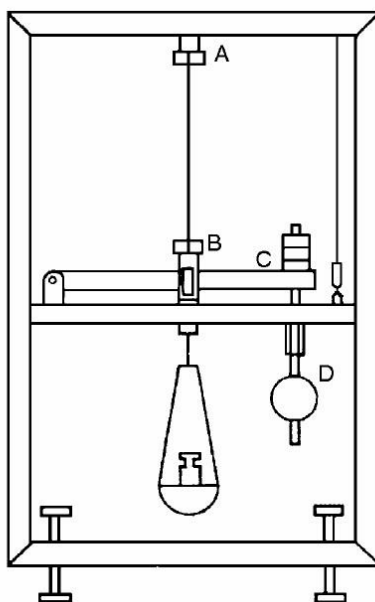


Wydział WI	Imię i nazwisko 1. Dominik Marek 2. Maciej Nowakowski		Rok II	Grupa 8	Zespół 4
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiS AGH	Temat: <u>Moduł Younga</u>				Nr ćwiczenia 11
Data wykonania 17.10.2023	Data oddania 24.10.2023	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

1 Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z pojęciem modułu Younga, wyznaczanie modułu Younga metodą statystyczną poprzez pomiar wydłużenia drutu stalowego i mosiężnego przy obciążeniu zmienną siłą.

2.Opis stanowiska.



Rysunek 1: Urządzenie do pomiaru modułu Younga metodą statyczną

1. Przyrząd do pomiaru wydłużenia drutu pod wpływem stałej siły (rys. 1), zaopatrzony w czujnik mikrometryczny do pomiaru wydłużenia drutu .
2. Zestaw dziesięciu odważników każdy o masie 1 kg.
3. Śruba mikrometryczna o niepewności pomiar 0,01mm
4. Przmiar milimetrowy o niepewności pomiar 1mm.

3. Przebieg doświadczenia.

Zapoznawszy się z układem doświadczalnym przystąpiliśmy do zmierzenia średnicy drutu stalowego. Dokonaliśmy trzech pomiarów za pomocą śruby mikrometrycznej, każdym w innym miejscu druta i pod różnym nachyleniem. Następnie za pomocą przymiarki milimetrowej zmierzaliśmy długość drutu. Kolejno po kalibracji czujnika mikrometrycznego przystąpiliśmy do pomiaru wydłużenia druta (\uparrow) dokładając kolejne odważniki aż do osiągnięcia masy 10 kg po czym ściągaaliśmy kolejne ciężarki mierząc ponownie wydłużenie drutu (\downarrow). Analogiczne kroki zostały wykonane dla drutu mosiężnego.

4. Wstęp teoretyczny

W celu wyznaczenia wzoru na moduł Younga, posłużymy się prawem Hooke'a, według którego odkształcenie sprężyste ciała jest proporcjonalne do przyłożonej siły.

W doświadczeniu rozpatrujemy przypadek rozciągania jednorodnego pręta, gdzie przyrost długości pręta Δl jest proporcjonalny do jego długości l i siły F , a odwrotnie proporcjonalny do przekroju poprzecznego S :

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}$$

Zgodnie z prawem Hooke'a zależność $\Delta l(F)$ powinna być prostą $\Delta l = aF + b$, wobec tego współczynnik $a = \frac{L}{ES}$. Z tego otrzymujemy:

$$E = \frac{l}{aS} = \frac{4l}{\pi d^2 a}$$

Wzór na niepewność złożoną $u_c(E)$ ma następującą postać:

$$u_c(E) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial l} u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d} u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial a} u(a)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{\pi d^2 a} u(l)\right)^2 + \left(\frac{-8l}{\pi a d^3} u(d)\right)^2 + \left(\frac{-4l}{\pi d^2 a^2} u(a)\right)^2}$$

