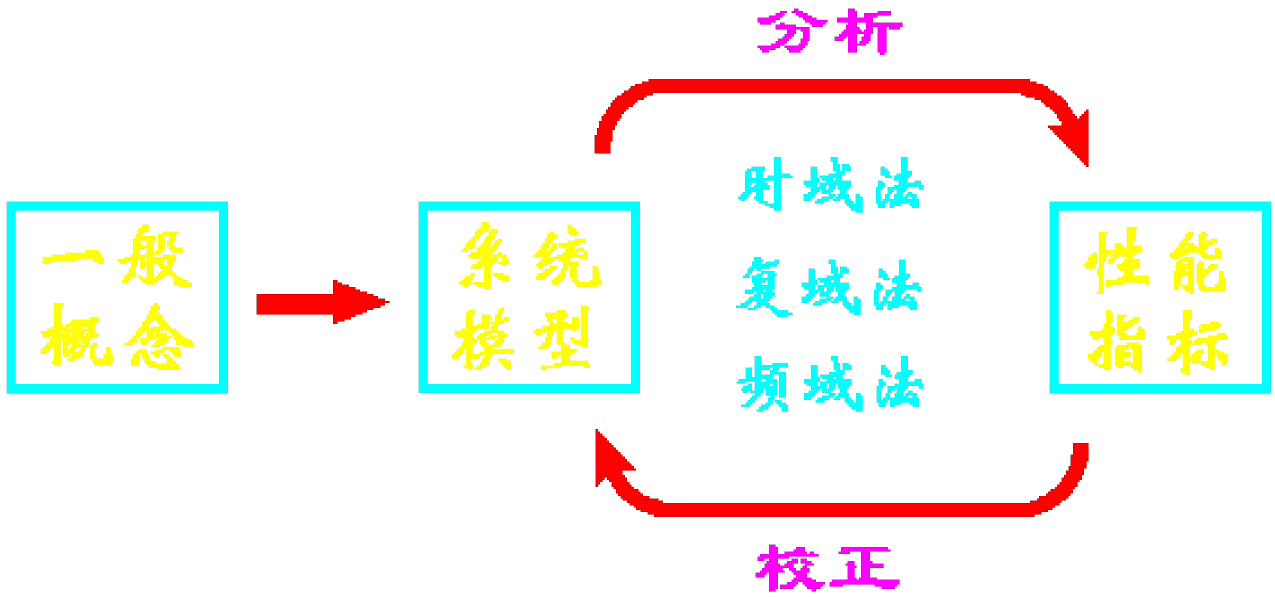
自动控制原理课程的任务与体系结构



课程的体系结构

(第 8 讲)

§3 线性系统的时域分析与校正

(第 8 讲)

§3 线性系统的时域分析与校正

§3.1 概述

§3.2 一阶系统的时间响应及动态性能

§3.3 二阶系统的时间响应及动态性能

§3.3.3 过阻尼二阶系统动态性能

§3.1 时域分析法概述

§3.1.1 时域法的作用和特点

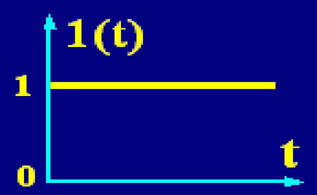
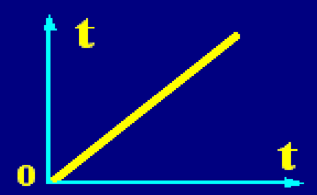
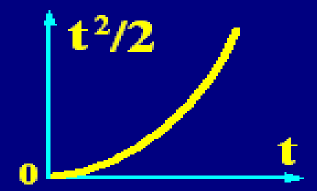
时域法是最基本的分析方法,是学习复域法、频域法的基础

（1）直接在时间域中对系统进行分析校正，直观，准确；

（2）可以提供系统时间响应的全部信息；

（3）基于求解系统输出的解析解，比较烦琐。

§3.1.2 时域法常用的典型输入信号

函数图象	像原函数	时域关系	像函数	复域关系	例
	单位脉冲 $f(t)=\delta(t)$	$\frac{df}{dt}$	1	$\times s$	撞击 后坐力 电脉冲
	单位阶跃 $f(t)=\begin{cases}1 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$		$\frac{1}{s}$		开关量
	单位斜坡 $f(t)=\begin{cases}t & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$		$\frac{1}{s^2}$		等速跟踪
	单位加速度 $f(t)=\begin{cases}t^2/2 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$		$\frac{1}{s^3}$		

