知识
- 归纳推理所推出的结论是没有包含在前提中的。这种由个别事物或现象推出一般性知识的过程，是增殖新知识的过程

归纳是我们获得关于这个实在世界的一般性事实的一种方法



# 知识推理-人工智能系统的推理过程

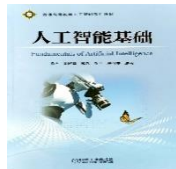
- 人工智能系统的构成
  - ✓ 推理机：由一些程序来完成
  - ✓ 综合数据库：存放有用于推理的事实或证据
  - ✓ 知识库：存放有用于推理所必须的知识
- 人工智能系统不仅受推理方法影响，也和推理的控制策略有关
- 推理的控制策略：
  - ✓ 推理方向
  - ✓ 搜索策略
  - ✓ 冲突消解策略
  - ✓ 求解策略
  - ✓ 限制策略



# 知识推理-方法

- 正向推理（证据驱动）
- 反向推理（目标驱动）
- 双向推理





# 知识推理-正向推理

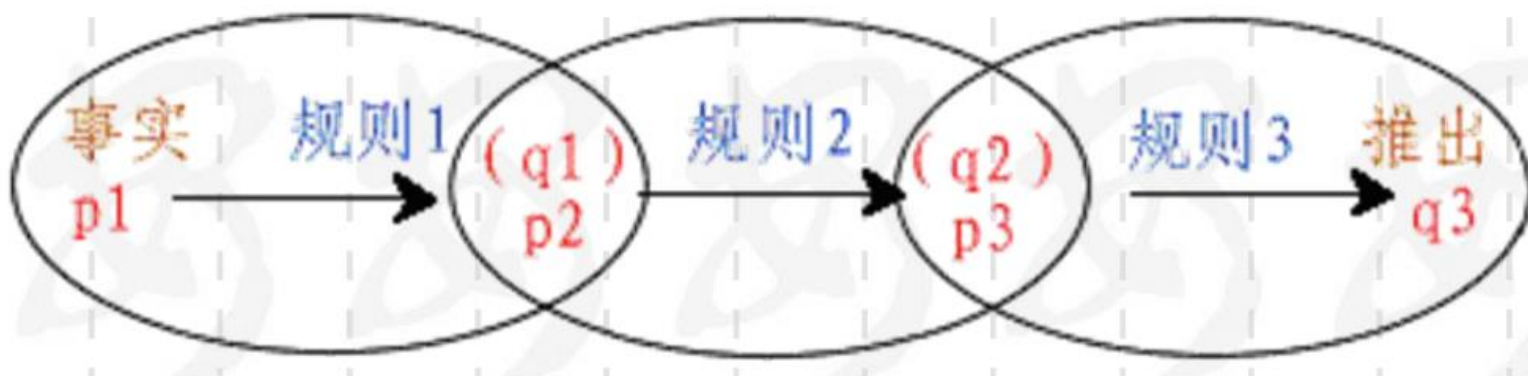
## ● 正向推理

- ✓ 又称数据驱动推理、演绎推理
- ✓ 由条件推出结论的方向进行的推理方式，从一组事实出发，使用一定的推理规则，来证明目标事实或命题的成立

## ● 基本算法

- (1) 从初始已知事实出发，在**知识库KB**中找出当前可适用的知识，构成**可用知识集 KS**
- (2) 按某种冲突消解策略从KS中选出一条知识进行推理，并将推出的新事实加入到数据库DB中作为下一步推理的已知事实，再在KB中选取可适用知识构成KS。
- (3) 重复（2），直到求得问题的解或KB中再无可适用的知识。

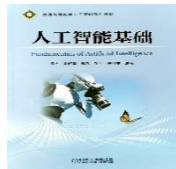
# 知识推理-正向推理图





# 知识推理-正向推理的问题

- 实现正向推理需要解决的问题
  - ✓ 确定匹配（知识与已知事实）的方法
  - ✓ 按什么策略搜索知识库
  - ✓ 冲突消解策略
- 优点
  - ✓ 正向推理简单
  - ✓ 易实现
- 缺点
  - ✓ 目的性不强
  - ✓ 效率低



