

TFG del Grado en Ingeniería Informática

Herramienta docente para la visualización en Web de algoritmos de aprendizaje Semi-Supervisado



Presentado por David Martínez Acha en Universidad de Burgos — 27 de abril de 2023

Tutor: Álvar Arnaiz González Cotutor: César Ignacio García Osorio



D. Álvar Arnaiz González, profesor del departamento de Ingeniería Informática, área de Lenguajes y Sistemas informáticos, junto a D. César Ignacio García Osorio, profesor del departamento de Ingeniería Informática, área de Lenguajes y Sistemas informáticos.

Exponen:

Que el alumno D. David Martínez Acha, con DNI 71310644H, ha realizado el Trabajo final de Grado en Ingeniería Informática titulado Herramienta docente para la visualización en Web de algoritmos de aprendizaje Semi-Supervisado.

Y que dicho trabajo ha sido realizado por el alumno bajo la dirección del que suscribe, en virtud de lo cual se autoriza su presentación y defensa.

En Burgos, 27 de abril de 2023

 V° . B° . del Tutor: V° . B° . del co-tutor:

Álvar Arnaiz González César Ignacio García Osorio

Resumen

En este primer apartado se hace una **breve** presentación del tema que se aborda en el proyecto.

Descriptores

aprendizaje automático, aprendizaje semi-supervisado, visualización de algoritmos, web

Abstract

A **brief** presentation of the topic addressed in the project.

Keywords

machine learning, semi-supervised learning, algorithm visualization, web

Índice general

Índice	general	iii
Índice	de figuras	\mathbf{v}
Índice	de tablas	vi
Introd	ucción	1
Objeti	vos del proyecto	3
Conce	otos teóricos	5
3.1.	Aprendizaje automático	5
	as y herramientas	17
4.1.	Técnicas	17
4.2.	Herramientas	17
Aspect	os relevantes del desarrollo del proyecto	23
5.1.	Elección del proyecto y la realidad	23
5.2.	Versión de Python	24
5.3.	Utilidades para los algoritmos	24
	os relacionados	27
6.1.	Visualizadores	27
6.2.	Otras herramientas/bibliotecas	30
Conclu	isionos y Línose do trabajo futuras	35

IV	ÍNDICE GENERAL

Bibliografía	37
--------------	----

Índice de figuras

3.1.	Clasificación de aprendizaje automático [17]	6
3.2.	Funcionamiento general del aprendizaje supervisado [7]	7
3.3.	Clusters	9
3.4.	Taxonomía de métodos semi-supervisados [19] 1	1
6.1.	K-Means Clustering en algorithm-visualizer	31
6.2.	Viajante de comercio en VISUALGO	32
6.3.	Mergesort en Visualizer (Zhenbang Feng)	32
6.4.	K-Means en Clutering-Visualizer	33
6.5.	Clasificación mediante Support Vector Machine en MLDemos 3	34

Índice de tablas

6.1. Características que influyen en los objetivos pedagógicos. 30

Introducción

El ámbito del aprendizaje automático «machine learning» es un campo muy interesante y que cada vez recibe más atención. La realidad es que la mayor parte del conocimiento está muy centrado en dos tipos de aprendizaje automático: el supervisado y el no supervisado. En cuanto se indaga un poco en «machine learning» estos dos conceptos empiezan a rondar. Pero del que no se oye tanto, y puede ser muy beneficioso, es el aprendizaje semi-supervisado.

El aprendizaje supervisado, en pocas palabras, permite aprovechar situaciones en las que se sabe qué representa un dato (por ejemplo, dada una animal, se sabe si el animal es un perro o un pato), el no supervisado no tiene esta «suerte», se utiliza en casos en los que no se tiene ese conocimiento, sino que es él mismo el que intenta extraer las representaciones (por ejemplo, para un conjunto de animales, podría distinguir entre los que tiene pico y alas y los que tienen cuatro patas sin necesidad de saber qué animal concreto es). En la realidad (obviando los ejemplos tan sencillos comentados), el «etiquetado» de los datos suele ser muy costoso y se tienen muchos más datos que no se sabe qué representan, el aprendizaje semi-supervisado es el ideal en estos casos y es que permite inferir conocimiento para estos últimos y determinar a qué corresponden.

Centrando más el objetivo final de este trabajo, no existen muchas aplicaciones que permitan compaginar la teoría de estos conceptos con visualizaciones interesantes que ayuden a comprender su funcionamiento y mucho menos, para los algoritmos semi-supervisados que incluso en muchos casos suelen obviarse. Vista la carencia en este ámbito, este trabajo pretende crear una aplicación amigable y atractiva que permita, mediante visualizaciones, comprender realmente cómo funcionan los principales algoritmos semi-supervisados cuando se compagina con los conceptos teóricos.

2 Introducción

Las herramientas de fácil acceso, como las páginas Web que no requieren de instalación por parte del usuario, van de la mano con la globalización de internet. Es por ello que esta herramienta, categorizada ya como docente, será accesible desde internet. La idea de esto es permitir a los usuarios la rapidez y facilidad de acceder simplemente a una «URL» sin necesidad de herramientas auxiliares.

Además, los datos de las visualizaciones serán proporcionados por una biblioteca propia donde se implementen estos algoritmos. Estarán adaptados para la obtención de la información del entrenamiento y estadísticas relevantes, pero en su caso también están pensados para que puedan ser utilizados de forma general.

Objetivos del proyecto

Este apartado explica de forma precisa y concisa cuáles son los objetivos que se persiguen con la realización del proyecto.

Los **objetivos generales** del proyecto son los que siguen:

- 1. Implementación de una librería con 4 algoritmos de aprendizaje semisupervisado más comunes (en el momento del inicio no estaban elegidos).
- 2. Diseño y creación de una aplicación Web desde la accesibilidad y enfoque docente (ayudas contextuales, explicaciones, pseudocódigos, instrucciones...).
- 3. Integración de los 4 algoritmos en la aplicación Web para su visualización.
- 4. Crear un sistema de usuarios que les permita controlar sus ficheros y ejecuciones.
- 5. Internacionalización de la Web.

Como **requisitos técnicos** y más particulares del proyecto se encuentran los siguientes:

- 1. Objetivos técnicos
- 2. Implementación de los algoritmos en Python 3.10.
- Utilización del framewrok Flask para el desarrollo de la aplicación Web.

- 4. Diseño de la Web basado en Bootstrap 5.
- 5. Creación de las visualizaciones mediante JavaScript y la librería D3.js.
- 6. Optimizar al máximo posible el procesamiento de datos y entrenamiento.
- 7. Internacionalización mediante Babel (Flask-Babel).
- 8. Creación y manejo de una base de datos para usuarios (y relativos) con independencia de la tecnología utilizada (SQLAlchemy).
- 9. Realización de pruebas sobre el software desarrollado (comparativa/validación con otras librerías y test unitarios mediante pytest).
- 10. Crear una documentación de usuario y programador precisa y completa.

