

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Беличева Д. М.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Беличева Дарья Михайловна
- студентка
- Российский университет дружбы народов
- 1032216453@pfur.ru
- <https://dmbelicheva.github.io/ru/>



Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи о погоне.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

Формула для выбора варианта: $(1032216453\%70)+1 = 24$ вариант.

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.1v} - \text{в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.1v} - \text{во втором}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{11.4}{5,1}$ и $x_2 = \frac{11.4}{3,1}$, задачу будем решать для двух случаев.

$$v_{\tau} = \sqrt{16.81v^2 - v^2} = \sqrt{15.81}v$$

Из чего можно вывести:

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81}v$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81}v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{11.4}{5.1} \end{cases} \quad (1)$$

Или для второго:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{11.4}{3.1} \end{array} \right. \quad (2)$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.81}}$$

```
# расстояние от лодки до катера  
k = 11.4  
# начальные условия для 1 и 2 случаев  
r0 = k/5.1  
r0_2 = k/3.1  
theta0 = (0.0, 2*pi)  
theta0_2 = (-pi, pi)  
# данные для движения лодки браконьеров  
fi = 3*pi/4;  
t = (0, 50);
```

функция, описывающая движение лодки браконьеров

$x(t) = \tan(fi)*t;$

функция, описывающая движение катера береговой охраны

$f(r, p, t) = r/\text{sqrt}(15.81)$

```
# постановка проблемы и решение ДУ для 1 случая
```

```
prob = ODEProblem(f, r0, theta0)
```

```
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
```

```
# отрисовка траектории движения катера
```

```
plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения кат
```

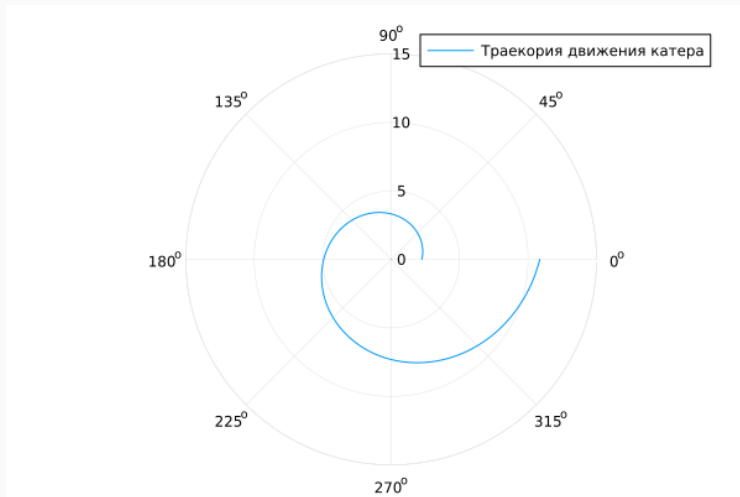



Рис. 1: Траектория движения катера в 1 случае

```
## необходимые действия для построения траектории движения лодки
ugol = [fi for i in range(0,15)]
x_lims = [x(i) for i in range(0,15)]
# отрисовка траектории движения лодки вместе с катером
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения ло
```

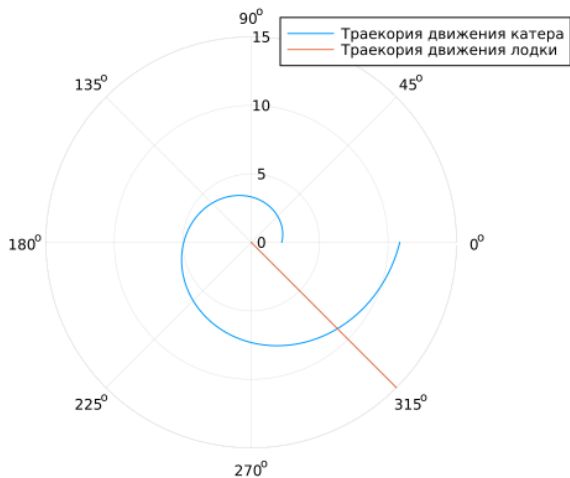


Рис. 2: Траектория движения катера и лодки

```
# точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны
y(x)=(1140*exp(10*x)/(sqrt(1581)))/(509)
# подставим в точное решение угол, под которым движется
# лодка браконьеров для нахождения точки пересечения
y(fi)
# точка пересечения лодки и катера для 1 случая
9.628170843477646e8
```

```
# постановка проблемы и решение ДУ для 2 случая  
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)  
sol_2 = solve(prob_2, saveat = 0.01)  
# отрисовка траектории движения катера  
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0,15), label = "Траектория движения")
```

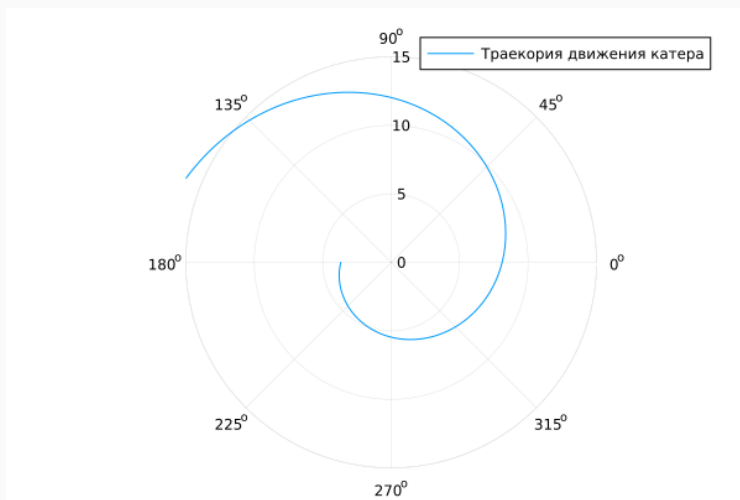


Рис. 3: Траектория движения катера во 2 случае

```
# отрисовка траектории движения лодки вместе с катером  
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения ло
```

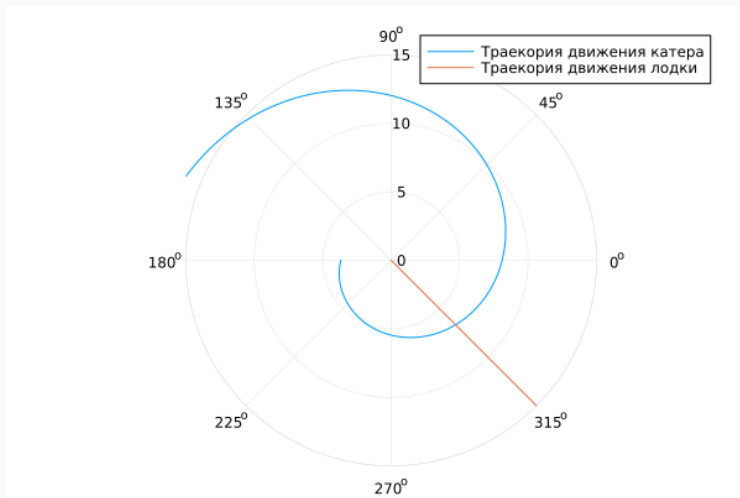


Рис. 4: Траектория движения катера во 2 случае


```
# точное решение ДУ, описывающего движение катера береговой охраны для 2 случ  
y2(x)=(114*exp((10*x/sqrt(1581))+(10*pi/sqrt(1581))))/(31)  
# подставим в точное решение угол, под которым движется лодка браконьеров для  
y2(fi-pi)  
# точка пересечения лодки и катера для 2 случая  
6.651143558300665
```

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи о погоне.

1. Кривая погони [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая_погони.