# 知识推理-反向推理

## ● 反向推理

- ✓ 目标驱动推理

- ✓ 由结论出发，逐级验证该结论的正确性，直至已知条件

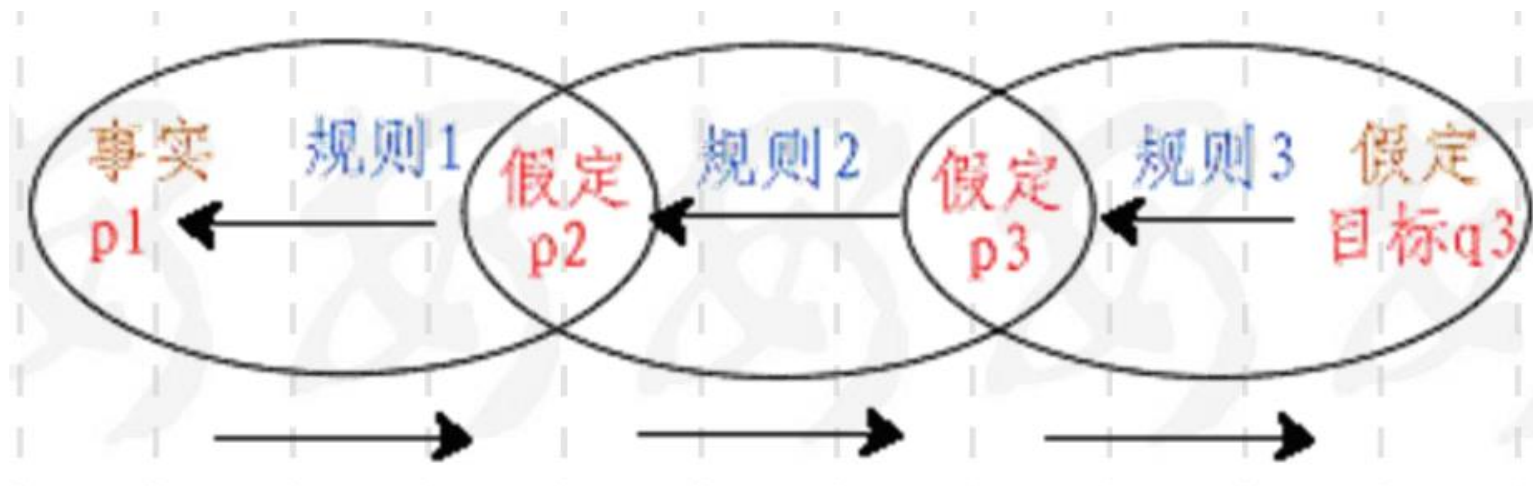
## ● 基本算法

- (1) 选定一个假设目标

- (2) 寻找支持该假设的证据，若所需的证据都能找到，则原假设成立

- (3) 若无论如何都找不到所需要的证据，说明原假设不成立的，为此需要另作新的假设KS

# 知识推理-反向推理图





# 知识推理-反向推理的问题

## ● 实现反向推理需要解决的问题

- ✓ 如何判断一个假设是否是证据？
- ✓ 导出假设的知识有多条时，如何确定先选哪一条？
- ✓ 一条知识的运用条件一般都有多个，当其中的一个经验证成立后，如何自动地换为对另一个的验证？

## ● 优点

- ✓ 不必使用与目标无关的知识，目的性强
- ✓ 还有利于向用户提供解释

## ● 缺点

- ✓ 当对解的情况缺乏了解时，目标的选择有盲目性



# 知识推理-双向推理

## ● 双向推理

- ✓ 包括既自顶向下的和自底向上的双向推理，直至在某一个中间界面上两个方向的推理结果相符便成功结束
- ✓ 和正向及反向推理相比较，双向推理所形成的推理网络来得小，时间和空间的浪费也少，从而推理效率更高。



