Lab 4 Δορυφορικών Επικοινωνιών

Onoma: Μαυρογιώργης Δημήτρης
AM: 2016030016
ΤΗΛ513 - Δορυφορικές Ζεύξεις
Πολυτεχνειο Κρητης

April 19, 2021

1 Εισαγωγή

Σκοπός της άσκησης είναι η εφαρμογή του αλγόριθμου Viterbi για την αποκωδικοποίηση ενός συνελικτικού κώδικα, ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί για την διόρθωση σφαλμάτων (forward error correction - FEC) κατά την μετάδοση κάποιων bit μέσα από ένα κανάλι BSC (binary symmetric channel).

Πιο συγκεκριμένα, έστω ότι θέλουμε να μεταδόσουμε N bits πληροφορίας $m_1, m_2, \ldots m_N$ με $m_i \in \{0, 1\}$, τα οποία αντιστοιχούν με κατάλληλη FEC κωδικοποίηση, σε μία νέα ακολουθία από bits $b_1, b_2, \ldots b_N$ με $b_i \in \{0, 1\}$. Συνεπώς, με την κωδικοποίηση εισάγουμε επιπλέον bits και για κάθε N bits πληροφορίας απαιτούνται 2N-1 bits, δηλαδή. ο ρυθμός της κωδικοποίησης είναι $\rho = \frac{N}{2N-1} \approx \frac{1}{2}$

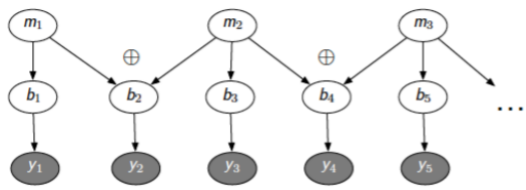


Figure 1: Κωδικοποίηση με συνελικτικό κώδικα και μεταφορά μέσω καναλιού BSC

Για την κωδικωποίηση των m_i bits που θέλουμε να στείλουμε, θα χρησιμοποιήσουμε μια απλή μορφή συνελικτικού κώδικα με μήκος εξαναγκασμού L=2 και ρυθμό ρ=1/2, ο οποίος περιγράφεται ως εξής:

$$b_{2i-1} = m_i \qquad \kappa\alpha\iota \qquad b_{2i} = m_i \oplus m_{i+1}$$

όπου $\oplus$ είναι η πράξη xor και $i = 1, 2, \ldots, N$

Στην συνέχεια, τα κωδικοποιημένα bits b_i, με $i = 1, 2, \ldots, 2N-1$, εισέρχονται από ένα BSC κανάλι, το οποίο αλλάζει το κάθε bit με πιθανότητα $\varepsilon \in (0, 1/2)$, ενώ δεν το μεταβάλλει με πιθανότητα 1-ε. Οπότε, προκύπτει η ακολουθία εξόδου y_i, με $i = 1, 2, \ldots, 2N-1$.

Επιπλέον, γνωρίζουμε ότι η χωρητικότητα του παραπάνω καναλιού δίνεται από τη σχέση:

$$C_{BSC} = 1 - H(\varepsilon)$$

όπου H(ε) είναι η εντοπία μιας δυαδικής πηγής πληροφορίας και ισούται εξ'ορισμού με:

$$H(\varepsilon) = -\varepsilon \log_2(\varepsilon) - (1-\varepsilon)\log_2(1-\varepsilon)$$

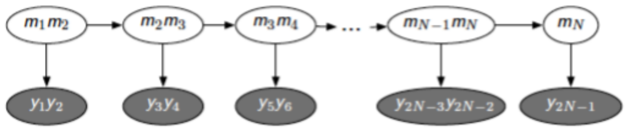


Figure 2: Απλοποίηση της παραπάνω κωδικοποίησης και μεταφοράς σε ένα ισοδύναμο HMM

Από τη θεωρία πιθανοτικών γραφικών μοντέλων αποδεικνύεται ότι το figure 1 μπορεί να απλοποιηθεί στο hidden Markov model (figure 2). Επιπλέον, προκύπτει ότι παρατηρώντας τα σύμβολα (y_{2i-1}, y_{2i}) μπορούμε να καταλάβουμε ποιο ζεύγος (m_i, m_{i+1}) στάλθηκε.