Conceptos teóricos

En esta sección se presentarán los principales conceptos teóricos del proyecto. Estos incluyen el aprendizaje automático y más específicamente el aprendizaje semi-supervisado.

3.1. Aprendizaje automático

Según [12], el aprendizaje automático (machine learning) es una rama de la Inteligencia artificial como una técnica de análisis de datos que enseña a las computadoras a aprender de la **experiencia** (es decir, lo que realizan los humanos). Para ello, el aprendizaje automático se nutre de gran cantidad de datos (o los suficientes para el problema concreto) que son procesados por ciertos algoritmos. Estos datos son ejemplos (también llamados instancias o prototipos), [18] mediante los cuales, los algoritmos son capaces de generalizar comportamientos que se encuentran ocultos.

La característica principal de estos algoritmos es que son capaces de mejorar su rendimiento de forma automática basándose en procesos de entrenamiento y también en las fases posteriores de explotación. Debido a sus propiedades, el aprendizaje automático se ha convertido en un campo de alta importancia, aplicándose a multitud de campos como medicina, automoción, visión artificial... Los tipos de aprendizaje automático se suelen clasificar en los siguientes: aprendizaje supervisado, aprendizaje no supervisado y aprendizaje por refuerzo. Sin embargo, aparece una nueva disciplina que se encuentra a caballo entre el supervisado y no supervisado (utiliza tanto datos etiquetados como no etiquetados para el entrenamiento) [19].

En la figura 3.1 se puede ver una clasificación de aprendizaje automático.

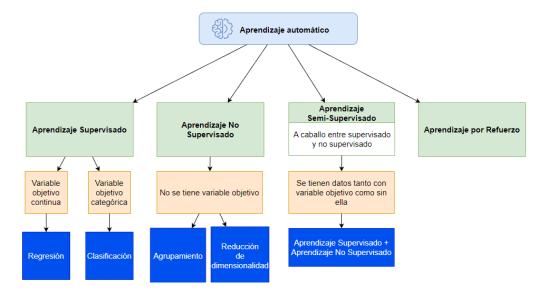


Figura 3.1: Clasificación de aprendizaje automático [17].

Aprendizaje supervisado

El aprendizaje supervisado es una de las aproximaciones del aprendizaje automático. Los algoritmos de aprendizaje supervisado son entrenados con datos que han sido etiquetados para una salida concreta [15]. Por ejemplo, dadas unas biopsias de pacientes, una posible etiqueta es si padecen de cáncer o no. Estos datos tienen una serie de características (e.g. en el caso de una biopsia se tendría la edad, tamaño tumoral, si ha tenido lugar mitosis o no...) y todas ellas pueden ser binarias, categóricas o continuas [7].

Es común que antes del entrenamiento, estos datos son particionados en: conjunto de entrenamiento, conjunto de test o conjunto de validación. De forma resumida, el conjunto de entrenamiento serán los datos que utilice el propio algoritmo para aprender y generalizar los comportamientos ocultos de los mismos. El conjunto de validación se utilizará para tener un control de que el modelo está generalizando y no sobreajustando (memorizando los datos) y por último, el conjunto de test sirve para estimar el rendimiento real que podrá tener el modelo en explotación [20]. En la figura 3.2 puede visualizarse el funcionamiento general.

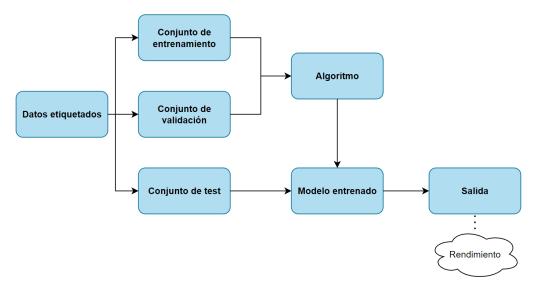


Figura 3.2: Funcionamiento general del aprendizaje supervisado [7].

El aprendizaje supervisado está altamente influenciado por esto. Por un lado, si las etiquetas son categóricas o binarias el modelo será de **clasificación** y por otro, si las etiquetas son continuas el modelo será de **regresión**.

- Clasificación: Los algoritmos de clasificación, a veces denominados simplemente como clasificadores, tratan de predecir la clase de una nueva entrada a partir del entrenamiento previo realizado. Estas clases son discretas y en clasificación pueden referirse a clases (o etiquetas) binarias o clases múltiples.
- Regresión: En este caso, el algoritmo asigna un valor continuo a una entrada. Es decir, trata de encontrar una función continua basándose en las variables de entrada. Se denomina también ajuste de funciones.

Aprendizaje no supervisado

A diferencia del aprendizaje supervisado, en el no supervisado, los algoritmos no se nutren de datos etiquetados. En otras palabras, los usuarios no «supervisan» el modelo [8]. Esto quiere decir que no aprenderán de etiquetas, sino de la propia estructura que se encuentre en los datos (patrones). Por ejemplo, dadas unas imágenes de animales, sin especificar cuál es cuál, el aprendizaje no supervisado identificará las similitudes entre imágenes y como resultado podría dar la separación de las especies (o separaciones entre colores, pelaje, raza...).

Como principales usos del aprendizaje no supervisado, suele aplicarse a:

- 1. Agrupamiento (Clustering): Este modelo de aprendizaje no supervisado trata de dividir los datos en grupos. Para ello, estudia las similitudes entre ellos y también en las disimilitudes con otros. Estos modelos pueden tanto descubrir por ellos mismos los «clústeres» o grupos que se encuentran o indicarle cuántos debe identificar [8].
- 2. Reducción de la dimensionalidad: Para empezar, el término «dimensionalidad» hace referencia al número de variables de entrada que tienen los datos. En la realidad, los conjuntos de datos sobre los que se trabaja suelen tener una dimensionalidad grande. Según [13] la reducción de dimensionalidad se denomina como «Una forma de convertir conjuntos de datos de alta dimensionalidad en conjunto de datos de menor dimensionalidad, pero garantizando que proporciona información similar». Es decir, simplificar el problema pero sin perder toda esa estructura interesante de los datos. Algunos ejemplos pueden ser:
 - Análisis de Componentes Principales (PCA)
 - Cuantificación vectorial
 - Autoencoders

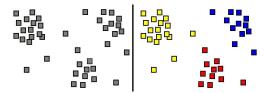


Figura 3.3: Clusters. Ejemplo de clustering, a la izquierda los datos no etiquetados y a la derecha los datos coloreados según las clases identificadas por el algoritmo de clustering. By hellisp - Own work, Public Domain, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=36929773.