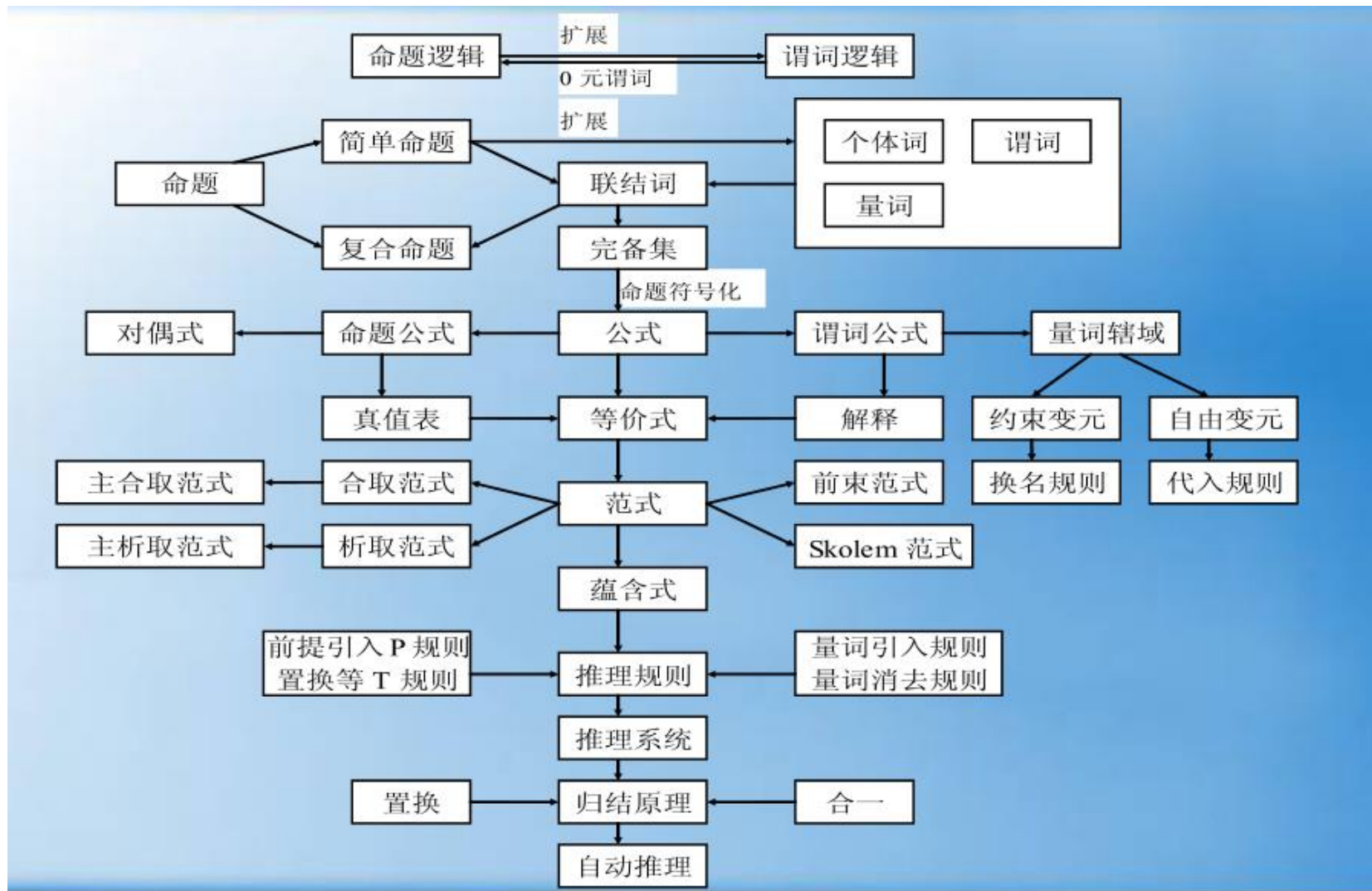
# 知识推理-命题逻辑与谓词逻辑关系

## ● 命题逻辑

- ✓ **命题逻辑与谓词逻辑**是最先应用于人工智能的两种逻辑，对于知识的形式化表示，特别是定理的自动证明发挥了重要作用
- ✓ 命题逻辑是指以逻辑运算符结合原子命题来构成表示“命题”的公式，以及允许某些公式建构成“定理”的“证明规则”
- ✓ 谓词逻辑是命题逻辑基础上发展起来的，是命题逻辑的扩充



# 知识推理-命题逻辑与谓词逻辑关系





# 知识推理-命题逻辑-命题

- 命题：能够分辨真假的陈述语句称作**命题**
- 原子命题
  - ✓ 一个语句如果不能进一步分解成更简单的语句，并且又是一个命题，则称此命题为**原子命题**
  - ✓ 原子命题是命题中最基本的单位
  - ✓ 一般用P、Q、R、…大写拉丁字母表示命题
  - ✓ 命题的真与假分别用“T”与“F”表示
  - ✓ **命题常量**是一个特定的命题，有明确的逻辑值
  - ✓ **命题变量**是一个抽象的命题，只有把确定的命题代入后，才可能有明确的逻辑值（T或F）



# 知识推理-命题逻辑-复合命题

## ● 复合命题：

通过连接词，将一些原子命题连接起来，构成一个**复合命题**以表示比较复杂的定义

## ● 连接词

$\sim$ ：称为“非”或“否定”。

$\wedge$ ：称为“合取”。

$\vee$ ：称为“析取”。

$\rightarrow$ ：称为“条件”或者“蕴含”。

$\leftrightarrow$ ：称为“双条件”，如  $P \leftrightarrow Q$  表示“P当且仅当Q”



# 知识推理-命题逻辑-命题逻辑真值表

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$\sim P$
T	T	T	T	T	T	F
T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	F	T	F	T
F	F	F	F	T	T	T



# 知识推理-命题逻辑-命题公式

## ● 命题公式：

以下面的递归形式给出命题公式的定义

- (1) 原子命题是命题公式。
- (2)  $A$ 是命题公式，则 $\sim A$ 也是命题公式。
- (3) 若 $A$ 和 $B$ 都是命题公式，则 $A \wedge B$ 、 $A \vee B$ 、 $A \rightarrow B$ 、 $A \leftrightarrow B$
- (4) 只有按 (1) — (3) 所得的公式才是命题公式。

## ● 命题公式的缺点：

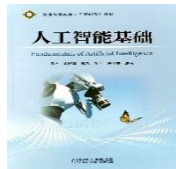
- ✓ 无法把所描述的客观事物的结构和逻辑特征反映出来
- ✓ 不能把不同事物的共同特征反映出来
- ✓ 为了克服命题逻辑的局限性，引入了谓词逻辑



# 知识推理-命题逻辑-命题公式的真值与分类

对于一个命题公式，它的真值完全由其成分命题所决定。对所有的成分命题进行一种赋值，称为一种指派；一种指派再加上公式对应的真值，称为命题公式的一种解释。

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\dots$	$P_n$	$\alpha$
	0	0	0	$\dots$	0	1
一种指派	1	0	0	$\dots$	0	0
	0	1	0	$\dots$	0	1
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
一种解释	1	1	1	$\dots$	1	0



# 知识推理-命题逻辑-命题公式的真值与分类

含有 $n$ 个成分命题的公式 $\alpha$ 有 $2^n$ 种指派、解释，完整的真值表也就是 $2^n$ 行。

根据命题公式的取值情况，可以对其进行分类：

- 重言式/永真式：即任一解释的真值都为1的命题公式。如  $P \vee \neg P$  是重言式。

- 矛盾式/永假式/不可满足式：即任一解释的真值都为0的命题公式。

如  $P \wedge \neg P$  是永假式。

- 仅可满足式/可真可假式：即解释中有的真值为1，有的真值为0的命题公式。

如  $P \wedge Q$  是仅可满足式。



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

## 一， 八条整推规则

- 1.肯定前件

$$P \rightarrow Q$$

$$P$$

$$\therefore Q$$

- 2.否定后件

$$P \rightarrow Q$$

$$\neg Q$$

$$\therefore \neg P$$





# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 3.否定析取支

$P \vee Q$

$\neg P$

$\therefore Q$

和

$P \vee Q$

$\neg Q$

$\therefore P$



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 4.合取

$P$

$Q$

$\therefore P \wedge Q$

- 5.化简

$P \wedge Q$

$\therefore P$

和

$P \wedge Q$

$\therefore Q$



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 6.附加

$P$

$\therefore P \vee Q$

和

$Q$

$\therefore P \vee Q$

- 7.假言三段论

$P \rightarrow Q$

$Q \rightarrow R$

$\therefore P \rightarrow R$



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 8. 二难推论

$$P \rightarrow Q$$

$$R \rightarrow S$$

$$P \vee R$$

$$\therefore Q \vee S$$



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

## 二， 十条置换规则

- 1. 交换

$$P \vee Q \rightarrow Q \vee P$$

$$P \wedge Q \rightarrow Q \wedge P$$

- 2. 双否

$$P \leftrightarrow \neg \neg P$$

- 3. 德摩根律

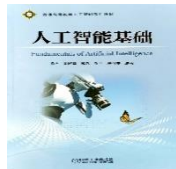
$$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$$

