

Contrôle 1 - Lundi 15 mars 2021**Durée : 1h30**

Les matériels électroniques et les documents ne sont pas autorisés pendant la composition. Le soin apporté à la précision des justifications et à la rédaction sera un critère important d'évaluation.

Exercice 1

On effectue 5 tirages successifs d'une pièce, qui tombe sur pile ou face avec probabilité $1/2$.

1. Décrire l'univers Ω modélisant cette expérience. Quel est son cardinal ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 fois pile au cours des 5 tirages ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 1 fois pile ?

Exercice 2

On se donne un univers Ω , muni d'une probabilité \mathbb{P} , et on considère deux événements A et B .

1. Rappeler la définition de : A et B sont indépendants.
2. Montrer que si A et B sont indépendants, alors A et \overline{B} aussi.
3. En déduire que si A et B sont indépendants, alors \overline{A} et \overline{B} aussi.

Exercice 3

1. Combien existe-t-il de nombres à 5 chiffres, contenant exactement une fois chacun des chiffres 1, 2, 3, 4 et 5 ?
2. Combien existe-t-il de nombres à 5 chiffres, dont tous les chiffres sont non nuls et deux à deux distincts ?
3. Pour constituer une main au poker, on vous donne un ensemble de 5 cartes tirées d'un jeu de 52 cartes. Combien y a-t-il de mains possibles ?

Exercice 4

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, 7 sont rouges et 3 sont noires.

1. On tire au hasard simultanément 3 boules de l'urne. Déterminer :
 - (a) la probabilité de tirer les 3 boules noires,
 - (b) la probabilité de tirer 3 boules de la même couleur.
2. On tire au hasard une boule dans l'urne, on note sa couleur, on la remet dans l'urne ; on procède ainsi à 5 tirages successifs et deux à deux indépendants. Déterminer :
 - (a) la probabilité d'obtenir 5 fois une boule noire,
 - (b) la probabilité d'obtenir un total de 2 boules noires et 3 boules rouges.
3. On tire successivement et sans remise deux boules dans cette urne. On note :
 - R_1 l'événement : "la première boule tirée est rouge"
 - N_1 l'événement : "la première boule tirée est noire"
 - R_2 l'événement : "la deuxième boule tirée est rouge"
 - N_2 l'événement : "la deuxième boule tirée est noire".Déterminer :
 - (a) la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}(R_2|R_1)$,
 - (b) la probabilité de l'événement $R_1 \cap R_2$,
 - (c) la probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage,
 - (d) la probabilité d'avoir tiré une boule rouge au premier tirage, sachant qu'on a obtenu une boule noire au second tirage.