Aprendizaje semi-supervisado

Según [19], el aprendizaje semi-supervisado es la rama del aprendizaje automático referido al uso de datos tanto etiquetados como no etiquetados simultáneamente para realizar tareas de aprendizaje. Se encuentra a caballo entre el aprendizaje supervisado y no supervisado. Concretamente, los problemas donde más se aplica, y donde más investigación se realiza es en clasificación. Los métodos semi-supervisados resultan especialmente útiles cuando se tienen escasos datos etiquetados, que, aparte de ser una situación común en problemas reales, el proceso de etiquetado es una labor compleja, que consume tiempo y es costosa.

Suposiciones

El objetivo de usar datos no etiquetados es construir un clasificador que sea mejor que el aprendizaje supervisado, en el que solo se tienen datos etiquetados. Pero para que el aprendizaje semi-supervisado mejore a lo ya existente, tiene una serie de suposiciones que han de cumplirse.

En primera instancia se dice que la condición necesaria es que la distribución p(x) del espacio de entrada contiene información sobre la distribución posterior p(y|x) [19].

Pero la forma en el que interactúan los datos de una distribución y la posterior, no siempre es la misma:

$Smoothness\ assumption$

Esta suposición indica que si dos ejemplos (o instancias) de la entrada están cerca en ese espacio de entrada, entonces, probablemente, sus etiquetas sean las mismas.

Low-density assumption

Esta suposición indica que en clasificación, los límites de decisión deben encontrarse en zonas en las que haya pocos de estos ejemplos (o instancias).

Manifold assumption

Los datos pueden tener una dimensionalidad alta (muchas características) pero generalmente no todas las características son completamente útiles. Los datos a menudo se encuentran en unas estructuras de más baja dimensionalidad. Estas estructuras se conocen como «manifolds». Esta suposición indica que si los datos del espacio de entrada se encuentran en estas «manifolds» entonces aquellos puntos que se encuentren en el mismo «manifolds» tendrán la misma etiqueta. [14, 19]

Cluster assumption

Como generalización de las anteriores, aquellos datos que se encuentren en un mismo clúster tendrán la misma etiqueta.

De estas suposiciones se extrae el concepto de «similitud» en el que en todas ellas se encuentra presente. Y en realidad, todas son versiones de *Cluster assumption* en la que los puntos similares tienden a pertenecer al mismo grupo.

Además, la suposición de clúster resulta necesaria para que el aprendizaje semi-supervisado mejore al supervisado. Si los datos no pueden ser agrupados, entonces no mejorará ningún método supervisado [19].

Para tener un punto de vista general, en la figura 3.4 se presenta la taxonomía de los métodos de aprendizaje semi-supervisado.

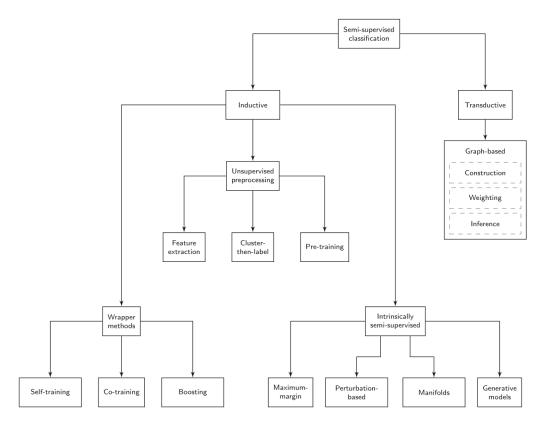


Figura 3.4: Taxonomía de métodos semi-supervisados [19].

El núcleo de este proyecto está basado en los métodos inductivos. Su idea es muy sencilla y está altamente relacionada con el objetivo del aprendizaje supervisado, trata de crear un clasificador que prediga etiquetas para datos nuevos. Por lo tanto, los algoritmos construidos tendrán este objetivo, aunque con un punto más de concreción: los métodos «wrapper» o de envoltura.

Los conocidos métodos «wrapper» se basan en el pseudo etiquetado («pseudo-labelling»), es el proceso en el que los clasificadores entrenados con datos etiquetados generan etiquetas para los no etiquetados. Una vez completado este proceso, el clasificador se vuelve a entrenar pero añadiendo estos nuevos datos. La gran ventaja que suponen estos métodos es que pueden utilizarse con casi todos los clasificadores (supervisados) existentes [19].

Self-Training Se trata del método de aprendizaje semi-supervisado más sencillo y «directo». Este método envuelve un único clasificador base, que

entrena con los datos etiquetados iniciales y aprovecha el proceso de pseudo etiquetado comentado para continuar su entrenamiento.

El método comienza por entrenar ese clasificador con los datos etiquetados que se tienen. A partir de este aprendizaje inicial, se etiqueta el resto de datos. De todas las nuevas predicciones se seleccionan aquellas en las que el clasificador más confianza tiene (de haber acertado). Una vez seleccionados, el clasificador es reentrenado con la unión de los ya etiquetados y estos nuevos. El proceso continúa hasta un criterio de parada (generalmente hasta etiquetar todos los datos o un número máximo de iteraciones).

En este proceso, el paso más importante es la incorporación de nuevos datos al conjunto de etiquetados porque, **probablemente**, la predicción sea la correcta. Es importante entonces que el cálculo de la probabilidad se realice correctamente para asegurar que los nuevos datos son de interés. En caso contrario, no es posible aprovechar los beneficios que ofrece self-training [19]. Todo este proceso queda descrito en el algoritmo 1.

```
Algoritmo 1: Self-Training
```

Input: Conjunto de datos etiquetados $\overline{m{L}}$, no etiquetados $m{U}$ y clasificador $m{H}$

Output: Clasificador entrenado

- 1 while $|U| \neq 0$
- Entrenar \boldsymbol{H} con \boldsymbol{L}
- 3 Predecir etiquetas de U
- Seleccionar un conjunto T con aquellos datos que tenga la mayor probabilidad
- 5 $oldsymbol{L} = oldsymbol{L} \cup oldsymbol{T}$
- $oldsymbol{u} = oldsymbol{U} oldsymbol{T}$
- 7 endwhile
- s Entrenar \boldsymbol{H} con \boldsymbol{L}
- $_{9}$ return H

Sobre esta base, el algoritmo tiene muchas formas de diseñarse. En algunos casos la condición de parada suele tomarse como un número máximo de iteraciones. También, la cantidad de datos que se incorporan al conjunto L (con mayor confianza) puede ser fija, o mediante un límite mínimo de confianza/probabilidad (todas las instancias con mayor probabilidad se añadirían).

Co-Training Basado fuertemente en Self-Training, en este caso varios clasificadores (normalmente dos) se encargan del proceso e «interactúan» entre sí. Del mismo modo, una vez entrenados predicen las etiquetas de los no clasificados y todos los clasificadores añaden las mejores predicciones (mayor confianza/probabilidad).