§3.1.3 线性系统时域性能指标

稳：（ 基本要求 ） 系统受扰动

准：（ 稳态要求 ）

快：（ 动态要求 ） 阶跃响应

延迟时间 t_d —— 阶跃响应第一次达到终值的50％所需的时间

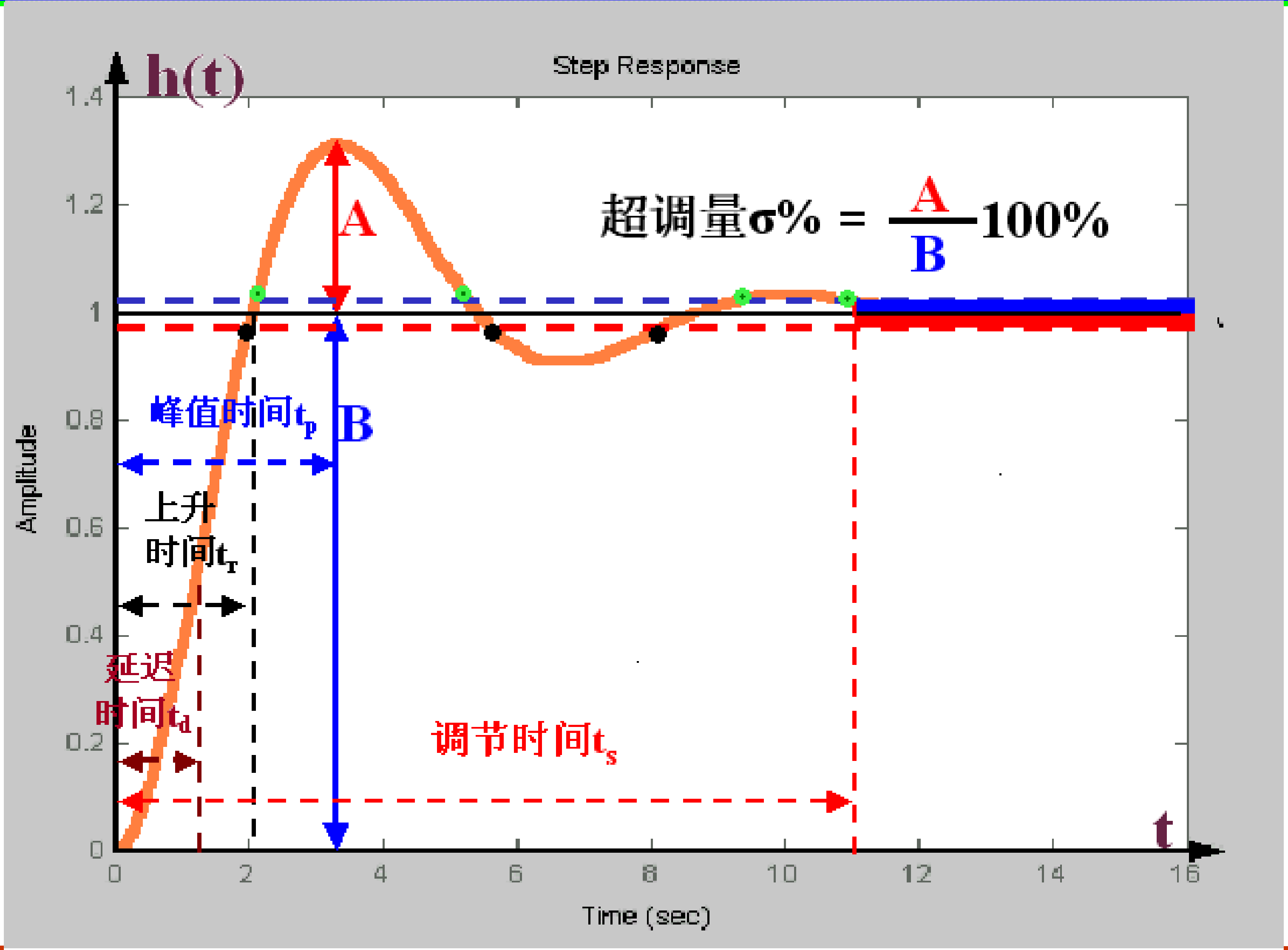
上升时间 t_r —— 阶跃响应从终值的10％上升到终值的90％所需的时间
有振荡时，可定义为从 0 到第一次达到终值所需的时间

