

二 版面目录

A 关注/粉丝

☆ 精华区收藏夹

搜索版面、帖子、用户

首页 >> 版面目录 >> 三区: 学术研讨 >> 数学(Mathematics) >> 广中平佑: 数学中的创造性



广中平佑: 数学中的创造性 [复制链接]



LHC [离线] THE LARGE HADRON COLLIDER

该用户不存在

#1520

原载干《数学传播》第十二卷第一期

广中平佑先生 (H. Hironaka) 是本世纪最杰出的数学家之一,任教于美国哈佛大学,是 1970年 Fields medal 的得主,也是1975年日本文化勋章的得奖人。去年(民国七十六年) 六月,广中先生以国科会邀请讲习访问我国,台湾大学以英语发表演讲,其中之一便是〈数学中的创造性〉。本文系依据教育资料馆广中先生演讲之现场录音,采逐句翻译而写成,以便同时配合教育数据馆的配音工作。广中先生的演讲十分精彩,给予译者无限启发,极愿与读者分享。译文中不妥之处,尚祈各位读者不吝指正。另外,《数学传播》第一卷,第二期有黄奕章先生所译之〈文化勋章得奖人访问记〉,可供参考。

今天很荣幸能够到台湾大学来访问,也很荣幸有机会在台湾大学演讲,但是,一想到今天的讲题,我的心里就怕起来了,居然要在这么多富有创造力的先生面前谈创造性!如果我讲创造性讲得多了,恐怕会有人说:要是你真的那么懂得创造性,那你为什么没有很高的创造力呢?因此,我必须说,我不懂得创造性,也不晓得一个人要怎么样才能够更加有创造力,但是,有一件事我很清楚,也是我要强调的,那就是,也许我们不十分明白创造性是怎么一回事,但是创造性确实是一个非常重要的东西。

各位都晓得,今天台湾在经济方面的发展正是处于一个飞跃的阶段,许多日本人在到过台湾再回去日本的时候,总会称赞这个经济奇迹,总会觉得这十年的进步太大了。我想,在经济起飞以后,生活水准自然提高,这时候,人们在生活上的要求就不再局限于食、衣、住、行了。人们会要求更高一级的活动,会要求做些带有若干创造性的活动。我想,在人类的活动中,活动本身能够带来最大愉快感受的是创造性的活动。即使你做的事情不算丰功伟业,也不艰险困难,但是,只是事情里头带有创造性,而且你感觉到了它,我保证你一定会有强烈的愉快感受,一定觉得人生充实,意义十足。

前人谈创造性

首先,我要引述一些古圣先贤关于创造性的一些看法。关于这些,我读过很多书,这期间 ,有时候我感到十分困惑,我看到太多相互矛盾、相互抵触的说法。但是,最后,我还是 松了口气,因为,马克吐温曾经说,「富有创造力的天才们往往是满身矛盾,只有笨瓜才 是永远的一成不变,像石头一样」。

我先引述一段莫扎特的话,莫扎特是音乐天才,很小的时候就在乐曲创作上显露才华。他 说过类似这样的话:

当我耳聪目明、神清气朗的时候,或者是在舒适的用餐完毕散步的时候,或者在夜里不想睡觉的时候,忽然间,音乐意念会自然的涌入脑际,彷佛行云流水,说有多轻松,就有多轻松,这些意念从那来,怎么来,我不知道,我无法控制,它们出现在我的脑中好像与我无关,不是我刻意努力而得到的。一旦音乐意念多了,调子会一个接着一个的出现,排列极好,完全依据整篇乐章的要求而各就各位。我们思绪随着曲调而燃烧奔腾,所有的意念、曲子都在头脑中完成,我的头脑一下子就把整个乐章谱成,这情形就好像看画,一目了然的看到了整幅美丽的画面。它不是依照逻辑的先后次序形成,更没有任何细节的交代。它完全是以一个整体出现,让我在刹那间听完所有的音乐。

这个现象十分有意思,当然,莫扎特是天才,似乎天才是这样的。事实上呢?如果你把这段话多读几遍,你就不会认为这是非天才不可的事。譬如说,你去买某个东西的时候,常常是相当本能的、忽然的决定了要去买这个东西,想出去玩玩的时候,也常常是相当本能的决定去玩玩的,你并不是永远都仔细的推理、判断,然后做出最后的「理智」决定。总之,你是感觉该这么做,你就这么做了。这种决定往往在一念之间形成。每个人都有这种经验,这是人类思考过程中很有意思的一点。