En [5], Blum y Mitchel propusieron el funcionamiento básico de Co-Training con dos vistas sobre los datos («multi-view»). Estas vistas corresponden no con subconjuntos de las instancias, sino de subconjuntos de las características de las mismas. Es decir, cada clasificador va a entrenarse teniendo en cuenta características distintas. Idealmente estas vistas son independientes y pueden predecir por sí solas la etiqueta (aunque no siempre se cumplirá). Cuando los clasificadores predicen etiquetas sobre los datos, se seleccionan de ambos los de mayor confianza y construyen el nuevo conjunto de entrenamiento para la siguiente iteración.

Algoritmo 2: Co-Training

Input: Conjunto de datos etiquetados L, no etiquetados U, clasificadores H_1 y H_2 , p (positivos), n (negativos), u (número de datos iniciales), k (iteraciones)

Output: Clasificadores entrenados

- 1 Crear un subconjunto $\pmb{U'}$ seleccionando u instancias aleatorias de \pmb{U}
- **2** for *k* iteraciones
- Entrenar H_1 con L solo considerando un subconjunto (x_1) de las características de cada instancia (x)
- Entrenar \mathbf{H}_2 con \mathbf{L} solo considerando el otro subconjunto (\mathbf{x}_2) de las características de cada instancia (x)
- 6 Hacer que \mathbf{H}_2 prediga p instancias positivas y n negativas de $\mathbf{U'}$ que tengan la mayor confianza
- 7 Añadir estas instancias seleccionadas a $m{L}$
- 8 Reponer U' añadiendo 2p + 2n instancias de U
- 9 endfor
- 10 return $\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2$

Democratic Co-Learning Yan Zhou y Sally Goldman presentaron en [22] un algoritmo de aprendizaje semi-supervisado en la línea de Co-Training (varios clasificadores). La diferencia sustancial es que no trabajan con dos (o más) conjunto de atributos (para que cada clasificador utilice uno de ellos), en este caso solo se tiene un único conjunto de atributos («single-view»).

Partiendo de los datos etiquetados, varios clasificadores realizan votación ponderada sobre los no etiquetados. Lo que quiere decir que, para una instancia, su nueva etiqueta será la que vote la mayoría. Además, para aquellos clasificadores que no votan como la mayoría, la instancia se añade a su conjunto de entrenamiento junto a la etiqueta mayoritaria, de esta forma se «obliga» en la siguiente iteración a aprenderla. Todo el proceso se repite hasta que no se añadan más instancias a ningún conjunto de entrenamiento, esto se alcanza cuando no se mejora la precisión pese a la adición de nuevas instancias pseudoetiquetadas.

Aclaración sobre la predicción final (en combinación): una vez calculadas las confianzas de la instancia a predecir (x) y por cada posible etiqueta, la idea de la combinación es obtener la etiqueta (k, posición en el grupo) con mayor confianza.

Algoritmo 3: Democratic Co-Learning - entrenamiento

```
Input: Conjunto de datos etiquetados L, no etiquetados U y
                algoritmos de aprendizaje A_1,...,A_n
 1 for i = 1, ..., n
          L_i = L
         e_i = 0
 4 endfor
    repeat
         for i = 1,...,n
              Calcular \boldsymbol{H}_i entrenando \boldsymbol{A}_i con \boldsymbol{L}_i
 7
         endfor
         for cada instancia no etiquetada x \in U
 9
              for cada posible etiqueta j = 1,...,n
10
                    c_i = |\{H_i|H_i(x) = j\}|
11
              endfor
12
              k = arg \ max_i\{c_i\}
13
         endfor
14
          /* Instancias propuestas para etiquetar*/
15
         for i = 1,...,n
16
              Utilizar L para calcular el intervalo de confianza al 95 %,
17
                [l_i, h_i] de \boldsymbol{H}_i
              w_i = (l_i + h_i)/2
18
         endfor
19
         for i = 1,...,n
20
               L_i' = \emptyset
\mathbf{21}
         endfor
22
         if \sum_{H_j(x)=c_k} w_j > \max_{c'_k \neq c_k} \sum_{H_j(x)=c'_k w_j} L'_i = L'_i \cup \{(x, c_k)\}, \ \forall i \text{ tal que } H_i(x) \neq c_k
23
\mathbf{24}
25
         /* Estimar si añadir L_i' a L_i mejora la exactitud*/
26
         for i = 1,...,n
27
              Utilizar \boldsymbol{L} para calcular el intervalo de confianza al 95 %,
28
                [l_i, h_i] \operatorname{de} \boldsymbol{H}_i
              q_i = |L_i|(1 - 2(\frac{e_i}{|L_i|})^2) /*Tasa de error*/
29
              e'_{i} = (1 - \frac{\sum_{i=1}^{d} l_{i}}{d}) |L'_{i}| / *Nueva tasa de error */
q'_{i} = |L_{i} \cup L'_{i}| (1 - \frac{2(e_{i} + e'_{i})}{|L_{i} \cup L'_{i}|})^{2}
30
31
              if q_i' > q_i
32
                    L_i = L_i \cup L'_i
33
                    e_i = e_i + e'_i
34
              end
35
         endfor
36
37 until L_1,...,L_n no cambien
38 return Combinar(\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2, ..., \boldsymbol{H}_n)
```

Algoritmo 4: Democratic Co-Learning - predicción (combinación)

```
Input: H_1, H_2, ..., H_n y x (instancia)
   Output: Hipótesis combinadas (predicción)
 1 for i = 1,...,n
       Utilizar L para calcular el intervalo de confianza al 95 %, [l_i, h_i]
       w_i = (l_i + h_i)/2
 3
 4 endfor
 5 for i = 1,...,n
       if H_i(x) predice c_i y w_i > 0.5
            Añadir H_i al grupo G_j /* j es etiqueta */
       end
 9 endfor
10 for j = 1,...,r
       \bar{C}_{G_j} = \frac{|G_j| + 0.5}{|G_j| + 1} * \frac{\sum_{H_i \in G_j} w_i}{|G_j|}
12 endfor
13 H predice con el grupo G_k con k = arg \ max_j(\bar{C}_{G_j})
14 return H
```

Técnicas y herramientas

En este apartado se presentarán las técnicas (procedimientos) y herramientas que se han utilizado para el desarrollo del presente proyecto. En algunos de los casos la experiencia u otros aspectos han hecho decantarse por una u otra o simplemente se seleccionaron directamente.

4.1. Técnicas

Una de las herramientas utilizadas (ver siguiente sección) es Bootstrap, un conjunto de estilos ya predefinidos que pueden utilizarse sin necesidad de tener que codificar CSS. La idea de la aplicación Web desarrollada es que tenga la máxima accesibilidad. Esto se consigue partiendo de un diseño que sea apto para los dispositivos móviles, lo que se denomina estilo adaptable («responsive»). Se trata de una técnica de diseño web para adaptar la visualización de la página al dispositivo desde el que se accede, haciendo que sea atractiva una mayor cantidad de usuarios. El diseño «responsive» se consolida como una de las mejores prácticas en el diseño web [1]. En toda la aplicación, cuando el tamaño de la pantalla se reduce lo suficiente, los contenidos se adaptan y se posicionan de tal forma que puedan seguir utilizándose.

