

Lab 1 Δορυφορικών Επικοινωνιών

Σκοπός είναι να φρεσκάρετε τις βασικές γνώσεις σας στα Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα. Η διαμόρφωση MSK ή απλούστερες μορφές της όπως η BPSK ή η GFSK χρησιμοποιούνται ευρέως στα δορυφορικά συστήματα. Η παράδοση του σχετικού κώδικα και της αναφοράς θα γίνει μέσω courses. Επιτρέπεται η συνεργασία, αρκεί να αναγραφεί στην αναφορά. Ωστόσο, ο κώδικας και η αναφορά πρέπει να γίνουν ατομικά.

Εισαγωγή

Στην εργασία αυτή θα μελετήσετε το bit error rate (BER) της διαμόρφωσης MSK, της οποίας ο μιγαδικός φάκελος δίνεται από την παρακάτω σχέση [1]:

$$\tilde{s}(t) = Ae^{+j\phi(t)}, \quad (1)$$

$$\phi(t) = x_n \frac{\pi(t - nT)}{T} + \frac{\pi}{2} \sum_{k=0}^{n-1} x_k, \quad nT \leq t \leq nT + T. \quad (2)$$

Όπως εξηγήθηκε στα Τηλεπ. Συστήματα II, το MSK σύμβολο $x_n \in \{\pm 1\}$, το οποίο στέλνεται το χρονικό διάστημα $[nT, (n+1)T]$, αυξάνει την φάση $\phi(t)$ κατά $\pi/2$, όταν $x_n = 1$ ή μειώνει την φάση κατά $\pi/2$, όταν $x_n = -1$. Επομένως, η τελική ποσότητα της φάσης την χρονική στιγμή $t = (n+1)T$ εξαρτάται από την τιμή του x_n ΚΑΙ από την τιμή της φάσης $\phi(nT) = \frac{\pi}{2} \sum_{k=0}^{n-1} x_k$ την χρονική στιγμή $t = nT$. Με λίγα λόγια, η διαμόρφωση αυτή έχει μνήμη και απαιτεί έξυπνο χειρισμό στον δέκτη. Επιπλέον, η διαμόρφωση αυτή εξασφαλίζει συνέχεια φάσης στο μεταδιδόμενο σήμα (όπως δείξαμε στα Τηλεπ. Συστήματα II) και φαίνεται στην παραπάνω σχέση, καθώς μεταβάλλει ομαλά την φάση κατά την διάρκεια μετάδοσης του κάθε MSK συμβόλου x_n .

Παρακάτω θεωρούμε πως ο μιγαδικός φάκελος του σήματος λήψης κατά την μετάδοση σε κανάλι AWGN δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

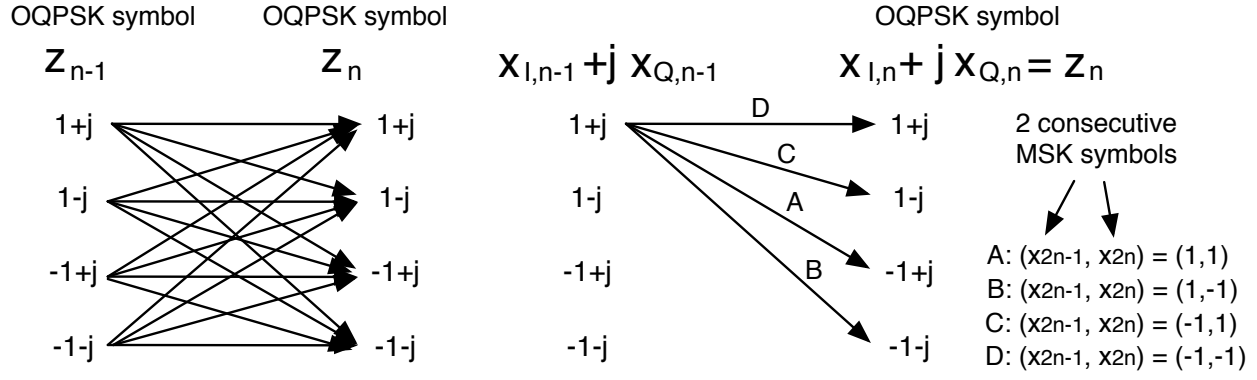
$$y(t) = \tilde{s}(t) + w(t), \quad (3)$$

$$w(t) = w_I(t) + jw_Q(t), \quad (4)$$

όπου $w_I(t), w_Q(t)$ στάσιμες με την ευρεία έννοια στοχαστικές διαδικασίες, μηδενικής μέσης τιμής, ανεξάρτητες μεταξύ τους, με φασματική πυκνότητα ισχύος $S_{ww_I}(f) = S_{ww_Q}(f) = \beta$ στο διάστημα $[-W, W]$ και μηδέν αλλού, με $\beta > 0$ και W το εύρος ζώνης του δέκτη (στην βασική ζώνη).

