

# Доклад

## Теорема о прогнозе разнообразия

---

Беличева Д. М.

01 января 1970

Преподаватель - Кулябов Д. С.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Беличева Дарья Михайловна
- студентка
- Российский университет дружбы народов
- 1032216453@pfur.ru
- <https://dmbelicheva.github.io/ru/>



## Вводная часть

---

*“Трудно делать прогнозы, особенно насчет будущего.”*

*Йоги Берра*

### Цель

Исследовать теорему о прогнозе разнообразия.

### Задачи

- Описать понятие “мудрость толпы”;
- Дать теоретическое описание теоремы о прогнозе разнообразия;
- Привести пример, показывающий работу теоремы;
- Показать практическую реализацию расчетов по теореме о прогнозе разнообразия на языке программирования Julia.

Теорема о прогнозе разнообразия применима к моделям, которые делают численные прогнозы или оценки. Она количественно оценивает влияние точности моделей и их разнообразия на точность их среднего.

## Эксперимент Гальтона

---





Рис. 1: Эксперимент Гальтона с быком

*“Результат кажется более достойным доверия к демократическому суждению, чем можно было ожидать.”*

Френсис Гальтон

## Мудрость толпы

---

Мудрость толпы - это коллективное мнение группы людей, а не одного эксперта.

Таблица 1: Пять элементов, необходимых для формирования мудрой толпы

Критерии	Описание
Разнообразие мнений	У каждого человека должна быть личная информация, даже если это просто эксцентричная интерпретация известных фактов.
Независимость	Мнения людей не определяются мнениями окружающих.
Децентрализация	Люди могут специализироваться и использовать местные знания.
Агрегация	Существует некоторый механизм для превращения частных суждений в коллективное решение.
Доверие	Каждый человек верит, что коллективная группа справедлива.

## Теорема о прогнозе разнообразия

---

Коллективная ошибка = Средняя индивидуальная ошибка - Разнообразие прогнозирования

$$(c - \theta)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - \theta)^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - c)^2$$

- $c$  — предсказание толпы (общая оценка параметра).
- $\theta$  — истинное значение параметра.
- $s_i$  — индивидуальные оценки параметра.

## Пример работы теоремы

---



Три человека предсказывают, сколько посетителей придет в закусочную на обед в определенный день. Реальное число людей, пришедших на обед:

`true value = 18`

Таблица 2: Результаты предсказаний людей

Человек	Предсказание
Катя	10
Костя	16
Мариян	25

$$\text{average value} = \frac{10 + 16 + 25}{3} = 17$$

Таблица 3: Квадратичная ошибка каждого человека

Человек	Ошибка
Катя	$(18 - 10)^2 = 64$
Костя	$(18 - 16)^2 = 4$
Мариян	$(18 - 25)^2 = 49$

$$\text{average error} = \frac{64 + 4 + 49}{3} = 39$$

$$\text{crowd's error} = (18 - 17)^2 = 1$$

Таблица 4: Отдаленность предсказания каждого человека от среднего прогноза

Человек	Разнообразие
Катя	$(17 - 10)^2 = 49$
Костя	$(17 - 16)^2 = 1$
Мариян	$(17 - 25)^2 = 64$

$$\text{diversity} = \frac{49 + 1 + 64}{3} = 38$$

$$1 = 39 - 38,$$

то есть

$$\text{Crowd's error} = \text{Average error} - \text{Diversity}$$

Таким образом, мы пришли к теореме о прогнозе разнообразия (Diversity Prediction Theorem):

$$(c - \theta)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - \theta)^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - c)^2$$

## Практическая реализация

---

```
import Statistics: mean
```



```
function diversitytheorem(truth::T, pred::Vector{T}) where T<:Number
     $\mu$  = mean(pred)
    avgerr = mean((pred .- truth) .^ 2)
    crderr = ( $\mu$  - truth) ^ 2
    divers = mean((pred .-  $\mu$ ) .^ 2)
    avgerr, crderr, divers
end
for (t, s) in [(18, [10, 16, 25])]
    avgerr, crderr, divers = diversitytheorem(t, s)
    println("""
average-error : $avgerr
crowd-error   : $crderr
diversity     : $divers
""")
end
```

*average-error* : 39.0

*crowd-error* : 1.0

*diversity* : 38.0

## Выводы

---

Была исследована теорема о прогнозе разнообразия.

## Список литературы

---

1. Пейдж С. Модельное мышление. Как анализировать сложные явления с помощью математических моделей. 2015. 528 с.
2. The Wisdom of Crowds [Электронный ресурс]. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/The\\_Wisdom\\_of\\_Crowds#cite\\_note-1](https://en.wikipedia.org/wiki/The_Wisdom_of_Crowds#cite_note-1).
3. Surowiecki J. The Wisdom of Crowds. Doubleday, Anchor, 2004. 336 с.