Neizrazito, evolucijsko i neuro računarstvo

6. domaća zadaća

Izradio: Daniel Marić

Zadatak 1.

Potrebne formule za računanje u ANFIS sustavu:

Računanje pogreške primjera: $E_i = \frac{1}{2}(y_i - o_i)^2$

Konačan izlaz: o = $\frac{\sum_{i=1}^{m} \pi_i (p_i x + q_i y + r_i)}{\sum_{i=1}^{m} \pi_i}$

Funkcija pripadnosti A: $\mu_{A_i}(x) = \alpha_i(x) = \frac{1}{1+ e^{b_i \cdot (x-a_i)}}$

Funkcija pripadnosti B: $\mu_{B_i}(x) = \beta_i(x) = \frac{1}{1+ e^{b_i \cdot (x-a_i)}}$

T-norma: $\pi_i = \alpha_i \cdot \beta_i$

Formula za ažuriranje parametra $\psi(t+1) = \psi(t) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial \psi}$

Izvodi formula za ažuriranje parametara p_i, q_i, r_i, a_i, b_i u ANFIS sustavu:

Parametar $p(t+1) = p(t) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial p_i}$

Rastav na parcijalne derivacije: $\frac{\partial E}{\partial p_i} = \frac{\partial E}{\partial o_k} \cdot \frac{\partial o_k}{\partial p_i} = -\frac{1}{2} \cdot (y_k - o_k) \cdot \frac{\pi_i \cdot x}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$

Potrebne parcijalne derivacije:

$$\frac{\partial E}{\partial o_k} = \frac{1}{2} \cdot (y_k - o_k) \cdot (-1)$$

$$\frac{\partial o_k}{\partial p_i} = \frac{\pi_i \cdot x}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

$$p_i(t+1) = p_i(t) + \eta\, (y_k - o_k) \frac{\pi_i \cdot x}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

Parametar $q(t+1) = q(t) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial q_i}$

Rastav na parcijalne derivacije: $\frac{\partial E}{\partial q_i} = \frac{\partial E}{\partial o_k} \cdot \frac{\partial o_k}{\partial q_i} = -\frac{1}{2} \cdot (y_k - o_k) \cdot \frac{\pi_i \cdot y}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$

Potrebne parcijalne derivacije:

$$\frac{\partial o_k}{\partial q_i} = \frac{\pi_i \cdot y}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

$$q_i(t+1) = q_i(t) + \eta\,(y_k - o_k)\frac{\pi_i \cdot y}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

Parametar $r(t+1) = r(t) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial r_i}$

Potrebne parcijalne derivacije:

$$\frac{\partial o_k}{\partial r_i} = \frac{\pi_i}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

Rastav na parcijalne derivacije: $\frac{\partial E}{\partial r_i} = \frac{\partial E}{\partial o_k} \cdot \frac{\partial o_k}{\partial r_i} = -\frac{1}{2} \cdot (y_k - o_k) \cdot \frac{\pi_i}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$

$$r_i(t+1) = r_i(t) + \eta\,(y_k - o_k)\frac{\pi_i}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

Parametar $a(t+1) = a(t) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial a_i}$

Rastav na parcijalne derivacije: $\frac{\partial E}{\partial a_i} = \frac{\partial E}{\partial o_k} \cdot \frac{\partial o_k}{\partial \pi_i} \cdot \frac{\partial \pi_i}{\partial \alpha_i} \cdot \frac{\partial \alpha_i}{\partial a_i}$

Izračun parcijalnih derivacija:

$$\frac{\partial o_k}{\partial \pi_i} = \frac{\sum_i (p_i x + q_i y + r_i) \cdot \sum_i \pi_i - \sum_j \pi_j (p_j x + q_j y + r_j)}{\left(\sum_i \pi_i\right)^2} = \frac{\sum_{j \neq i} \pi_j (p_i x + q_i y + r_i - p_j x - q_j y - r_j)}{\left(\sum_i \pi_i\right)^2} =$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial \alpha_i} = \beta_i$$