峰值时间 t_p —— 阶跃响应越过终值达到第一个峰值所需的时间

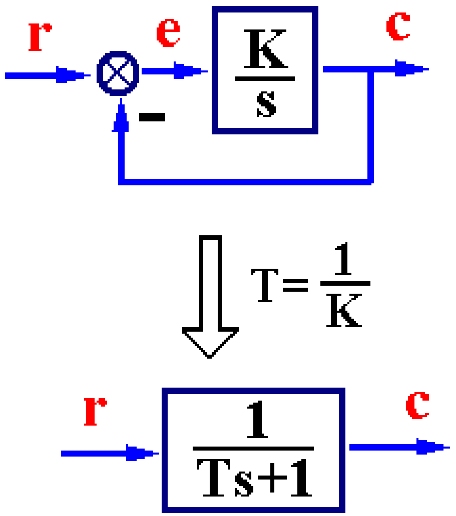
超调量 σ% —— 峰值超出终值的百分比 $\sigma\% = \dfrac{h(t_p) - h(\infty)}{h(\infty)} \times 100\%$

调节时间 t_s —— 阶跃响应到达并保持在终值 5%误差带内所需的最短时间

动态性能指标定义


h(t)
Step Response
超调量σ% = A/B 100%
A
B
峰值时间t_p
上升
时间t_r
延迟
时间t_d
调节时间t_s
Amplitude
Time (sec)
t
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0
2
4
6
8
10
12
14
16

§3.2 一阶系统的时间响应及动态性能



$$G(s)=\frac{K}{s}$$

$$\Phi(s)=\frac{\frac{K}{s}}{1+\frac{K}{s}}=\frac{K}{s+K}\overset{T=\frac{1}{K}}{=}\frac{\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}}=\frac{1}{Ts+1}$$

$$\lambda_1=-\frac{1}{T}$$

$$C(s)=\Phi(s)\cdot R(s)=\frac{1}{Ts+1}\cdot\frac{1}{s}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1/T}$$