1 MSK ως OQPSK

Στις σημειώσεις [1] και στα problem sets των Τηλεπ. Συστημάτων II είδαμε πως ο μιγαδικός φάκελος της MSK (Εξ. (2)) μπορεί να εκφραστεί ως offset QPSK (OQPSK), εάν ομαδοποιήσουμε



Σχήμα 1: MSK = OQPSK.

ζευγάρια (x_{2n-1}, x_{2n}) διαδοχικών MSK συμβόλων σε QPSK σύμβολα $x_{I,n} + jx_{Q,n} \in \{\pm 1 \pm j\}$, σύμφωνα με τις παρακάτω αναδρομικές σχέσεις:

$$\tilde{s}(t) = A \sum_n x_{I,n} h_a(t - n2T) + jx_{Q,n} h_a(t - n2T - T), \quad (5)$$

$$h_a(t) = \cos\left(2\pi \frac{1}{4T}t\right) u_{2T}(t + T), \quad (6)$$

$$h_a(t - T) = \sin\left(2\pi \frac{1}{4T}t\right) u_{2T}(t), \quad (7)$$

όπου $u_{2T}(t)$ ο τετραγωνικός παλμός με $u_{2T}(t) = 1, t \in [0, 2T)$ και μηδέν αλλού. Παρατηρήστε ότι ο παλμός διαμόρφωσης $h_a(t)$ έχει διάρκεια $2T$ και το quadrature component είναι καθυστερημένο κατά μισό QPSK σύμβολο ($2T/2 = T$), δηλ. κατά ένα σύμβολο MSK. Το επόμενο QPSK σύμβολο $z_n = x_{I,n} + jx_{Q,n}$ εξαρτάται από τα MSK σύμβολα x_{2n-1}, x_{2n} αλλά και από το προηγούμενο QPSK σύμβολο $z_{n-1} = x_{I,n-1} + jx_{Q,n-1}$, σύμφωνα με τις παρακάτω αναδρομικές:

$$x_{I,n} = -x_{Q,n-1} \quad x_{2n-1}, \quad (8)$$

$$x_{Q,n} = -x_{I,n} \quad x_{2n} = x_{Q,n-1} \quad x_{2n-1} \quad x_{2n}, \quad (9)$$

$$x_{Q,-1} = -1, x_{-1} = 1. \quad (10)$$

Για την αποστολή ενός OQPSK συμβόλου απαιτείται συνολική διάρκεια $3T$, λόγω της καθυστέρησης του quadrature component κατά T . Αξιοποιώντας την ιδιότητα $\int_{-\infty}^{+\infty} h_a^2(t)dt = T$, το ισοδύναμο διακριτό σύστημα της εξίσωσης (3) και της εξίσωσης (7) δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις (αποδειξτε το):

$$y_n = ATz_n + \sqrt{\beta T}n_n, \quad (11)$$

$$z_n = x_{I,n} + jx_{Q,n}, \quad (12)$$

$$n_n = n_{I,n} + jn_{Q,n}, \quad (13)$$

όπου $n_{I,n} \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $n_{I,Q} \sim \mathcal{N}(0, 1)$ και $n_{I,n}, n_{Q,n}$ στατιστικώς ανεξάρτητα.¹ Επίσης, μιγαδικά n_n και n_m είναι στατιστικώς ανεξάρτητα για $n \neq m$.

¹Ο ορισμός αυτός είναι ισοδύναμος με το να συμβολίσουμε την n_n ως μια κυκλικά συμμετρική μιγαδική Γκαουσιανή $n_n \sim \mathcal{CN}(0, 2)$. Είναι κυκλικά συμμετρική γιατί η μηδενική μέση τιμή εξασφαλίζει ότι ο πολλαπλασιασμός με έναν ντετερμινιστικό φάσσορα $e^{j\theta}$ δεν αλλάζει τα στατιστικά του $e^{j\theta}n_n$.

Στο Σχήμα 1-αριστερά φαίνεται πως από κάθε δυνατή τιμή του $z_{n-1} \in \{\pm 1 \pm j\}$ μπορεί να υπάρξει μετάβαση σε μία από 4 δυνατές τιμές του z_n , με πιθανότητα μετάβασης 1/4. Στο Σχήμα 1-δεξιά φαίνεται η περίπτωση του $z_{n-1} = 1 + j$ με όλες τις πιθανές μεταβάσεις, σύμφωνα με τις αναδρομικές σχέσεις των εξισώσεων (8)-(10). Αντίστοιχο σχήμα μπορεί να προκύψει και για τις υπόλοιπες 3 δυνατές τιμές του z_{n-1} .

