

## 演習問題 5.3

---

二項ヒープの `merge` と `deleteMin` が  $O(\log n)$  償却時間で実行されることを示す。

### merge

---

マージする2つのヒープに含まれる木の数をそれぞれ  $t_1, t_2$  とする。

また、2つのヒープの要素数の和を  $n$  とする。

`merge` の呼び出しには  $t_1 + t_2 + k$  がかかる。

ただし  $k$  は `link` の呼び出し回数で、 $\max(t_1, t_2) \geq k$  を満たす。

`merge` 後の木の個数は  $t_1 + t_2 - k$  となる。

このとき償却コストは  $(t_1 + t_2 + k) + (t_1 + t_2 - k) - (t_1 + t_2) = t_1 + t_2$  となる。

`merge` 前の要素数の和と `merge` 後の要素数は等しく  $n$  であるため、

$t_1 + t_2 - k$  は  $n$  の2進表記における1の数の数に等しい。

よって、 $t_1 + t_2 - k \leq \log_2 n$  であり、 $\max(t_1, t_2) \geq k$  から  $k$  は  $t_1 + t_2$  のオーダーに影響しないので、

$t_1 + t_2$  は  $O(\log n)$  となる。

### deleteMin

---

TODO