4.2. Herramientas

PyCharm Se trata de un entorno de desarrollo integrado («IDE») desarrollado por JetBrains. Está creado para la programación en lenguaje Python y aunque no se ha usado en este proyecto también Java. Este «IDE»

se ha convertido junto con Visual Studio Code y Jupyter en el más utilizado por los desarrolladores.

Ofrece multitud de funcionalidades (https://www.jetbrains.com/es-es/pycharm/features/):

- Inspección de código.
- Indicación de errores (compilación).
- Refactorización de código automático (rápidas y seguras).
- Depuración.
- Pruebas.
- Herramientas para bases de datos.
- Integración con Git.

Estas son solo algunas de las muchas funcionalidades que permite y que han hecho que se haya seleccionado para este proyecto. Además, dado que el proyecto tiene una fuerte componente de desarrollo Web así como frameworks, PyCharm tiene una integración completa con estos ámbitos, pudiendo desarrollar también de forma nativa con JavaScript o lenguajes de marcas (HTML o CSS).

Otra ventaja del uso de PyCharm y concretamente gracias a la Universidad de Burgos es que el alumnado tiene acceso a la edición «Professional» que habilita ese desarrollo Web, por ejemplo.

Por último, esta aplicación ya había sido usada con anterioridad y por tanto su aprendizaje básico no era necesario.

Visual Studio Code Se trata de un editor de código fuente desarrollado por Microsoft. Es el editor por excelencia en todo el ámbito de la programación pues permite la programación en casi cualquier lenguaje de programación haciéndole muy versátil y un «todo en uno».

Ofrece todas las funcionalidades que cabe esperar (incluyendo a las que ofrece PyCharm): sintaxis, depuración, personalización, integración git...

Además del núcleo propio del editor y su constante actualización, uno de sus puntos fuertes son las extensiones que empresas o incluso la comunidad desarrollan y que permiten agilizar en lo posible las tareas del programador.

A pesar de todas las ventajas, el manejo de PyCharm ha resultado más sencillo de utilizar (durante la experiencia previa a este proyecto) en el desarrollo del software. Pero debido a su versatilidad y al desarrollo de esta documentación en Latex, VS Code es el editor adecuado para ello. Gracias a las extensiones y a la instalación local de LaTeX, permite tener un control completo para la creación de este tipo de documentos.

GitHub Desktop Es una aplicación que permite interactuar con GitHub utilizando una interfaz gráfica respecto al manejo tradicional mediante la línea de comandos. Permite realizar las operaciones más comunes y básicas de Git

Pese a que no tiene toda la funcionalidad que sí ofrece la línea de comandos no se previó un uso muy exhaustivo de Git y, por tanto, es suficiente («Commit», «Push», «Pull», «Merge»...).

Además, puede visualizarse cada cambio respecto a la última versión de un vistazo y seleccionar dinámicamente los cambios que se deseen aplicar.

Aún con todo esto, no es más que una aplicación para agilizar el ya por lo general rápido proceso de control de versiones.

Librerías Python Para el proyecto se están utilizando múltiples librerías que facilitan en gran medida el desarrollo del mismo. Implementan funcionalidades que pueden ser utilizadas directamente. En el proyecto, las librerías usadas están especificadas en los requisitos (requirements).

- pandas: Librería para el manejo de estructuras de datos que implementa muchas operaciones útiles (guardado/lectura CSV, reordenaciones, divisiones...) y de manera eficiente.
- Babel: Colección de utilidades para la internacionalización y localización de aplicaciones en Python.
- Flask: Es un micro Framework escrito en Python para el desarrollo de aplicaciones Web. Impone además su formato de plantillas (Jinja2).
- flask-babel: Es una extensión de Flask que permite la internacionalización concreta de aplicacones Flask (con la ayuda de Babel).
- scikit-learn: Librería más extendida de aprendizaje automático («machine learning») para Python. Junto con Flask es el núcleo del proyecto ya que utiliza muchos de sus paquetes implementados.

- numpy: Es una librería especializada en el cálculo numérico y análisis de datos. Se caracteriza por su eficiente manejo de grandes volúmenes de datos gracias a su parcial implementación en lenguaje C (mucho más eficiente).
- scipy: Librería que incluye algoritmos matemáticos.
- **setuptools**: Librería que permite crear e instalar paquetes de software de Python.
- pytest: Es un Framework de pruebas unitarias para Python.
- sslearn: Librería para aprendizaje automático en conjuntos de datos Semi-Supervisados como extensión de scikit-learn. Creada por José Luis Garrido-Labrador.
- matplotlib: Librería para la creación de gráficos en 2D.

Bibliotecas Web Para el desarrollo Web conviene comentar la utilización de dos bibliotecas que han resultado fundamentales.

Bootstrap: No es considerado una biblioteca al uso, sino que está categorizado como un «framework» de CSS. Fue lanzado en 2011 con una gran cantidad de actualizaciones y de lanzamientos de nuevas versiones. La versión más reciente y la utilizada en el proyecto, es Bootstrap 5, que mejora el código fuente de la versión 4 y añade propiedades nuevas. La intención del equipo de Bootstrap es promover el desarrollo web con novedades de CSS y menores dependencias. Su principal objetivo es la creación de Webs con diseño responsivo (adaptados a móviles) de la forma más sencilla posible. Contiene infinidad de plantillas creadas con HTML, CSS y JavaScript para componentes de la interfaz que el usuario simplemente puede hacer uso de ellas. En HTML, Bootstrap se incorpora en las clases de los componentes y en su página oficial se tiene toda la documentación¹.

D3.js: su nombre se debe a Data-Drive-Documents, es una librería de JavaScript que permite representar datos en distintas visualizaciones mediante HTML, SVG y CSS. D3 trabaja sobre el Modelo de Objetos del Documento («Document Object Model») para aplicar transformaciones dirigidas por datos. Todas las visualizaciones presentadas en la Web se han realizado con D3. D3 permite un amplio abanico de posibilidades y creatividad, pueden crearse visualizaciones más bien estáticas y añadir estilos, anotaciones o leyendas entre otra cosas, pero también permite la creación de

¹Bootstrap: https://getbootstrap.com/

21

gráficos altamente interactivos incluyendo «zoom», aprovechar los eventos en el DOM o transiciones completamente personalizadas.

Para este caso se cree necesario comentar y justificar el uso de D3 ya que en el ámbito de las visualizaciones, existe una gran cantidad de librerías disponibles como JSAV (JavaScript Algorithm Visualization Library) o Algorithm-Visualizer (contexto concreto de este proyecto) o incluso otras grandes librerías como Anime.js, Chart.js o FusionCharts. Sin embargo, durante el periodo de estudio de las distintas herramientas disponibles, D3 es superior a la demás en su documentación. Tanto porque existen páginas dedicadas a la ejemplificación con D3, como la gran cantidad de foros que se han creado solucionando dudas y problemas. Sobre las últimas librerías mencionadas (y otras grandes existentes), D3 está particularmente pensado para la completa personalización y aunque estas también, no al nivel de D3.