$$h(t)=L^{-1}\left[C(s)\right]=1-e^{-\frac{t}{T}}$$

§3.2 一阶系统的时间响应及动态性能

$$\Phi(s)=\frac{1}{Ts+1}$$

$$h(t)=1-e^{-\frac{1}{T}t}$$

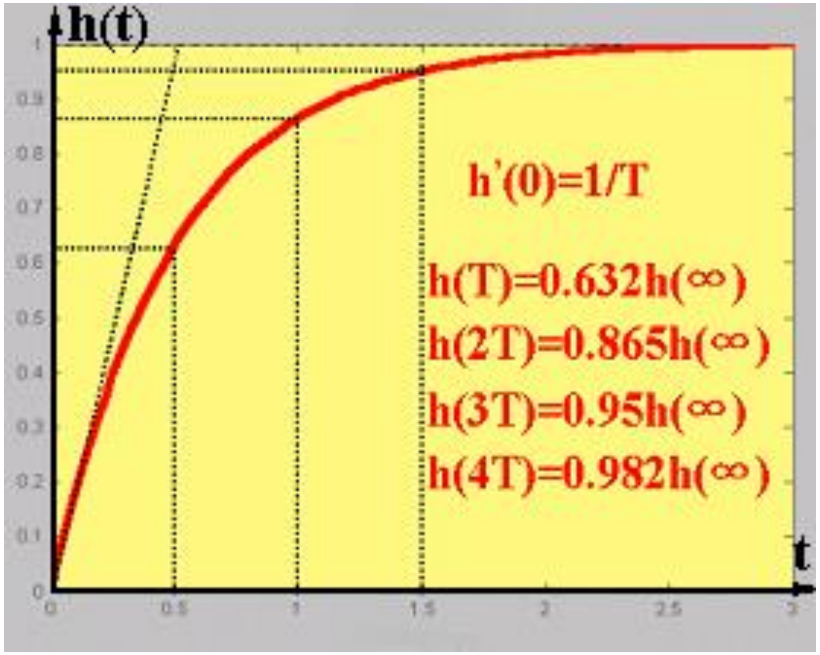
$$h'(t)=\frac{1}{T}e^{-\frac{1}{T}t}$$

$$\begin{cases} h(0)=0 \\ h(\infty)=1 \\ h'(0)=1/T \end{cases}$$

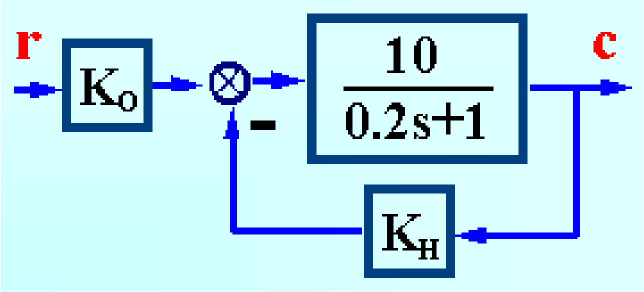
$$h(t_s)=1-e^{-\frac{t_s}{T}}=0.95$$

$$e^{-\frac{t_s}{T}}=1-0.95=0.05$$

$$\boxed{t_s=-T\ln 0.05=3T}$$



§3.2 一阶系统的时间响应及动态性能



解．依题意，

$$G(s)=\frac{10}{0.2s+1}\qquad \begin{cases} T=0.2 \\ K=10 \end{cases}$$

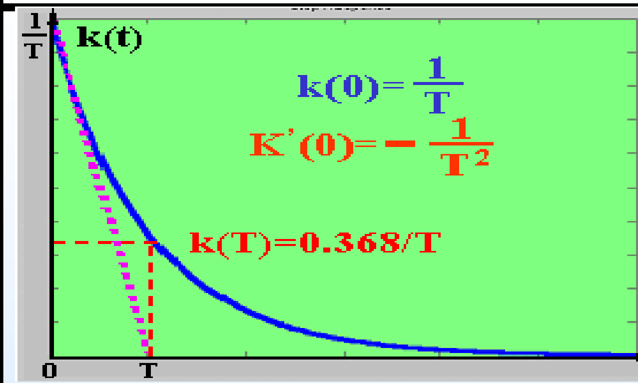
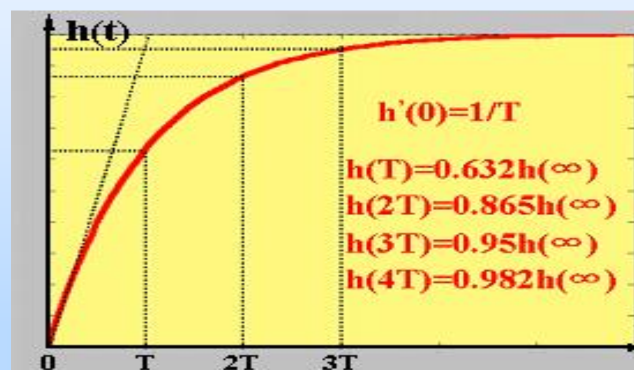
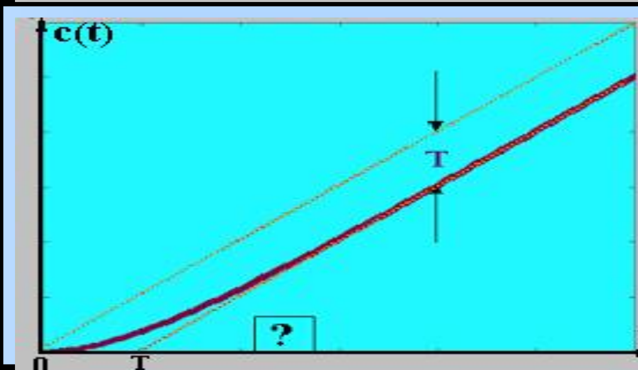
闭环系统应满足 $\begin{cases} T^*=0.1T=0.02 \\ K^*=K=10 \end{cases}$

$$\Phi(s)=\frac{K_O G(s)}{1+K_H G(s)}=\frac{\dfrac{10K_O}{0.2s+1}}{1+\dfrac{10K_H}{0.2s+1}}=\frac{10K_O}{0.2s+1+10K_H}=\frac{\dfrac{10K_O}{1+10K_H}}{\dfrac{0.2}{1+10K_H}s+1}$$

$$\begin{cases} \dfrac{0.2}{1+10K_H}=T^*=0.02 \\ \dfrac{10K_O}{1+10K_H}=K^*=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_H=0.9 \\ K_O=10 \end{cases}$$

§3.2.3 一阶系统的典型响应

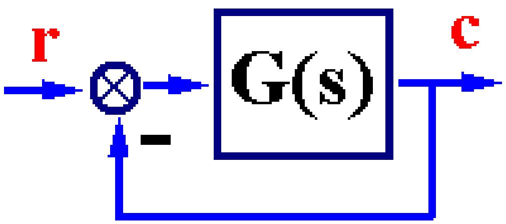
r(t)	R(s)	C(s)= Φ(s) R(s)	c(t)	一阶系统典型响应
$\delta(t)$	1	$\frac{1}{Ts+1}=\frac{\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}}$	$k(t)=\frac{1}{T}e^{-t/T}$	
1(t)	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{Ts+1}\frac{1}{s}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{T}}$	$h(t)=1-e^{-t/T}$	
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{1}{Ts+1}\frac{1}{s^2}=$ $\frac{1}{s^2}-T\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{T}}\right]$	$c(t)=t-T(1-e^{-t/T})$	