$$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$$

例

P: 明天刮风

Q: 明天下雨



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 4. 假言易位

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$$

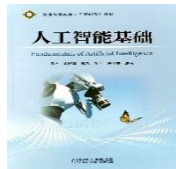
例：

P：一个数大于5

Q：它大于3

如果一个数大于5，那么它大于3

如果一个数不大于3，那么它不大于5



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 5. 蕴含

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

例：

P：你离开我

Q：我就死

如果你离开我，那么我就死

要么你别离开我，要么我死



# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 6. 重言

$$P \leftrightarrow P \vee P$$

$$P \leftrightarrow P \wedge P$$

- 7. 结合

$$P \vee (Q \vee R) \leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$$

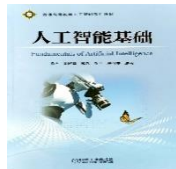
$$P \wedge (Q \wedge R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$$

- 8. 分配

$$P \vee (Q \wedge R) \leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

$$P \wedge (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$





# 知识推理-命题逻辑-命题规则

- 9. 移出

$$(P \wedge Q \rightarrow R) \leftrightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$$

例：

P：明天刮风

Q：明天下雨

R：明天降温

“如果明天刮风并且下雨，那么明天降温”

$\leftrightarrow$  “如果明天刮风，那么如果明天下雨，那么明天降温”

- 10. 等值

$$(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$



# 知识推理-命题逻辑-命题推理

(1)前提:  $p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \neg s$

结论:  $r \wedge (p \vee q)$

解 (1)证明:

①  $p \rightarrow s$  前提引入

②  $\neg s$  前提引入

③  $\neg p$  ①②拒取式

④  $p \vee q$  前提引入

⑤  $q$  ③④析取三段论

⑥  $q \rightarrow r$  前提引入

⑦  $r$  ⑤⑥假言推理

⑧  $r \wedge (p \vee q)$  ⑦④合取

# 知识推理-命题逻辑-命题推理

(2)前提:  $\neg p \vee q, r \vee \neg q, r \rightarrow s$

结论:  $p \rightarrow s$

(2)证明:

①  $\neg p \vee q$  前提引入

②  $p \rightarrow q$  ①置换

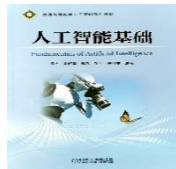
③  $r \vee \neg q$  前提引入

④  $q \rightarrow r$  ③置换

⑤  $p \rightarrow r$  ②④假言三段论

⑥  $r \rightarrow s$  前提引入

⑦  $p \rightarrow s$  ⑤⑥假言三段论



# 知识推理-命题逻辑-命题推理

## ❖ 命题逻辑的局限性?

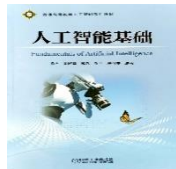
- ✓ 命题这种表示方法无法把它所描述的客观事物的结构及逻辑特征反映出来，也不能把不同事物间的共同特征表述出来
- ✓ 例如，用字母P表示“小张是老张的儿子”这一命题，则无法表述出老张与小张是父子关系
- ✓ 又如，“张三是学生”，“李四是学生”这两个命题，用命题逻辑表示时，无法把两者的共同特征“都是学生”形式的表示出来
- ✓ 可否用  $\text{Student}(\text{“张三”})$ ， $\text{Student}(\text{“李四”})$  表示上述命题？——**谓词逻辑**



# 知识推理-谓词逻辑-谓词与个体

## ❖ 谓词

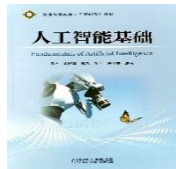
- ✓ 在谓词逻辑中，命题是用形如 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的谓词来表述的。一个谓词可分为**谓词名**与**个体**两个部分
- ✓ **个体**：是命题的主语，表示独立存在的事物或某个抽象的概念
  - “ $x_1, x_2, \dots, x_n$ ”是个体，一般用小写字母表示
  - 个体可以是个体常量、变元或函数
- ✓ **谓词名**：表示个体的性质、状态或个体之间的关系
  - “P”是谓词名，一般用大写字母表示
  - 称P 是一个n元谓词。



# 知识推理-谓词逻辑-谓词与个体

## ❖ 谓词

- ✓ 对于命题“张三是学生”，用谓词可以表示为：  
**Student**（“张三”）。其中，**Student**是谓词名，“张三”是个体，**Student**刻画了“张三”是个学生这一特征。
- ✓ 在谓词中，个体可以是常量，也可以是变元，还可以是一个函数。例如，对于命题“ $x > 10$ ”可以表示为**More**（**x**,10），其中**x**是变元。又如，命题“小张的父亲是老师”，可以表示为**Teacher**（**father**（**Zhang**）），其中，**father**（**Zhang**）是一个函数。
- ✓ 当谓词中的变元都用特定的个体取代时，谓词就具有一个确定的真值“T”或“F”。