在人工智能的研究中,一个研究的目标是要制造能够思考的机器。但是,只要我们坚持有条有理的逻辑先后次序,就不可能做出创造性的活动。这似乎在说,人类具有了一种了不起的「本能」。甚至于,不只是人类,就是大猩猩也多少具有这种能力。曾经有人训练大猩猩,要牠分辨图片,分辨人物。通常是实验室主持人要大猩猩在辨认人物或图片的时候,按个钮表示答案,答对了,有奖,可以吃条香蕉之类的东西。如果你仔细观察大猩猩做决定的过程,你会发现,它们是一眼看过人物或图片,便马上按下按钮,这个中间似乎没有一个是度,分析,即索或考别断的手续,在辨认对免的过程中,这是一个油炒的东西



A 关注/粉丝

搜索版面, 帖子, 用户

我刚才引述了一段莫扎特的话,现在要引一段爱迪生的话。爱迪生跟莫扎特很不一样。人人都知道爱迪生曾经说,天才是一份灵感,九十九分努力。他说,做成功一件事情的三个要素是一、勤勉,二、毅力,三、常识。除此之外,无它。这个说法也很有趣。当然,勤勉的意思是当你认为一件事是该做的时候,就立刻做好它,而不是说,慢慢来,下星期再说。只要眼前有事,是份内的,是做得来的,就快快做好它!

毅力是说在做事的过程中碰到困难,还能不屈不挠,努力向前。事实上,爱迪生还说过,很多人在一试再试不成,在长期努力后仍旧没有进展的时候常常会灰心,会认为没有可以再努力的机会了,但是,他说,灰心的时候,挫折、迟滞的时候,往往就是成功快要来到的时候。人们常常再快要成功的时候反而迷惘茫然。这个情形好像爬山,在距离高山远的地方遥望,山势雄伟,令人赞叹,但是,走近了,真的爬上山了,愈是接近山顶,就越不觉得自己身在雄伟之中。关于毅力,我就说这么多,下面要讲常识。

在人工智能做研究的人常常有这样的一个感觉,愈钻研得深,越会惊讶的发现人们的常识 里边包含了极为深奥有力的智慧与技巧。关于这个,有个小故事。有个麻省理工学院的教 授,有一天在火车上碰到一个家庭主妇,聊到他的工作,他说他是搞人工智能的,他的工 作是要制造有智能的机器。这位家庭主妇说,「好极了,我每天早上都要做荷包蛋,做的 时候,不思不想,十分呆板,这种机械性的工作也许该让你的机器来帮忙」。之后,这位 教授就想造一台做荷包蛋的机器,造来造去,总是不成。事实上,许多常识里的东西,许 多人人都会做,多能不假思索去做的事往往不是机械性的,它所牵涉的智慧远远超过想象

从一个意义上来看,常识所代表的是人类能力的最高形式。当着人们谈到计算器能够下棋 而认为他智慧高超的时候,似乎没有注意到计算器不会做很多大家认为简单的事情。像是 在林子里走路而不撞上树干;记了一个东西,忘掉了,又突然联想起来。许多我们认为极 平常毫无智慧可言的东西,在人工智能专家的眼中却是智慧无比。

爱迪生让我着迷的地方是他一面强调用功,一面又强调常识。许多人有丰富的常识,却不知怎么利用它,他说,如果有人充分发挥他的创造力,他会发现这创造力是力大无比。问题是很少人知道怎么把创造力发挥出来,事实上,人们在扼杀自己创造力上也是锐不可当,很少人知道有多少创造力给自己扼杀掉了。一个关于人类很有趣的特征是制造恐惧,在莫须有的情况下制造恐惧、制造疑虑来干扰、降低自己的工作能力;而一旦恐惧、疑虑消失了,我们会发现无比的信心,无比的创造力。

现在我们来比较一下爱迪生和莫扎特的话。乍看之下,两个人各说各话,甚至有些抵触,但是,如果仔细推敲一下,你会发现,他们是在谈论同一件事的两个不同方面,好像是钱币的正面和反面,这么一想,我就轻松多了。

创造力也许是人人都能拥有的东西,人人都在他的专业中、工作中表现他的创造力。不过 ,我今天要谈的是数学中的创造性,由于没有黑板,没办法写数学中的式子,我讲的东西 会非常抽象。