§3.2 一阶系统的时间响应及动态性能

例2 已知单位反馈系统的单位阶跃响应 $h(t)=1-e^{-at}$

试求 Φ(s)，k(t)，G(s)。

解． $k(t)=h'(t)=[1-e^{-at}]'=ae^{-at}$



$$\Phi(s)=L[k(t)]=\frac{a}{s+a}$$

$$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}$$

$$\Phi(s)[1+G(s)]=G(s)$$

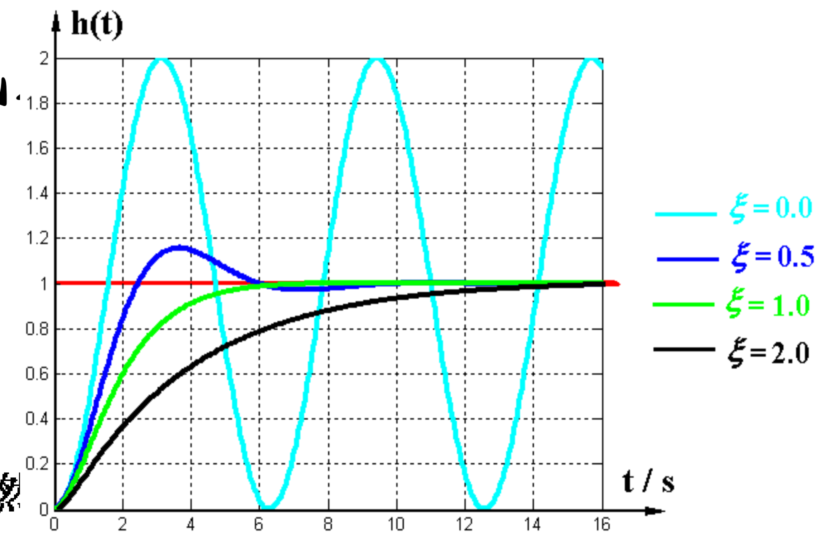
$$G(s)-\Phi(s)G(s)=\Phi(s)$$

$$G(s)=\frac{\Phi(s)}{1-\Phi(s)}$$

$$G(s)=\frac{\Phi(s)}{1-\Phi(s)}=\frac{\frac{a}{s+a}}{1-\frac{a}{s+a}}=\frac{a}{s}$$

§3.3 二阶系统的时间响应及动态性能

§3.3.1 传递函数标准形式



1 典型结构

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}\qquad K=\frac{\omega_n}{2\xi}$$

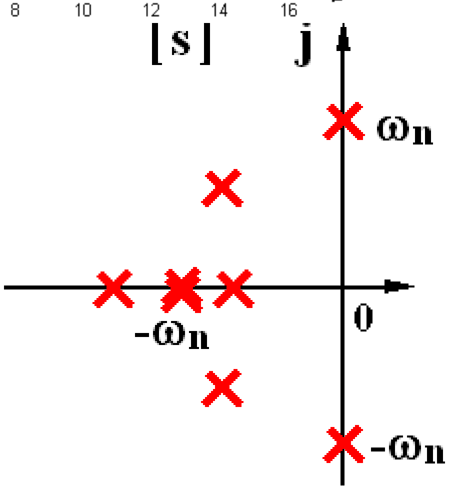
$$\Phi(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

ξ：阻尼比

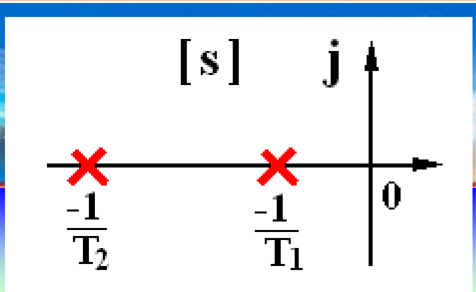
ω_n：无阻尼自然

2 二阶系统分类 $D(s)=s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2=0$

$\xi=0$	0 阻尼	$\lambda_{1,2}=\pm j\omega_n$
$0<\xi<1$	欠阻尼	$\lambda_{1,2}=-\xi\omega_n\pm j\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n$
$\xi=1$	临界阻尼	$\lambda_1=\lambda_2=-\omega_n$
$\xi>1$	过阻尼	$\lambda_{1,2}=-\xi\omega_n\pm\sqrt{\xi^2-1}\,\omega_n$