La desventaja de D3 es que tiene una curva de aprendizaje bastante grande, pero gracias a la documentación en internet, esto puede ser solventado en mayor medida.

Aspectos relevantes del desarrollo del proyecto

En este apartado se van a comentar los aspectos más interesantes o que han influido en el desarrollo. Por lo general, estos aspectos vendrán acompañados de tomas de decisiones que se tuvieron que hacer, se argumentará y explicará el desarrollo final de estos aspectos.

5.1. Elección del proyecto y la realidad

La idea de este proyecto no fue propia, ambos tutores tenían en mente realizar una aplicación de este estilo aplicado a estos algoritmos. Durante los meses anteriores aparecieron diversos proyectos de muy diferente índole que podía realizar. La realidad es que la inteligencia artificial es un campo que me atrae mucho y que incluso me abre la mente a proyectos personales. Dentro de la baraja de proyectos, el que iba en la línea de lo que quería hacer, era este. Al principio, era un poco reacio a la idea de realizar una aplicación tanto Web como de escritorio. Yo, demasiado enfocado en ello, quería aplicar los algoritmos a algo concreto. Sin embargo, pensándolo bien, el hecho de poder aprender algoritmos (e incluso la metodología que su desarrollo conlleva de investigación y entendimiento) pero además, poder desarrollar habilidades en Web (o escritorio en su caso aunque finalmente no ha sido así), fue la clave para decantarme por el proyecto. Además, como soy una persona que le gusta mucho «cacharrear», los tutores también me comentaron que este proyecto podría tenerme entretenido muchas horas para desarrollar ambas partes. Con todo ello, parecía muy interesante y sobre todo, muy nutritivo para mi aprendizaje, elegir este proyecto.

5.2. Versión de Python

Al comienzo del proyecto, se valoró la versión de Python en la que realizarlo. En un principio parecía importante abarcar el mayor número de equipos en los que el proyecto podía ser instalado y se pensó en alguna versión desde la 3.7. Sin embargo, pese a que en la biblioteca de algoritmos que se iba a programar sí que podía tener sentido aumentar los posibles usuarios, la realidad es que el objetivo del final proyecto es una aplicación Web completamente nueva. Se supone además que, simulando un entorno completamente real y/o empresarial, el equipo podría tener a su disposición servidor/es propio (o por lo menos, configurables). En este sentido, dado que el usuario solo necesita acceder a la Web, no tiene por qué conocer ni tener instalada una versión u otra. Por todo esto, se pensó en utilizar versiones más recientes. En el momento de inicio del proyecto, la más reciente era la 3.10, esto también es una ventaja en el medio plazo debido a que el periodo de actualizaciones y de soporte para esta versión termina a finales de 2026 (mientras que algunas anteriores finalizan en 2024 o incluso 2023).

5.3. Utilidades para los algoritmos

Antes de realizar la aplicación Web, pero previendo lo que podía encontrarse. Surgieron dos grandes problemas, el tratamiento de los datos que utilizan los algoritmos (etiquetados, no etiquetados, particiones...) y por otro lado, cómo ajustar estos datos y comunicarlos a la Web cuando los requiera.

No resultaba correcto vincular todos estos pasos ni en el código de los algoritmos ni en el de la propia aplicación. Tenía mucho más sentido crear unas utilidades que actúen de intermediarias en ciertos pasos del procedimiento.

Para el primer problema se crearon tres utilidades principales: Un «particionador» de datos que se encargara de dividir los datos en conjunto de entrenamiento y test. Pero que además, si el conjunto estaba pensado para aprendizaje Supervisado, generase aleatoriamente datos no etiquetados.

Un codificador de etiquetas para transformar las etiquetas nominales en numéricas (necesarias para los algoritmos). De base, el codificador de etiquetas que propone SKlearn podría ser suficiente. Sin embargo, era necesario por un lado no tratar los datos no etiquetados (internamente tratados como -1s) y por el otro devolver de alguna forma las transformaciones realizadas Es decir, a qué clase nominal corresponde cada número codificado.

Y por último, un cargador de conjuntos de datos (datasetloader) que automatizara toda la lectura de un fichero ARFF o CSV, conversión a Data-Frame y las transformaciones de etiquetas (utilizando la utilidad anterior). Y que además devuelva los datos de los atributos (x) y por separado las etiquetas (y). Es decir, un cargador cuyo resultado pueda ser introducido en los algoritmos.

Sobre el segundo problema (datos válidos para la aplicación Web) se creó una utilidad encargada de transformar el conjunto de datos a dos dimensiones. Esto es, transformar los atributos (que pueden ser más de dos) a exactamente dos, para poder representarlo en dos dimensiones. Sin embargo, cuando se avanzó un poco en el desarrollo, era obvio que no interesaba modificar el conjunto de datos, sino el resultado de la ejecución de la aplicación Web. Fue cuando se implementó y visualizó Self-Training cuando se pudo ver esta casuística. Finalmente, lo que se hace es, transformar la estructura de datos que retorna la ejecución de los algoritmos (Anexo D) que incluye todos los datos (y todos sus atributos), a dos dimensiones (solo los atributos, no el «target» ni el resto de columnas). El usuario puede seleccionar dos posibilidades, o realizar PCA o seleccionar él dos atributos del conjunto.

En ambos casos apareció la decisión de la normalización. Al principio se realizaba en ambos casos directamente, pero finalmente se permitía al usuario elegir si normalizar o no.

Trabajos relacionados

Con el aprendizaje automático y el uso de gran cantidad de datos, es completamente necesaria la visualización de los datos, procesos de entrenamiento y ciertas estadísticas. Al fin y al cabo, cuando se construyen modelos, se debe tener una realimentación de cómo de bien está funcionando para poder extraer conclusiones sobre el mismo.

De forma general, sin centrarse directamente en el aprendizaje automático, resulta interesante y conveniente que los visualizadores de algoritmos sean accesibles y que, como están apareciendo, se creen aplicaciones Web que resultan mucho más directas. Desde el punto de vista de la docencia y aprendizaje los visualizadores permiten culminar la comprensión los aspectos teóricos subyacentes.

6.1. Visualizadores

Seshat

Es una herramienta web que trata de facilitar el aprendizaje de la teoría de lenguajes y autómatas (análisis léxico) que utilizan los compiladores [3] , puede accederse desde http://cgosorio.es/Seshat. La herramienta propone en primera instancia unas explicaciones teóricas de los algoritmos con sus conceptos generales, el concepto concreto de las expresiones regulares y qué es un autómata finito. A partir de la teoría, se encuentran implementados varios algoritmos que se visualizan paso a paso. En el momento de la ejecución también se tienen elementos de interés como la propia descripción o explicación del algoritmo. Los algoritmos implementados por la herramienta son:

- 1. Construcción de un autómata finito no determinista (AFND) a partir de una expresión regular.
- 2. Conversión de un autómata finito no determinista (AFND) a un autómata finito determinista (AFD).
- 3. Construcción de un autómata finito determinista (AFD) a partir de una expresión regular.
- 4. Minimización de un autómata finito.