什么是隐晦

首先,我要说一下我自己的感觉。我想数学的思考方式在将来很重要,当然,我不是说现有的数学知识不重要。第一个理由是,在任何社会里,只要科技不断进步,应用技术与基础科学之间距离就会愈小,通常基础科学和应用科技间会有一段时间上的差距,但是这种时间上的差距会愈来愈短。第二个理由是经济发展好了,人们会开始追求一些更高一层的价值,不再满足于金钱、物质层次的东西;因为生活水准会提高,大家不太会为生活过分操心,大家会开始注意人际关系,注意人类所制造的东西带给人们的感觉,这种「人的因素」会变的更加重要。在这种情形下,有一门学问会重要起来,这就是「什么是隐晦 (a mbiguity)」。

如果你好好的看一看,或者说像我这样好好的看一看,你会发现人生处处有隐晦,大自然中、人类社会中,处处有隐晦;而许多长期的学术工作的目标便是在了解这些隐晦,然后,要是可能的话,除去这些隐晦;我常常在想,隐晦到底是什么,隐晦具有哪些特征,它和人类生活的关系如何;有哪些隐晦是我们应该除掉的,哪些是我们要忍受的、共存的,那些是增加生活的情趣、丰富人生的?我知道有许多隐晦让人疑惑、困扰、甚至痛苦。凡是造成灾难的过程中总都有一些隐晦,我不是说这些都是数学问题,但是我想,在我们做数学研究或者其它科学研究的时候,不妨脑筋一角留下这么一个问题,时时想想何谓隐晦,这样,将来有一天,我们一定能更清楚的认识隐晦。

往下的演讲中,我要试着把隐晦加以分类。我不知道我会不会成功。数学史中有很多有趣的例子。据说,很久很久以前,在埃及有土地掮客,玩一些几何小把戏,赚了大钱。一个把戏是这样的他们告诉别人,两块土地的周围如果一样长,那么这两块土地就一样大。因此,他们把一块土地切的扭扭曲曲的,弄得周边很长,面积很小,然后跟人交换。今天不会有人上这种当。每个人都晓得周长是一维的东西,面积是二维的东西,没什么大学问,但是,公元前十六世纪的时候,还有人郑重其事,著书立说谈这件事,叫大家不要给几何骗了。我想在科学的进展中,或者是数学的进展中,首先要做的是辨认出隐晦中的一些特点,或者找出隐晦来,然后想办法处理这些隐晦。我们想要了解隐晦,但有的人没留意到有隐晦,有的人比较敏锐,留意到了有隐晦,而这个,就常常是新的理论的起点。

现在我暂且列下一个有关隐晦的分类表,这个是个不成熟的分类,希望抛砖引玉,欢迎各



A 关注/粉丝

五、冲突 六、抱卵 七、方便

搜索版面, 帖子, 用户

这些是日本字,我不知道中国话怎么说。

一、杂音

第一类是大家常说的噪音;特别是指信息中的噪音。只要你有一个通讯系统,如果他的零件不是完美无缺,就会有一些不重要的或者不相干的东西出现,干扰到真正的讯息。另外一个情形是科学实验中常常会有不合理的数据,有所谓扭曲的信息。生物学家也会看到一些突变的生物。这些东西都可以叫做噪音。

在数学中,成功处理噪音的学问是统计学。好的统计是略去噪音、误差,而把整体的趋势表现出来;可能的话,创造一个统计模式,利用计算器做些模拟,以便预测未来的情形。但是,在统计方法中,有一个相当基本的困难,这个困难是关于统计模式的假设。到底怎样的假设才合理,是不是有更合理的假设,是不是该少做假设,而尽量以比较「开朗」的态度,以数据资料能显示的意义为重;数据本身是不是含有太多的误差,这些都是永远争执的地方。是要注意数据,还是注重假设。假设有时候会是荒唐的。有个法国朋友告诉我一件发生在俄国的故事。也许没这回事,这个法国朋友很爱说笑话。据他说,一九六〇年左右,俄国人发现科学家的数目增加很快,为了预测,他们做了统计模式,然后用计算器去算,结论是在公元两千年的时候,科学家的总数是当时全世界人口的两倍!

