

Задача об оптимальной остановке в случае наличия инсайдерской информации

Дмитрий Крылов

Научный руководитель: А.В. Куликов

21 января 2026 г.

Постановка задачи

Задача оптимальной продажи:

$$\mathbb{E}(X_t) \rightarrow \max, t \leq T$$

Фильтрованное вероятностное пространство

$$\mathcal{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t, -b - y \cdot t \leq X_\tau \leq a + x \cdot t, \tau \leq T), t \leq T$$

Случайное блуждание

$$X_n = (S_n \mid -b - y \cdot k \leq S_k \leq a + x \cdot k, k \in \{1, \dots, N\}).$$

Обзор литературы

Найдены границы остановки для

- задачи с известным значением в конечный момент времени (броуновский мост) — Shepp, 1969, Ekström и Wanntorp, 2009;
- коридора цены ($x = y = 0$) — Куликов и Бальхаев, 2017;

Есть эксперименты, в которых анализ границ ценности успешно используется для предсказания цены в будущем.

План на осенний семестр

- 1 Найти оптимальную границу остановки и изучить её свойства.
- 2 Обучить ML-модель для решения задачи с инсайдерской информацией. Это проект по курсу Введение в финансовые рынки. Совместно со студентом Б05-205г Андреем Стрелковым.

Результаты

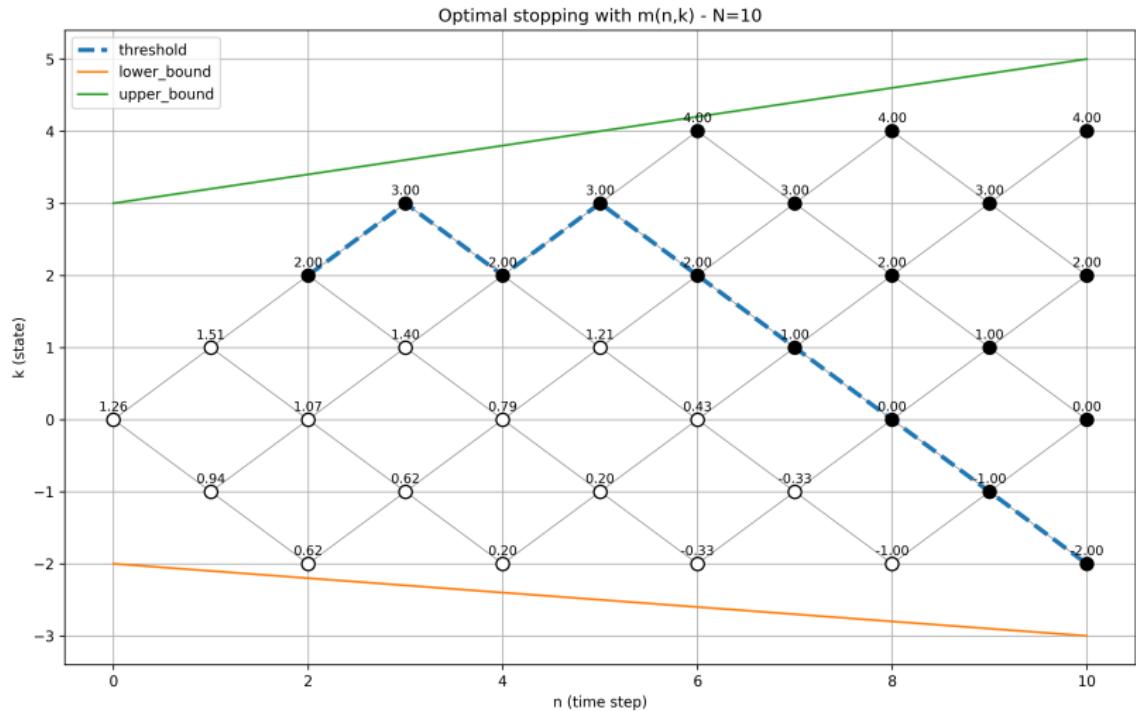
$$m(n, k) = \sup_{n \leq \tau \leq N} \mathbb{E}(X_\tau \mid X_n = k)$$

$$m(n, k) = \max(k, p \cdot m(n+1, k+1) + (1-p) \cdot m(n+1, k-1))$$

Правило: продавать, если $m(n, k) = k$. По определению $m(n, k) \geq k$.

Сложность вычислений: предварительный расчёт за $\mathcal{O}((x-y)N^2)$, решение для конкретного шага за $\mathcal{O}(1)$.

Результаты



Результаты

- Граница остановки убывает и состоит из отрезков с наклоном -1.
- Граница будет выпукла при переходе к непрерывному времени.
- $m(n, k) = k \Rightarrow m(n - 1, k + 1) = k + 1, m(n, k + 2) = k + 2;$
- $m(n, k) > k \Rightarrow m(n - 1, k - 1) > k - 1, m(n - 2, k) > k$

Численные эксперименты

Для каждой траектории генерируется случайное блуждание длины N .

Таргет - $\max_{\tau \in [t, N]} (X_\tau)$

Верхняя и нижняя границы: $X_t \approx at + b$ — по МНК, дальше отступ на R_{\max}, R_{\min} — максимальные и минимальные остатки.

