

# Assignment 8

ΟΝΟΜΑ: Μαυρογιώργης Δημήτρης  
ΑΜ: 2016030016  
ΤΗΛ411 - Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

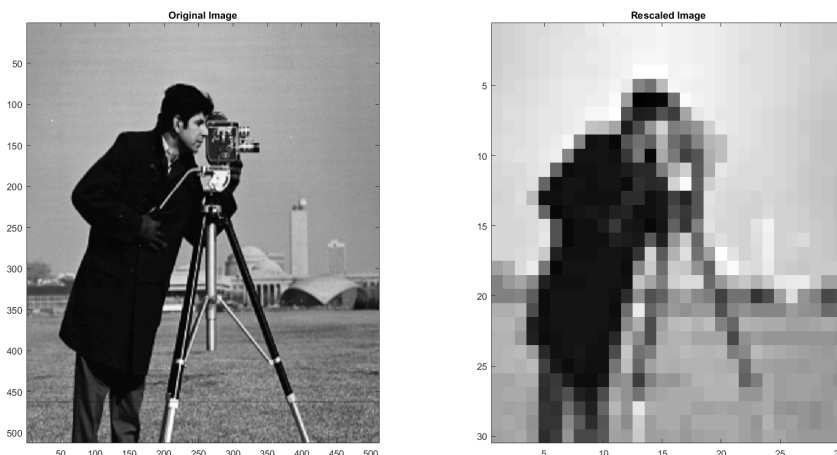
April 19, 2021

## Introduction

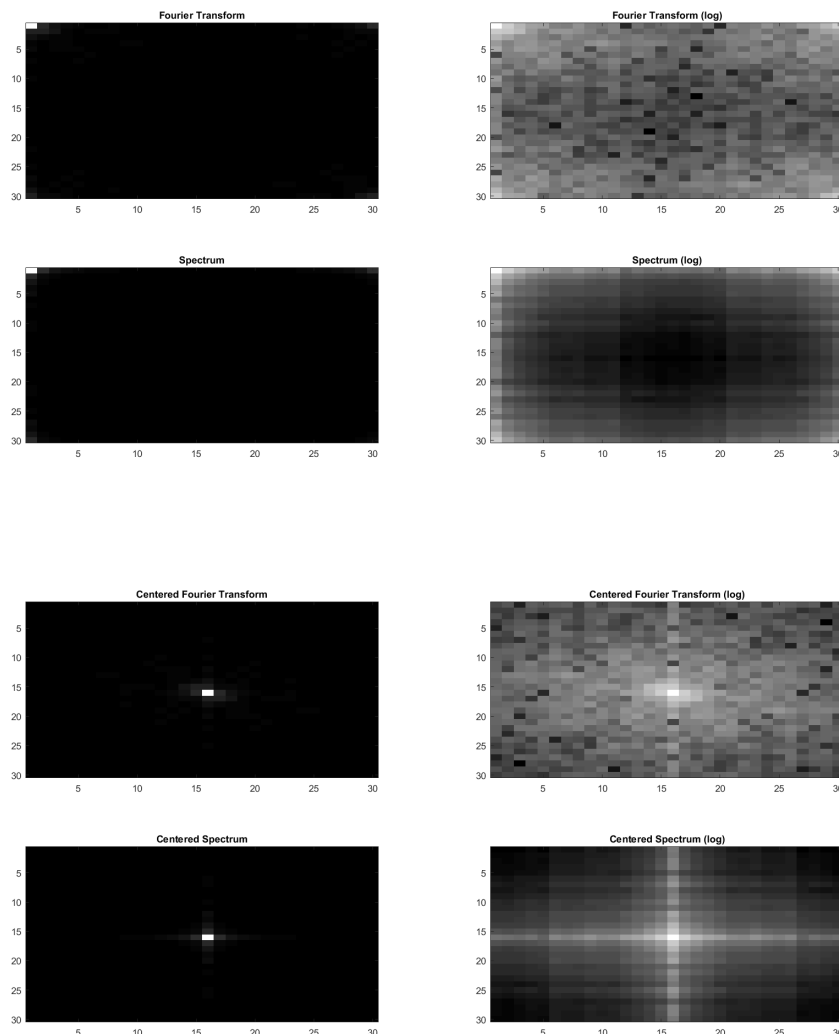
Ο σκοπός της 8ης εργαστηριακής άσκησης είναι να υπολογίσουμε το μετασχηματισμό Fourier της εικόνας "cameran.tif", καθώς και ενός Gaussian φίλτρου. Επιπλέον, στόχος της συγκεκριμένης άσκησης είναι να υπολογίσουμε τη συνέλιξη της εικόνας με το φίλτρο με τρεις διαφορετικούς τρόπους: 1) στο πεδίο του χρόνου, 2) στο πεδίο των συχνοτήτων με βάση το θεώρημα της συνέλιξης και 3) με το γινόμενο του πίνακα Toeplitz και της εικόνας.