5. Wyniki pomiarów

5.1 Drut stalowy

Rodzaj materiału: stal

Długość drutu $l = 1061\text{mm}$, $u(l) = 0,58\text{mm}$

Średnica d (3 pomiary): $0,68\text{mm}$; $0,71\text{mm}$; $0,73\text{mm}$

Mediana pomiarów: $d = 0,71\text{mm}$ odchył: $u(d) = 0,03\text{mm}$

Masa odważników[kg]	Siła F [N]	Wskazania czujnika \uparrow [mm]	Wskazanie czujnika \downarrow [mm]	Wydłużenie średnie Δl [mm]
1	9,81	0,61	0,65	0,32
2	19,62	1,09	1,16	0,56
3	29,43	1,47	1,55	0,76
4	39,24	1,81	1,87	0,92
5	49,05	2,18	2,2	1,10
6	58,86	2,5	2,52	1,26
7	68,67	2,75	2,8	1,39
8	78,48	3,08	3,1	1,55
9	88,29	3,38	3,4	1,70
10	98,1	3,65	3,65	1,83

5.2 Drut mosiężny

Rodzaj materiału: mosiądz

Długość drutu: $l = 1060\text{mm}$, $u(l) = 0,58\text{mm}$

Średnica d (3 pomiary): $0,83\text{mm}$; $0,84\text{mm}$; $0,82\text{mm}$

Mediana pomiarów: $d = 0,83\text{mm}$ odchył: $u(d) = 0,01\text{mm}$

Masa odważników[kg]	Siła F [N]	Wskazania czujnika \uparrow [mm]	Wskazanie czujnika \downarrow [mm]	Wydłużenie średnie Δl [mm]
1	9,81	0,52	0,56	0,27
2	19,62	0,77	0,84	0,40
3	29,43	1,06	1,12	0,55
4	39,24	1,32	1,37	0,67
5	49,05	1,52	1,65	0,79
6	58,86	1,8	1,8	0,90

6 Opracowanie wyników

6.1 Niepewności

6.1.1 Długość drutu

Pomiar długości drutu został wykonany poprzez przyczepienie do drutu do ściany, na której znajdowała się taśma miernicza o podziałce 1mm. Dodatkowo wynikał błąd z niedokładnego przyłożenia drutu do początku taśmy i nieidealne naprostowanie go. Za łączny błąd przyjmujemy 3mm:

$$u(l) = 3\text{mm}$$

Wydłużenie średnie wyliczane było ze wzoru $\frac{\Delta l = \Delta l \uparrow + \Delta l \downarrow}{4}$, co wynika z faktu, że przy konstrukcji przyrządu pomiarowego zastosowano dźwignię jednostronną i wskazania czujnika stanowiły podwojoną wartość rzeczywistego wydłużenia drutu.

6.1.2 Średnica drutu

Dokonano trzech pomiarów za pomocą śruby mikrometrycznej o podziałce 0,01mm. Przy każdym pomiarze przykładano śrubę na różnej wysokości. Następnie jako wartość poprawną przyjęto medianę z trzech pomiarów. Z kolei błąd pomiarowy obliczano w taki sposób:

$$u(d) = \max(u_{\text{medianny}} - u_{\text{min}}; u_{\text{max}} - u_{\text{medianny}})$$