第二个隐晦是由于数据不全或者量度不够引起的。有时候我们需要找多一些数据或者新的参数。有时候会很成功。我所研究过的一个理论是关于化解奇点的理论,在几何中,碰到奇点是头痛的事,一旦碰到奇点,微分、积分都不好弄了,但是,如果你能加些参数,化解这些奇点,那么作微分、积分都不成问题。当然在化解奇点后所得的理论必须拿回原先有奇点的情况下去找寻意义,不过,化了奇点就可以多做一些分析工作。所以,找寻新的参数是一个要紧的问题,许多隐晦是由于这种数据或参数不足而产生的,运气好,也许可以找到新的数据、新的参数,也有时候,运气不好,也没办法。

图一: 化解奇点

有一次,我和一些日本商人聊天,什么都谈,数学、生意,无所不谈。其中一位跟我说,你们学术界的人总是从假设出发,然后导出在这样假设之下所可能产生的结论。换句话说,你们重视的是起因。但是,在商界,情况是反过来的,我们总是从结论开始想,常常是先有一些意料之外的情况发生了,我们才开始想,才开始去找造成这些情况的原因。所以商界的人重视的是结果,而不是假设。这都是他说的。其实,你是要仔细想一下,你会发现,即使是在数学的范围里头,最有趣的研究工作往往是从不完整的假设开始的,是从不完整的数据开始的。事实上,在解一个问题的时候,或者在建立一套新的理论的时候,如果你要等到数据全了,所需的技巧都有了才开始,那么,我可以老实告诉你,你一定落伍了

我想这些和教育也有关系。我相信,在教育中间,应该让年轻人学习处理数据不全,或假设不足的问题。很不幸的,在所有的考试场里,试题总是毫无瑕疵的试题。教师们在出考题的时候总要费心费力的把题目中的假设交代得完整明白,不能少掉任何一个条件,不能有任何互相矛盾的条件。而在实际生活上,或者甚至在数学研究工作中,我们通常是从一堆很可能相互矛盾的条件出发,而且,一旦发现相互矛盾的东西,我们都会兴奋的。

有一个情形是大家都晓得的,在美国,中学生常常被要求去解一些资料不全或条件不充分的问题,甚至在数学课上也是这样。譬如说,随便找一个附近的小池塘,要学生量出池塘里有多少水。当然,学生们不晓得池塘底面的形状,于是大家开始讨论。有人说,划个船到池塘里,想办法量出池塘里每个位置的深度。但是,也有许多人觉得这样做太费事,而且不精确。也许该有别的好办法,譬如说,倒几桶酱油下去,等酱油在池塘里散布均匀了,来量一量水里酱油的浓度。当然,马上会有人以环保上的考虑而反对。总之,一波接一波的讨论中,同学们会培养出一种在条件不清楚、资料不齐全的情况下思考问题的习惯。他们必须依据情况,自己给自己提出问题,提出更恰当的问题。

下边我随便说个小故事,说起来有点不好意思。有一次在日本,有个杂志的编辑说,广中 先生数学很棒(这是他们说的,我从不这么说),我们来挑个数学考试成绩最好的高中毕 业生跟他比,看谁厉害。我拒绝了,道理很简单,一定是他们赢,因为他们是考试专家。 当然,他们在进大学以后就不再是考试专家了,我在进大学时候也是专家,也很会考试, 可是,不弹此调很久了。当时,我是拒绝了,可是,我说,如果题目的条件不完整,而且 也可能含有矛盾的条件的话,我可以参加比赛。结果是他们不肯,也就没赛了。

三、繁杂



A 关注/粉丝

搜索版面, 帖子, 用户

是,一冲击到岸边岩石,则立刻浪花四溅,毫无头绪。有些数学家想要了解这一类的复杂 现象。困难的地方是,你要是越想弄精确,你就可能越胡涂。我的意思是这样的,如果你 想把海岸线的确切位置完全准确的弄清楚, 你会自循苦恼, 原因很简单, 水位时高时低, 还有浪花在捣蛋。但是,如果你从人造卫星上往下看,看台湾的形状,那么,山是山,海 是海,海岸线十分明白。我说这些有一个意思,那就是碰到这类问题,你必须知所取舍, 必须知道该丢掉那些细节,该强调那些要素。