§3.3 二阶系统的时间响应及动态性能



$$\Phi(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \qquad \xi \geqslant 1$$

$$\lambda_1=-\xi\omega_n+\sqrt{\xi^2-1}\,\omega_n=-1/T_1$$

$$\lambda_2=-\xi\omega_n-\sqrt{\xi^2-1}\,\omega_n=-1/T_2$$

$$\Phi(s)=\frac{\omega_n^2}{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}=\frac{\omega_n^2}{s^2+(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2})s+\frac{1}{T_1T_2}}$$

$$\begin{cases} T_1=\dfrac{1}{\omega_n}\cdot\dfrac{1}{\xi-\sqrt{\xi^2-1}} \\ T_2=\dfrac{1}{\omega_n}\cdot\dfrac{1}{\xi+\sqrt{\xi^2-1}} \end{cases} \qquad T_1>T_2$$

$$\begin{cases} \omega_n=\dfrac{1}{\sqrt{T_1T_2}} \\ \xi=\dfrac{\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}}{2\omega_n}=\dfrac{1}{2}\,\dfrac{1+T_1/T_2}{\sqrt{T_1/T_2}}=f_1(T_1/T_2) \end{cases}$$

$$C(s)=\Phi(s)\frac{1}{s}=\frac{\omega_n^2}{s(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}$$

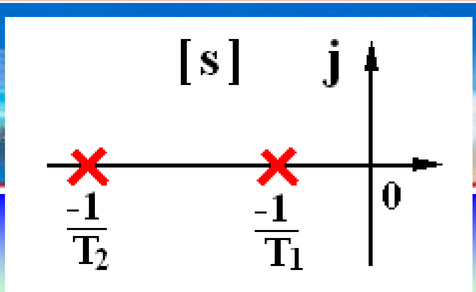
$$=\frac{1}{s}+\frac{1}{T_2/T_1-1}\cdot\frac{1}{s+\frac{1}{T_1}}+\frac{1}{T_1/T_2-1}\cdot\frac{1}{s+\frac{1}{T_2}}$$

$$h(t)=1+\frac{1}{T_2/T_1-1}\cdot e^{-\frac{1}{T_1}t}+\frac{1}{T_1/T_2-1}\cdot e^{-\frac{1}{T_2}t}$$

$$h(t_s)=1+\frac{1}{T_2/T_1-1}\cdot e^{-\frac{t_s}{T_1}}+\frac{1}{T_1/T_2-1}\cdot e^{-\frac{T_1}{T_2}\frac{t_s}{T_1}}=0.95$$

$$\frac{t_s}{T_1}=f_2(T_1/T_2)=f(\xi)$$

§3.3 二阶系统的时间响应及动态性能



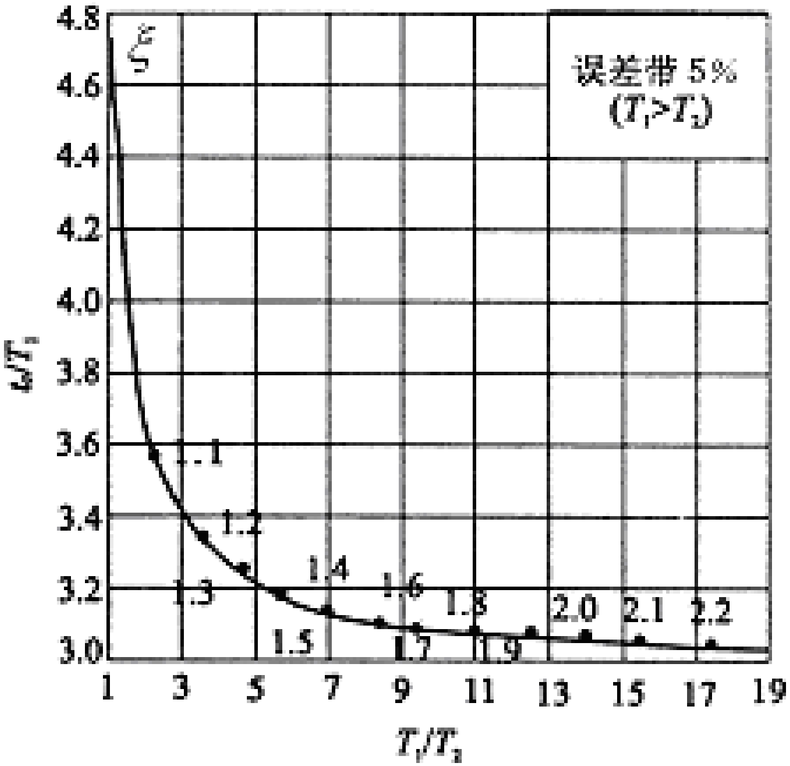
$$\Phi(s)=\frac{K\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \qquad \xi\geqslant 1$$