6.2 Obliczenia

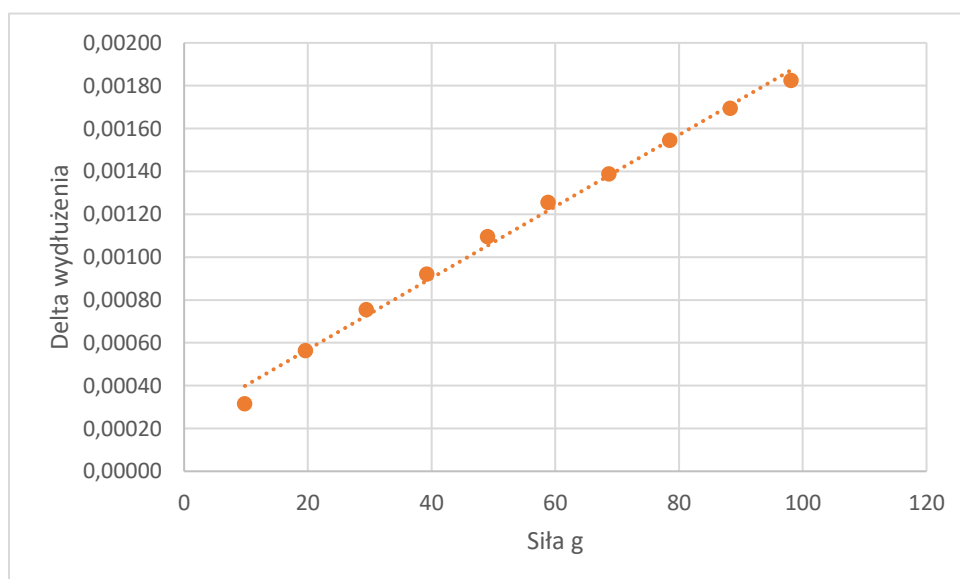
6.2.1 Wydłużenie drutu

Wydłużenie średnie wyliczane było ze wzoru $\frac{\Delta l = \Delta l \uparrow + \Delta l \downarrow}{4}$, co wynika z faktu, że przy konstrukcji przyrządu pomiarowego zastosowano dźwignię jednostronną i wskazania czujnika stanowiły podwojoną wartość rzeczywistego wydłużenia drutu.

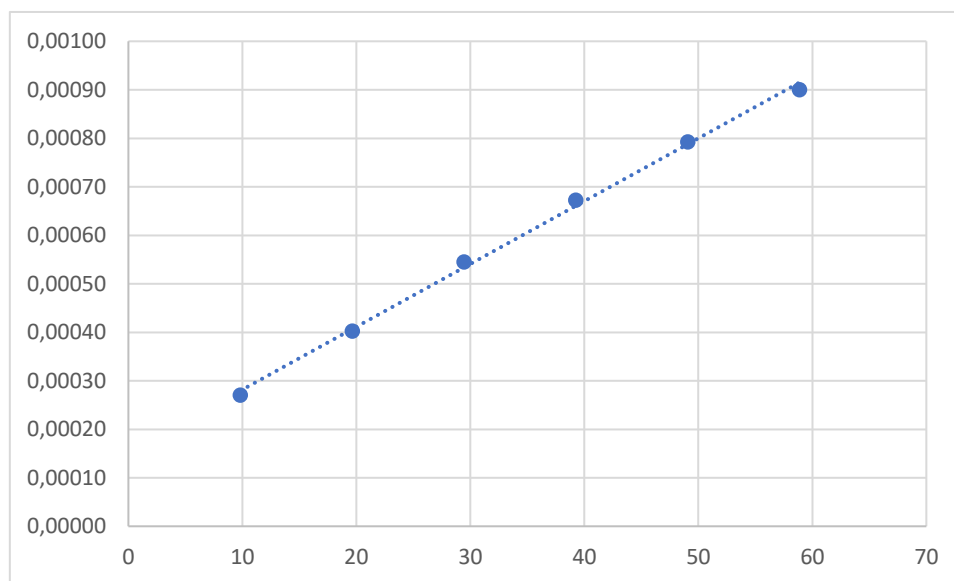
6.2.2 Siła rozciągająca

Siłą rozciągającą wpisana do tabel pomiarów została wyliczona ze wzoru $F = m \cdot g$ gdzie m - masa odważników $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ - przyspieszenie grawitacyjne.

6.3 Wykresy z umieszczonymi liniami trendu:



Rysunek 16.3.1 Wykres dla $\Delta l(F)$ dla drutu stalowego.



Rysunek 26.3.2 Wykres dla $\Delta l(F)$ dla drutu mosiężnego.

6.4 Wyznaczanie modułu Younga

6.4.1.

Z analizy linii trendu na wykresie dla stalowego drutu wynika, że pierwszy punkt znajduje się poniżej oczekiwanej prostej, więc dla dalszych obliczeń wykorzystano tylko pozostałe 9 punktów, ponieważ prawdopodobnie w tym pierwszym musiał pojawić się jakiś błąd podczas dokonywania pomiaru np. nie do końca naprostowany drut lub niedokładnie skalibrowane narzędzia przy pierwszym pomiarze. Z pozostałych punktów za pomocą Excela z użyciem funkcji REGLINP wyliczyłem współczynnik regresji:

$$a = 1,599 \cdot 10^{-5} \frac{s^2}{kg}$$

$$u(a) = 0,03 \cdot 10^{-5} \frac{s^2}{kg}$$

Następnie można już wyliczyć moduł Younga:

$$E = \frac{4 * l}{\pi * d^2 * a} = \frac{4 * 1,061m}{\pi * (0,00071m)^2 * 1,599 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}} = 167,58 GPa$$