Με βάση τα παραπάνω, ο βέλτιστος (ML) δέκτης αρκεί να παρατηρήσει 2 διαδοχικά OQPSK ληφθέντα σύμβολα y_{n-1}, y_n και να εκτιμήσει με τον κανόνα ελάχιστης απόστασης, από τα δυνατά σύμβολα $AT(\pm 1 \pm j)$, τα σύμβολα z_{n-1}, z_n . Η μετάβαση από συγκεκριμένο z_{n-1} σε συγκεκριμένο z_n δείχνει ποιο είναι το ζευγάρι (x_{2n-1}, x_{2n}) των MSK συμβόλων. Με προσεκτική παρατήρηση των εξισώσεων (8)-(10) παραπάνω, προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις που δίνουν τα x_{2n-1}, x_{2n} από τα z_{n-1}, z_n :

$$x_{2n-1} = -x_{Q,n-1}x_{I,n}, \quad (14)$$

$$x_{2n} = -x_{Q,n}x_{I,n}. \quad (15)$$

1.1 Ερωτήσεις

Ορίζουμε την σηματοδορυβική σχέση, ως εξής:

$$\text{SNR} \triangleq \frac{A^2 T}{\beta}. \quad (16)$$

A. Για $\text{SNR} = 5$ dB, προσομοιώστε την Εξ. (11) για $N = 10^5$ MSK σύμβολα (δηλ. 0.5×10^5 OQPSK σύμβολα) και εκτιμήστε το BER.

B. Επαναλάβετε για $\text{SNR} = 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ dB και προσφέρετε διάγραμμα BER ως συνάρτηση του SNR.

Γ. Εξηγήστε συνοπτικά γιατί η σχέση $Q(\sqrt{\text{SNR}})$ αποτελεί μια προσέγγιση του BER. Για ποιό λόγο το BER που εκτιμήσατε παραπάνω δεν είναι ακριβώς ίσο με $Q(\sqrt{\text{SNR}})$;

Δ. Υπολογίστε την ακριβή έκφραση του BER της MSK. Προσοχή, ζητείται ακριβής και όχι προσεγγιστική σχέση (π.χ. έκφραση της BPSK).

Hint: Αξιοποιήστε την Εξ. (15) και σκεφτείτε ότι πρέπει να κάνετε ανίχνευση σε δύο σύμβολα που ανήκουν σε δύο ανεξάρτητες διαμορφώσεις BPSK - σκεφτείτε επίσης ότι μπορεί να γίνει σωστή λήψη όταν και τα δύο αυτά σύμβολα ανιχνευτούν λανθασμένα!

E. Σχεδιάστε το block diagram ενός δέκτη OQPSK που ανιχνεύει τόσο τα άρτια, όσο και τα περιττά bits της MSK. Ο δέκτης αυτός δεν θα είναι διαφορετικός, δηλ. δεν θα ανιχνεύει δύο διαδοχικά σύμβολα της OQPSK, όπως κάνατε παραπάνω, αλλά θα παρατηρεί σήμα της MSK ίσο με $3T$ και θα αποφασίζει βέλτιστα.

ΣΤ. Πριν στείλουμε τα bits της MSK μπορούμε να κάνουμε ένα απλό precoding με χρήση μιας XOR. Βρείτε στην αναφορά [2] ποιό είναι αυτό το precoding. Ο δέκτης πρέπει να λάβει υπόψη αυτό το precoding, πάλι χρησιμοποιώντας ένα XOR. Τί κερδίζουμε με αυτό το precoding;

Βιβλιογραφία

- [1] Α. Μπλέτσας, Σημειώσεις Τηλεπ. Συστημάτων ΙΙ, Σχολή ΗΜΜΥ Πολυτεχνείου Κρήτης.
- [2] Ν. Μήτρου, Ψηφιακές Επικοινωνίες: Συνοπτική Θεωρία και Εργαστήριο, Κεφ. 6, Ελληνικά Ακαδημαϊκά Συγγράμματα και Βοηθήματα, διαθέσιμο online μέσω HEAL LINK.
- [3] Y. Fountzoulas, D. Chachlakis, G.N. Karystinos, and A. Bletsas, “GLRT-Optimal Blind MSK Detection With Log-Linear Complexity”, *Proc. of IEEE 23rd Int. Conf. on Telecommunications (ICT)*, May 2016, Thessaloniki, Greece.