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial a_i} = -(1 + e^{b_i(x-a_i)})^{-2} \cdot e^{b_i(x-a_i)} \cdot b_i =$$

$$= b_i \cdot \frac{1}{1 + e^{b_i(x-a_i)}} \cdot \left(\frac{1 + e^{b_i(x-a_i)}}{1 + e^{b_i(x-a_i)}} - \frac{1}{1 + e^{b_i(x-a_i)}}\right) = b_i \cdot \alpha_i \cdot (1 - \alpha_i)$$

$$a_i(t+1) = a_i(t) + \eta\,(y_k - o_k) \cdot \frac{\sum_{j \neq i} \pi_j \left(p_i x + q_i y + r_i - p_j x - q_j y - r_j\right)}{\left(\sum_i \pi_i\right)^2} \cdot \beta_i \cdot b_i \cdot \alpha_i \cdot (1 - \alpha_i)$$

Parametar $b(t+1) = b(t) - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial a_i}$

Rastav na parcijalne derivacije: $\frac{\partial E}{\partial b_i} = \frac{\partial E}{\partial o_k} \cdot \frac{\partial o_k}{\partial \pi_i} \cdot \frac{\partial \pi_i}{\partial \alpha_i} \cdot \frac{\partial \alpha_i}{\partial b_i}$

Izračun parcijalnih derivacija:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial b_i} = -\left(1 + e^{b_i(x-a_i)}\right)^{-2} \cdot e^{b_i(x-a_i)} \cdot (x - a_i) =$$

$$= (x - a_i) \cdot \frac{1}{1 + e^{b_i(x-a_i)}} \cdot \left(\frac{1 + e^{b_i(x-a_i)}}{1 + e^{b_i(x-a_i)}} - \frac{1}{1 + e^{b_i(x-a_i)}}\right)$$
$$= (x - a_i) \cdot \alpha_i \cdot (1 - \alpha_i)$$

$$b_i(t+1) = b_i(t) + \eta\,(y_k - o_k) \cdot \frac{\sum_{j \neq i} \pi_j\left(p_i x + q_i y + r_i - p_j x - q_j y - r_j\right)}{\left(\sum_i \pi_i\right)^2} \cdot \beta_i \cdot (x - a_i) \cdot \alpha_i \cdot (1 - \alpha_i)$$

Za sustave B se osvježavanje parametara računa na isti način samo su zamijenjene funkcije pripadnosti $\alpha_i(x)\ i\ \beta_i(x)$ te se umjesto x koristi ulaz y.

Prethodne formule vrijede za stohastički način izvedbe algoritma dok za grupno izvođenje vrijede sljedeće formule:

$$p_i(t+1) = p_i(t) + \eta \sum_{i=1}^{N} (y_k - o_k) \frac{\pi_i \cdot x}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

$$q_i(t+1) = q_i(t) + \eta \sum_{i=1}^{N} (y_k - o_k) \frac{\pi_i \cdot y}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

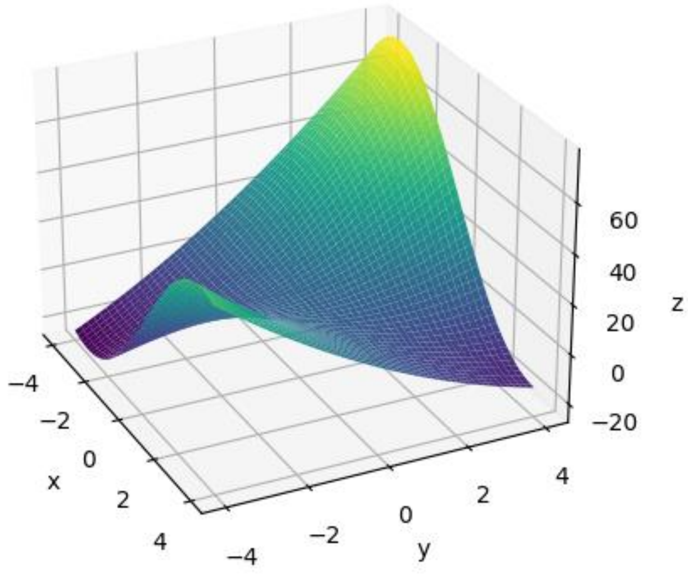
$$r_i(t+1) = r_i(t) + \eta \sum_{i=1}^{N} (y_k - o_k) \frac{\pi_i}{\sum_{l=1}^{m} \pi_l}$$