Z prawa przenoszenia niepewności wyznaczamy niepewność modułu Younga:

$$u(E) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial l} * u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d} * u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial a} * u(a)\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4}{\pi d^2 a} * u(l)\right)^2 + \left(\frac{-8l}{\pi d^3 a} * u(d)\right)^2 + \left(\frac{-4l}{\pi d^3 a^2} * u(a)\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4 * 0,003m}{\pi * (0,00071m)^2 * 1,599 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}}\right)^2 + \left(\frac{-8 * 1,061 m * 0,00003m}{\pi * (0,00071m)^3 * 1,599 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}}\right)^2 + \left(\frac{-4 * 1,061 m * 0,03 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}}{\pi * (0,00071m)^3 * (1,599 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg})^3}\right)^2}$$

$$u(E) = 1,452 * 10^{10} = 14,520 GPa$$

Niepewność rozszerzona, przy k=2:

$$U(E) = u(E) * 2 = 29,040 GPa$$

Niepewność względna:

$$w(E) = \frac{u(E)}{E} = \frac{14,52 GPa}{167,58 GPa} = 8,66\%$$

6.4.2

W przypadku drutu mosiężnego widać, że wszystkie punkty znajdują się na jednej prostej, więc można skorzystać z wszystkich punktów. Współczynnik regresji został wyznaczony tą samą metodą co w przypadku drutu stalowego:

$$a = 1,295 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}$$

$$u(a) = 0,03 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}$$

Następnie można już wyliczyć moduł Younga:

$$E = \frac{4 * l}{\pi * d^2 * a} = \frac{4 * 1,06m}{\pi * (0,00083m)^2 * 1,295 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}} = 152,24 GPa$$

Z prawa przenoszenia niepewności wyznaczamy niepewność modułu Younga:

$$u(E) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial l} * u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d} * u(d)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial a} * u(a)\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4}{\pi d^2 a} * u(l)\right)^2 + \left(\frac{-8l}{\pi d^3 a} * u(d)\right)^2 + \left(\frac{-4l}{\pi d^3 a^3} * u(a)\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{4 * 0,003m}{\pi * (0,00083m)^2 * 1,295 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}}\right)^2 + \left(\frac{-8 * 1,06m * 0,00001m}{\pi * (0,00083m)^3 * 1,295 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}}\right)^2 + \left(\frac{-4 * 1,06m * 0,03 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg}}{\pi * (0,00083m)^3 * (1,295 * 10^{-5} \frac{s^2}{kg})^3}\right)^2}$$

$$u(E) = 5,129 * 10^9 = 5,129 GPa$$

Niepewność rozszerzona, przy k=2:

$$U(E) = u(E) * 2 = 10,258 GPa$$

Niepewność względna:

$$w(E) = \frac{u(E)}{E} = \frac{5,129 GPa}{152,24 GPa} = 3,36\%$$

6.5. Zestawienie wyników z wartościami tabelarycznymi.

Materiał	Uzyskana wartość [GPa]	Wartość tabelaryczna [GPa]
Stal	$167,58 \pm 29,040$	190 -210
Mosiądz	$152,24 \pm 10,258$	100-110

Tabela : Porównanie wartości tablicowych z otrzymanymi wynikami

Wartość modułu Younga uzyskana dla drutu stalowego po uwzględnieniu niepewności rozszerzonej mieści się tabelarycznym zakresie wartości. Natomiast w przypadku drutu wykonanego z mosiądzu po mimo wzięcia pod uwagę niepewności rozszerzonej nie jest zgodny z prawdą.

7.Wnioski

Otrzymany wynik dla drutu stalowego po uwzględnieniu sporej niepewności pomiarowej mieści się w dolnych wartościach modułu Younga dla stali. W przypadku drutu mosiężnego nawet uwzględniając niepewność rozszerzoną otrzymany wynik jest różny od wartości tabelarycznych. Powodem takiego odchylenia rezultatu doświadczenia najprawdopodobniej są przede wszystkim zmęczenie materiału , który pod wpływem częstego rozciągania stracił swoją pierwotną specyfikację i kształt , niedokładność pomiarów liny oraz najważniejsze niedokładność pomiaru średnicy drutów, gdyż właśnie ta wartość ma największy wpływ na wynik końcowy i zapewne w dużej mierze jest odpowiedzialna za taki duży rozrzut pomiędzy wyliczonymi wartościami a rzeczywistością.