

### Aula 5

- O método Minimax é o método mais conhecido para lidar com jogos. Admite-se que existe um gerador de estados e uma função que avalia a vantagem ou desvantagem de um dado estado.
- Vamos considerar que esta função de avaliação é um estimador heurístico da estimativa das hipóteses de vitória do ponto de vista de um dos jogadores:
  - Quanto maior for o valor, maior serão as hipóteses do jogador vencer
  - Quanto menor for o valor, maior serão as hipóteses do oponente vencer
- O objectivo é tentar maximizar o valor dado pela função de avaliação.

## Método Minimax

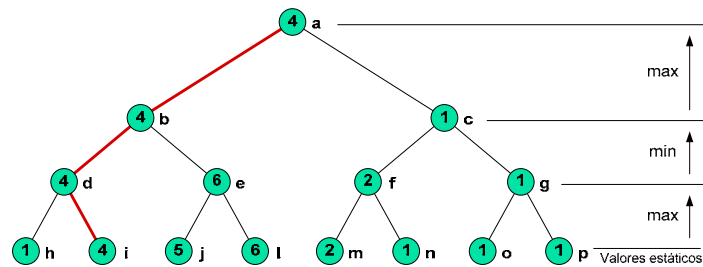
- O objectivo da implementação é seleccionar a jogada que garanta a melhor situação ao fim de  $n$  jogadas
- A melhor situação corresponde ao estado cujo valor da função de avaliação seja o maior (problema de maximização)
- O objectivo é alcançado propagando o valor correspondendo ao melhor estado até ao nó raiz; este valor corresponde ao ganho mínimo que se obtém se optarmos pela jogada correcta

## Método Minimax

- A propagação de valores através dos nós da árvore é realizada da seguinte forma:
  - Nos níveis que correspondem às acções do jogador, selecciona-se para propagação o maior valor (nível de maximização)
  - Nos níveis que correspondem às acções do oponente, selecciona-se para propagação o menor valor (nível de minimização)
- Os valores associados aos nós folha são obtidos pela aplicação da função heurística de avaliação do mérito de cada um dos estados, de acordo com o ponto de vista do jogador

## Método Minimax

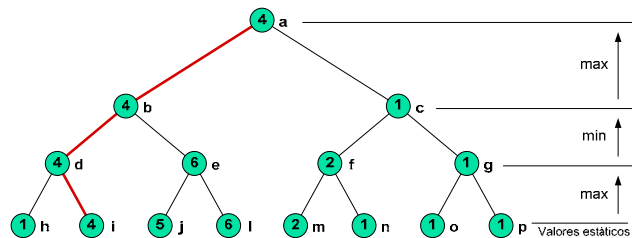
Consideremos o problema genérico representado na figura. Os nós representam estados e os ramos representam as jogadas possíveis a partir de cada estado. Os valores associados aos nós folha são obtidos por uma função de avaliação.



## Método Minimax

### Relações do problema genérico

```
max_to_move(d).
max_to_move(e).
max_to_move(f).
max_to_move(g).
min_to_move(b).
min_to_move(c).
min_to_move(h).
min_to_move(i).
min_to_move(j).
min_to_move(l).
min_to_move(m).
min_to_move(n).
min_to_move(o).
min_to_move(p).
```

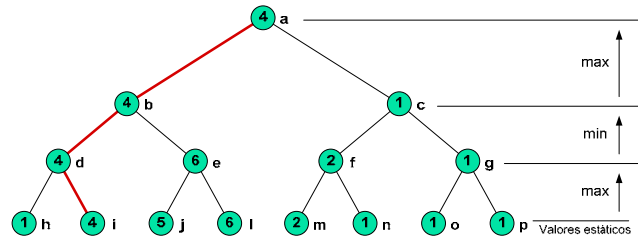


*max\_to\_move/1* e *min\_to\_move/1* definem para cada nó qual o valor dos seus descendentes é propagado até ao próprio nó; o maior no caso de *max\_to\_move/1* ou o menor no caso de *min\_to\_move/1*

## Método Minimax

### Relações do problema genérico (cont.)

```
moves(a,[b,c]).
moves(b,[d,e]).
moves(c,[f,g]).
moves(d,[h,i]).
moves(e,[j,l]).
moves(f,[m,n]).
moves(g,[o,p]).
```

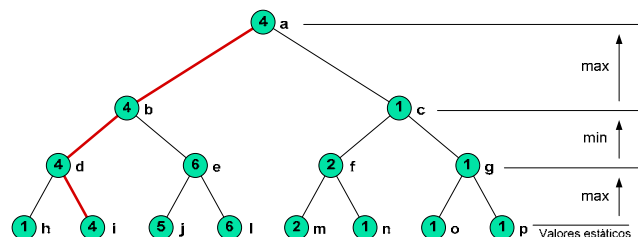


***moves/2*** define para cada nó a lista de nós descendentes (correspondem às jogadas válidas a partir de cada nó); num problema concreto a lista de nós descendentes é gerada em função das regras do jogo

## Método Minimax

### Relações do problema genérico (cont.)

```
static_eval(h,1).
static_eval(i,4).
static_eval(j,5).
static_eval(l,6).
static_eval(m,2).
static_eval(n,1).
static_eval(o,1).
static_eval(p,1).
```



***static\_eval/2*** define o valor do mérito, do ponto de vista do jogador representado pelo algoritmo, de cada estado terminal (nós folha da árvore); num problema concreto, este valor é estimado através de uma função de avaliação

### Algoritmo

O objectivo do algoritmo é propagar o valor *minimax* para uma dada posição a partir dos nós folha.