$$a_i(t+1) = a_i(t) + \eta \sum_{i=1}^{N} (y_k - o_k) \cdot \frac{\sum_{j \neq i} \pi_j\left(p_i x + q_i y + r_i - p_j x - q_j y - r_j\right)}{\left(\sum_i \pi_i\right)^2} \cdot \beta_i \cdot b_i \cdot \alpha_i \cdot (1 - \alpha_i)$$

$$b_i(t+1) = b_i(t) + \eta \sum_{i=1}^{N} (y_k - o_k) \cdot \frac{\sum_{j \neq i} \pi_j\left(p_i x + q_i y + r_i - p_j x - q_j y - r_j\right)}{\left(\sum_i \pi_i\right)^2} \cdot \beta_i \cdot (x - a_i) \cdot \alpha_i \cdot (1 - \alpha_i)$$

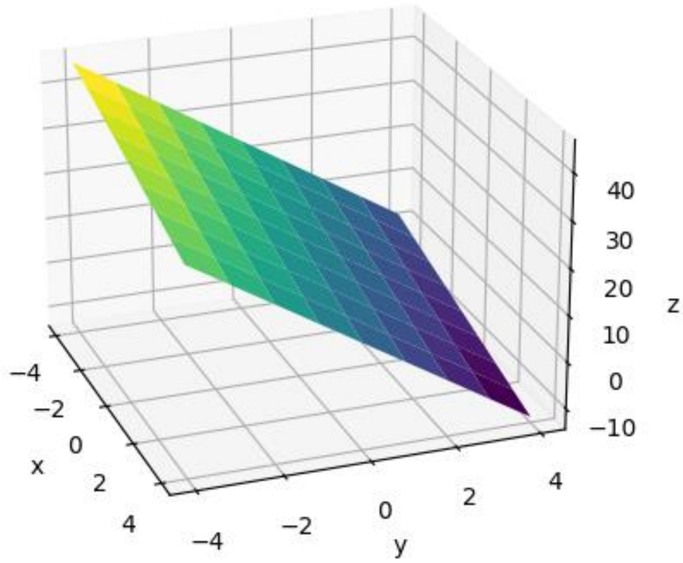
Zadatak 3.

Graf funkcije: $f\ (x, y)\ =\ ((x-1)^2\ +\ (y+2)^2\ -\ 5xy\ +\ 3)\ \cdot\ cos^2(\frac{x}{5})$

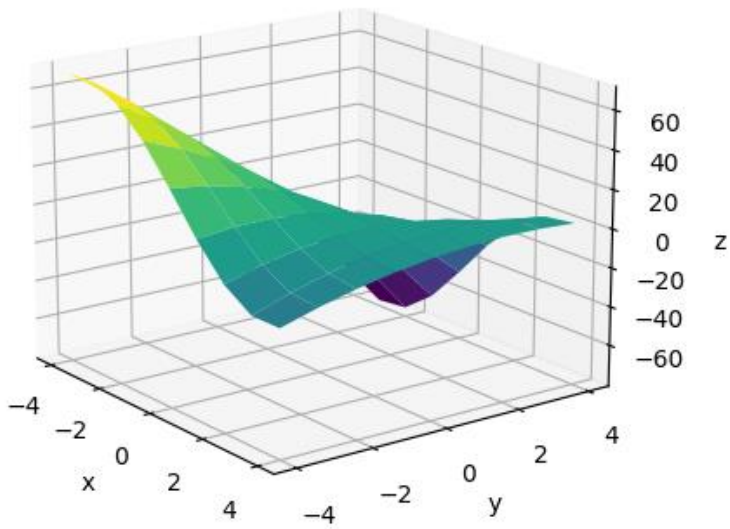


Zadatak 4.