Para su construcción se ha usado el framework Flask en Python que actúa como servidor. La interfaz de usuario está construida con HTML, SVGs y Javascript para proporcionar el contenido dinámico.

En este proyecto se realizó un estudio de la opinión de 42 estudiantes después de su uso. El estudio consistía en unas afirmaciones (5) respecto a la buena utilidad, buen diseño o el interés que puede producir al visualizar los algoritmos de esa forma. De forma general, en una escala del 1 al 5 (donde el 5 representa que están profundamente de acuerdo con la afirmación) el 95 % de los resultados se concentran entre el 4 y el 5 en la valoración. Esto indicó que la herramienta sí que resultó útil e incluso ellos mismos solicitaban este recurso para facilitar su aprendizaje.

Herramienta de apoyo a la docencia de algoritmos de selección de instancias

En [2] se presenta una herramienta de escritorio para la visualización de la ejecución y resultados de los algoritmos de selección de instancias, debido a la carencia de este tipo de aplicaciones para dichos algoritmos. La herramienta es altamente personalizable pudiendo subir el conjunto de datos o seleccionar qué característica visualizar en los ejes. En la visualización se pueden ver todos los pasos de los algoritmos junto, por ejemplo, a las regiones de Boronoi o el pseudocódigo. Esto hace que el alumno pueda conocer el progreso y los conceptos particulares (influencia, vecindad...). Los algoritmos implementados por la herramienta son:

- 1. Algoritmo Condensado de Hart (CNN) [11].
- 2. Algoritmo Condensado Reducido (RNN) [10].
- 3. Algoritmo Subconjunto Selectivo Modificado (MSS) [4].

- 4. Algoritmos Decremental Reduction Optimization Preocedure (DROP) [21].
- 5. Algoritmo Iterative Case Filtering (ICF) [6].
- 6. Algoritmo Democratic Instance Selection (DIS) [9].

Está desarrollado completamente en Java lo que lo hace portable a cualquier plataforma y sin instalación.

Como punto característico a tener en cuenta, la herramienta estaba muy orientada a ofrecer bastante granularidad en cada paso, de tal forma que mediante, por ejemplo, la visualización del pseudocódigo (al mismo tiempo que la visualización gráfica), permite para analizar el comportamiento subyacente.

Los estudiantes, de forma general, valoraron muy positivamente la herramienta pues les ayudó a comprender los algoritmos.

Towards Developing an Effective Algorithm Visualization Tool for Online Learning

En [16] se presenta una «guía» especialmente interesante con las consideraciones a tener en cuenta para el desarrollo de una correcta herramienta de visualización de algoritmos.

La realidad actual es que resulta muy difícil hacer que los alumnos entiendan todos los conceptos que involucran los algoritmos y más aún en la modalidad «a distancia». Para solventar este problema se han desarrollado múltiples herramientas de visualización de algoritmos (AV) que pretenden facilitar la compresión de los mismos, pero la realidad de estas herramientas es que se desarrollan con una fuerte componente «elegante» y no enriquecedora o pedagógica. Este artículo trata de abordar este último problema, el cómo construir herramientas de visualización de algoritmos que sean divertidas y atractivas, pero siendo fieles a los conceptos, y también cómo estas pueden ayudar a los docentes a asegurar el aprendizaje de sus alumnos.

Para lograr el objetivo de desarrollar un visualizador efectivo, se analiza desde el punto de vista de la pedagogía, usabilidad y accesibilidad. En la Tabla 6.1 se pueden ver algunas de las características que se deben tener en cuenta a la hora de desarrollar una herramienta de este estilo.

Característica	Cómo lograrlo				
	Explicaciones textuales				
Incrementar la	Realimentación con las acciones del usuario				
comprensión	Ayuda integrada				
	Comodidad en la entrada de datos				
Promocionar interés	Permitir introducir datos al algoritmo				
	Manipular la visualización				
	Capacidad de volver «rebobinar»				
	Variación de la velocidad				
	Avanzar en la ejecución				
Aprendibilidad	Controles familiares				
	Generalidad con otros sistemas				
	Predictibilidad de las acciones				
	Interfaz simple				
Memorabilidad	Interfaz común que soporte múltiples animaciones				
Facilidad de uso	Interfaz común que soporte múltiples animaciones				
	Claridad de los modelos y conceptos				
Robustez	Explicaciones de la visualización				
	Integración de ajustes predefinidos				
	Recuperación de errores				
Eficacia	Visibilidad del estado del sistema				
	Control y libertad del usuario				
	Prevención de errores				
	Flexibilidad de uso				
	Ayuda al usuario para reconocer, diagnosticar y recuperarse de errores				
Accesibilidad	Globalmente disponible				
	Plataforma y dispositivo independiente				

Tabla 6.1: Características que influyen en los objetivos pedagógicos.

6.2. Otras herramientas/bibliotecas

Algorithm-Visualizer, https://algorithm-visualizer.org/. Se trata de una Web que incluye una cantidad enorme de algoritmos, todos están programados directamente en Javascript que genera una visualización de los mismos y también incluye una explicación corta de cada uno. Algunos de los algoritmos son: Backtracking, Divide and Conquer, Greedy o más concretamente K-Means Clustering, entre muchos otros.

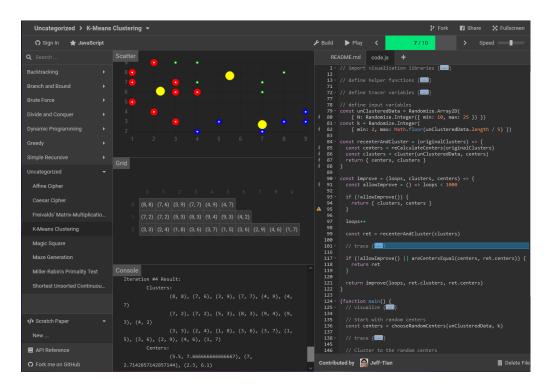


Figura 6.1: K-Means Clustering en algorithm-visualizer.

VISUALGO, https://visualgo.net/en. Es una página web creada por la Universidad Nacional de Singapur. Esta Web permite visualizar algoritmos básicos (como de ordenación o camino más corto) pero también estructuras de datos (como «hash tables» o conjuntos disjuntos).