O predicado principal é

```
minimax( Pos, BestPos, Val, NodesList)
```

onde **Val** é o valor minimax da posição **Pos**, **BestPos** é a melhor posição que sucede a **Pos** (ou seja, a jogada a realizar para alcançar o valor **Val**) e **NodesList** contém a sequência de nós da árvore usados para propagar o valor de uma posição final até **Pos**.

```
minimax(Pos, BestPos, Val, NodesList):-
    moves(Pos, PosList), !,
    best(PosList, BestPos, Val, NodesList).
```

*moves/2* falha se **Pos** é uma folha

*best/4* selecciona a "melhor" posição **BestPos** a partir de uma lista de posições candidatas **PosList** (descendentes de **Pos**). **BestVal** é o valor de **BestPos** e logo também de **Pos**. A melhor posição pode ser um máximo ou um mínimo, dependendo do nível de **Pos**.

```
minimax(Pos, BestPos, Val, []):-
    static_eval(Pos, Val).
```

**Pos** é uma folha

## Método Minimax

### Algoritmo (cont.)

```
best([Pos], Pos, Val, NodesList):-
    minimax(Pos, _, Val, NodesList), !.
best([Pos1|PosList], BestPos, BestVal, [BestPos|NodesList1]):-
    minimax(Pos1, _, Val1, NodesList1),
```

Quando a lista de candidatos contém apenas um elemento, **minimax/4** é usado para propagar o melhor valor a partir dos nós folha que descendem de **Pos**

**Val1** é o melhor valor para **Pos1**

```
best( PosList, Pos2, Val2, NodesList2),
```

**Val2** é o valor de **Pos2**, sendo esta a melhor posição entre as posições contidas em **PosList**

```
betterof(Pos1, Val1, Pos2, Val2, BestPos, BestVal,
        NodesList1, NodesList2, NodesList).
```

**BestPos** é a melhor posição entre **Pos1** e **Pos2**

## Método Minimax

### Algoritmo (cont.)

Regras de propagação dos valores dos nós:

$v(P)$  – valor da função de avaliação aplicada ao estado  $P$  (nó folha)

$V(P)$  – valor propagado para o estado  $P$  a partir dos estados descendentes de  $P$

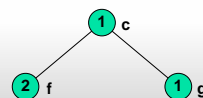
$V(P) = v(P)$  se  $P$  é um estado que ocupa um nó folha

$V(P) = \max_i V(P_i)$  se  $P$  é um estado relativo a um nível de maximização

$V(P) = \min_i V(P_i)$  se  $P$  é um estado relativo a um nível de minimização

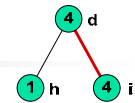
```
max_to_move(f).
max_to_move(g).
```

```
?- betterof(f, 2, g, 1, BestPos, Val, _, _, _).
BestPos = g
Val = 1
```



```
betterof(Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos0, Val0, NodesList0, NodesList1, NodesList0):-
    min_to_move(Pos0), Val0 > Val1, !.
betterof(Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos0, Val0, NodesList0, NodesList1, NodesList0):-
    max_to_move(Pos0), Val0 < Val1, !.
betterof(Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos1, Val1, NodesList0, NodesList1, NodesList1).
```

## Método Minimax



```

?- minimax(d, BestPos, Val, NodeList).
(1)minimax(d, BestPos, Val, NodeList):-
  moves(d, PosList),
  best([h,i], BestPos, Val, NodeList).

  (1)Falha
  (2)best([h|[i]], BestPos, Val, [BestPos|NodeList1]):-
    minimax(h, _, Val1, NodeList1),
    (1)Falha
    (2)minimax(h, _, Val, [ ]):-
      static_eval(h, Val).      Val=1
    best([i], Pos2, Val2, NodeList2),
    (1)best([i], i, Val, NodeList):-
      minimax(i, _, Val, NodeList), !.
      (1)Falha
      (2)minimax(i, _, Val, [ ]):-
        static_eval(i, Val).      Val=4
    betterof(h,1,i,4,BestPos,Val,[],[ ],NodeList).

    BestPos=i
    Val=4
    NodeList=[i]
  
```

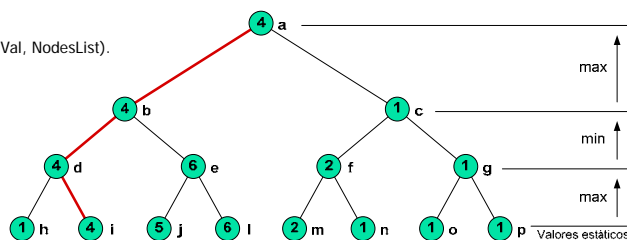
PosList=[h,i]  
 Val1=1  
 NodeList1=[ ]  
 Pos2=i  
 Val2=4  
 NodeList2=[ ]  
 Val=4  
 NodeList=[ ]  
 Val=4  
 BestPos=i  
 Val=4  
 NodeList=[ ]

## Método Minimax

### Resultado

?- minimax(a, BestPos, Val, NodeList).

BestPos = b  
 Val = 4  
 NodeList = [b, d, i]



Implementação do método Minimax com cortes Alpha-Beta:  
*Prolog Programming for Artificial Intelligence*  
 Ivan Bratko  
 Addison-Wesley