

旅行商问题(TSP)的改进遗传算法*

唐立新

(东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110006)

摘 要 对于中大规模 TSP 问题的求解, 提出了 2 种新的改进遗传算法: 两交换启发交叉算法和三交换启发交叉变参算法. 经过仿真实验和实例应用证明了算法的有效性. 三交换启发交叉变参算法的性能优于两交换启发交叉算法.

关键词 组合最优化, 旅行商问题, 改进遗传算法.

分类号 TP 29

TSP 问题是 NP 难题^[1]. Goldberg 和 Grefenstette 首次应用遗传算法求解 TSP 问题^[2,3], 提出了的 3 种交叉方法: 部分匹配交叉 (PMX), 顺序交叉 (OX) 和环交叉 (CX). 这 3 种交叉方法后来被广泛用于自然数编码的遗传算法当中^[4], 在实际应用当中, 发现这几种交叉方法存在收敛速度慢而且效果不理想. 文献[5] 提出了贪婪选择交叉算子 (GSX), 此种交叉方法对于对称的 TSP 问题的效果较好, 而对于非对称的 TSP 问题来说效果不好. 本文提出 2 种新的启发式交叉, 对于对称 TSP 和非对称 TSP 问题, 都具有较好的性能.

1 TSP 问题的两交换启发交叉算法

两交换启发式交叉方法 (HGA) 的基本思想如下:

以 8 个城市的旅行商问题为例: 设 N 个城市为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 它们之间的距离如表 1 所示.

表 1 8 个城市之间的距离

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	3	1	12	7	5	6	3
2	5	∞	7	4	1	8	1	2
3	3	5	∞	3	1	6	4	9
4	7	1	9	∞	7	8	9	5
5	8	6	6	1	∞	13	5	1
6	1	4	7	3	2	∞	5	2
7	9	7	8	8	7	1	∞	1
8	12	11	3	8	7	1	6	∞

随机选出一对未匹配的双亲如下:

$A = 3 \ 7 \ 2 \ 6 \ 4 \ 8 \ 1 \ 5$
 $B = 4 \ 8 \ 3 \ 2 \ 1 \ 7 \ 5 \ 6$

随机选出初始城 $j=1$ (位置号), $S_j=1$ (城市号), 右转动使 1 成为两双亲的第一位置城市如下:

$A_1 = 1 \ 5 \ 3 \ 7 \ 2 \ 6 \ 4 \ 8$
 $B_1 = 1 \ 7 \ 5 \ 6 \ 4 \ 8 \ 3 \ 2$
 $O_1 = 1 \times \times \times \times \times \times \times$

判断因为 $d(1, 5) > d(1, 7)$ 则 A_1 以 7 为中心右转得如下中间代:

$A_2 = \times \ 7 \ 2 \ 6 \ 4 \ 8 \ 5 \ 3$
 $B_2 = \times \ 7 \ 5 \ 6 \ 4 \ 8 \ 3 \ 2$
 $O_2 = 1 \ 7 \times \times \times \times \times \times$

从第 2 位开始继续重复上述过程

判断因为 $d(7, 5) = d(7, 2)$ 则可任选 5 或 2, A_2 以 5 为中心右转得如下中间代:

$A_3 = \times \ 7 \ 5 \ 3 \ 2 \ 6 \ 4 \ 8$
 $B_3 = \times \ 7 \ 5 \ 6 \ 4 \ 8 \ 3 \ 2$
 $O_3 = 1 \ 7 \ 5 \times \times \times \times \times$

如此反复得出

$O = 1 \ 7 \ 5 \ 3 \ 2 \ 6 \ 4 \ 8$

所得到的子代的结果一般要优于 2 个父代, 但是, 有一点必须注意到, 由于 TSP 问题本身排序的复杂性, 到目前为止, 所有启发式交叉式算法中, 对双亲产生的后代, 并不能保证一定会比双亲

* 1998-04-23 收到。唐立新, 男, 32, 副教授, 博士。
国家自然科学基金资助项目 (编号: 79700006) 和国家“八六三”高技术计划 CIMS 研究课题 (编号: 863-511-708-009)。中国科学院机器人学开放实验室基金和辽宁省博士启动基金支持项目。
1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

优,例如本算法(HGA),只能控制前 7 个城市,第 8 个城市就是剩下的唯一的无法选择的城市,可能剩下的第 8 个城市和第 1 个城市之间距离很大.这样显然前 7 个之间的位置均保留了父代的优点,而由于第 8 个城市和第 1 个城市之间的距离事先无法决定,这会影响子代的进化性,但由于遗传算法本身就是一种随机搜索类的算法,本文所用的启发式交叉也只能保证大的概率使子代比父代优。