# 知识推理-谓词逻辑-谓词与个体

## ❖ 谓词

- ✓ 在 $n$ 元谓词  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  中，若每个个体均为常量、变元或函数，则称它为**一阶谓词**。
- ✓ 如果某个个体本身又是一个一阶谓词，则称它为**二阶谓词**，如此类推。
- ✓ 个体变元的取值范围称为**个体域**。个体域可以是有限的，也可以是无限制的。例如用  $I(x)$  表示“ $x$ 是整数”，则个体域为所有整数，是无限制的。
- ✓ **谓词与函数不同**，谓词的真值是“T”或“F”，而函数的值是个体域中的一个个体，无真值可言。



# 知识推理-谓词逻辑-谓词与个体

## ● 一元谓词:

✓ 一元谓词刻画了个体的性质, 例如  $P(a)$

## ● 多元谓词:

✓ 多元谓词刻画了个体间的“关系”,  $Teacher(a, b)$

✓ 命题的谓词形式中的个体出现的次序影响命题的真值, 不能随意变动, 否则真值会有变化, 例如,  
 $Teacher(b, a)$  是假

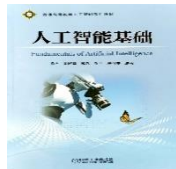




# 知识推理-谓词逻辑-谓词的基本概念

谓词和函数的区别：

- ✓ 谓词具有逻辑值“真”或“假”
- ✓ 函数则是某个个体到另一个个体（按数学上的概念是自变量到因变量）之间的映射



# 知识推理-谓词逻辑-谓词公式

- **原子谓词公式：**

由单个谓词构成的不含任何连接词的公式

- **复合谓词公式：**

通过命题逻辑中相同的连接词，将一些原子谓词公式连接起来，构成一个复合谓词公式表示比较复杂的定义

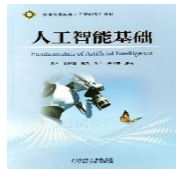
- **连接词：**

$\sim$ ,  $\vee$ ,  $\wedge$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$ ; 连词的优先级:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$

- **量词：**

✓ 全称量词 ( $\forall$ )，表示对“个体域中的所有（或任一） $x$ ”

✓ 存在量词 ( $\exists$ )，表示“在个体域中存在个体 $x$ ”



# 知识推理-谓词逻辑-谓词公式实例

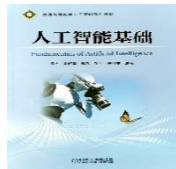
**例** 试用量词、谓词表示下列命题：

- ① 所有大学生都热爱祖国；
- ② 每个自然数都是实数；
- ③ 一些大学生有远大理想；
- ④ 有的自然数是素数.

解 令 $S(x)$ :  $x$ 是大学生,  
 $L(x)$ :  $x$ 热爱祖国,  
 $N(x)$ :  $x$ 是自然数,  
 $R(x)$ :  $x$ 是实数,  
 $I(x)$ :  $x$ 有远大理想,  
 $P(x)$ :  $x$ 是素数.

则例中各命题分别表示为:

- ①  $\forall (x) (S(x) \rightarrow L(x))$
- ②  $\forall (x) (N(x) \rightarrow R(x))$
- ③  $\exists (x) (S(x) \rightarrow I(x))$
- ④  $\exists (x) (N(x) \rightarrow P(x))$



# 知识推理-谓词逻辑-谓词演算

## ● 谓词演算的合式公式:

- (1) 原子谓词公式是合式公式
- (2) 若 $A$ 是合式公式, 则 $\sim A$ 也是合式公式
- (3) 若 $A$ 和 $B$ 都是合式公式, 则 $A \wedge B$ 、 $A \vee B$ 、 $A \rightarrow B$ 、 $A \leftrightarrow B$ 也都是合式公式
- (4) 若 $A$ 是合式公式,  $x$ 是任一个体变元, 则 $(\forall x)A$ 和 $(\exists x)A$ 也都是合式公式
- (5) 只有按 (1) — (4) 所得的公式才是合式公式



# 知识推理-谓词逻辑-量词辖域和变元

## ● 量词辖域：

在一个公式中，如果有量词出现，位于量词后面的单个谓词或者用括弧括起来的合式公式称为**量词的辖域**

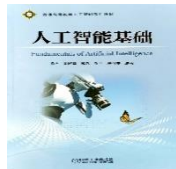
## ● 变元：

✓ 在辖域内与量词中同名的变元称为**约束变元**

✓ 不受约束的称为**自由变元**

$(\forall x) (N(x) \rightarrow (\exists y) (N(y) \wedge G(y, x)))$   $x, y$  皆为约束变元

$(\forall x) (P(x) \rightarrow (R(x, y)))$   $y$  为自由变元



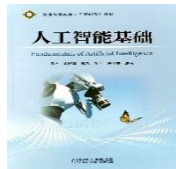
# 知识推理-谓词逻辑-谓词逻辑的翻译

## ● 谓词逻辑的翻译：

把一个文字叙述的命题，用谓词公式表示出来，称为谓词逻辑的**翻译**或**符号化**；反之亦然

## ● 符号化的步骤：

- ①正确理解给定命题. 必要时把命题改叙，使其中每个原子命题、原子命题之间的关系能明显表达出来
- ②把每个原子命题分解成个体、谓词和量词；在全总论域讨论时，要给出特性谓词
- ③找出恰当量词. 应注意全称量词( $\forall$ )后跟条件式，存在量词( $\exists$ )后跟合取式
- ④用恰当的联结词把给定命题表示出来



