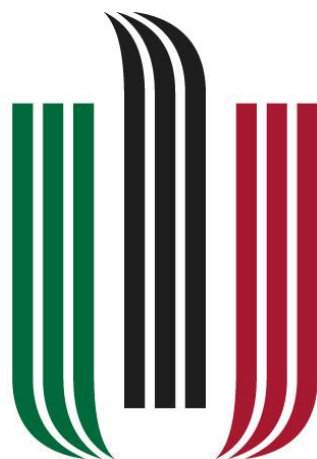


# Laboratorium VIII

*Całkowanie numeryczne*

*Dominik Marek*

*30 kwietnia 2024*



# AGH

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA  
W KRAKOWIE**

## 1. Zadania

### 1.1 Zadanie laboratoryjne

Napisz program, który:

1. Jako parametr pobiera rozmiar układu równań  $n$
2. Generuje macierz układu  $A(n \times n)$  i wektor wyrazów wolnych  $b(n)$
3. Rozwiązuje układ równań  $Ax=b$  na trzy sposoby:
  - a) poprzez dekompozycję LU macierzy  $A$ :  $A=LU$ ;
  - b) poprzez odwrócenie macierzy  $A$ :  $x=A^{-1}b$ , sprawdzić czy  $AA^{-1}=I$  i  $A^{-1}A=I$  (macierz jednostkowa)
  - c) poprzez dekompozycję QR macierzy  $A$ :  $A=QR$ .
4. Sprawdzić poprawność rozwiązania (tj., czy  $Ax=b$ )
5. Zmierzyć całkowity czas rozwiązywania układu.
6. Porównać czasy z trzech sposobów: poprzez dekompozycję LU, poprzez odwrócenie macierzy i poprzez dekompozycję QR

## 1.2 Zadanie domowe:

Narysuj wykres zależności całkowitego czasu rozwiązywania układu (LU, QR, odwrócenie macierzy) od rozmiaru układu równań. Wykonaj pomiary dla 5 wartości z przedziału od 10 do 100.

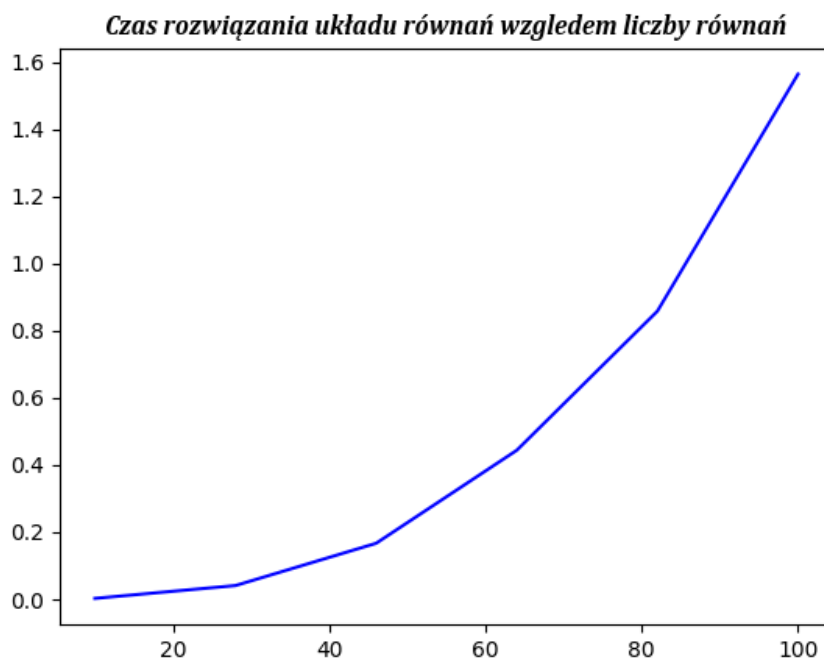
Uwaga: można się posłużyć funkcjami z biblioteki numerycznej dla danego języka programowania.

## 2. Rozwiązania.

Program rozwiązujący układ równań zadanymi metodami, rysujący wykres zależności czasu rozwiązania układu równań od jego rozmiaru oraz wyznaczający czas ewaluacji poszczególnych metod oraz łączny czas został napisany w języku Python. Jedynie do sprawdzenia poprawności rozwiązań uzyskanych przez każdą z metod wykorzystana została funkcja z biblioteki numpy `linalg.solve()`, która służy do rozwiązywania równań liniowych. Ów program został załączony wraz niniejszym sprawozdaniem.

Liczba układów równań	Macierz odwrotna	Metoda LU	Metoda QR	Całkowity czas ewaluacji programu
10	0.000449	0.000144	0.001886	0.002882
28	0.005035	0.001073	0.030482	0.041112
46	0.024322	0.003689	0.128626	0.166975
64	0.060551	0.008392	0.359579	0.443942
82	0.112968	0.015557	0.708160	0.858252
100	0.210882	0.027748	1.297182	1.564087

*Tablica 1: Wyniki pomiarów dla metod: metody macierzy odwrotnej, dekompozycji LU, metody QR oraz łącznego czasu wykonania programu.*



*Rysunek 1: Wykres zależności całkowitego czasu rozwiązywania układu równań*

**Wnioski:** Jak łatwo można zauważyć najszybszą metodą jest metoda dekompozycji LU. Od samego początku widać jej przewagę nad dwiema pozostałymi, gdzie jej czas działania jest około trzykrotnie mniejszy w porównaniu do metody macierzy odwrotnej i ponad dziesięciokrotnie lepszy w stosunku do metody dekompozycji QR. Przewaga metody LU zwiększa się wraz ze wzrostem danych. Drugą najbardziej optymalną opcją jest metoda macierzy odwrotnej osiągająca czasy około pięciokrotnie lepszy niż najbardziej czasochłonna metoda dekompozycji QR.

### 3 Bibliografia

- Włodzimierz Funika Materiały ze strony
- Katarzyna Rycerz Wykład z przedmiotu Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice
- <https://www.wolframalpha.com>
- [https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozk%C5%82ad\\_QR](https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozk%C5%82ad_QR)
- [https://pl.wikipedia.org/wiki/Macierz\\_odwrotna](https://pl.wikipedia.org/wiki/Macierz_odwrotna)
- [https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda\\_LU](https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_LU)