

---

## Interrogation du 30 septembre 2026

---

Durée : 1 heure 30.

Dans toute l'interrogation, le plan euclidien  $\mathcal{P}$  est muni d'un repère orthonormé direct auquel se rapportent les coordonnées et les affixes.

**Exercice 1.** Géométriquement, à quoi correspond l'application  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto i\bar{z}$  ?

**Exercice 2.** Résoudre sur  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 = 8 - 6i$ .

**Exercice 3.** Résoudre sur  $\mathbb{C}$  l'équation  $|z + 1| = |z| + 1$ .

**Exercice 4.** Soit  $z \in \mathbb{C}$ . Montrer :

$$\frac{|\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z|}{\sqrt{2}} \leq |z| \leq |\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z|$$

Interpréter en termes de carrés et de cercles et faire une figure.

**Exercice 5.** On note comme d'habitude  $j = e^{2i\pi/3}$ . Soit  $ABC$  un triangle.

1. Montrer :  $ABC$  équilatéral direct  $\iff a + jb + j^2c = 0 \iff a - b = -j^2(c - b)$ .
2. Montrer :  $ABC$  équilatéral indirect  $\iff a + j^2b + jc = 0$ .
3. En déduire :  $ABC$  équilatéral  $\iff a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ .

**Exercice 6.** Soit  $ABC$  un triangle direct. Soient  $P, Q, R$  tels que  $CBP$ ,  $ACQ$  et  $BAR$  soient des triangles équilatéraux directs. On note  $U, V, W$  les centres de gravité respectifs de ces trois triangles équilatéraux. Montrer que  $UVW$  est équilatéral, de même centre de gravité que  $ABC$ , en utilisant l'exercice précédent.