# 知识推理-谓词逻辑-谓词公式的解释

## ● 谓词公式的解释：

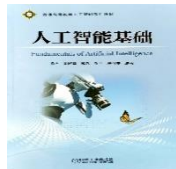
设D为谓词公式P的**个体域**，若对P中的个体常量、函数和谓词按照如下规定赋值：

- (1) 为每个个体常量指派D中的一个元素；
- (2) 为每个n元函数指派一个从 $D^n$ 到D的映射，其中

$$D^n = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_1, x_2, \dots, x_n \in D \}$$

- (3) 为每个n元谓词指派一个从 $D^n$ 到{F, T}的映射；

则称这些指派为公式P在D上的一个**解释**



# 知识推理-谓词逻辑-永真性

## ● 谓词公式的永真：

如果谓词公式 $P$ ，对个体域 $D$ 上的任何一个解释都取得真值 $T$ ，则称 $P$ 在 $D$ 上是永真的；如果 $P$ 在每个非空个体域上均永真，则称 $P$ 永真

## ● 谓词公式的永假：

如果谓词公式 $P$ 对于个体域 $D$ 上的所有解释都取得假值 $F$ ，则称 $P$ 在 $D$ 上是永假的；如果 $P$ 在每个非空个体域上均永假，则称 $P$ 永假

## ● 若解释的个数无限时，公式的永真或永假很难判断





# 知识推理-谓词逻辑-可满足性

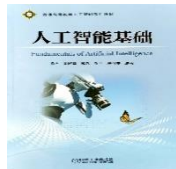
## ● 谓词公式的可满足性：

对于谓词公式 $P$ ，如果至少存在一个解释使得公式 $P$ 在此解释下的真值为 $T$ ，则称公式 $P$ 是**可满足**的

## ● 谓词公式的不可满足：

对谓词公式 $P$ ，如果不存在任何解释，使得 $P$ 的取值为 $T$ ，则称公式 $P$ 是**不可满足**的。

## ● 谓词公式 $P$ **永假**与**不可满足**是等价的。若 $P$ 永假，则也可称 $P$ 是不可满足的



# 知识推理-谓词逻辑-等价性

## ● 谓词公式的等价性：

设P与Q是两个谓词公式，D是它们共同的个体域。若对D上的任何一个解释，P与Q的取值都相同，则公式P和Q在域D上是等价的。如果D是任意个体域，则称P和Q是等价的，记作 $P \Leftrightarrow Q$ 的

## ● 常用的等价式：

(1) 否定之否定： $\sim(\sim P)$  等价于P

(2)  $P \vee Q$  等价于： $\sim P \rightarrow Q$



# 知识推理-谓词逻辑-等价性

## (3) 摩根定律

$\sim(P \vee Q)$  等价于  $\sim P \wedge \sim Q$

$\sim(P \wedge Q)$  等价于  $\sim P \vee \sim Q$

## (4) 分配律

$P \wedge (Q \vee R)$  等价于  $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

$P \vee (Q \wedge R)$  等价于  $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

## (5) 交换律

$P \wedge Q$  等价于  $Q \wedge P$

$P \vee Q$  等价于  $Q \vee P$



# 知识推理-谓词逻辑-等价性

## (6) 结合律

$(P \wedge Q) \wedge R$  等价于

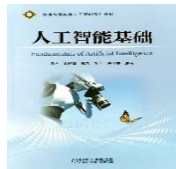
$P \wedge (Q \wedge R)$

$(P \vee Q) \vee R$  等价于

$P \vee (Q \vee R)$

## (7) 逆否律

$P \rightarrow Q$  等价于  $\sim Q \rightarrow \sim P$



# 知识推理-谓词逻辑-等价性

(8)  $\sim(\exists x)P(x)$ 等价于 $(\forall x) [\sim P(x)]$

$\sim(\forall x)P(x)$ 等价于 $(\exists x) [\sim P(x)]$

(9)  $(\forall x) [P(x) \wedge Q(x)]$  等价于

$(\forall x) P(x) \wedge (\forall x) Q(x)$

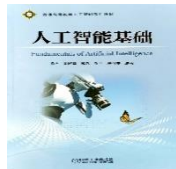
$(\forall x) [P(x) \vee Q(x)]$  等价于

$(\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x)$

(10)  $(\forall x) P(x)$ 等价于 $(\forall y) P(y)$

$(\exists x) P(x)$ 等价于 $(\exists y) P(y)$

(11) 补余率:  $P \vee \sim P \Leftrightarrow T$



# 知识推理-谓词逻辑-永真蕴含

## ● 谓词公式的永真蕴含性：

谓词公式P和Q，如果 $P \rightarrow Q$ 永真，则称P永真蕴含Q，  
Q为P的逻辑结论，P为Q的前提，记作 $P \Rightarrow Q$

## ● 常用的永真蕴含式：

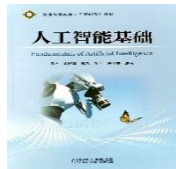
化简式：  $P \wedge Q \Rightarrow P, P \wedge Q \Rightarrow Q$

附加式：  $P \Rightarrow P \vee Q$

析取三段论：  $\sim P, (P \vee Q) \Rightarrow Q$

假言推理：  $P, P \rightarrow Q \Rightarrow Q$

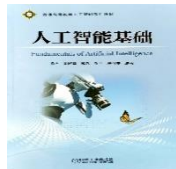
全称固化：  $(\forall x) P(x) \Rightarrow P(y)$ ，其中y是个体域上的任一个体