Κατα την αποκωδικοποίηση του συνελικτικού κώδικα, χρησιμοιποιούμε τον κανόνα maximum likelihood-ML, προσπαθώντας να μεγιστοποιήσουμε την εξής πιθανότητα:

$$Pr(y_1, \ldots, y_{2N-1} | m_1, \ldots m_N) \propto Pr(y_{2N-1}|m_N) \prod_{i=1}^{N-1} Pr(y_{2i-1}, y_{2i} | m_i, m_{i+1})$$

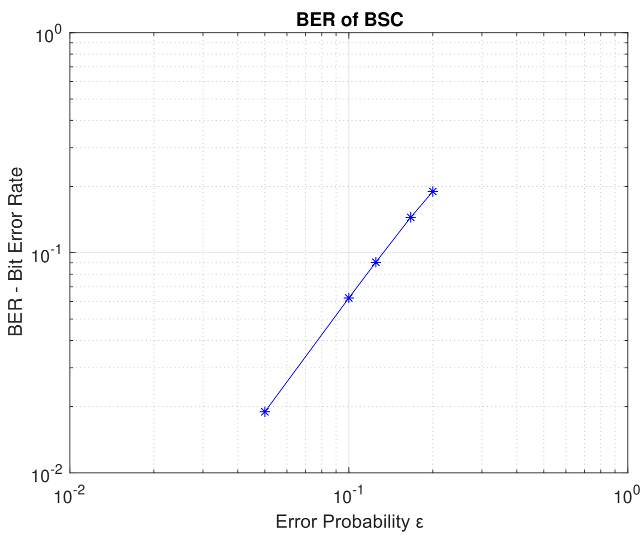
Επιπλέον, αν χρησιμοποιήσουμε και την ιδιότητα των λογαρίθμων, προσπαθούμε να μεγιστοποιήσουμε το άθροισμα των λογαρίθμων.
Συνεπώς, αν κατασκεβάσουμε το trellis με βάρη που προκύπτουν από τον παραπάνω κανόνα ML, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο Viterbi για την αποκωδικοποίηση του παραπάνω συνελικτικού κώδικα.

2 Ερώτημα 1

Για τιμή ε=1/5 και N=128 bits δημιουργούμε την ακολουθία $y_1, y_2, \ldots y_{2N-1}$, όπως περιγράφτηκε παραπάνω, και καταλλήγουμε στο συμπέρασμα ότι εκτιμήθηκαν λανθασμένα περίπου 19 bits. Αν επαναλάβουμε για 10^4 φορές προκύπτει ότι το BER για ε=1/5 είναι περίπου 0.1896.

3 Ερώτημα 2

Αν επαναλάβουμε τη διαδικασία για ε=1/6, ε=1/8, ε=1/10 και ε=1/20, προκύπτει ότι τα bits που εκτιμήθηκαν λάθος είναι 18, 12, 9 και 2 αντίστοιχα. Επαναλαμβάνοντας για 10^4 φορές και τις τις παραπάνω τιμές πιθανότητας ε, εκτιμήθηκε το BER περίπου ίσο με 0.1443, 0.0907, 0.0625 και 0.0188 αντίστοιχα. Επιπλέον, προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα BER συναρτήση του ε σε λογαριθμική κλίμακα.



4 Ερώτημα 3

Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι όσο μειώνεται η πιθανότητα ε, μειώνεται και και το BER στο κανάλι BSC. Ειδικότερα, γίνεται αντιληπτό ότι ο λογάριθμος του BER είναι ανάλογος του λογαρίθμου της πιθανότητας σφάλματος ε.

Τέλος, παρατηρούμε ότι με τη μείωση του ε επηρρεάζει την εντροπία της πηγής πληροφορίας H(ε). Πιο συγκεκριμένα η εντροπία, που αποτελεί ένα "μέτρο αβεβαιότητας" για το τηλεπικοινωνιακό σύστημα, μειώνεται, με αποτέλεσμα η συνολική χωρητικότητα του καναλιού να αυξάνεται.