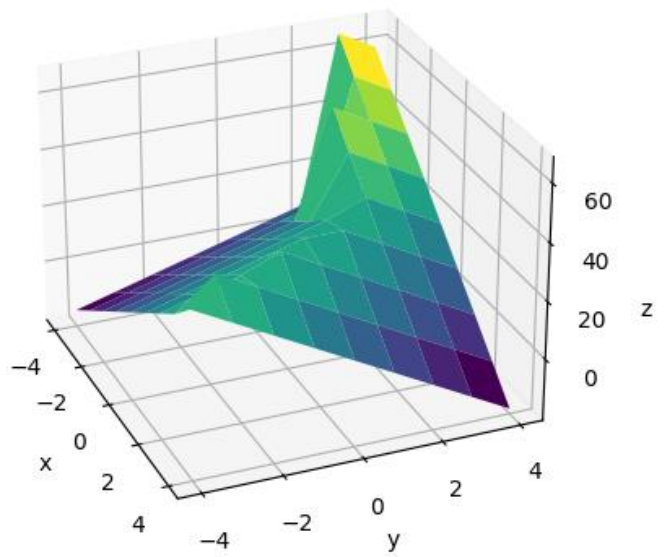
(a) Funkcija ANFIS-a s jednim pravilom:



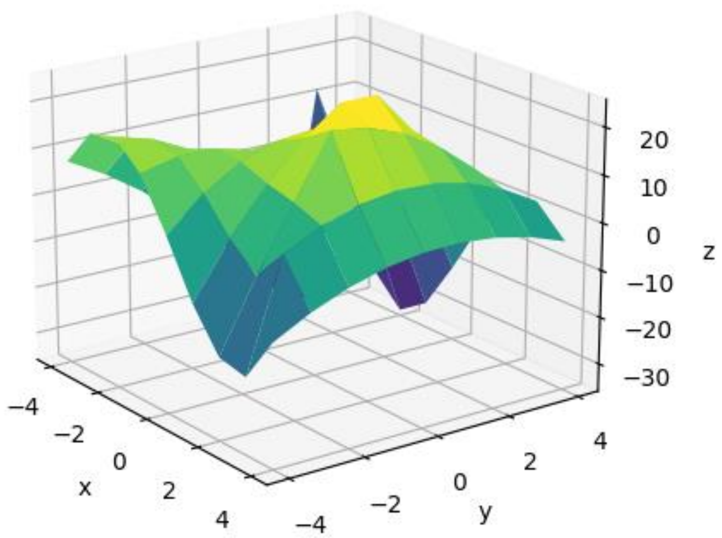
Funkcija pogreške između naučene funkcije i stvarne funkcije.



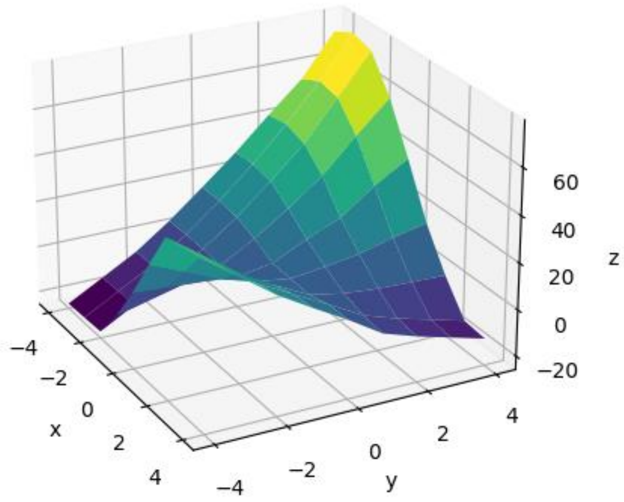
(b) Funkcija ANFIS-a s dva pravila:



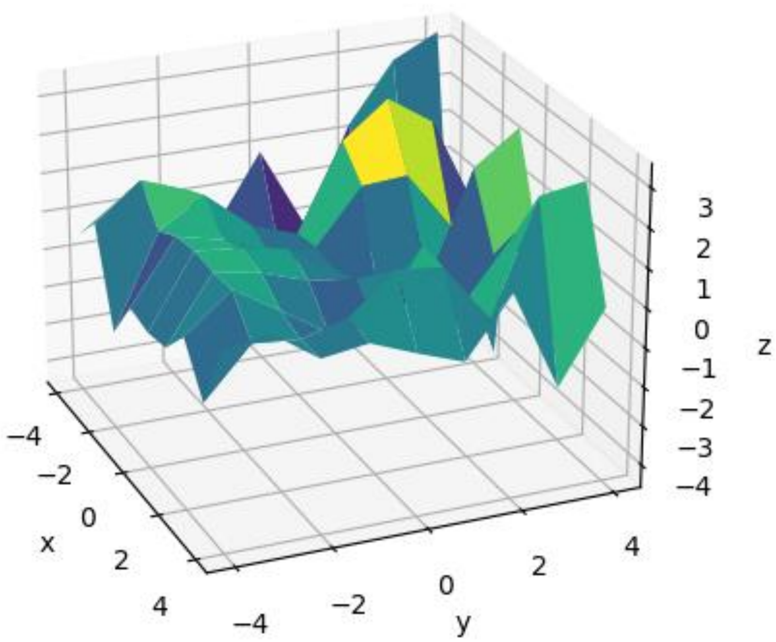
Funkcija pogreške između naučene funkcije i stvarne funkcije.