# 知识推理-谓词逻辑-推理规则

- (1) **P规则**: 在推理的任何步骤上都可引入前提。
- (2) **T规则**: 推理时, 如果前面步骤中有一个或多个永真蕴含公式S, 则可把S引入推理过程中。
- (3) **CP规则**: 如果能从R和前提集合中推出S来, 则可从前提集合推出 $R \rightarrow S$ 来。
- (4) **反证法**:  $P \Rightarrow Q$ , 当且仅当 $P \wedge \sim Q \Leftrightarrow F$ , 即Q为P的逻辑结论, 当且仅当 $P \wedge \sim Q$ 是**不可满足**的。
- (5) **不可满足定理**: Q为 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 的逻辑结论, 当且仅当

$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \wedge \sim Q$ 是**不可满足**的



# 知识推理-谓词逻辑-置换

- 在确定性知识模式匹配中，需要变元的置换与合一
- 置换：
  - ✓ 形如 $\{t_1/x_1, t_2/x_2, \dots, t_n/x_n\}$ 的一个有限集是置换
  - ✓  $x_i$ 是变量， $t_i$ 是不同于 $x_i$ 的项（常量，变量，函数），且 $x_i$ 不等于 $x_j$ （ $i \neq j$ ）， $i, j = 1, 2, \dots, n$
  - ✓  $t_i/x_i$ 表示用 $t_i$ 项替换变元 $x_i$ ，不允许 $t_i$ 和 $x_i$ 相同，也不允许变元 $x_i$ 循环地出现在另一个 $t_j$ 中
- 空置换：

不含任何元素的置换称为空置换





# 知识推理-谓词逻辑-置换

例如

$\{a/x, f(b)/y, w/z\}$  是一个置换

$\{g(y)/x, f(x)/y\}$  不是一个置换

$\{g(a)/x, f(x)/y\}$  不是一个置换



# 知识推理-谓词逻辑-置换

例：表达式  $P[x, f(y), B]$  的置换为

- $s1 = \{ z/x, w/y \}; \quad s2 = \{ A/y \}; \quad s3 = \{ q(z)/x, A/y \};$   
 $s4 = \{ c/x, A/y \}$

用  $E_s$  表示一个表达式  $E$  用置换  $s$  所得到的表达式的置换。于是， $P[x, f(y), B]$  的4个置换如下：

- $P[x, f(y), B] s1 = P[z, f(w), B]$
- $P[x, f(y), B] s2 = P[x, f(A), B]$
- $P[x, f(y), B] s3 = P[q(z), f(A), B]$
- $P[x, f(y), B] s4 = P[c, f(A), B]$



# 知识推理-谓词逻辑-置换

## □置换是可结合的

➤用 $s1s2$ 表示两个置换 $s1$ 和 $s2$ 的**合成**， $L$ 表示一个表达式，则有

- $(Ls1) s2 = L (s1s2)$
- 即用 $s1$ 和 $s2$ 相继作用于表达式 $L$ 是与用 $s1s2$ 作用于 $L$ 一样的

➤进一步推广： $(s1s2) s3 = s1 (s2s3)$

## □一般说来，置换是不可交换的，即

$$s1s2 \neq s2s1$$



# 知识推理-谓词逻辑-合一置换

## ● 合一置换:

假设有公式集  $\{E_1, E_2, \dots, E_n\}$  和置换  $\theta$ , 使  $E_1\theta = E_2\theta = \dots = E_n\theta$ , 则称  $E_1, E_2, \dots, E_n$  是可合一的, 且  $\theta$  称为合一置换

## ● 最一般合一置换:

若  $E_1, E_2, \dots, E_n$  有合一置换  $\sigma$ , 且对  $E_1, E_2, \dots, E_n$  的任一置换都存在一个置换  $\lambda$ , 使得  $\theta = \sigma \cdot \lambda$ , 则称  $\sigma$  是  $E_1, E_2, \dots, E_n$  的最一般合一置换, 记为 **mgu** (Most General Unifier)



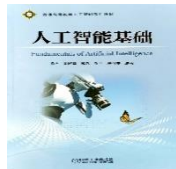
# 知识推理-谓词逻辑-置换

例如，设有公式集

$$E = \{ P(x, y, f(y)), P(a, g(x), z) \}$$

则下式是它的一个合一：

$$s = \{ a/x, g(a)/y, f(g(a))/z \}$$



# 知识推理-谓词逻辑-不一致集

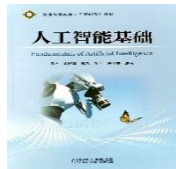
## ● 不一致集：

✓ 设有两个谓词公式： $E_1: P(x, y, z)$ ,

$E_2: P(x, f(a), g(b))$ 各自从 $E_1$ 与 $E_2$ 的第一个符号开始逐个向右比较，此时发现 $E_1$ 中的 $y$ 与 $E_2$ 中的 $f(a)$ 不同，则它们构成了一个**不一致集**： $D_1 = \{y, f(a)\}$

✓ 当继续向右比较时，又发现 $E_1$ 中的 $z$ 与 $E_2$ 中 $g(b)$ 不同，则又得到一个不一致集：

$$D_2 = \{z, g(b)\}$$



# 知识推理-谓词逻辑-最一般合一置换

- (1) 令  $W = \{E_1, E_2\}$ 。
- (2) 令  $k = 0, W_k = W, \sigma_k = \varepsilon$ ;  $\varepsilon$  是空置换, 它表示不作置换。
- (3) 如果  $W_k$  只有一个表达式, 则算法停止,  $\sigma_k$  就是所要求的 mgu。
- (4) 找出  $W_k$  的不一致集  $D_k$ 。
- (5) 若  $D_k$  中存在元素  $x_k$  和  $t_k$ , 其中  $x_k$  是变元,  $t_k$  是项, 且  $x_k$  不在  $t_k$  中出现, 则置:

$$\begin{aligned}\sigma_{k+1} &= \sigma_k \cdot \{t_k/x_k\}, \\ W_{k+1} &= W_k \left\{ \frac{t_k}{x_k} \right\}, \quad k = k + 1\end{aligned}$$