子代能够更多的继承父代的优点,是交叉的主要目的。但是两交换启发式算法都不可避免地存在着拆链问题,如上例中双亲(A,B)生成的新一代为O,它的某两相邻城市如为1,7这个链,既不存在在A中,也不存在在B中。这样在交叉中就包含了变异,当然变异是必须的。但通过实验计算发现在交叉中有过多变异将影响它的遗传继承性。

2 TSP 问题的三交换启发交叉变参遗传算法

根据生物遗传规律,双亲血缘关系越远,子代优良的可能性越大。在两交换启发交叉规则中,由 2 个父代生成 1 个子代,当 2 个父代的链结构接近时,通过 HGA 交叉后,子代不会有很大的改善。这里提出了 1 个新的启发式交叉方法,称为 THGA。与 HGA 比较,主要有 2 点改进:(1)通过增加交配的父代染色体的数量,由 3 个父代产生 1 个子代;(2)动态调整交叉和变异概率,从而降低了染色体近亲繁殖的可能,有效地控制了进化过程。

2.1 三交换启发交叉方法的基本思想

选 3 个参加交配的染色体作为父代,以 8 个城市为例来说明这一过程,其中 d_{ij} 由前面的表 1 给出,父代染色体为

$$\begin{aligned} A &= 3 \ 2 \ 1 \ 4 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \\ B &= 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 1 \ 3 \ 5 \ 7 \\ C &= 8 \ 7 \ 5 \ 6 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \end{aligned}$$

$SUM_1=42, SUM_2=40, SUM_3=46$ (SUM_1, SUM_2, SUM_3 分别为这 3 种排法所走的距离总和数)。

随机选出初始城市 $j=1, S_j=3$ 右转动,使 3 成为 3 父代的第 1 位置。

$$\begin{aligned} A &= 3 \ 2 \ 1 \ 4 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \\ B &= 3 \ 5 \ 7 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 1 \\ C &= 3 \ 2 \ 1 \ 8 \ 7 \ 5 \ 6 \ 4 \end{aligned}$$

由于 $d(3, 2) > d(3, 5)$, 所以有:

$$\begin{aligned} A &= \times \ 5 \ 2 \ 1 \ 4 \ 8 \ 7 \ 6 \\ B &= \times \ 5 \ 7 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 1 \\ C &= \times \ 5 \ 6 \ 4 \ 2 \ 1 \ 8 \ 7 \end{aligned}$$

由此规则计算可得:

$$O = 3 \ 5 \ 7 \ 6 \ 8 \ 4 \ 2 \ 1$$

$SUM_0=24$ (SUM_0 为 3 个父代所产生的子代所走的距离总数),显然 SUM_0 远远小于 SUM_1, SUM_2 和 SUM_3 。

2.2 交叉概率的变参方法

设 $K=1$, 则 P_c 的表达式为

$$\text{当 } f' > f \text{ 时, } P_c = K \tag{1}$$

$$\text{当 } f' \leq f \text{ 时, } P_c = K \cdot \frac{f' - f_{fit}}{f - f_{fit}} \tag{2}$$

其中:

$$f' = \frac{SUM_1 + SUM_2 + SUM_3}{3} \tag{3}$$

f' ——当前交叉的 3 个父代的平均值; f_{fit} ——为当前代中最短的路程值; f ——当前代的平均值; SUM_1, SUM_2, SUM_3 ——分别为未交叉的 3 个父代的总距离数。

P_c 变参的理由是当某一代中所有生成的子代的值很接近时,显然,结果可能在局部最优处徘徊,所以必须增大 P_c ,以避免局部最优,当 3 个父代的平均值(设为 f')和当前代中最优值,相差较大时,说明这 3 个父代和当前最佳值还有很大差距,需要通过交换产生更好的排序结果。

2.3 变异概率的变参方法

变异概率 P_m 的变参形式表达如下:

$$\text{当 } f' \geq f, P_m = K_2(f_{best} - f') / (f_{best} - f) \tag{4}$$

$$\text{当 } f' < f, P_m = K_4 \tag{5}$$

其中 $K_2=0.5, K_4=0.5; f_{best}$ ——为当前代中最佳值; f ——为当前代的平均值; f' ——当要进行变异的父代。

这是为了防止局部最优,随着 f' 的变化设置不同的变异概率。

当 f_{best} 与 f 很接近时,说明某一代中所有的值可能在局部最优附近徘徊,所以让 P_m 较大,以摆脱局部最优。

当 f_{best} 与 f' 相差很远时,说明 f' 离最优值还相差很大,所以要增大变异概率。

关于遗传算法,要遵从一点,就是设父代中最好的一种排序为 a , 经过交叉或变异后所产生的子代中若无一好于 a 的排序的话, a 应替代子代中的某一个而被保存下来,这个原则已被证明是

