

知乎



首发于

CODE Viens Vanité



教程: 打造你自己的数学函数



酱紫君

数学 话题的优秀回答者

已关注

49 人赞同了该文章

这节我们来将研究下怎么定义一个像内置函数一样的数学函数.

最终效果大概和卡塔兰数 `CatalanNumber[]` 差不多

定义一个函数: $\infty_z = \frac{W(-\ln(z))}{-\ln(z)}$

定义出来的函数要有自己的书写形式, 要能进行数值计算, 要能正确的输出TeX格式.

先写出来这个函数:

```
TetraTower[z_]:=ProductLog[-Log[z]]/-Log[z];
```

但是根本没法保持这个形式啊, 直接就被替换掉了.

```
In[1]:= TetraTower[z_]:= ProductLog[-Log[z]]/-Log[z];  
In[2]:= TetraTower[z]  
Out[2]= -  
Log[z]
```

▲ 赞同 49 ▼

● 1 条评论

➤ 分享

★ 收藏

知乎



首发于

CODE Viens Vanité

接下来我们想给出他的书写形式: ∞x

但是...没有这种标记法啊

TeX 里也是没有左标的, 一般来说实现方式是插个空白

`{_b^a \! X_d^c}`, 渲染一下 ${}_b^a X_d^c$

等价的表达式就是:

```
TetraTower[z_?NumericQ]:=ProductLog[-Log[z]]/-Log[z];
Format[TetraTower[z_],TraditionalForm]:=DisplayForm@RowBox[
  {SuperscriptBox[" ", "\[Infinity]"], "(" , z, ")" }]
```

感觉就像在写 plainTeX.....

来试试效果

```

In[1]:= TetraTower[a] // TraditionalForm
TetraTower[a] // TeXForm

Out[1]/TraditionalForm=

$$\infty (a)$$


Out[2]/TeXForm=
\text{ }^{\infty }(a)
```

效果很糟糕, TeX式还是错的,事实上如果右键复制会发现成了: `\text{Null}^{\infty }(a)`

而且如果你细心的话会发现内置函数光标移上去会显示函数名:

```

In[1]:= Cos[k x] * BesselJ[1, k r] // TraditionalForm

Out[1]/TraditionalForm=

$$J_1(k r) \cos(k x)$$

```

The screenshot shows the Mathematica interface. The input is `Cos[k x] * BesselJ[1, k r] // TraditionalForm`. The output is $J_1(k r) \cos(k x)$. A mouse cursor is hovering over the `BesselJ` function in the input, and a tooltip box appears below it containing the text `BesselJ`.

这是什么黑科技??



赞同 49



1 条评论

分享

收藏



当然扔其他地方是一样的.

括号问题可以通过原子判定解决掉

空格问题么...空格是空格, 真正的空白是 `\[Null]`

另外 TeX 里的 `\!` 对应的应该是 `\[NegativeThinSpace]` .

```
TetraTower[z_?NumericQ]:=ProductLog[-Log[z]]/-Log[z];
Format[TetraTower[z_?AtomQ],TraditionalForm]:=DisplayForm@Tooltip[
  RowBox[{SuperscriptBox["\[Null]", "\[Infinity]", "\[NegativeThinSpace]", z]],
  "TetraTower"]
Format[TetraTower[z_],TraditionalForm]:=DisplayForm@Tooltip[
  RowBox[{SuperscriptBox["\[Null]", "\[Infinity]", "(" , z, ")" }],
  "TetraTower"]
```

```
^ In[1]:= TetraTower[z^2] // TraditionalForm
          TetraTower[z] // TraditionalForm
          TetraTower[2] // HoldForm // TeXForm

Out[1]//TraditionalForm=

$$\infty(z^2)$$


Out[2]//TraditionalForm= TetraTower

$$\infty_z$$


Out[3]//TeXForm=

$$^{\{\infty\}}! 2$$

```

完美, 无论是提示条, 书写效果还是TeX格式都很标准!

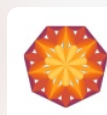
其实还是有小瑕疵, 这么定义的书写式和TeX式不能反向转化成标准式(单射).

当然其实还有更完美的解决方案...

但是要用到样式表, 超纲了, 我就不展开讲了...

How can I type left (sub)superscript?

mathematica.stackexchange.com



▲ 赞同 49



● 1 条评论

➤ 分享

★ 收藏

知乎



首发于

CODE Viens Vanité

一个暴力的方法是重载求导算符...

那岂不是相当于要手推微积分性质了???

Emmm, 我们可以抓个样板, 比如看看那些组合函数的定义.

^ In[1]:= LogBarnesG // PDL

» 函数查询: LogBarnesG

```
LogBarnesG[DirectedInfinity[1]] := Infinity;
```

```
LogBarnesG[n_Integer /; LessEqual[n, 0]] := -Infinity;
```

```
LogBarnesG[1 | 2 | 3] := 0;
```

```
LogBarnesG[z_?InexactNumberQ] := Module[{prec, w},
  If[And[Greater[Abs @ z, 10], !Negative @ z],
    prec = Precision @ z;
    w = N[Pi] * Abs[z];
    If[Less[prec * Log[100], w + Log[w]],
      Return[AsymptLogBarnesG @ z]
    ];
  ];
  Plus[(z * Log[2 * Pi]) / 2,
    Plus[(z - 1) * (LogGamma[z] + -(z / 2)),
      -PolyGamma[-2, z]
    ]
  ]
];
```

```
LogBarnesG /: Derivative[1][LogBarnesG] := Function[
  ((# - 1) * PolyGamma[#]) + (-#) + (Log[2 * Pi] + 1) / 2
];
```

```
Attributes[LogBarnesG] := {Listable, NumericFunction, Protected, ReadProtected};
```

```
LogBarnesG[___][___] := <<kernel function>>;
```

看到倒数第三段, 原来是用 `/:` 定义了 函数上值 啊

我又看了下其他函数, 发现只有 级数 和 导数 是定义在上值里的.

函数展开, 积分, 生成函数, 反函数之类的都是定义在规则里的...



赞同 49



1 条评论

分享

收藏

知乎



首发于

CODE Viens Vanité

想不到吧, 打表大法...

这个函数没有(符号)积分, 就不定义了

我们定义下反函数好了...因为它有两叶, 反函数要选取合适的分割

还要添加一些代数运算法则...不知道有没有别的解法, 但是暴力重载掉 **FunctionExpand** 是肯定可以的...

```
TetraSSR[z_?NumericQ]:=z^(1/z);
Unprotect[InverseFunction,FunctionExpand]
FunctionExpand@TetraTower[z_]:=ProductLog[-Log[z]]/-Log[z];
FunctionExpand@TetraSSR[z_]:=z^(1/z);
InverseFunction[TetraTower]=TetraSSR;
InverseFunction[TetraSSR]=TetraTower;
```

发布于 2018-01-02

Wolfram Mathematica

文章被以下专栏收录



▲ 赞同 49



● 1 条评论

➤ 分享

★ 收藏

推荐阅读



震惊！这个函数严格递增，导函数却几乎为0！

Kuchler



Dirichlet 定理

三川啦啦啦

如
e:
学
昨
H
实
就

金

1 条评论

⇌ 切换为时间排序

写下你的评论...



wxway

2 年前

PDL是什么啊.....

似乎不是内置？

👍 赞



▲ 赞同 49



💬 1 条评论

➦ 分享

★ 收藏