,

然后转 (3)。

- (6) 算法终止,  $W$  的 mgu 不存在。

可以证明, 如果  $E_1$  和  $E_2$  可合一, 则算法必停止于第 (3) 步。



# 知识推理-谓词逻辑-练习

有的人喜欢菊花，有的人既喜欢梅花又喜欢菊花，有的人喜欢梅花。

Like(x,y):x喜欢y

Meihua:梅花

Juhua:菊花

$(\exists x)\text{Like}(x, \text{Meihua}) \wedge (\exists y)\text{Like}(y, \text{Juhua})$

$\wedge (\exists z)(\text{Like}(z, \text{Meihuan}) \wedge \text{Like}(z, \text{Juhuan}))$





# 知识推理-谓词逻辑-练习

喜欢玩篮球的人必喜欢玩排球。

Likeplay(x,y):x喜欢玩y

$(\exists x)(\text{Likeplay}(x, \text{篮球}) \Rightarrow \text{Likeplay}(x, \text{排球}))$



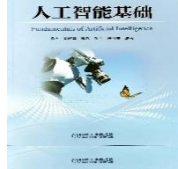
# 知识推理-谓词逻辑-练习

要想出国留学，必须通过外语考试。

Want(x,y): x想要y;

Pass(x,y): x通过y

$(\forall x)(\sim \text{Pass}(x, \text{Flanguage}) \Rightarrow \sim \text{Want}(x, \text{Goaboard}))$



# 知识推理-自然演绎推理

- 自然演绎推理：

**自然演绎推理**是指从一组已知为真的事实出发，直接运用命题逻辑或谓词逻辑的**推理规则**推出结论的过程

- **假言三段论：**  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \Rightarrow P \rightarrow R$

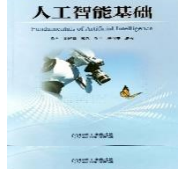
它表示如果谓词公式 $P \rightarrow Q$ 和 $Q \rightarrow R$ 均为真，则谓词公式 $P \rightarrow R$ 也为真自然演绎推理：

- **假言推理：**  $P, P \rightarrow Q \Rightarrow Q$

如果谓词公式 $P$ 和 $P \rightarrow Q$ 都为真，则可推得 $Q$ 为真结论

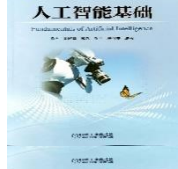
- **拒取式：**  $P \rightarrow Q, \sim Q \Rightarrow \sim P$

它表示如果谓词公式 $P \rightarrow Q$ 为真且 $Q$ 为假，则可推得 $P$ 为假的结论



# 知识推理-自然演绎推理的易犯错误

- 在利用自然演绎推理方法求解问题时，一定要注意避免两种类型的错误：肯定后件的错误和否定前件的错误
- **肯定后件**的错误：  
当  $P \rightarrow Q$  为真时，通过肯定后件  $Q$  为真来推出前件  $P$  为真  
因为当  $P \rightarrow Q$  及  $Q$  为真时，前件  $P$  既可能为真，可能为假
- **否定前件**的错误：  
当  $P \rightarrow Q$  为真时，希望通过否定前件  $P$  来推出后件  $Q$  为假  
因为当  $P \rightarrow Q$  及  $P$  为假时，后件  $Q$  既可能为真，也可能为假



# 知识推理-自然演绎推理的实例

例子：设已知如下事实：

- ①只要是需要室外活动的课，小亮都喜欢
- ②所有的公共体育课都是需要室外活动的课
- ③篮球是一门公共体育科

求证：小亮喜欢篮球这门课。

证明：（1）首先定义谓词及常量：

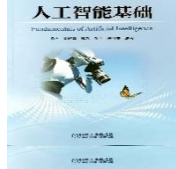
Outdoor(x)：x是需要室外活动的课；

Like(x, y)：x喜欢y；

Sport(x)：x是一门公共体育课

Xiaoliang：小亮

Ball：足球



# 知识推理-自然演绎推理的实例

(2) 用谓词公式描述事实和待求解的问题：

$$\textcircled{1} \text{ Outdoor}(x) \rightarrow \text{Like}(\text{Xiaoliang}, x)$$

$$\textcircled{2} (\forall x)\text{Sport}(x) \rightarrow \text{Outdoor}(x)$$

$$\textcircled{3} \text{Sport}(\text{Ball})$$

待求证问题：Like(Xiaoliang, Ball)

(3) 应用推理规则进行推理：

$$(\forall x)\text{Sport}(x) \rightarrow \text{Outdoor}(x)$$

利用全称固化规则：Sport(y)  $\rightarrow$  Outdoor(y)

$$\text{Sport}(\text{Ball}), \text{Sport}(y) \rightarrow \text{Outdoor}(y) \Rightarrow \text{Outdoor}(\text{Ball})$$

$$\text{Outdoor}(\text{Ball}), \text{Outdoor}(x) \rightarrow \text{Like}(\text{Xiaoliang}, x) \Rightarrow \text{Like}(\text{Xiaoliang}, \text{Ball})$$