图二: 碎形几何

我个人觉得这方面的知识还不够丰富。但是有一件事是值得注意的,就是碎形几何学(f ractal geometry)。碎形几何学的基本想法是这样的:复杂的几何图形或现象,只要是 自然产生的,那么其间一定有一种很有意思的相似性;他们把他叫做内在相似性,譬如说 ,股票价格,上上下下的,毫无规则可言,如果你是每分每秒的注意股票价格,你恐怕会 毫无头绪,什么也看不出来,但是,很显然的,一周内的股价变化和一个月内的股价变化 ,和一年内的股价变化之间是有些共同性的。在整个事件和他的一部分之间存在一种相似 性。如果你听音乐、特别是年轻人爱听的吵吵闹闹的音乐、你会发现、每一小节都具有一 些和整个乐曲共同的特点。再看生物演化,整个生物的演化过程虽然有很长很长的历史, 但是,他和一个人的个体生命从孕育到寿终的过程是有一些共同性的。很多非常复杂的现 象都有这种它的全体和它的部分的内在相似性,你可以开始量度它,看看相似的程度、性 质、试试看把复杂的东西加以分类。

四、不可测

第四类的隐晦是由于推测上的困难引起的。譬如丢骰子、玩轮盘赌博,总是推测不准的。 当然,有时成功的可能性是百分之九十九,但这仍旧不是说你一定会成功。在这种情形, 你最多只能说出成功的可能性有多大,或者说,成功的机率是多大。这时候,我们只能采 取机率的观点,去了解现象的本质。大家都晓得爱因斯坦似乎说过,他相信上帝创造世界 绝不是在玩骰子。在一讨论扰乱现象级碎形几何学的物理学术会议上,乔治亚理工学院的 福特教授给了一个演讲、题目是〈我的世界是玩骰子玩出来的〉。他在演讲开始的时候说 : 「当然,毫无疑问的,我的世界是玩骰子玩出来的,但是,问题的关键不是玩不玩骰子 , 而是, 如果玩骰子, 这个骰子有哪些特性? 」

五. 冲突

第五类的隐晦出现在动力系统。有些现象是动态的,相反的力量互相对抗,产生一些隐晦 ,譬如说分歧点 (bifurcation) 就是一种。

图三: 本图说明在分歧点上, 沿不同的方向走, 会产生不同的结果

分歧点是这样的,在有的动力系统中,如果再一个关键时刻犯了一个小差错,那么这个差 错会很快的加大,而在往后的时刻中不可能弥补回来。一个比喻是高速公路上的出口,要 是在那关口上走错一步,那就只好一路错下去,回头太危险。这种关键的地方就叫分歧点 。动力系统中的另外一个情形可以叫做物极必反。好比爱与恨,我们不太会恨一个你没友 爱过的人,人与人间相处,感情好了,相爱了,但是,有时候,会忽然间爱意转成恨意。 相反的, 恨意也会忽然间变成爱意。西部武打电影里常常有这样的情节: 两个大汉相斗, 怒目相视,拳脚交加,但是,忽然间两造精疲力竭,倒在地上,英雄惜英雄! 六. 抱卵

第六类的隐晦和人类的心理有关。将来我们一定能更了解这种人类心理中的孕育过程。如 果人类想制造一个有智能的机器,我认为了解这种孕育过程是极为重要的。我现在还不太 能描述这个孕育过程,不过,似乎有这样一种说法,在一个人坚定信念形成之前,都会有 一段完全茫然困顿或是心不在焉的阶段。好像传说中一些宗教里受苦受难的先知,都有过 一段全然困惑无知的状态。打个比喻,好像洗相片,一定要在暗房里才洗的出好照片。人 们往往在一段空白无知的时期之后,而不是在刻意思索又思索之后,忽然间,豁然开朗, 真相大白,复杂的东西条理分明的整个呈现眼前。就好像前面引述的莫扎特的话那样,这 是一种很难了解的过程,可能和人类思考活动的不逻辑性有关,似乎人类的思考过程不是 合乎逻辑的一步一步推向结论,而是有时候需要先观看全体,而在逐渐擦掉你不想要的部 分,最后留下来的刚好是假设与结论间的明确关系。似乎一定要有这么一个心不在焉的、 一片空白的无知状态,才会弄清楚一些东西。如果你有这种心不在焉的经验,也许你会有 成为科学家的可能。好了,我快要停止关于隐晦的分类工作了。

七、方便

各位都晓得,分类事弄过了头就没意思了。一个简单的办法是,先列出几模拟较明白的, 然后说,最后一类就是所有其余没谈到的。哈!哈!我的第七类隐晦就是我今天所没谈到 的隐晦。至少我要指出,有的隐晦可以和我们和平共处,是可以忍受的,有的甚至可以增 加生活情趣,应当加以利用。我认为我们应该正视它,分析这些隐晦,我相信将来我们一 定可以有更好的了解。我相信,如果我们能把最后一类弄得清楚些,那么一定可以把其它