## Implementation-Results

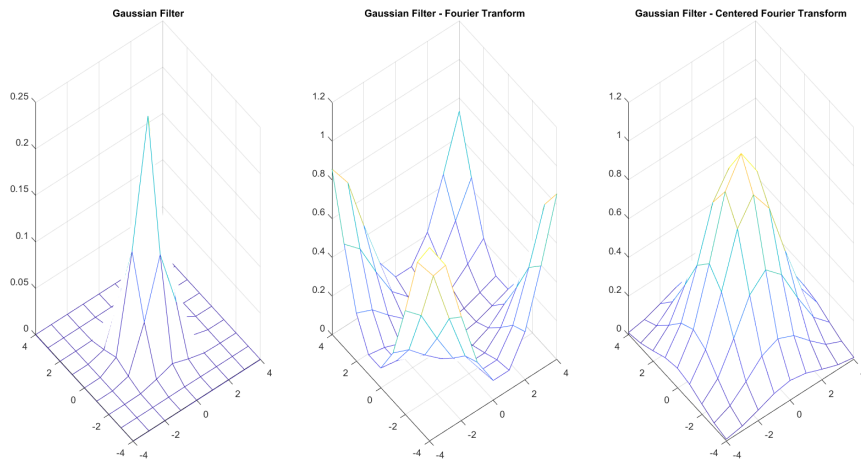
Αρχικά, μας ζητήθηκε να διαβάσουμε την εικόνα "camerama.tif" διαστάσεων 512x512 και την μετατρέψουμε σε διαστάσεις 30x30. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση imresize με τα default της ορίσματα.



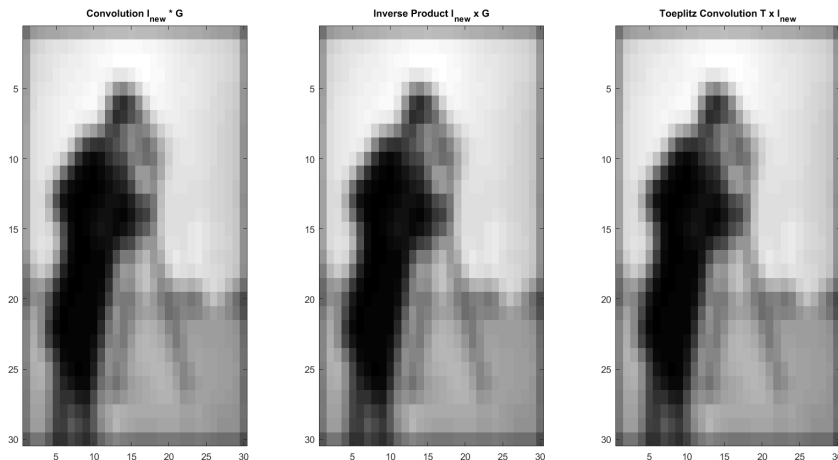
Στη συνέχεια, μας ζητήθηκε να υπολογίσουμε το μετασχηματισμό Fourier της εικόνας διαστάσεων 30x30. Γι' αυτό το σκοπό χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση fft2 και fftshift. Παρακάτω απεικονίζονται σε κανονική και λογαριθμική κλίμακα τα αποτελέσματα του μέτρου του μετασχηματισμού Fourier, καθώς και του φάσματος της εικόνας, δηλαδή το τετράγωνο του μέτρου του μετασχηματισμού Fourier μετά τη χρήση της συνάρτησης fft2 και fftshift.



Μετά τον υπολογισμό και την απεικόνιση του μέτρου του μετασχηματισμού Fourier και του φάσματος της εικόνας, μας ζητήθηκε να κατασκευάσουμε ένα 2D Gaussian φίλτρο 9x9 με τη βοήθεια της συνάρτησης `meshgrid`. Έπειτα, υπολογίστηκε και ο μετασχηματισμός Fourier του φίλτρου. Με τη βοήθεια της συνάρτησης `mesh` απεικονίστηκε το Gaussian φίλτρο τόσο στο χρόνο, όσο και στη συχνότητα. Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι το φίλτρο στις συχνότητες διατηρεί το καμπανοειδές σχήμα που έχει στο χρόνο. Η μοναδική διαφορά είναι ότι στο χρόνο το σχήμα του φίλτρου είναι πιο λεπτό και μυτερό, ενώ στη συχνότητα είναι αρκετά πιο φαρδύ και ομαλό.