(c) Funkcija ANFIS-a sa 10 pravila.

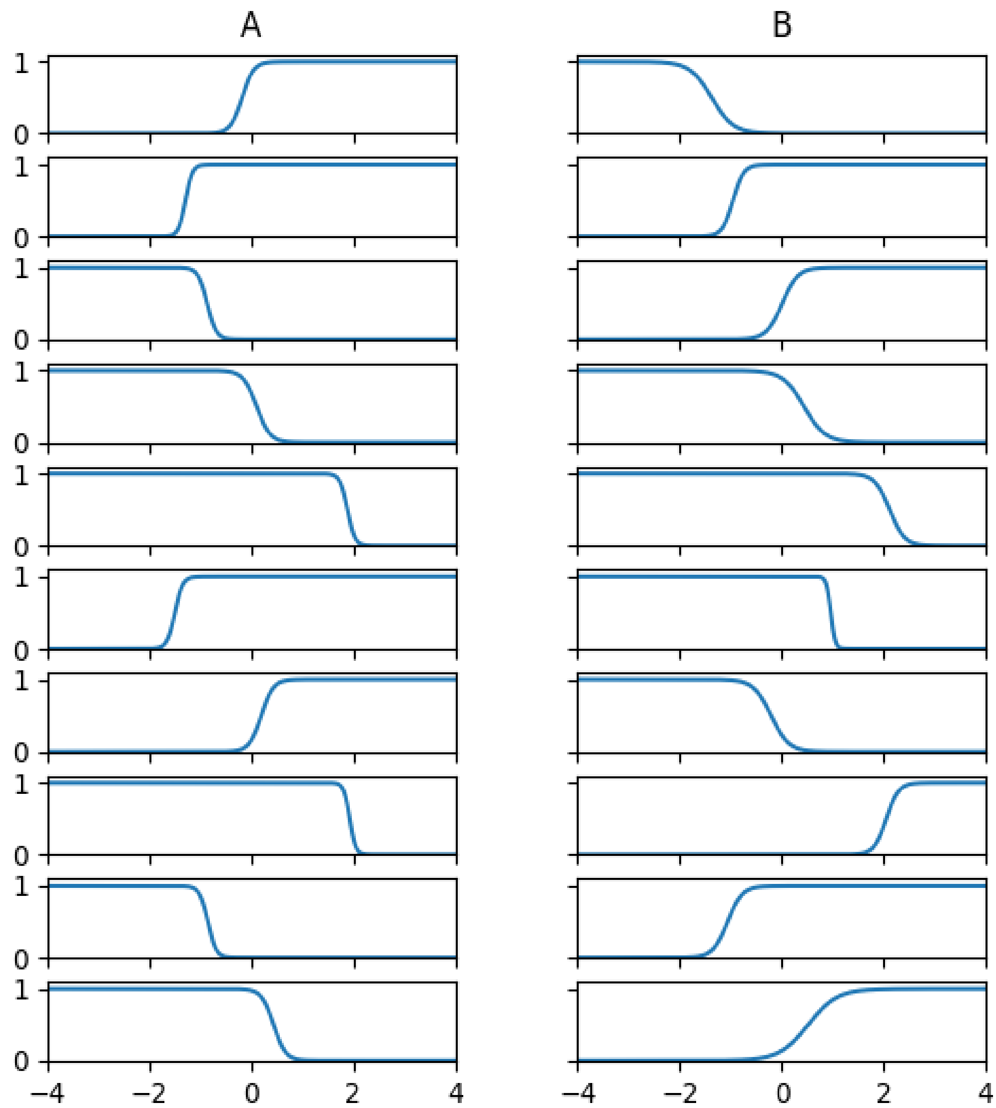


Funkcija pogreške između naučene funkcije i stvarne funkcije.