用遗传算法产生最优解的必要条件。

3 仿真实验

3.1 对称 TSP 问题的仿真实验

本文考虑 100 个城市,人为设定一条最短路径为 100,分别采用本节提出的 2 种启发式交叉方法(HGA 和 THGA),并与目前较好的 2 种启发式交叉方法(CX 和 GSX)进行比较,4 种算法的计算结果如表 2 所示。

表 2 对称 TSP 问题的实验结果

算法	交叉方法	变 异	迭代代数	平均解	最好的解	最差的解	时间/s
1	CX	逆序法	3000	104.7	100	110	87
2	GSX	2-OPT	1000	101.5	100	104	31
3	HGA	CMX	1100	102.4	100	106	28
4	THGA	CMX	900	101.8	100	105	46

从表 2 中可以看到,当采用完全随机的遗传算法 1 时,速度相当慢,而方法 2、3 和 4 相对要快,对于对称 TSP 问题,GSX、HGA 和 THGA 的效果接近,对于非对称 TSP 问题,从解的质量和计算速度综合考虑,HGA 和 THGA 方法好于前 2 种方法,其中 THGA 方法最好。

3.2 非对称 TSP 的实验设计

对于非对称问题,设有 100 个城市,人为设定最短距离为 100,其中 $d_{ij} \neq d_{ji}$ ($i = 1, 2, \dots, 100; j = 1, 2, \dots, 100$),其计算结果如表 3 所示。

表 3 非对称 TSP 问题的实验结果

算法	交叉方法	变 异	迭代代数	平均解	最好的解	最差的解	时间/s
1	CX	逆序法	4000	107	105	110	110
2	GSX	2-OPT	2000	103	102	107	58
3	HGA	CMX	2000	102	101	105	50
4	THGA	CMX	1200	101	100	104	62

由此可见,对于非对称 TSP 问题时,采用 THGA 就比 GSX 要好得多,在差不多时间内,算

出的解要优。

4 结 论

本文对于中大规模 TSP 问题的求解,提出了 2 种新的遗传算法:两交换启发交叉算法和三交换启发交叉变参算法。经过仿真实验和实例应用结果获得如下结论。

(1) 两交换启发式交叉算法对于对称和非对称旅行商问题都一样适用,在处理速度和效果方面综合考虑都比 GSX 交叉好。

(2) 三交换启发交叉变参算法,与两交换启发交叉算法比较,通过增加交配的父代染色体的数量,动态调整交叉和变异概率,从而降低了染色体近亲繁殖的可能,有效地控制了进化过程。

(3) 通过以实际生产数据为例,进行仿真,结果表明,所给出的算法非常有效。

(4) 应用 TSP 问题的改进遗传算法能够有效地解决轧钢厂生产批量计划问题。

参考文献

- 1 Lin S, Kernighan B W. An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem. *Operational Research*, 1971, 19: 486 ~ 515
- 2 Goldberg D E. Alleles, loci and the traveling salesman problem. In: Grefenstette J J, eds. *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*. Pittsburgh: Pittsburgh P A Carnegie-Mellon University, 1985. 154 ~ 159
- 3 Grefenstette J J, Gopal R, Rosmaita B *et al*. Genetic algorithm for TSP. In: Grefenstette J J, eds. *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*. Pittsburgh: Pittsburgh P A Carnegie-Mellon University, 1985. 160 ~ 168
- 4 Goldberg D E. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. MA: Addison Wesley Reading, 1989. 1 ~ 10
- 5 Cheng R W, Gen M. Crossover on intensive search and traveling salesman problem. In: Gen M, eds. *Proceedings of 16th International Conference on Computer & Industrial Engineering*. Japan: Nagoya Institute of Technology, 1994. 7 ~ 9: 568 ~ 579

Improved Genetic Algorithms for TSP

Tang Lixin

(School of Information Science and Engineering, NEU, Shenyang 110006)

ABSTRACT Two new improved GA algorithms are proposed for TSP problem: 2-exchange crossover heuristic and 3-exchange crossover heuristic algorithms. Simulation results show their effectiveness. The experiments also show that 3-exchange crossover heuristic algorithm is superior to 2-exchange crossover heuristics in performance.

KEY WORDS combine optimization, TSP, improved genetic algorithms.

(Received April 23, 1998)