Στο τελευταίο μέρος της άσκησης, έπρεπε να υπολογίσουμε τη συνέλιξη του παραπάνω φίλτρου με την εικόνα cameraman διαστάσεων 30x30 με τρεις διαφορετικούς τρόπους.



Στην πρώτη μέθοδο για τον υπολογισμό της συνέλιξης στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `convn2` με ορίσματα την εικόνα, το φίλτρο και παράμετρο `'same'`, για να παραμείνει εικόνα σε διαστάσεις 30x30 και όχι  $(30+9-1) \times (30+9-1) = 38 \times 38$  που θα ήταν με το zero padding.

Η δεύτερη μέθοδος υπολογισμού της συνέλιξης είναι μέσω του πεδίου των συχνοτήτων και το θεώρημα συνέλιξης, το οποίο αναφέρει ότι στη συχνότητα η συνέλιξη υπολογίζεται ως το γινόμενο του μετασχηματισμού Fourier της εικόνας και του μετασχηματισμού Fourier του φίλτρου. Για τον υπολογισμό του γινομένου, έπρεπε πρώτα να κάνουμε zero padding έτσι, ώστε η εικόνα και το φίλτρο να είναι και οι δύο διαστάσεων 38x38. Αυτό έγινε με τη συνάρτηση `fft2`, η οποία κάνει zero padding, αν εκτός επό την εικόνα περάσουμε σαν ορίσματα και τις τελικές διαστάσεις της εικόνας. Τέλος, μετά τον υπολογισμό του γινομένου χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `ifft2` για να υπολογίσουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier.

Στην τρίτη και τελευταία μέθοδο, έπρεπε να υπολογίσουμε την συνέλιξη μέσω του γινομένου του πίνακα toeplitz και της εικόνας σε μορφή vector. Οι διαστάσεις της τελικής εικόνας είναι 38x38, οπότε σε μορφή vector θα είναι 1444x1. Επίσης, η αρχική εικόνα είναι 30x30. Οπότε σε μορφή vector θα είναι 900x1. Συνεπώς, ο πίνακας toeplitz πρέπει να έχει διαστάσεις 1444x900 για να μπορέσει να γίνει το γινόμενο.

Όσον αφορά τη διαδικασία υπολογισμού του πίνακα toeplitz, έγιναν τα εξής βήματα:

- 1) Zero padding στο Gaussian φίλτρο έτσι, ώστε να γίνει διαστάσεων 38x38 και να έχει μη μηδενικά στοιχεία στο κάτω αριστερά μέρος του.
- 2) Για κάθε γραμμή του φίλτρου υπολογίστηκαν οι 38 υποπίνακες toeplitz διαστάσεων 38x30.
- 3) Με τη βοήθεια της συνάρτησης cat ενώθηκαν και οι 38 πίνακες έτσι, ώστε να υπολογιστεί η πρώτη block στήλη του πίνακα toeplitz.
- 4) Με τη βοήθεια της συνάρτησης circshift έγιναν shift οι block πίνακες προς τα κάτω και κυκλικά, για να υπολογιστούν και οι υπόλοιπες στήλες του πίνακα toeplitz.
- 5) Με τη συνάρτηση cat ενώθηκαν και οι 30 στήλες του προηγούμενου βήματος έτσι, ώστε να υπολογιστεί ο τελικός πίνακας toeplitz.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση flip για να διαβάσουμε τις τιμές από την τελευταία γραμμή προς την αρχική και σε συνδυασμό με ένα βρόγχο επανάληψης μετατράπηκε η εικόνα σε vector προκειμένου να γίνει ο πολλαπλασιασμός με τον πίνακα. Τέλος, αφού έγινε ο πολλαπλασιασμός, χρησιμοποιήθηκαν οι συνάρτησεις reshape και flip, για να επαναφέρουμε την εικόνα από vector σε πίνακα.

Στο τελευταίο κομμάτι της άσκησης, έπρεπε να γίνει η σύγκριση των τριών μεθόδων για συνέλιξης της εικόνας με το Gaussian φίλτρο. Με βάση τις παραπάνω εικόνες, παρατηρούμε ότι είναι όλες ίδιες μεταξύ τους. Αυτό βεβαιώνεται με από το δείκτη MSE, ο οποίος ανάμεσα μέθοδο 1 και 2 είναι  $1.4490 \cdot 10^{-27}$ , μεταξύ των μεθόδων 1 και 3 είναι  $3.6431 \cdot 10^{-27}$  και τέλος μεταξύ της 2 και 3 είναι  $3.2437 \cdot 10^{-27}$ .