Zadatak 5.

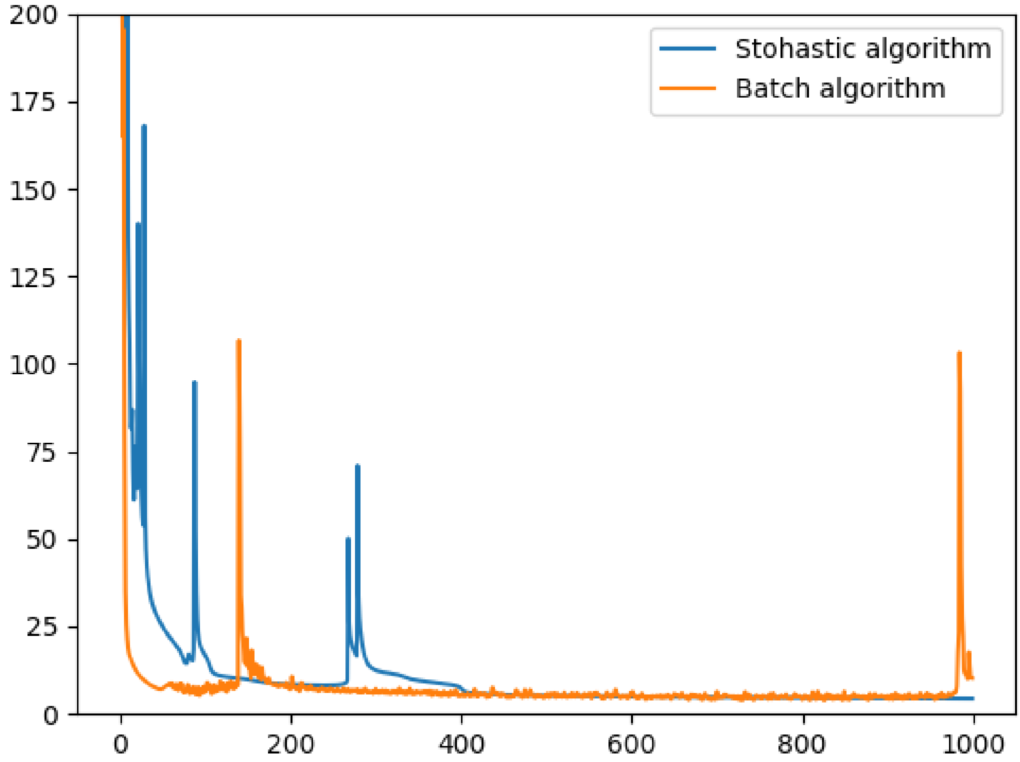
Naučene funkcije pripadnosti.



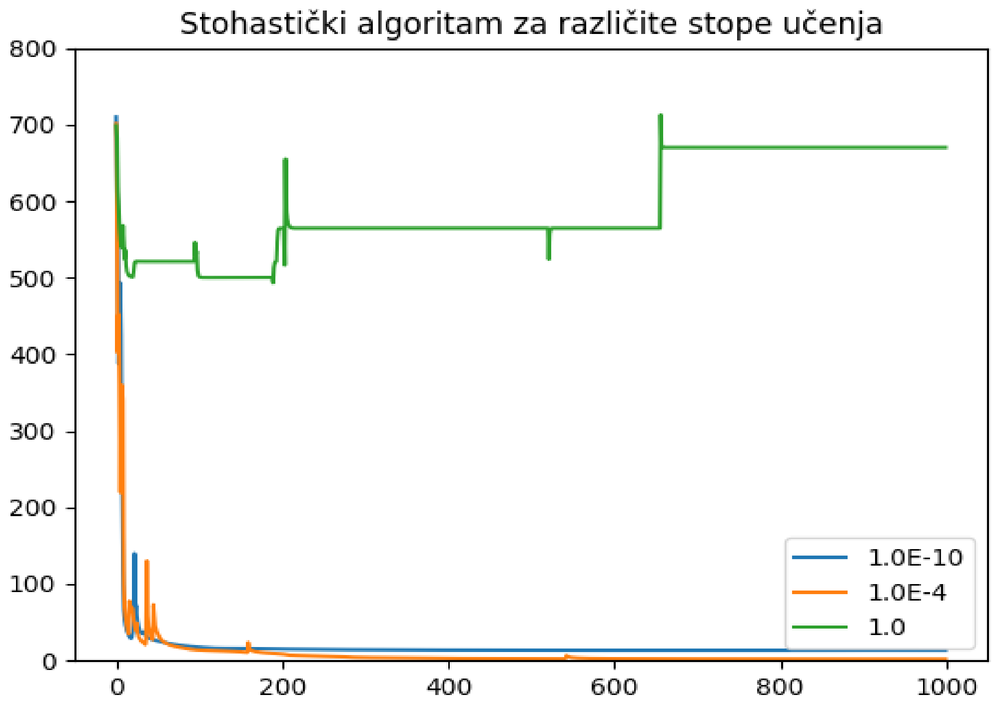
Svaki od izrazitih skupova predstavlja jednu ulaznu kombinaciju za x i y. Na primjer u prvom pravilu bi prvu neizrazitu funkciju mogli nazvati kao x veći od 0, a drugu neizrazitu funkciju kao y je malen. Za drugo pravilo bi mogli dati nazive x nije malen za prvu funkciju i y nije malen za drugu funkciju i tako dalje.