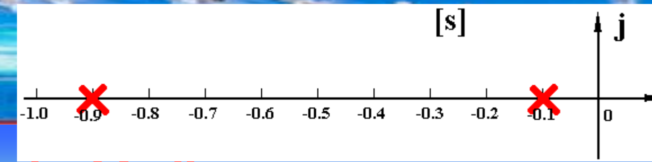
$$T_1=\frac{1}{\omega_n}\cdot\frac{1}{\xi-\sqrt{\xi^2-1}}$$

$$T_2=\frac{1}{\omega_n}\cdot\frac{1}{\xi+\sqrt{\xi^2-1}} \qquad T_1>T_2$$

$$\left\{\begin{array}{l} T_1/T_2 \\ \xi=\dfrac{1+T_1/T_2}{2\sqrt{T_1/T_2}} \end{array}\right. \xrightarrow{\text{P57 图3-7}} \frac{t_s}{T_1}$$

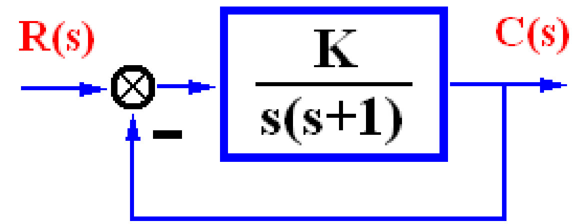
$$t_s=\left(\frac{t_s}{T_1}\right)T_1$$





§ 3.3 二阶系统的时间响应及动态性能

例 3 系统结构图如右，开环增益 K= 0. 09，求系统的动态指标。

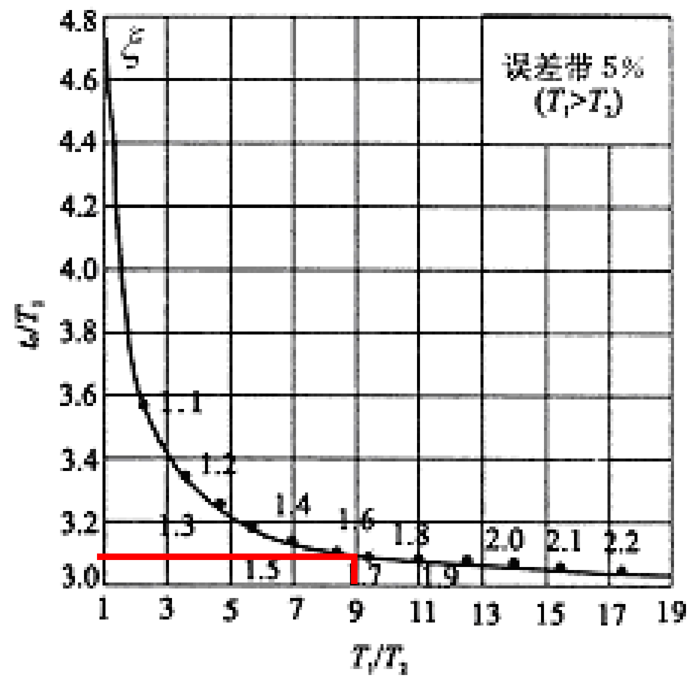


解. $G(s)=\dfrac{0.09}{s(s+1)}$

$$\Phi(s)=\frac{0.09}{s^2+s+0.09}=\frac{0.09}{(s+0.1)(s+0.9)}$$

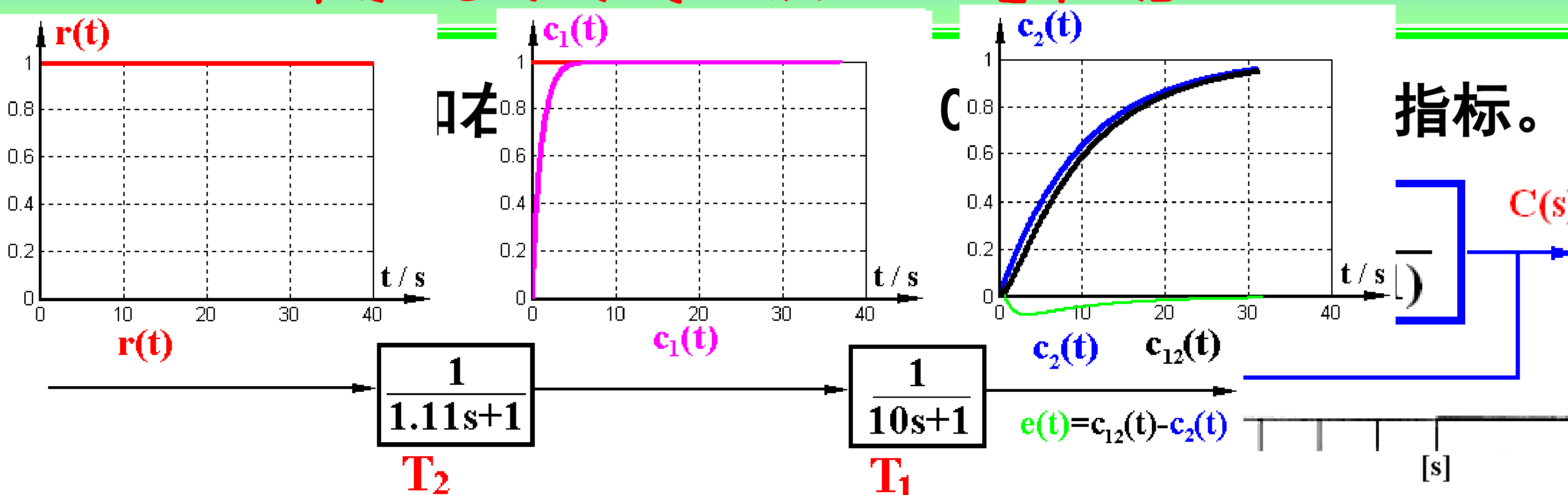
$$\begin{cases}\omega_n=\sqrt{0.09}=0.3\\ \xi=\dfrac{1}{2\times 0.3}=1.67\end{cases}\quad \begin{cases}\lambda_1=-0.1\\ \lambda_2=-0.9\end{cases}\quad \begin{cases}T_1=10\\ T_2=1.11\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}=9\\ t_s=(\dfrac{t_s}{T_1})\cdot T_1=31\end{cases}\qquad \begin{cases}t_p=\infty\\ \sigma\%=0\end{cases}$$



§3.3 二阶系统的时间响应及动态性能

指标。



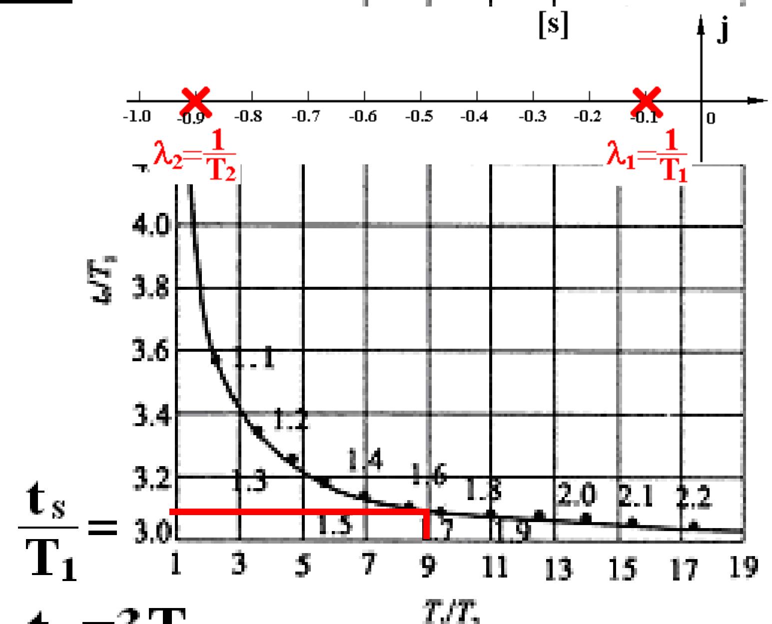
$$\Phi(s)=\frac{0.09}{s^2+s+0.09}=\frac{0.09}{(s+0.1)(s+0.9)}$$

$$\lambda_1 \qquad \lambda_2$$

$$=\frac{1}{(1.11s+1)(10s+1)}$$

$$C(s)=\Phi(s)R(s)=\frac{1}{(1.11s+1)(10s+1)}\cdot\frac{1}{s}$$

$$h(t)=1+0.125e^{-0.9t}-1.125e^{-0.1t}$$



$$\frac{t_s}{T_1}=3.0$$

$$t_s=3T_1$$

课程小结

§3　线性系统的时域分析与校正

§3.1 概述

§3.1.1　时域法的作用和特点

§3.1.2　时域法常用的典型输入信号

§3.1.3　系统的时域性能指标

§3.2 一阶系统的时间响应及动态性能

§3.2.1　一阶系统传递函数标准形式及单位阶跃响应

§3.2.2　一阶系统动态性能指标计算

§3.2.3　典型输入下一阶系统的响应

§3.3 二阶系统的时间响应及动态性能

§3.3.1　二阶系统传递函数标准形式及分类

§3.3.2　过阻尼二阶系统动态性能指标计算