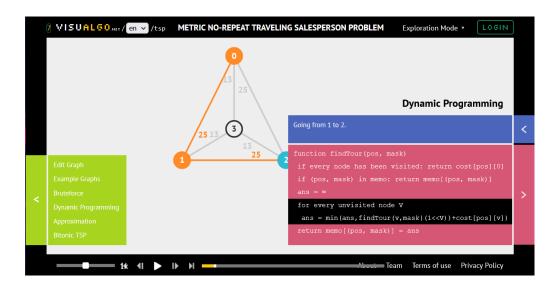


Figura 6.2: Viajante de comercio en VISUALGO.

Visualizer, por Zhenbang Feng, https://jasonfenggit.github.io/Visualizer/². Su autor lo define como una página web para proporcionar visualizaciones intuitivas e innovadoras de algoritmos generales y de inteligencia artificial. Las visualizaciones son muy visuales con las que se capta muy bien el funcionamiento de los algoritmos. Implementa algoritmos de búsqueda de caminos, ordenamiento e inteligencia artificial (como minimax).



Figura 6.3: Mergesort en Visualizer (Zhenbang Feng).

 $^{^2} Github: \verb|https://github.com/JasonFengGit/Visualizer| \\$

Clutering-Visualizer, https://clustering-visualizer.web.app/. Es una página Web para visualizar algoritmos de clustering. Realmente, no tiene muchos implementados, pero las visualizaciones son muy descriptivas. En cada paso muestra cuál es la evolución/posición de los distintos clusters y mediante línea es posible ver las distancias en ellos y los datos.

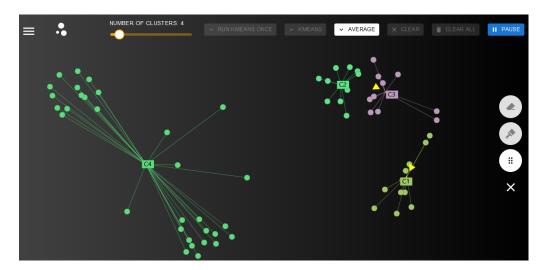


Figura 6.4: K-Means en Clutering-Visualizer.

MLDemos, puede visitarse desde https://basilio.dev/. Es una herramienta de visualización de código abierto para algoritmos de aprendizaje automático creada específicamente para ayudar en el estudio y compresión del funcionamiento de una gran cantidad de algoritmos. Entre ellos: clasificación, regresión, reducción de dimensionalidad y clustering.

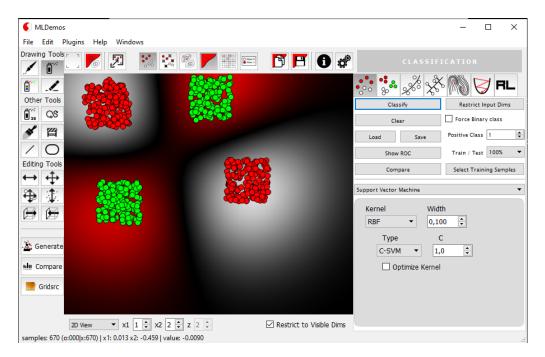


Figura 6.5: Clasificación mediante Support Vector Machine en MLDemos.

Conclusiones y Líneas de trabajo futuras

Todo proyecto debe incluir las conclusiones que se derivan de su desarrollo. Éstas pueden ser de diferente índole, dependiendo de la tipología del proyecto, pero normalmente van a estar presentes un conjunto de conclusiones relacionadas con los resultados del proyecto y un conjunto de conclusiones técnicas. Además, resulta muy útil realizar un informe crítico indicando cómo se puede mejorar el proyecto, o cómo se puede continuar trabajando en la línea del proyecto realizado.

Bibliografía

- [1] 40defiebre. ¿qué es el diseño responsive? [Online; accessed 28-Marzo-2023].
- [2] Álvar Arnáiz González, José Francisco Díez Pastor, César I García Osorio, and Juan José Rodríguez Díez. Herramienta de apoyo a la docencia de algoritmos de selección de instancias. 2012.
- [3] Álvar Arnaiz-González, Jose-Francisco Díez-Pastor, Ismael Ramos-Pérez, and César García-Osorio. Seshat—a web-based educational resource for teaching the most common algorithms of lexical analysis. Computer Applications in Engineering Education, 26(6):2255–2265, 2018.
- [4] Ricardo Barandela, Francesc J. Ferri, and José Salvador Sánchez. Decision boundary preserving prototype selection for nearest neighbor classification. *IJPRAI*, 19(6):787–806, 2005.
- [5] Avrim Blum and Tom Mitchell. Combining labeled and unlabeled data with co-training. pages 92–100, 1998.
- [6] Henry Brighton and Chris Mellish. Advances in instance selection for instance-based learning algorithms. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 6(2):153–172, 2002.
- [7] Salim Dridi. Supervised learning a systematic literature review. ResearchGate, 09 2021.
- [8] Salim Dridi. Unsupervised learning a systematic literature review. Research Gate, 12 2021.

38 BIBLIOGRAFÍA

[9] César García-Osorio, Aida de Haro-García, and Nicolás García-Pedrajas. Democratic instance selection: A linear complexity instance selection algorithm based on classifier ensemble concepts. *Artificial Intelligence*, 174(5-6):410–441, 2010.

- [10] G. Gates. The reduced nearest neighbor rule (corresp.). *Information Theory, IEEE Transactions on*, 18(3):431–433, May 1972.
- [11] P. Hart. The condensed nearest neighbor rule (corresp.). *Information Theory, IEEE Transactions on*, 14(3):515 516, may 1968.
- [12] Intelligent. Machine learning: qué es y cómo funciona, 2020. [Internet; descargado 27-octubre-2022].
- [13] javaTpoint. Unsupervised machine learning. [Online; accessed 15-November-2022].
- [14] Lukas Huber. A friendly intro to semi-supervised learning. [Online; accessed 15-November-2022].
- [15] David Petersson. Supervised learning, 2021. [Internet; descargado 15-noviembre-2022].
- [16] Katarzyna Romanowska, Gurpreet Singh, M. Ali Akber Dewan, and Fuhua Lin. Towards developing an effective algorithm visualization tool for online learning. pages 2011–2016, 2018.
- [17] Neova Tech Solutions. Machine learning algorithms: Beginners guide part 1, 2018. [Internet; descargado 27-octubre-2022].
- [18] Pascual Parada Torralba. ¿qué es el machine learning? aprendizaje supervisado vs no supervisado, 2022. [Internet; descargado 27-octubre-2022].
- [19] Jesper E. van Engelen and Holger H. Hoos. A survey on semi-supervised learning. *Machine Learning*, 109(2):373–440, Feb 2020.
- [20] Wikipedia contributors. Training, validation, and test data sets Wikipedia, the free encyclopedia, 2022. [Online; accessed 15-November-2022].
- [21] D. Randall Wilson and Tony R. Martinez. Reduction techniques for instance-based learning algorithms. *Machine Learning*, 38(3):257–286, 2000.

BIBLIOGRAFÍA 39

[22] Yan Zhou and Sally Goldman. Democratic co-learning. pages $594\text{--}602,\ 2004.$