

## 演習問題 5.6

`deleteMin` が  $O(\log n)$  償却時間で実行されることを示す。

`deleteMin t` の償却コストが  $\mathcal{A}(t) \leq 1 + 2\phi(t) = 1 + 2\log(\#t)$  を満たすことを示す。

`s' = deleteMin s` とすると、この時の構造の変化は以下ようになる。

```

      s = y          x = s'
      / \          / \
    t = x   b    => u'  y = t'
      / \          / \
      u   a          a  b
  
```

ただし、`u' = deleteMin u` とする。すると、

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{A}(s) \\
 = & \{ \mathcal{A} \text{ の定義} \} \\
 & \mathcal{T}(s) + \Phi(s') - \Phi(s) \\
 = & \{ \mathcal{T}(s) = 1 + \mathcal{T}(u) \} \\
 & 1 + \mathcal{T}(u) + \Phi(s') - \Phi(s) \\
 = & \{ \mathcal{T}(u) = \mathcal{A}(u) - \Phi(u') + \Phi(u) \} \\
 & 1 + \mathcal{A}(u) - \Phi(u') + \Phi(u) + \Phi(s') - \Phi(s) \\
 = & \{ \Phi(s'), \Phi(s) \text{ を展開して単純化} \} \\
 & 1 + \mathcal{A}(u) + \phi(s') + \phi(t') - \phi(s) - \phi(t) \\
 \leq & \{ \text{帰納法の仮定: } \mathcal{A}(u) \leq 1 + 2\phi(u) \} \\
 & 2 + 2\phi(u) + \phi(s') + \phi(t') - \phi(s) - \phi(t) \\
 < & \{ \phi(u) < \phi(t) \text{ と } \phi(s') < \phi(s) \} \\
 & 2 + \phi(u) + \phi(t') \\
 < & \{ \#u + \#t' < \#s \text{ と補題5.1} \} \\
 & 1 + 2\phi(s)
 \end{aligned}$$

となる。