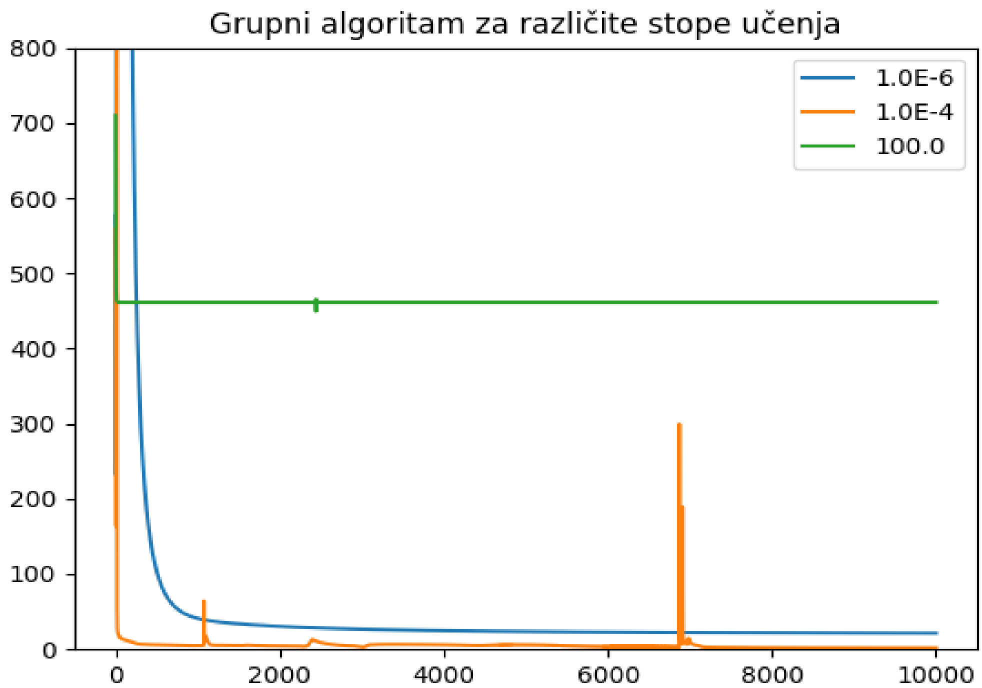
Zadatak 7.

Graf prikazuje kretanje srednje kvadratne pogreške kod izvođenja stohastičkog i grupnog algoritma kroz 1000 iteracija. Vidimo da je grupni način izvođenja stabilniji no može zapeti u lokalnom optimumu. Kod stohastičkog izvođenja pojavljuju jako nagle promjene i postupak nije stabilan no ipak može pronaći bolja rješenja nego grupno izvođenje.



Zadatak 8.





Kod oba algoritma možemo vidjeti da za preveliku stopu učenja algoritam ne može pronaći dobra rješenja i divergira. Za preveliku stopu algoritam se također slično ponaša za oba načina izvođenja. Konvergira, ali jako sporo.