

Probabilités et statistiques

Épreuve du 21 mars 2022

Durée 1h30 — Calculatrices et documents interdits

Attention : toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1. Combien le nombre 3600 possède-t-il de diviseurs positifs? (Rappel-exemple : les diviseurs positifs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12.)

Exercice 2. Combien d'anagrammes possède le mot ANAGRAMME? (C'est-à-dire, combien de suites de lettres peut-on obtenir en permutant les lettres du mot?)

Exercice 3. Combien y a-t-il de nombres à trois chiffres dont les chiffres sont distincts et apparaissent dans l'ordre croissant, comme 268?

Bonus : et de nombres à N chiffres, avec la même contrainte et N quelconque?

Exercice 4. Un *monôme* est un produit de variables. Le nombre de facteurs dans ce produit est le *degré* du monôme. Par exemple x^2zy^3 est un monôme de degré six car le produit contient six facteurs : $x \times x \times y \times y \times y \times z$. Noter que xy^5 et x^6 sont deux autres monômes de degré six sur les variables x , y et z : toutes les variables disponibles n'ont pas forcément besoin d'apparaître dans chaque monôme.

1. On fixe les variables x , y et z . Dénombrer tous les monômes de degré quatre sur ces trois variables.
2. On fixe maintenant deux entiers d et n strictement positifs, et n variables x_1, x_2, \dots, x_n . Dénombrer les monômes de degré d sur ces n variables. (On veut une formule en fonction de n et de d . Indication : vérifier la formule sur des exemples concrets.)

Exercice 5. Chaque année, un disque dur à 5% de chances de tomber en panne, quel que soit son âge. Quelle est la probabilité qu'il tombe en panne au cours de la sixième année, sachant qu'il a déjà tenu trois ans?

Exercice 6. On lance trois dés (équilibrés à six faces). Quelle est la probabilité d'obtenir trois chiffres différents?

Exercice 7. L'éditeur d'un antivirus annonce que la probabilité qu'une machine protégée soit tout de même infectée est de 10%. Un responsable informatique doit décider s'il équipe son parc de machines de ce logiciel. Il décide d'installer l'antivirus sur un tiers de ses machines pour tester. Après quelque temps, il constate que les machines saines et sans antivirus forment 60% de son parc. Doit-il acheter l'antivirus pour les machines non protégées? (Ou au contraire désinstaller d'urgence?)