Каждый временной шаг кодируется шестью признаками:

$$f_t = \{X_t, N - t, a_u, b_u, a_l, b_l\}$$

Модель: GRU.

План на следующий семестр

- 1 Перенести результаты на винеровский процесс через предельный переход.
- 2 Адаптировать и протестировать на реальных данных.
- 3 Обучить ML-модель для решения задачи с инсайдерской информацией.
- 4 Изменить подход к генерации данных и обучению модели: обучить модель для предсказания оптимальной границы остановки.

Результаты

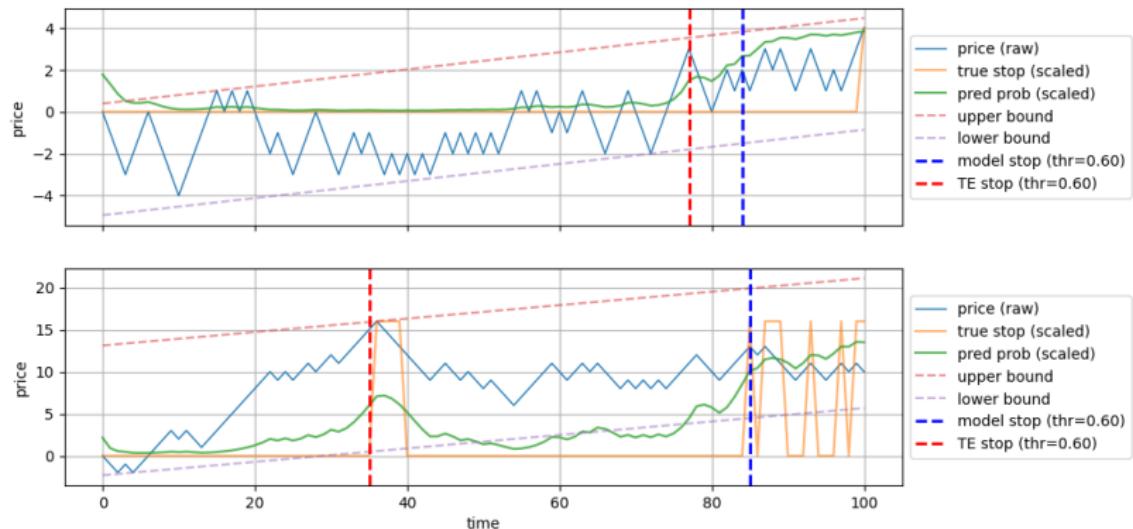


Рис. 1: $N = 100$, epochs=50

Результаты

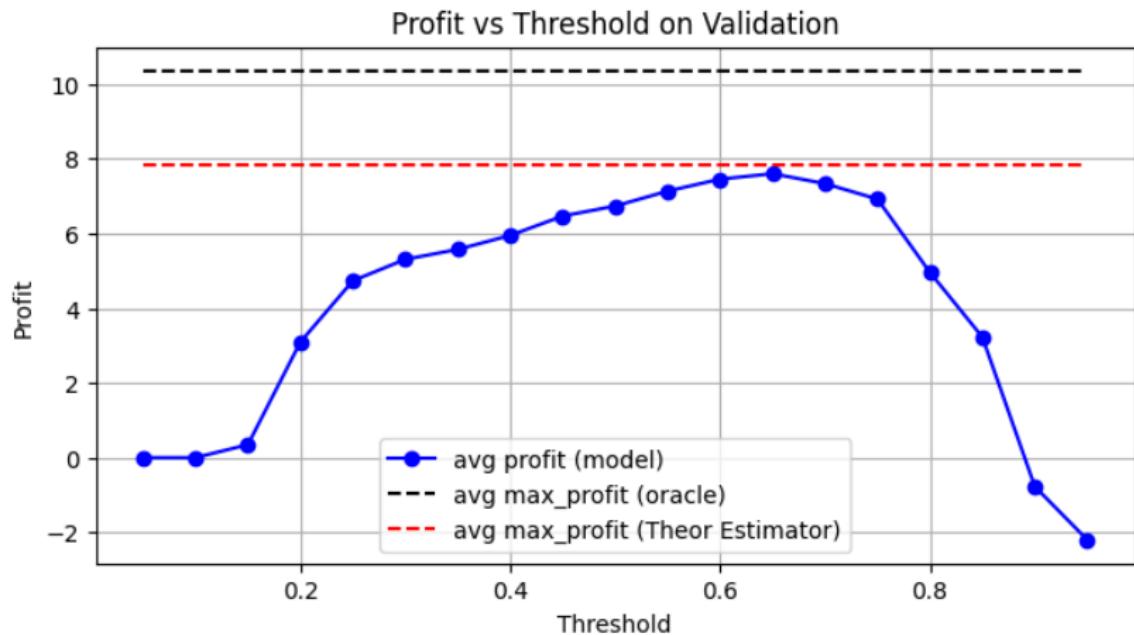


Рис. 2: N = 200, epochs=50

Сравнение

N	epochs	model average	theor average
100	50	0.79	0.82
200	50	0.73	0.76
400	50	0.55	0.74
400	100	0.74	0.74

Таблица 1: Прибыль модели при наилучшем пороговом значении (threshold) и прибыль при использовании теоретических расчётов $m(n, k)$. Нормировка на максимальную среднюю прибыль